Albrecht-Vierow
Lehrbuch der Navigation

Berlin 1906
R. v. Decker's
Verlag

Lehrbuch der Navigation

und ihrer

Mathematischen Hilfswissenschaften.

Für die Königl. Preußischen

Navigationsschulen.

Bearbeitet
von

M. F. Albrecht
Navigationsschuldirektor.

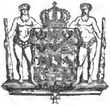
C. S. Vierow
Navigationslehrer.

Neunte Auflage.

Bearbeitet
von

O. Holz
Navigationsschuldirektor.

Herausgegeben im Auftrage des Königlichen Ministeriums
für Handel und Gewerbe.



R. v. Decker's Verlag, Berlin.
G. Schenck,
Königlicher Hofbuchhändler.
1906.

Druck der Spamerschen Buchdruckerei in Leipzig.

Vorwort zur ersten Auflage.

In dem Vorworte zu den im Jahre 1852 erschienenen, von dem Navigationslehrer F. Domke bearbeiteten nautischen, astronomischen und logarithmischen Tafeln sind bereits die nötigen Erläuterungen über den Zweck, welcher bei Bearbeitung und Herausgabe dieses Lehrbuches leitend gewesen ist, gegeben worden.

Bei der Auswahl der darin zu behandelnden Materien hat zunächst, was den mathematischen Teil des Lehrbuches betrifft, auf eine Entwicklung der dem Schiffer unentbehrlichen Lehrsätze der Arithmetik, der ebenen Geometrie und der Stereometrie verzichtet werden können. An die Eleven, welche in die preußischen Navigationsschulen eintreten, wird die Anforderung gestellt, daß sie mit diesen Zweigen der mathematischen Wissenschaft sich bereits bekannt gemacht haben; dieselben werden daher bei dem Unterrichte in den Navigationsschulen nur repetitionsweise durchgenommen.

Dagegen sind die Grundsätze der ebenen und der sphärischen Trigonometrie, welche die Grundlagen des terrestrischen und astronomischen Teiles der Navigation bilden, einer ausführlichen Entwicklung unterworfen worden.

Aus den Grundsätzen der Differentialrechnung ist nur so viel in das Lehrbuch aufgenommen worden, als nötig erschien, um den Einfluß zu erläutern, welchen die unvermeidlichen Fehler in den Bestimmungsstücken bei der Lösung nautischer Probleme ausüben. Ebenso ist die Lehre von der Ellipse darin nur insoweit behandelt, als dieselbe für die Entwicklung der Formel bei der Längenbestimmung durch Monddistanzen, wenn man dabei die Abplattung der Erde in Rechnung bringen will, unentbehrlich ist.

Die, die Navigationslehre selbst in ihrem terrestrischen Teile sowie in ihrem astronomischen Teile behandelnden Abschnitte schließen sich der Lehrmethode an, welche in den preußischen Navigationsschulen bisher befolgt worden ist. Zugleich ist das Bestreben dahin gerichtet gewesen, diese Abschnitte so zu behandeln, daß der praktische Seemann zu seiner weiteren Ausbildung und in der Ausübung seines Berufes das Werk als ein nützliches Handbuch benutzen könne. Die Lehre von den Winden und von den Meeresströmungen ist hierbei übergangen worden, weil es für das, was hierüber gegenwärtig

gelehrt werden kann, an anderweitigen Anleitungen nicht fehlt, und weil die zurzeit mit lebhaftem Eifer betriebenen Forschungen auf diesem Gebiete des Wissens so viele neue Aufschlüsse in Aussicht stellen, daß, was jetzt darüber gesagt werden könnte, bald leicht als veraltet zu betrachten sein würde. Es bleibt vorbehalten, bei einer zu veranstaltenden neuen Auflage dem Werke einen Abschnitt auch über diesen Gegenstand hinzuzufügen.

Als fremde Arbeiten, welche bei Ausarbeitung dieses Lehrbuches von den Verfassern hauptsächlich benutzt worden, sind hier zu nennen:

die Trigonometrieen von Wolff und von Lacroix,
die Lehre von der Differentialrechnung von Minding,
die nautische Astronomie von P. W. Tegner und
die Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung von Bohnenberger.

Unter den in dem Lehrbuche angezogenen nautischen Tafeln sind überall die von F. Domke bearbeiteten, in der Decker'schen Geheimen Ober-Hofbuchdruckerei im Jahre 1852 erschienenen „nautischen, astronomischen und logarithmischen Tafeln" zu verstehen, welche von Anfang an dazu bestimmt gewesen sind, einen integrierenden Teil dieses Werkes zu bilden.

Berlin, im Oktober 1854.

Vorwort zur siebenten Auflage.

Angesichts der immer schwieriger sich gestaltenden Lage des Schiffsführers, die einerseits aus der Unzuverlässigkeit des Kompasses auf den stetig sich mehrenden eisernen Schiffen, andererseits durch die gesteigerte Fahrgeschwindigkeit der Schiffe und nicht zum wenigsten aus der bezüglichen neueren Gesetzgebung erwächst, ist es für ihn in ungleich höherem Grade als früher zur gebieterischen Notwendigkeit geworden, völlig vertraut zu sein mit der Einrichtung, dem Gebrauche und der Behandlung der nautischen Instrumente, welche zur sicheren Führung des Schiffs als unerläßlich von der See-Berufsgenossenschaft vorgeschrieben sind. Um dieser Forderung möglichst Rechnung zu tragen, sind die Abschnitte „Magnetismus, Kompaß, Peilscheibe, Logg, Lot, Barometer, Thermometer, Fernrohr, Nonius, Sextant, Oktant, künstlicher Horizont und Chronometer" neu bearbeitet, wobei die Theorie nur so weit berücksichtigt wurde, als zum Verständnis der Einrichtung, Prüfung und Berichtigung der Instrumente unbedingt notwendig schien. Auch ist bei Verteilung des Stoffs die Anordnung getroffen, daß man diese, die Entwicklung der Formeln enthaltenden Paragraphen, welche durch kleineren Druck gekennzeichnet sind, beim ersten

Studium oder Unterricht ohne Schädigung des Verständnisses übergehen und dessen Vertiefung gelegentlichen Mußestunden vorbehalten kann.

Ferner sind die Abschnitte über die Ellipse, das Segeln im größten Kreise und das Schiffsjournal neu bearbeitet, während das übrige, hier und da durch Zusätze erweitert, im wesentlichen unverändert geblieben ist.

Unter den in dieser Auflage angezogenen nautischen Tafeln ist die im April 1892 erschienene IX. Auflage der nautischen, astronomischen und logarithmischen Tafeln von F. Tomke zu verstehen.

Außer den schon im Texte angeführten Quellen, welche bei Bearbeitung dieser Auflage vorzugsweise benutzt wurden, sind noch folgende Werke hier zu nennen:

Deutsche Seewarte, Der Kompaß an Bord. Ein Handbuch für Führer von eisernen Schiffen. Hamburg 1889.

Evans, F. J. and Smith, Archibald, Admiralty Manual for the Deviations of the Compass. London 1882.

Gelcich, Eugen, Die Uhrmacherkunst und die Behandlung der Präzisionsuhren. Wien, Pest, Leipzig. 1892.

Hansa, Deutsche nautische Zeitschrift. Hamburg.

Hydrographisches Amt des Reichs-Marine-Amts. Handbuch der Navigation, Berlin 1891. Handbuch der nautischen Instrumente, Berlin, 1890. Annalen der Hydrographie und maritimen Meteorologie. Berlin.

Hydrographisches Amt, K. u. K., Mitteilungen aus dem Gebiete des Seewesens; Zeitschrift. Pola.

Jungclaus, H. A., Magnetismus und Deviation der Kompasse in eisernen Schiffen. Bremerhaven, 1887.

Mohn, H., Grundzüge der Meteorologie. Berlin, 1887.

Mousson, Dr. Alb., Die Physik auf Grundlage der Erfahrung. Zürich, 1879.

Müller, Dr. Joh., Lehrbuch der Physik und Meteorologie. Braunschweig, 1856.

Rottok, Die Deviationstheorie und ihre Anwendung in der Praxis. Berlin, 1881.

Sawitsch, Dr. A., Abriß der praktischen Astronomie, vorzüglich in ihrer Anwendung auf geographische Ortsbestimmung, neu herausgegeben von Dr. C. F. W. Peters. Leipzig, 1879.

Berlin, im Oktober 1892.

Vorwort zur achten Auflage.

Die Tatsache, daß die neueren Methoden der astronomischen Ortsbestimmung auf See im Verein mit zweckmäßigen Tafeln geeigneter als die älteren Methoden sind, die Rechnungen zur Ermittlung des Schiffsorts zu vereinfachen, und die sogenannte neuere astronomische Navigation in nautischen Kreisen bereits einen festen Boden gewonnen hat, machte es notwendig, den vierten Teil dieses Lehrbuchs, die nautische Astronomie, neu zu bearbeiten. Ferner ist der erste und zweite Teil, ebene wie sphärische Trigonometrie und Navigation, neu bearbeitet. Der dritte Teil, welcher die zur astronomischen Orts-

bestimmung erforderlichen Instrumente zum Gegenstande hat, sowie diejenigen Abschnitte des zweiten Teils, die schon in der siebenten Auflage neu bearbeitet worden sind, konnten im wesentlichen unverändert gelassen werden. Der Abschnitt über Differentialrechnung ist nicht wieder aufgenommen, da die unentbehrlichen Fehlergleichungen auf geometrischem Wege entwickelt worden sind.

Unter den in dieser Auflage angezogenen nautischen Tafeln ist die zehnte Auflage der nautischen, astronomischen und logarithmischen Tafeln von F. Domke, neu bearbeitet von O. Canin, zu verstehen.

Außer den schon im Vorwort zur siebenten Auflage angeführten Büchern und Zeitschriften, die bei Bearbeitung dieser Auflage vorzugsweise benutzt wurden, sind folgende Werke hier zu nennen:

Bolte, Dr. F. Neues Handbuch der Schiffahrtskunde; Hamburg 1899.
Jungclaus, H. A. Anhang zu Magnetismus und Deviation der Kompasse; Geestemünde 1897.
Köppen, Prof. Dr. W. Grundlinien der maritimen Meteorologie; Hamburg 1899.
Lecky, T. S. Wrinkles in practical Navigation. London 1897.
Lecointe, Georges. La Navigation astronomique et la Navigation estimée; Paris 1897.
Marine-Rundschau; Berlin.
Roth, August. Lehrbuch der terrestrischen Navigation; Fiume 1896, und Lehrbuch der astronomischen Navigation; Fiume 1898.
Schönfelder, Victor; Dr. Weinnoldt. Leitfaden für den Unterricht in der Navigation; Berlin 1897.

Berlin, im Dezember 1900.

Vorwort zur neunten Auflage.

Die neunte Auflage hat außer einigen Verbesserungen und Zusätzen, die zum Teil durch die neuere Gesetzgebung und durch die Änderung des nautischen Jahrbuches bedingt wurden, keine wesentlichen Veränderungen gegen die achte Auflage dieses Werks erfahren. Wegen der in dem nautischen Jahrbuche für das Jahr 1907 eingeführten Neuerungen sind sämtliche Beispiele, zu deren Berechnung das nautische Jahrbuch erforderlich ist, neu berechnet worden.

Unter den in dieser Auflage angezogenen nautischen Tafeln ist die zehnte Auflage der nautischen, astronomischen und logarithmischen Tafeln von F. Domke, neu bearbeitet von O. Canin, zu verstehen.

Berlin, im Dezember 1906.

Inhaltsverzeichnis.

Erster Teil.
Hilfswissenschaften.

Erster Abschnitt.
Ebene Trigonometrie.

Zweiter Abschnitt.

Körperliche Geometrie.

Dritter Abschnitt.

Sphärische Trigonometrie.

Vierter Abschnitt.

Von der Ellipse.

Paragraph | Seite

Zweiter Teil.

Navigation.

Erster Abschnitt.

Gestalt und Einteilung der Erde.

I. Die Erdkugel.

II. Das Erdsphäroid.

Zweiter Abschnitt.

Magnete und Magnetismus der Erde.

Dritter Abschnitt.

Der Kompaß.

I. Der Steuerkompaß.

II. Der Peil- und Azimutkompaß und die Peilscheibe.

Paragraph | Seite

Fünfter Abschnitt.

Das Lot.

Sechster Abschnitt.

Die Seekarte.

Siebenter Abschnitt.

Die Besteckrechnung.

I. Die Besteckrechnung nach einzelnen Kursen.

II. Die Besteckrechnung nach Koppelkursen.

III. Kurs und Distanz zwischen zwei Orten zu finden.

Achter Abschnitt.

Bestimmung des Schiffsorts in Sicht von Landmarken und Seezeichen.

I. Mit Hilfe eines Gegenstandes.

II. Mit Hilfe von zwei Gegenständen.

III. Mit Hilfe von drei Gegenständen.

Para-graph | Seite

Neunter Abschnitt.
Die Stromschiffahrt.

Zehnter Abschnitt.
Die Schiffahrt im größten Kreise.

Elfter Abschnitt.
Das Schiffstagebuch.

Dritter Teil.
Die zur astronomischen Ortsbestimmung erforderlichen Instrumente.

Erster Abschnitt.
Das Fernrohr.

I. Brechung der Lichtstrahlen.

II. Das Fernrohr.

Sechster Abschnitt.

Das Thermometer (Wärmemesser).

Siebenter Abschnitt.

Das Chronometer.

Vierter Teil.

Nautische Astronomie.

Erster Abschnitt.

Astronomische Vorkenntnisse.

Paragraph — Seite

Zweiter Abschnitt.

Die Vorbereitungsrechnungen der nautisch-astronomischen Aufgaben.

I. Bogen- und Zeitmaß; bürgerliche und astronomische Zeit; Greenwicher Zeit.

II. Gebrauch des Nautischen Jahrbuches.

III. Verwandlung der Zeiten.

IV. Beziehung zwischen Ortszeit und dem Stundenwinkel eines Gestirns.

V. Höhenberichtigungen.

VI. Höhenverwandlungen.

Dritter Abschnitt.

Das Gestirn im Meridian und im Horizont.

I. Kulminationszeit der Gestirne.

II. Auf- und Untergang der Gestirne.

Vierter Abschnitt.

Berechnung der Ortszeit, des Azimuts und der Höhe eines Gestirns.

I. Bestimmung der Zeit durch die Höhe eines Gestirns.

Fünfter Abschnitt.

Chronometerrechnungen.

Sechster Abschnitt.

Bestimmung von Standlinien durch Gestirnshöhen.

Siebenter Abschnitt.

Bestimmung des Schiffsorts durch zwei und mehr Standlinien.

I. Mit Hilfe der Karte den Schiffsort zu finden.

II. Berechnung des Schiffsorts aus zwei Höhen.

A. Nach der Höhenmethode.

B. Nach der Längen- und Breitenmethode.

III. Ortsbestimmung aus drei oder mehr Höhen.

Achter Abschnitt.

Ortsbestimmung ohne Chronometer.

I. Bestimmung der Breite.

II. Bestimmung der Länge durch Monddistanzen.

Ergänzung zum fünften Abschnitt.

Abkürzungen und Erklärungen.

Abkürzung.	Erklärung.
a.	auf.
abds.	abends.
Abl.	Ablenkung des Kompasses.
Abpl.	Abplattung der Erde.
Abst.	Abstand.
Abw.	Abweichung.
Änd.	Änderung.
Äq.	Äquatoreale.
Ampl.	Amplitude.
AR.	Rektaszension, gerade Aufsteigung.
Astr., astron.	astronomisch.
Aufg.	Aufgang.
Bar.	Barometer.
Beob.	Beobachtung, beobachtet.
Ber.	Berichtigung.
Bog.	Bogen.
Br.	Breite.
Br. U.	Breitenunterschied.
B. U.	Beobachtungsuhr.
Chr., Chron.	Chronometer.
D., d.	den.
Dekl.	Deklination.
Diff.	Differenz.
Dist.	Distanz.
Err.	Erreichte.
Geoz.	Geozentrisch.
Ges.	Gesamt-.
Grw., Greenw.	Greenwich.
H, h	Höhe.
Halbm., r	Halbmesser.
Höh. π', π'	Höhenparallaxe.
Hor. π, π	Horizontalparallaxe.
Hor. p	Äquatoreale Horizontalparallaxe des Mondes.
Hor. p'	Lokale Horizontalparallaxe des Mondes.
I. K.	Indexkorrektion.
K.	Kurs.
Kmt.	Kimmtiefe.
Komp.	Kompaß.
Kompl.	Komplement.
Kulm.	Kulmination.
Lg.	Länge.

Abkürzung.	Erklärung.
Lg. U.	Längenunterschied.
log	Logarithmus.
Lok.	Lokale.
Magn.	Magnetisch.
Mer.	Meridian.
Mer. Teile	Meridionalteile.
Mißw.	Mißweisung, mißweisend.
Mittl., mttl.	Mittlere.
mrgs.	morgens.
Mittg.	Mittag.
Mw.	Mißweisend, —er.
m.⊙AR.	Rektaszension der mittleren Sonne.
M. Z. D.	Meridian-Zenitdistanz.
N.	Nord.
n.	nach.
Nachm.	Nachmittag.
N. J.	Nautisches Jahrbuch.
O.	Ost.
Ob.	Obere.
Rechtw., rw.	Rechtweisend, —er.
S.	Süd.
Scheinb., schb.	Scheinbar.
Sm.	Seemeile.
Std., St.	Stand.
Str.	Strich.
Strb.	Strahlenbrechung.
Stundenw.	Stundenwinkel.
Taf.	Tafel.
Therm.	Thermometer.
U. K.	Uhrkorrektion.
Ungef., ungf.	Ungefähre.
Unt.	Unterschied.
unt.	untere.
v.	von, vom.
Verb.	Verbesserung, verbesserte.
Vergr.	Vergrößerter.
Verl.	Verlassene.
W.	West.
W., wh.	Wahre.
Zt.	Zeit.
Ztgl.	Zeitgleichung.

Astronomische Zeichen und Erklärungen.

Astronomische Zeichen.	Erklärung.	
⊙	Sonne.	
⊙r	Sonnenhalbmesser.	
☾	Mond.	
☾r	Mondhalbmesser.	
☾p	Äquatoreale Horizontalparallaxe des Mondes.	
☾p′	lokale Horizontalparallaxe des Mondes.	
♀	Venus.	
♂	Mars.	
♃	Jupiter.	
♄	Saturn.	
*	Stern.	
⊙̲	Sonnenunterrandshöhe	über der Kimm oder dem scheinbaren Horizont.
⊙̅	Sonnenoberrandshöhe	
⊖	Sonnenmittelpunktshöhe	
☾̲	Mondunterrandshöhe	
☾̅	Mondoberrandshöhe	
☾̶	Mondmittelpunktshöhe	
⊙̲̇, ⊙̲	Sonnenunterrandshöhe	über dem künstlichen Horizont.
⊙̅̇	Sonnenoberrandshöhe	
⊖̇	Sonnenmittelpunktshöhe	
☾̲̇, ☾̲	Mondunterrandshöhe	
☾̅̇	Mondoberrandshöhe	
☾̶̇	Mondmittelpunktshöhe	
♀, ♂, ♃, ♄	Höhe der Venus, des Mars, Jupiters, Saturns über der Kimm oder dem scheinbaren Horizont.	
♀̇, ♂̇, ♃̇, ♄̇	Höhe der Venus, des Mars, Jupiters, Saturns über dem künstlichen Horizont.	
⊙̸, ☾̸, ♀̸, ♂̸, ♃̸, ♄̸	Peilung mittels Kompasses der Sonne, des Mondes, der Venus, des Mars, Jupiters, Saturns.	
⊙☾, ☽⊙	abnehmende, zunehmende Distanzen zwischen den nächsten Rändern der Sonne und des Mondes.	
☽♀, ☽♂, ☽♃, ☽♄, ☽*	zunehmende Distanzen zwischen dem Mittelpunkte der Venus, des Mars, Jupiters, Saturns, einem Sterne und dem nächsten Mondrande.	
♀☽, ♂☽, ♃☽, ♄☽, *☽	abnehmende Distanzen zwischen dem Mittelpunkte der Venus, des Mars, Jupiters, Saturns, einem Sterne und dem entfernten Mondrande.	
⊙ Δ	Distanz zwischen dem nächsten Sonnenrande und der Spitze eines irdischen Gegenstandes, rechts von der Sonne stehend.	

Das griechische Alphabet.

Α, α,	Alpha.	Ι, ι,	Iota.	Ρ, ρ,	Rho.
Β, β,	Beta.	Κ, κ,	Kappa.	Σ, σ,	Sigma.
Γ, γ,	Gamma.	Λ, λ,	Lambda.	Τ, τ,	Tau.
Δ, δ,	Delta.	Μ, μ,	My.	Υ, υ,	Ypsilon.
Ε, ε,	Epsilon.	Ν, ν,	Ny.	Φ, φ,	Phi.
Ζ, ζ,	Zeta.	Ξ, ξ,	Xi.	Χ, χ,	Chi.
Η, η,	Eta.	Ο, ο,	Omikron.	Ψ, ψ,	Psi.
Θ, ϑ,	Theta.	Π, π,	Pi.	Ω, ω,	Omega.

Erster Teil.

Hilfswissenschaften.

Erster Abschnitt.

Ebene Trigonometrie.

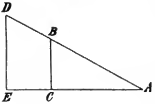
Einleitung. Die ebene Geometrie gründet fast alle ihre Sätze auf die Eigenschaften des Dreiecks, auf die Kongruenz und auf die Ähnlichkeit der Dreiecke; sie lehrt auch das Dreieck durch Konstruktion auflösen, d. h. aus drei bestimmenden Stücken das Dreieck zu konstruieren und die übrigen Stücke zu finden. Dieses Verfahren kann indessen wegen der Unvollkommenheit der Meßwerkzeuge nur ungenaue Ergebnisse liefern, da man z. B. nicht imstande ist, mittels eines Maßstabes die Größe eines Winkels auf Sekunden genau zu messen. Diesem Mangel hilft die ebene Trigonometrie (Dreiecksrechnung) ab; sie lehrt, aus den in Zahlen gegebenen bestimmenden Stücken eines Dreiecks die übrigen zu **berechnen,** das Dreieck durch Rechnung auflösen. Da jedes schiefwinklige Dreieck durch eine Senkrechte aus einer Spitze auf die gegenüberliegende Seite in zwei rechtwinklige Dreiecke geteilt werden kann, so bildet das rechtwinklige Dreieck die Grundlage der Dreiecksrechnung.

I. Die trigonometrischen Funktionen.

§ 1. Erklärung der Funktionen. Aus den Sätzen über die Ähnlichkeit der Dreiecke folgt, daß rechtwinklige Dreiecke ähnlich sind, wenn zwei Seiten von ihnen in demselben Verhältnisse zueinander stehen, und da in ähnlichen Dreiecken die gleichliegenden Winkel einander gleich sind, so sind also diese Winkel durch das Verhältnis zweier Seiten bestimmt. Während also in der ebenen Geometrie die Winkel durch die Kreisbogen, auf denen sie als Zentriwinkel stehen, gemessen werden, erfolgt in der Trigonometrie die Bestimmung der Winkel durch die Verhältnisse gerader Linien.

Man denke sich (Fig. 1) von beliebigen Punkten B und D eines Schenkels des spitzen Winkels A die Senkrechten BC und DE auf AE gefällt, so sind die Dreiecke ABC und ADE einander ähnlich, mithin sind die Verhältnisse der Seiten oder deren Quotienten, z. B. $\frac{BC}{AB}$ und $\frac{DE}{AD}$ einander gleich, ebenso ist $\frac{AC}{AB} = \frac{AE}{AD}$ und $\frac{CB}{AC} = \frac{ED}{AE}$. Diese Quotienten sind unbenannte Zahlen, die man erhält, wenn man die Seiten der Dreiecke mit demselben Maße mißt und ihre Maßzahlen durcheinander dividiert.

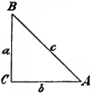
Fig. 1.



Ist demnach einer dieser Quotienten bekannt, so ist dadurch die Größe des Winkels A bestimmt, und umgekehrt wird durch den Winkel A der Wert jedes dieser Quotienten bestimmt.

So ist z. B. in jedem rechtwinkligen, gleichschenkligen Dreieck ACB (Fig. 2), in dem $\angle A = \angle B = 45°$ ist und die Seiten durch a, b und c bezeichnet sind, $\frac{a}{b} = 1$, weil $a = b$ ist; $\frac{a}{c} = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{a}{\sqrt{2a^2}} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$, ebenso $\frac{b}{c} = \sqrt{\frac{1}{2}}$. Weiß man also von einem rechtwinkligen Dreieck ACB, daß der Quotient $\frac{a}{c} = \sqrt{\frac{1}{2}}$ ist, so weiß man dadurch auch, daß $\angle A = 45°$ ist. Wenn aber der Winkel sich ändert, so ändern sich auch jene Quotienten, deren Werte also nur allein von der Größe des Winkels abhängig sind.

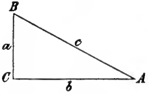
Fig. 2.



Solche von einer anderen abhängige veränderliche Größe heißt eine Funktion, und daher haben jene Quotienten den gemeinschaftlichen Namen: trigonometrische Funktionen.

§ 2. Die Namen der trigonometrischen Funktionen und ihre Zahlenwerte. Jede der trigonometrischen Funktionen hat ihren besonderen Namen, und man nennt in bezug auf einen der spitzen Winkel, z. B. $\angle A$, eines rechtwinkligen Dreiecks ACB (Fig. 3):

Fig. 3.



1. den Quotienten aus der gegenüberliegenden Kathete dividiert durch die Hypotenuse den **Sinus** dieses Winkels; in Zeichen:

$$\sin A = \frac{a}{c};$$

2. anliegende Kathete dividiert durch die Hypotenuse den **Kosinus** dieses Winkels; in Zeichen:

$$\cos A = \frac{b}{c};$$

3. gegenüberliegende Kathete dividiert durch die anliegende Kathete die **Tangente** dieses Winkels; in Zeichen:

$$\operatorname{tang} A = \frac{a}{b};$$

4. anliegende Kathete dividiert durch die gegenüberliegende Kathete die **Kotangente** dieses Winkels; in Zeichen:

$$\operatorname{cotg} A = \frac{b}{a};$$

5. die Hypotenuse dividiert durch die anliegende Kathete die **Sekante** dieses Winkels; in Zeichen:

$$\sec A = \frac{c}{b};$$

6. die Hypotenuse dividiert durch die gegenüberliegende Kathete die **Kosekante** dieses Winkels; in Zeichen:

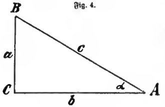
$$\operatorname{cosec} A = \frac{c}{a}.$$

Demnach ist die Kotangente der umgekehrte Wert der Tangente, die Sekante der umgekehrte Wert des Kosinus und die Kosekante der umgekehrte Wert des Sinus. Zu diesen sechs trigonometrischen Funktionen wird auch noch der Unterschied $1 - \cos A$ gezählt. Dieser Unterschied wird der Sinusversus (sin vers) des Winkels A genannt.

Da die Hypotenuse stets größer ist als jede der beiden Katheten, so sind Sinus und Kosinus stets echte, die Sekanten und Kosekanten stets unechte Brüche, während die Tangenten und Kotangenten sowohl echte wie unechte Brüche sein können. Ist ein spitzer Winkel eines rechtwinkligen Dreiecks 45°, so sind die beiden Katheten dieses Dreiecks einander gleich, also ist die Tangente wie auch die Kotangente des Winkels $45° = 1$; für kleinere Winkel sind die Tangenten echte und die Kotangenten unechte Brüche; für Winkel größer als 45° sind dagegen die Tangenten unechte und die Kotangenten echte Brüche.

§ 3. Funktionen eines Komplementwinkels. Aus der Erklärung der trigonometrischen Funktionen ergibt sich in bezug auf den Winkel B (Fig. 4) im rechtwinkligen Dreieck ACB:

Fig. 4.



$$\sin B = \frac{b}{c}; \quad \cos B = \frac{a}{c}; \quad \operatorname{tang} B = \frac{b}{a}; \quad \operatorname{cotg} B = \frac{a}{b}.$$

Es ist aber auch $\cos A = \frac{b}{c}$; $\sin A = \frac{a}{c}$; $\operatorname{cotg} A = \frac{b}{a}$; $\operatorname{tang} A = \frac{a}{b}$.

Bedenkt man nun, daß die Winkel B und A zusammen 90° betragen, also der eine das Komplement des anderen ist, so folgt aus der Vergleichung ihrer Funktionen, wenn $\angle A$ durch α bezeichnet wird,

$$\sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$$
$$\cos(90° - \alpha) = \sin\alpha$$
$$\operatorname{tang}(90° - \alpha) = \operatorname{cotg}\alpha$$
$$\operatorname{cotg}(90° - \alpha) = \operatorname{tang}\alpha$$

und ebenso:

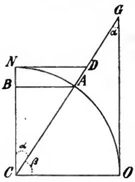
$$\sec(90° - \alpha) = \operatorname{cosec}\alpha$$
$$\operatorname{cosec}(90° - \alpha) = \sec\alpha.$$

Die Funktionen eines Winkels sind demnach gleich den Kofunktionen seines Komplements.

§ 4. Änderung und Grenzwerte der trigonometrischen Funktionen. Um die Änderungen der Funktionen bei Zu- oder Abnahme des Winkels sich zu merken, ist es

zweckmäßig, die trigonometrischen Funktionen durch Linien in und am Kreise anschaulich zu machen. Da die Funktionen Brüche sind, so ist es am besten, deren Nenner durch dieselbe Linie darzustellen, und wenn diese die Zahl 1 vorstellt, so wird eine doppelt so lange Linie die Zahl 2, eine halb so lange Linie den Bruch $\frac{1}{2}$ usw. vorstellen. Demgemäß sei (Fig. 5a) der Halbmesser des Quadranten NCO, nämlich $CN = CA = CO = 1$; man fälle $AB \perp CN$ und bezeichne $\angle ACN$ durch α, so ist $AB = \sin\alpha$, weil $\frac{AB}{CA} = \frac{AB}{1}$ $= AB$ ist, und $CB = \cos\alpha$, weil $\frac{CB}{CA} = \frac{CB}{1} = CB$ ist.

Fig. 5a.



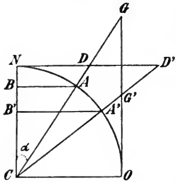
Errichtet man $ND \perp CN$ und verlängert den Schenkel CA, bis er die Senkrechte in D schneidet, so stellt ND die Tangente des Winkels α dar, weil $\frac{ND}{CN} = \frac{ND}{1}$ $= ND$ ist, und CD die Sekante, da $\frac{CD}{CN} = \frac{CD}{1} = CD$ ist.

Man errichte noch $OG \perp CO$, so ist $\angle CGO = \angle\alpha$ als Wechselwinkel an Parallelen, also $\frac{OG}{CO}$ d. i. $\frac{OG}{1}$ oder OG die Kotangente des Winkels α. Ebenso ist CG die Kosekante des Winkels α, weil $\frac{CG}{CO} = \frac{CG}{1} = CG$ ist.

Die Linie NB stellt den Sinusversus des Winkels α dar, denn $NB = CN - CB$ $= 1 - \cos\alpha$.

Denkt man sich (Fig. 5b) den Schenkel CA des Winkels α um den Scheitel C beweglich, den Schenkel CN aber festliegend, so wird durch die Drehung des Schenkels CA der Winkel α alle möglichen Werte von 0° bis 90° annehmen. Ist der Schenkel CA in die Lage CA' gekommen, so ist der Winkel α größer geworden, AB ist in die Lage $A'B'$, der Punkt D nach D' und der Punkt G nach G' gerückt; demnach sind auch der Sinus $A'B'$, die Tangente ND' und die Sekante CD' größer geworden, während der Kosinus CB', die Kotangente OG' und die Kosekante CG' kleiner geworden sind.

Fig. 5b.



Denkt man sich den beweglichen Schenkel CA so weit gedreht, daß er mit CO zusammenfällt, so ist $\angle\alpha = 90°$. Da nun Punkt A in O liegt, so fallen auch AB und CA mit CO zusammen, also $\sin 90° = \frac{CO}{CO} = \frac{1}{1} = 1$ und $\cos 90° = \frac{0}{1} = 0$.

Der Schnittpunkt D' des beweglichen Schenkels CA' mit der Tangente ND' rückt immer weiter von N ab, wenn Winkel α wächst, und ist dieser 90° geworden, so gibt es den Schnittpunkt D' nicht mehr, da dann der bewegliche Schenkel, indem er auf CO liegt, mit ND' parallel ist; folglich $\tan 90° = \frac{\infty}{1} = \infty$, und ebenso ist $\sec 90° = \infty$.

Der Schnittpunkt G' fällt, wenn $\alpha = 90°$ ist, mit dem Punkte O zusammen, mithin ist $OG' = 0$ und $CG' = CO$ geworden, also ist $\cotg 90° = 0$ und $\operatorname{cosec} 90° = 1$.

Nimmt der Winkel α ab, indem man seinen beweglichen Schenkel nach dem festliegenden CN hin bewegt, so nehmen auch, wie man leicht aus der Figur erkennt, der Sinus, die Tangente, die Sekante ab; dagegen nehmen der Kosinus, die Kotangente, die Kosekante an Größe zu. Ist der Schenkel CA so weit gedreht, daß er auf dem festen Schenkel CN liegt, so ist der Winkel α gleich Null: in dieser Lage des beweglichen Schenkels fallen die Punkte A, B, D mit dem Punkte N zusammen, so daß die Linie AB wie auch ND gleich Null, während $CB = CD = CN = 1$ wird. Demnach ist:

$$\sin 0° = 0, \quad \operatorname{tang} 0° = 0,$$
$$\cos 0° = 1, \quad \sec\ 0° = 1.$$

Der Schnittpunkt G rückt, je weiter CA nach CN sich bewegt, desto weiter vom Punkte O ab, und wenn CA auf CN liegt, so haben die Linien CA und OG keinen Schnittpunkt mehr, weil sie in diesem Falle einander parallel sind; es sind also dann die Linien CA und OG unbegrenzt, unendlich groß, mithin ist:

$$\cotg 0° = \infty \quad \text{und} \quad \operatorname{cosec} 0° = \infty.$$

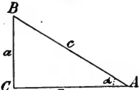
Demnach sind die Grenzwerte der trigonometrischen Funktionen der Winkel von 0° bis 90°:

$$\begin{aligned}
\sin 0° &= \cos 90° &&= 0\\
\cos 0° &= \sin 90° &&= 1\\
\operatorname{tang} 0° &= \cotg 90° &&= 0\\
\cotg 0° &= \operatorname{tang} 90° &&= \infty\\
\sec 0° &= \operatorname{cosec} 90° &&= 1\\
\operatorname{cosec} 0° &= \sec 90° &&= \infty.
\end{aligned}$$

Hieraus folgt, daß die Sinus und Kosinus zwischen den Zahlen 0 und 1 enthalten, also **echte** Brüche sind, die Tangenten und Kotangenten zwischen 0 und ∞, also sämtliche Zahlenwerte durchlaufen, die Sekanten und Kosekanten zwischen 1 und ∞, also **unechte** Brüche sind.

§ 5. Abhängigkeit der trigonometrischen Funktionen eines Winkels voneinander. Es ist (Fig. 6):

Fig. 6.



1) $\underline{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1,}$

da $\sin\alpha = \frac{a}{c}$, also $\sin^2\alpha = \frac{a^2}{c^2}$

und $\cos\alpha = \frac{b}{c}$, „ $\cos^2\alpha = \frac{b^2}{c^2}$

durch Addition:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = \frac{a^2+b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1.$$

2) $\underline{1 + \operatorname{tang}^2\alpha = \sec^2\alpha,}$

da $\operatorname{tang}\alpha = \frac{a}{b}$ und $\operatorname{tang}^2\alpha = \frac{a^2}{b^2}$, also

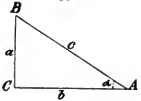
$$1 + \operatorname{tang}^2\alpha = 1 + \frac{a^2}{b^2} = \frac{a^2+b^2}{b^2} = \frac{c^2}{b^2} = \left(\frac{c}{b}\right)^2 = \sec^2\alpha.$$

3) $\underline{1 + \operatorname{cotg}^2\alpha = \operatorname{cosec}^2\alpha}$,

da $\operatorname{cotg}\alpha = \frac{b}{a}$ und $\operatorname{cotg}^2\alpha = \frac{b^2}{a^2}$,

also $1 + \operatorname{cotg}^2\alpha = 1 + \frac{b^2}{a^2} = \frac{a^2+b^2}{a^2} = \frac{c^2}{a^2} = \left(\frac{c}{a}\right)^2 = \operatorname{cosec}^2\alpha$.

Fig. 6.



4) $\underline{\operatorname{tang}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}$,

denn $\sin\alpha = \frac{a}{c}$

$\cos\alpha = \frac{b}{c}$,

also $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{a}{b} = \operatorname{tang}\alpha$

und $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{b}{a} = \operatorname{cotg}\alpha$, folglich

5) $\underline{\operatorname{cotg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}$.

6) $\underline{\operatorname{tang}\alpha \cdot \operatorname{cotg}\alpha = 1}$,

denn $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{a \cdot b}{a \cdot b} = 1$,

also $\operatorname{tang}\alpha = \frac{1}{\operatorname{cotg}\alpha}$ und $\operatorname{cotg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tang}\alpha}$.

7) $\underline{\cos\alpha \cdot \sec\alpha = 1}$,

denn $\frac{b}{c} \cdot \frac{c}{b} = \frac{b \cdot c}{b \cdot c} = 1$, also ist

$\cos\alpha = \frac{1}{\sec\alpha}$ und $\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$.

8) $\underline{\sin\alpha \cdot \operatorname{cosec}\alpha = 1}$,

denn $\frac{a}{c} \cdot \frac{c}{a} = \frac{a \cdot c}{a \cdot c} = 1$, folglich ist

$\sin\alpha = \frac{1}{\operatorname{cosec}\alpha}$ und $\operatorname{cosec}\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}$.

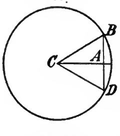
Aus diesen Beziehungen der trigonometrischen Funktionen eines Winkels unter sich folgt, daß, wenn eine Funktion bekannt ist, auch die übrigen gefunden werden können Ist z. B. $\sin\alpha = \frac{3}{4}$, so ist nach 8) $\operatorname{cosec}\alpha = \frac{4}{3}$; ferner nach 1) $\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$ $= \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{1}{4}\sqrt{7} = 0{,}6614\ldots$; nach 7) $\sec\alpha = \frac{1}{0{,}6614} = 1{,}5119$; nach 4). $\operatorname{tang}\alpha = \frac{0{,}75}{0{,}6614} = 1{,}1339\ldots$; und nach 5) $\operatorname{cotg}\alpha = \frac{0{,}6614}{0{,}75} = 0{,}8818\ldots$

Ferner ergeben die Formeln unter 6), daß man, statt durch die Kotangente eines Winkels zu dividieren, mit seiner Tangente multiplizieren darf und umgekehrt; dieselbe Beziehung findet nach 7) und 8) zwischen Kosinus und Sekante und zwischen Sinus und Kosekante statt.

§ 6. **Berechnung der trigonometrischen Funktionen.** Um von den trigonometrischen Funktionen praktischen Nutzen zu haben, müssen sie für alle Winkel von 0° bis 90° bekannt und in einer Tafel übersichtlich zusammengestellt sein, so daß man imstande ist, für jeden gegebenen Winkel diese oder jene ihm zugehörige Funktion und umgekehrt, für jede gegebene Funktion den zugehörigen Winkel aus der Tafel zu entnehmen.

Bei der ersten Berechnung der trigonometrischen Funktionen ging man von den Seiten der regelmäßigen Vielecke in einem Kreise aus; setzt man dessen Halbmesser gleich 1, so wird der Sinus des halben Zentriwinkels eines regelmäßigen Vielecks durch die halbe Sehne des ganzen Zentriwinkels dargestellt. Ist z. B. (Fig. 7) BD die Seite des regelmäßigen Sechsecks im Kreise um C, so ist Winkel $BCD = 60°$; wird nun von C die Senkrechte CA auf BD gefällt, so wird sowohl $\angle BCD$ als auch die Sehne BD halbiert; folglich ist $\angle BCA = 30°$ und $BA = \frac{1}{2} BD$; BD ist aber gleich dem Halbmesser 1, also $\sin 30° = \frac{BA}{CB} = \frac{1}{2} : 1 = \frac{1}{2}$.

Fig. 7.



Da $\sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$, und allgemein die Funktionen eines Winkels gleich den Kofunktionen seines Komplements sind, so hat man nur nötig, die trigonometrischen Funktionen der Winkel von 0° bis 45° zu berechnen. So ist z. B.

$$\cos(90° - 30°) = \sin 30°,$$

also

$$\cos 60° = \frac{1}{2} = 0{,}5\,.$$

Oft ist es von Vorteil, die Komplementbeziehung zweier Winkel auf folgende Weise auszudrücken: Da $45° + \alpha + 45° - \alpha = 90°$ ist, so ist, wenn α einen Winkel kleiner als 45° bezeichnet, der Winkel $(45° + \alpha)$ das Komplement des Winkels $(45° - \alpha)$, also auch:

$$\sin(45° + \alpha) = \cos(45° - \alpha)\,.$$

Obwohl der Sinus eines Winkels stets kleiner als seine Tangente ist, da jener die Hypotenuse und diese eine Kathete desselben Dreiecks zum Nenner hat, so ist doch dieser Unterschied bei kleinen Winkeln, etwa bis zu 1°, so gering, daß auf 5 Dezimalstellen genau statt der Tangenten die Sinus gesetzt werden können. Der Bogen, der zu einem Zentriwinkel gehört, liegt zwischen dem Sinus und der Tangente dieses Winkels (siehe Fig. 8). Er ist größer als der Sinus aber kleiner als die Tangente, und da beide Werte bei kleinen Winkeln gleich gesetzt werden können, so kann man auch innerhalb der angegebenen Grenzen statt der Sinus oder Tangenten die Bogen selbst setzen, wenn man ihre Länge mit dem Halbmesser als Einheit mißt, oder, wie man sagt, die Bogen in Teilen des Halbmessers ausdrückt. Für den Halbmesser 1 ist die Bogenlänge von $1° = \frac{\pi}{180} = 0{,}01745\ldots$, folglich ist auch $\sin 1° = 0{,}01745\ldots$.

Fig. 8.



Ferner findet man

$$\sin 0°\,1' = 0{,}00029088\ldots = \frac{0{,}01745}{60}\ldots$$

Aus diesen beiden Werten folgt auch:

$$\frac{\sin 1^\circ}{\sin 1'} = \frac{0{,}01745\ldots}{0{,}00029088\ldots} = \frac{60}{1} = 60,$$

d. h. die Sinus solcher kleinen Winkel verhalten sich zueinander wie die zugehörigen Bogen, ob diese nun in Längen- oder in Gradmaß ausgedrückt sind. Demnach ist z. B. $\sin 0^\circ 25' = 25 \cdot \sin 1'$, weil $\sin 25' : \sin 1' = 25 : 1$ ist,
und $\sin 0^\circ 17' 53'' = \sin 1073'' = 1073 \cdot \sin 1'' = 1073 \cdot 0{,}000004848\ldots = 0{,}005202\ldots$

Anmerkung. Um die Länge eines in Graden gegebenen Bogens, dessen Halbmesser = 1 ist, zu finden, wird man die Grade und Minuten dieses Bogens in Sekunden verwandeln und die Anzahl seiner Sekunden mit der Bogenlänge von einer Sekunde, oder was dasselbe ist, mit dem Sinus von einer Sekunde, also mit 0,0000048481 multiplizieren. So ist z. B. ein Bogen von 10° oder $36000'' = 36000 \cdot 0{,}0000048481 = 0{,}174531$ in Teilen des Halbmessers = 1 ausgedrückt.

Soll umgekehrt ein in Teilen des Halbmessers 1 ausgedrückter Bogen in Sekunden verwandelt werden, so hat man ihn durch $\sin 1''$ zu dividieren, oder mit $\frac{1}{\sin 1''} = \frac{1}{0{,}0000048481} = 206265$ zu multiplizieren, welche Zahl die Länge des Halbmessers in Sekunden ausdrückt. Will man den zu verwandelnden Bogen in Minuten erhalten, so multipliziert man ihn mit 3438, nämlich mit der Länge des Halbmessers in Minuten $= \frac{1}{\sin 1'} = \frac{1}{0{,}00029088}$.

§ 7. Einrichtung der Tafeln 35 und 36.

1. Da alle Rechnungen mit Ausnahme der Addition und Subtraktion sehr vereinfacht werden, wenn man sich der Logarithmen bedient, so sind in der Tafel 36 nicht die trigonometrischen Funktionen selbst sondern ihre Logarithmen zusammengestellt. Nur die Tafel 37 enthält die Sinus und Kosinus selbst.

Da alle Sinus und Kosinus sowie die Tangenten für Winkel von 0° bis 45° und die Kotangenten von 45° bis 90° echte Brüche sind, so sind ihre Briggschen Logarithmen negativ, erhalten also eine negative Kennziffer am Ende. Um für diese den Raum zu sparen, hat man zu den positiven Ganzen und zu der negativen Kennziffer jedes Logarithmus so viel Einheiten addiert, daß die negative Kennziffer gleich 10 wird und diese dann fortgelassen. Es war z. B. $\sin 30^\circ = 0{,}5$ gefunden; sucht man zu dieser Zahl aus Tafel 33 den Logarithmus, so erhält man

$$\begin{array}{rl} \log\sin 30^\circ = & 0{,}69897 - 1 \\ & +9 \qquad -9 \text{ addiert} \\ \hline \text{gibt } \log\sin 30^\circ = & 9{,}69897 - 10 \end{array}$$

wie man ihn in Tafel 36 angegeben findet, jedoch ohne die Kennziffer -10.

Anderseits muß man zu jedem Logarithmus einer Funktion, wenn seine Kennziffer negativ ist, erst 10 addieren, um den zugehörigen Winkel in der Tafel aufzufinden.

Ist z. B. gegeben $\log \operatorname{tang} x = 0{,}94195 - 2$,
so schreibe man $\log \operatorname{tang} x = 8{,}94195$,
wodurch man $x = 5^\circ 0'$ findet.

In Tafel 37 sind die Funktionen Sinus und Kosinus selbst mit Weglassung der Null für die Ganzen enthalten. Nur in der letzten Spalte sind die Ganzen angegeben, da $\sin 90^\circ = \cos 0^\circ = 1$ ist.

Die trigonometrischen Tafeln sind so eingerichtet, daß jeder Logarithmus eine doppelte Bedeutung hat, denn da die Funktionen eines Winkels gleich den Kofunktionen seines Komplements sind, so ist z. B.

$$\log\sin 20^\circ 10' = \log\cos\ 69^\circ 50'$$

$$\log\operatorname{tang} 8^\circ 37' = \log\operatorname{cotg}\ 81^\circ 23'$$

und $$\log\sec 43^\circ 57' = \log\operatorname{cosec} 46^\circ\ 3'.$$

Es sind daher die Grade der Winkel von 0° bis 45° am Kopfe der Tafel und die Minuten in der ersten Spalte, dagegen die Grade der Winkel von 45° bis 90° am Fuße und deren Minuten in der letzten Spalte der Tafel aufzusuchen.

2. Wenn man mehrere von Minute zu Minute aufeinander folgende Logarithmen einer trigonometrischen Funktion voneinander subtrahiert, so findet man, daß die Unterschiede dieser Logarithmen den Unterschieden der zugehörigen Winkel proportional sind. So findet man z. B.

	Unterschiede:
$\log\sin 10^\circ 20' = 9{,}25376 - 10$	
	0,00069
$\log\sin 10^\circ 21' = 9{,}25445 - 10$	
	0,00069
$\log\sin 10^\circ 22' = 9{,}25514 - 10$	

Nimmt also der Winkel 10° 20′ um eine Minute zu, so wächst sein log sinus um 69 Einheiten der letzten Dezimalstelle; nimmt der Winkel um zwei Minuten zu, so wächst auch sein log sinus um $2 \cdot 69 = 138$ Einheiten der letzten Dezimalstelle. Nimmt daher der Winkel von 10° 20′ um 0′,1 zu, so wird sein log sinus um $\frac{69}{10}$, um 6,9 Einheiten der letzten Dezimalstelle wachsen, und um $8 \cdot 6{,}9 = 55$ Einheiten zunehmen, wenn der Winkel um 0′,8 zunimmt. Hierauf gründet sich das in der Erklärung der Tafeln angegebene Verfahren, um zu einem in Graden, Minuten und zehntel Minuten gegebenen Winkel den Logarithmus einer trigonometrischen Funktion aus der Tafel zu finden.

Nur für sehr kleine Winkel und für Winkel nahe an 90° sind die Änderungen der Logarithmen einiger trigonometrischen Funktionen den Änderungen des Winkels von Minute zu Minute nicht proportional, wie man sich leicht durch den Anblick der logarithmischen Differenzen in den Tafeln überzeugen kann. Deshalb und weil diese logarithmischen Differenzen sehr groß sind, ist die Tafel 35 berechnet, aus der man für die Winkel von 0° bis 6° die Logarithmen der Sinus, Kosekanten, Tangenten und Kotangenten von zehntel zu zehntel Minute entnehmen kann, die dann zugleich auch die Logarithmen der Kosinus, Sekanten, Kotangenten und Tangenten für die Winkel von 84° bis 90° sind.

3. Nach Gleichung 8) in § 5 ist $\sin\alpha = \frac{1}{\operatorname{cosec}\alpha}$,

also $$\log\sin\alpha = -\log\operatorname{cosec}\alpha\,.$$

Hiernach unterscheidet sich log cosec eines Winkels von seinem log sin nur durch das Vorzeichen. So ist z. B. $\log\sin 19^\circ = 9{,}51264 - 10 = -0{,}48736$

$$\log\operatorname{cosec} 19^\circ = 0{,}48736 \qquad = +0{,}48736\,.$$

Da beide Logarithmen gleich groß sind, so müssen sie auch gleich große aber entgegengesetzte Veränderungen erleiden, wenn der zugehörige Winkel sich ändert. Deshalb haben auch in Tafel 36 die Logarithmen der Sinus und Kosekanten dieselbe Spalte für ihre Differenzen; ebenso verhält es sich mit den Logarithmen der Tangenten und Kotangenten und mit denen der Sekanten und Kosinus.

Wie aus den Tafeln der Logarithmus einer trigonometrischen Funktion für einen gegebenen Winkel und umgekehrt, durch den Logarithmus einer trigonometrischen Funktion der zugehörige Winkel gefunden wird, ist in der Gebrauchsanweisung dieser Tafeln ausführlich erklärt.

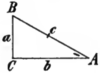
II. Auflösung der rechtwinkligen Dreiecke.

§ 8. Rechnungsverfahren und Beispiele. Die Auflösung des rechtwinkligen Dreiecks beruht darauf, zwischen drei Stücken des Dreiecks, von denen zwei gegeben sind und das dritte gesucht wird, eine von den Gleichungen aufzustellen, die nach § 2 die trigonometrischen Funktionen eines spitzen Winkels als Quotienten der Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks darstellen. Ist einer der beiden spitzen Winkel gegeben, so erhält man den anderen, wenn man den gegebenen von 90° subtrahiert; und sind zwei Seiten gegeben, so nehme man den zuerst berechneten Winkel zu Hilfe, um die dritte Seite zu berechnen, da dies kürzer ist, als sie nach dem pythagoreischen Lehrsatze zu finden.

Beispiel 1. Es ist die Hypotenuse und ein Winkel gegeben:

$$c = 840{,}4\ \text{m}, \quad A = 38^\circ\, 16',1\ .$$

Man sucht die übrigen Stücke B, a, b.



Es ist $\angle B = 90° - A = 51°\, 43',9$; dann

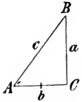
$\frac{a}{c} = \sin A$, und $\frac{b}{c} = \cos A$,

also $a = c \cdot \sin A$ also $b = c \cdot \cos A$.

$\log c = 2{,}92449$	$\log c = 2{,}92449$
$\log \sin A = 9{,}79194$	$\log \cos A = 9{,}89494$
$\log a = 2{,}71643$	$\log b = 2{,}81943$
$a = 520{,}5$ m	$b = 659{,}8$ m .

Anmerkung. Die beiden Gleichungen, nach welchen a und b berechnet sind, geben die leicht zu merkende Regel: Eine Kathete ist gleich der Hypotenuse multipliziert mit dem Sinus des gegenüberliegenden oder mit dem Kosinus des anliegenden Winkels.

Beispiel 2. Es ist eine Kathete und ein Winkel gegeben: $b = 46{,}94$ m, $\angle A = 51°\, 26',3$. Man sucht die übrigen Stücke B, a und c.



Es ist $\angle B = 90° - A = 38°\, 33',7$.

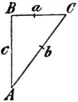
$\frac{a}{b} = \text{tang}\, A$ $\frac{c}{b} = \sec A$,

hieraus $a = b \cdot \text{tang}\, A$ $c = b \cdot \sec A$.

$\log b = 1{,}67154$	$\log b = 1{,}67154$
$\log \text{tang}\, A = 0{,}09844$	$\log \sec A = 0{,}20527$
$\log a = 1{,}76998$	$\log c = 1{,}87681$
$a = 58{,}88$ m	$c = 75{,}30$ m .

Anmerkung. Aus den beiden Gleichungen zur Berechnung von a und c ergibt sich die Regel: Eine Kathete ist gleich der anderen multipliziert mit der Tangente des der gesuchten Kathete gegenüberliegenden Winkels. Die Hypotenuse ist gleich einer Kathete multipliziert mit der Sekante des anliegenden Winkels

Beispiel 3. Es ist die Hypotenuse und eine Kathete gegeben: $b = 8{,}372$, $a = 2{,}489$; man sucht die übrigen Stücke: A, C, c.

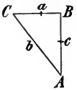


Es ist $\sin A = \frac{a}{b}$, und $\frac{c}{b} = \cos A$, also $c = b \cdot \cos A$.

$\log a = 0{,}39602$
$\log b = 0{,}92283$
$\log \sin A = 9{,}47319$
$A = 17° \, 17',7$
$C = 72° \, 42',3$.

$\log b = 0{,}92283$
$\log \cos A = 9{,}97990$
$\log c = 0{,}90273$
$c = 7{,}993$.

Beispiel 4. Es sind beide Katheten gegeben: $a = 0{,}9347$, $c = 1{,}6745$. Man sucht die übrigen Stücke A, C, b.



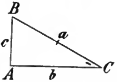
Es ist $\operatorname{tang} A = \frac{a}{c}$. Nachdem $\angle A$ berechnet ist, findet man b durch $\frac{b}{c} = \sec A$, also $b = c \cdot \sec A$.

$\log a = 9{,}97067$
$\log c = 0{,}22389$
$\log \operatorname{tang} A = 9{,}74678$
$A = 29° \, 10',2$
$C = 60° \, 49',8$.

$\log c = 0{,}22389$
$\log \sec A = 0{,}05889$
$\log b = 0{,}28278$
$b = 1{,}9177$.

Von den in diesen vier Beispielen behandelten Fällen sind die übrigen noch möglichen Fälle nicht wesentlich verschieden. Da es jedoch äußerst wichtig ist, in der Auflösung des rechtwinkligen Dreiecks Sicherheit zu erlangen, so folgen hier noch einige Beispiele.

Beispiel 5. In nebenstehendem bei A rechtwinkligen Dreieck sei $\angle C = 39° \, 47',2$, $a = 0{,}09370$; man sucht die übrigen Stücke B, b, c.



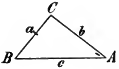
$\angle B = 90° - C = 50° \, 12',8$.

$\frac{b}{a} = \cos C$,
$b = a \cdot \cos C$,
$\log a = 8{,}97174$
$\log \cos C = 9{,}88561$
$\log b = 8{,}85735$
$b = 0{,}07200$.

$\frac{c}{a} = \sin C$,
$c = a \cdot \sin C$.
$\log a = 8{,}97174$
$\log \sin C = 9{,}80613$
$\log c = 8{,}77787$
$c = 0{,}05996$.

Beispiel 6. In nebenstehendem bei C rechtwinkligen Dreieck sei $A = 31° \, 7',6$, $a = 4378$. Man sucht die übrigen Stücke B, b, c.

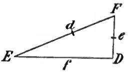
Es ist $\angle B = 90° - A = 58° \, 52',4$.



$\operatorname{tang} A = \frac{a}{b}$,
$b \cdot \operatorname{tang} A = a$,
$b = \frac{a}{\operatorname{tang} A}$,
oder $b = a \cdot \operatorname{cotg} A$.
$\log a = 3{,}64128$
$\log \operatorname{cotg} A = 0{,}21906$
$\log b = 3{,}86034$
$b = 7250$.

$\sin A = \frac{a}{c}$,
$c \cdot \sin A = a$,
$c = \frac{a}{\sin A}$,
oder $c = a \cdot \operatorname{cosec} A$.
$\log a = 3{,}64128$
$\log \operatorname{cosec} A = 0{,}28656$
$\log c = 3{,}92784$
$c = 8469$.

Beispiel 7. In umstehendem bei D rechtwinkligen Dreieck sei $d = 67$, $e = 25$. Man sucht die übrigen Stücke E, F und f.



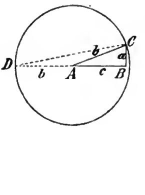
$\sin E = \dfrac{e}{d}$;
$\log e = 1{,}39794$
$\log d = 1{,}82607$
$\log \sin E = 9{,}57187$
$E = 21^\circ\, 54',6$
$F = 68^\circ\;\; 5',4$.

$\operatorname{tang} E = \dfrac{e}{f}$;
$f = \dfrac{e}{\operatorname{tang} E}$.
$\log e = 1{,}39794$
$\log \operatorname{tang} E = 9{,}60444$
$\log f = 1{,}79350$
$f = 62$.

§ 9. Kathete und Hypotenuse sind gegeben und nahe einander gleich. Wenn ein Winkel sehr klein ist, so ändert sich sein Kosinus, der nahe $= 1$ ist, mit der Zu- oder Abnahme des Winkels nur sehr langsam; ebenso verhält es sich mit dem Sinus, wenn der Winkel nahe $= 90^\circ$ ist. Man erkennt dies sehr leicht an den logarithmischen Differenzen in der Tafel oder auch durch eine entsprechende Darstellung dieser Funktionen als Linien im Kreise. Demnach wird man einen kleinen Winkel nicht durch seinen Kosinus und einen nahe rechten Winkel nicht durch seinen Sinus genau bestimmen können, weil eine nur kleine Ungenauigkeit dieser Funktionen schon einen erheblichen Fehler in dem durch sie bestimmten Winkel verursachen kann. Hat man also bei Bestimmung des Winkels die Wahl unter mehreren trigonometrischen Funktionen, so hat man stets die zu benutzen, die die größten Differenzen in der Tafel hat, weil dann ein kleiner Fehler im Logarithmus keinen Einfluß auf den gesuchten Winkel hat. Da nun die Tangenten immer die größten Differenzen haben, so findet man durch diese die Winkel am genauesten, Winkel unter 45° genauer durch den Sinus als durch den Kosinus, und Winkel zwischen 45° und 90° durch den Kosinus genauer als durch den Sinus.

Sind in einem rechtwinkligen Dreieck (Fig. 9) ABC die Hypotenuse b und eine Kathete c gegeben und beide nahe einander gleich, so läßt sich $\angle C$ nicht durch seinen Sinus und ebensowenig $\angle A$ durch seinen Kosinus oder durch seine Sekante genau bestimmen. In solchem Falle ist die folgende Auflösung vorzuziehen.

Fig. 9.



Man beschreibe mit der Hypotenuse b um A einen Kreis, verlängere AB über A hinaus bis D und ziehe DC, so ist $\angle D = \frac{1}{2} A$. In dem bei B rechtwinkligen Dreieck CBD ist $\operatorname{tang} D = \operatorname{tang} \frac{1}{2} A = \dfrac{a}{BD} = \dfrac{a}{b+c}$.

Es ist aber $a = \sqrt{b^2 - c^2} = \sqrt{(b+c)(b-c)}$,

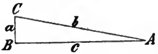
also $\operatorname{tang} \frac{1}{2} A = \sqrt{\dfrac{(b+c)(b-c)}{(b+c)^2}} = \sqrt{\dfrac{b-c}{b+c}}$.

Es sei z. B. die Hypotenuse $b = 7396$ m, die Kathete $c = 7395$ m gegeben; man sucht den Winkel A.

$$
\begin{aligned}
b &= 7396 \\
c &= 7395 \\
b - c &= 1 \quad \log = 0 \\
b + c &= 14791 \quad \log = 4{,}17000 \\
& \qquad 0{,}83000 - 5 \\
& \qquad +\,15 \qquad -15 \\
& \qquad 15{,}83000 - 20 : 2 \\
\log \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} A &= 7{,}91500 - 10 \\
\tfrac{1}{2} A &= 0^\circ\, 28',3\,, \\
\text{also} \quad A &= 0^\circ\, 56',6\,.
\end{aligned}
$$

§ 10. Eine Kathete und der Gegenwinkel sind gegeben und sehr klein. Wenn in einem rechtwinkligen Dreieck ein spitzer Winkel kleiner ist als ungefähr 1°, und dieser Winkel wie auch die gegenüberliegende Kathete gegeben sind, so gebraucht man zur Berechnung der anderen Kathete oder der Hypotenuse, die in diesem Falle nahe einander gleich sind, die trigonometrischen Tafeln nicht. Sind nämlich im Dreieck ABC (Fig. 10) $\angle A$ und a gegeben und A nur klein, so ist $\operatorname{tang} A = \frac{a}{c}$ und $\sin A = \frac{a}{b}$. Nach § 6 ist aber für kleine Winkel $\operatorname{tang} A = \sin A = A'' \cdot \sin 1''$; setzt man diesen Wert ein, so wird:

Fig. 10.



$$A'' \cdot \sin 1'' = \frac{a}{c} \text{ oder auch } = \frac{a}{b}$$

und $c \cdot A'' \cdot \sin 1'' = a$, oder auch $b \cdot A'' \cdot \sin 1'' = a$,

also $c = \frac{a}{A'' \cdot \sin 1''}$ und auch $b = \frac{a}{A'' \cdot \sin 1''}$.

Es ist aber $\frac{1}{\sin 1''} = 206265$ (§ 6 Anmerkung),

folglich $c = b = \frac{a}{A''} \cdot 206265$, oder wenn man den Winkel A in Minuten ausdrückt:

$$c = b = \frac{a}{A'} \cdot 3438 .$$

Hiernach hat man die Seite a durch den in Sekunden oder Minuten ausgedrückten gegenüberliegenden Winkel zu dividieren und diesen Quotienten mit 206265 oder 3438 zu multiplizieren, um die Hypotenuse oder die ihr nahe gleiche Kathete zu erhalten.

Beispiel. Man mißt den Winkel, unter dem man auf See einen 30 m hohen Leuchtturm sieht, $= 0° 15' 12''$; wie weit war man von ihm entfernt?

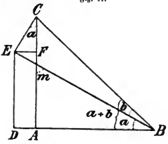
$$\text{Entfernung} = \frac{30}{15{,}2} \cdot 3438 \text{ oder } = \frac{30}{912} \cdot 206265 \text{ m}$$
$$= 6785 \text{ m}.$$

III. Funktionen zusammengesetzter und stumpfer Winkel.

§ 11. Funktionen zusammengesetzter Winkel.

1. Der Sinus der Summe zweier Winkel ist gleich der Summe der beiden Produkte, die entstehen, wenn man den Sinus jedes Winkels mit dem Kosinus des anderen Winkels multipliziert.

Fig. 11.



Bezeichnet a (Fig. 11) den Winkel DBE und b den Winkel EBC, so ist $\angle ABC = a + b$. Man fälle $CA \perp BD$, $CE \perp BE$, $ED \perp BD$ und $EF \perp AC$; dann ist $\angle ECF = a$, denn die gleichen Scheitelwinkel m ergänzen sowohl $\angle ECF$ wie a zum Rechten. Es ist nun

$$AC = DE + CF .$$

Im rechtw. $\triangle BAC$ ist $AC = \sin(a + b) \cdot BC$

" " $\triangle BDE$ " $DE = \sin a \cdot BE$

" " $\triangle CFE$ " $CF = \cos a \cdot CE$

nach § 8 Anmerkung.

Diese Werte eingesetzt, erhält man $\sin(a + b) \cdot BC = \sin a \cdot BE + \cos a \cdot CE$;

durch BC dividiert,

$$\sin(a + b) = \sin a \cdot \frac{BE}{BC} + \cos a \cdot \frac{CE}{BC} .$$

Es ist aber in dem bei E rechtwinkligen Dreieck BEC: $\cos b = \frac{BE}{BC}$ und $\sin b = \frac{CE}{BC}$.

Durch Einsetzung dieser Werte wird $\underline{\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b}$ . . . . (1)

2. Der Kosinus der Summe zweier Winkel ist gleich dem Produkt ihrer Kosinus weniger dem ihrer Sinus.

Denn es ist (Fig. 11) $AB = BD - AD$ oder $\overline{AB = BD - FE}$.

In dem bei A rechtw. Dreieck BAC ist $\overline{AB = \cos(a+b) \cdot BC}$

„ „ „ D „ „ BDE „ $BD = \cos a \cdot BE$

„ „ „ F „ „ CFE „ $FE = \sin a \cdot CE$.

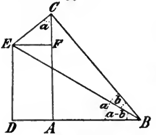
Durch Einsetzung dieser Werte: $\cos(a+b) \cdot BC = \cos a \cdot BE - \sin a \cdot CE$;

durch Division mit BC: $\cos(a+b) = \cos a \cdot \frac{BE}{BC} - \sin a \cdot \frac{CE}{BC}$,

d. i. $\underline{\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b}$ . . . . . . (2)

3. Der Sinus der Differenz zweier Winkel ist gleich der Differenz der beiden Produkte, die entstehen, wenn man den Sinus jedes Winkels mit dem Kosinus des anderen Winkels multipliziert.

Fig. 12.



Bezeichnet (Fig. 12) a den Winkel CBD und b den Winkel CBE, so ist der Winkel $EBD = a - b$. Man fälle $ED \perp BD$ und $EC \perp BC$, $CA \perp BD$ und $EF \perp AC$; dann ist $\angle ECF = \angle a$, weil beide dasselbe Komplement haben, nämlich den $\angle ACB$.

Es ist nun $\overline{DE = AC - CF}$.

In dem bei D rechtw. $\triangle BDE$ ist $\overline{DE = \sin(a-b) \cdot BE}$

„ „ „ A „ $\triangle BAC$ „ $AC = \sin a \cdot BC$

„ „ „ F „ $\triangle CFE$ „ $CF = \cos a \cdot CE$.

Durch Einsetzung dieser Werte: $\sin(a-b) \cdot BE = \sin a \cdot BC - \cos a \cdot CE$;

durch Division mit BE: $\sin(a-b) = \sin a \cdot \frac{BC}{BE} - \cos a \cdot \frac{CE}{BE}$.

In dem bei C rechtw. $\triangle BCE$ ist aber $\frac{BC}{BE} = \cos b$ und $\frac{CE}{BE} = \sin b$,

also $\underline{\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b}$ . . (3)

4. Der Kosinus der Differenz zweier Winkel ist gleich dem Produkte ihrer Kosinus vermehrt um das ihrer Sinus.

Denn es ist (Fig. 12) $\overline{BD = AB + EF}$.

In dem bei D rechtw. $\triangle BDE$ ist $\overline{BD = \cos(a-b) \cdot BE}$

„ „ „ A „ $\triangle BAC$ „ $AB = \cos a \cdot BC$

„ „ „ F „ $\triangle CFE$ „ $EF = \sin a \cdot CE$.

Durch Einsetzung dieser Werte: $\cos(a-b) \cdot BE = \cos a \cdot BC + \sin a \cdot CE$;

durch Division mit BE: $\cos(a-b) = \cos a \cdot \frac{BC}{BE} + \sin a \cdot \frac{CE}{BE}$

und $\underline{\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b}$ . . (4)

Man hat demnach die vier wichtigen Formeln, die für alle Winkel gültig sind:

$$\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b \qquad 1)$$
$$\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b \qquad 2)$$
$$\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b \qquad 3)$$
$$\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b \qquad 4)$$

Setzt man in den Formeln 1) und 2) $b = a$, so erhält man

$$\sin 2a = 2 \cdot \sin a \cdot \cos a \quad \text{und}$$
$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a,$$

und wenn man a statt $2a$, also $\frac{1}{2}a$ statt a setzt,

$$\sin a = 2\sin\tfrac{1}{2}a \cdot \cos\tfrac{1}{2}a \qquad 5)$$
$$\cos a = \cos^2\tfrac{1}{2}a - \sin^2\tfrac{1}{2}a. \qquad 6)$$

Addiert man zu 6) $\quad 1 = \cos^2\frac{1}{2}a + \sin^2\frac{1}{2}a$, (nach § 5, 1)

so wird $\quad 1 + \cos a = 2\cos^2\frac{1}{2}a, \qquad 7)$

durch Subtraktion $\quad 1 - \cos a = 2\sin^2\frac{1}{2}a. \qquad 8)$

Formel 1) und 3) addiert: $\sin(a+b) + \sin(a-b) = 2\sin a \cdot \cos b$

„ 3) von 1) subtrahiert: $\sin(a+b) - \sin(a-b) = 2\cos a \cdot \sin b$

„ 2) und 4) addiert: $\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2\cos a \cdot \cos b$

„ 4) von 2) subtrahiert: $\cos(a+b) - \cos(a-b) = -2\sin a \cdot \sin b$.

Setzt man in diesen vier Formeln

$$a + b = A$$
$$a - b = B$$

also $\quad 2a = A + B$, d. h. $a = \frac{1}{2}(A+B)$

und $\quad 2b = A - B$, „ „ $b = \frac{1}{2}(A-B)$,

so gehen sie über in:

$$\sin A + \sin B = 2\sin\tfrac{1}{2}(A+B) \cdot \cos\tfrac{1}{2}(A-B) \qquad 9)$$
$$\sin A - \sin B = 2\cos\tfrac{1}{2}(A+B) \cdot \sin\tfrac{1}{2}(A-B) \qquad 10)$$
$$\cos A + \cos B = 2\cos\tfrac{1}{2}(A+B) \cdot \cos\tfrac{1}{2}(A-B) \qquad 11)$$
$$\cos A - \cos B = -2\sin\tfrac{1}{2}(A+B) \cdot \sin\tfrac{1}{2}(A-B). \qquad 12)$$

Formel 1) durch 2) dividiert, ergibt, da $\frac{\sin a}{\cos a} = \operatorname{tang} a$ ist (§ 5, 4),

$$\operatorname{tang}(a+b) = \frac{\sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b}{\cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b}.$$

Dividiert man den Zähler und den Nenner des Bruches auf der rechten Seite durch $\cos a \cdot \cos b$, so kommt:

$$\operatorname{tang}(a+b) = \frac{\operatorname{tang} a + \operatorname{tang} b}{1 - \operatorname{tang} a \cdot \operatorname{tang} b}. \qquad 13)$$

Setzt man hierin $a = 45°$ und bedenkt, daß $\operatorname{tang} 45° = 1$ ist, so wird

$$\operatorname{tang}(45° + b) = \frac{1 + \operatorname{tang} b}{1 - \operatorname{tang} b}. \qquad 14)$$

§ 12. Die Funktionen stumpfer Winkel. Die vier ersten Formeln des vorigen Paragraphen können dazu benutzt werden, die trigonometrischen Funktionen eines stumpfen Winkels zu entwickeln. Setzt man in den Formeln 1) und 2) $a = b = 90°$, so wird:

$\sin(90° + 90°) = \sin 90° \cdot \cos 90° + \cos 90° \cdot \sin 90°$; es ist aber $\cos 90° = 0$, also auch

$$\sin 180° = 0 \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

Ferner $\cos(90° + 90°) = \cos 90° \cdot \cos 90° - \sin 90° \cdot \sin 90°$.

Da $\sin 90° = 1$ ist, so

$$\cos 180° = -1 \quad \ldots \ldots \quad 2)$$

Setzt man nun in den Formeln 3) und 4) (§ 11) $a = 180°$, so wird

$$\sin(180° - b) = \sin 180° \cdot \cos b - \cos 180° \cdot \sin b.$$

Es ist aber $\sin 180° = 0$ und $\cos 180° = -1$, also

$$\sin(180° - b) = \sin b \quad \ldots \ldots \quad 3)$$

Ferner $\cos(180° - b) = \cos 180° \cdot \cos b + \sin 180° \cdot \sin b$,

also $$\cos(180° - b) = -\cos b \quad \ldots \ldots \quad 4)$$

Dividiert man die beiden letzten hier gefundenen Formeln 3) und 4), so wird, da

$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tang}\alpha$, $$\operatorname{tang}(180° - b) = -\operatorname{tang} b \quad \ldots \ldots \quad 5)$$

4) durch 3) dividiert, weil $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \operatorname{cotg}\alpha$ ist: $\operatorname{cotg}(180° - b) = -\operatorname{cotg} b \quad \ldots \quad 6)$

Da die Sekante eines Winkels das Umgekehrte des Kosinus und die Kosekante das Umgekehrte des Sinus dieses Winkels ist, so folgt aus Formel 4) und 3) hier, daß, weil

$$\frac{1}{\cos(180° - b)} = \frac{1}{-\cos b} \text{ ist,}$$

$$\sec(180° - b) = -\sec b \quad \ldots \ldots \quad 7)$$

und $$\operatorname{cosec}(180° - b) = \operatorname{cosec} b \quad \ldots \ldots \quad 8)$$

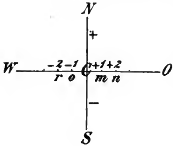
Ferner ist $\sin\operatorname{vers}\alpha = 1 - \cos\alpha$,

also
$$\begin{aligned}\sin\operatorname{vers}(180° - b) &= 1 - \cos(180° - b)\\ &= 1 - (-\cos b)\\ &= 1 + \cos b \quad \ldots \ldots \quad 9)\end{aligned}$$

Ist b ein spitzer Winkel, so ist $180° - b$ ein stumpfer, und der eine ist das Supplement des anderen. Demnach sind die trigonometrischen Funktionen eines stumpfen Winkels ihrem Zahlenwerte nach ebenso groß wie die gleichnamigen Funktionen des Supplementwinkels, aber mit Ausnahme des Sinus und der Kosekante sind sie negativ.

§ 13. Änderungen und Grenzen der trigonometrischen Funktionen eines stumpfen Winkels. Um negative Funktionen durch Linien zu versinnlichen, kann man die Reihe der algebraischen Zahlen durch Linien darstellen, die auf einer beliebigen Geraden OW (Fig. 13) von einem Punkte C aus nach beiden Seiten hin abgetragen werden, die positiven Zahlen nach rechts, die negativen nach der entgegengesetzten Seite, nach links hin. Bedeutet z. B. die Linie Cm die Zahl $+1$, und ist $Co = Cm$, so stellt die Linie Co die Zahl -1 dar; ist $Cn = 2 \cdot Cm$, so bedeutet Cn die Zahl $+2$, und ist $Cr = Cn$, so stellt Cr die Zahl -2 dar, usw. Ebenso könnte man auf der Linie NS von C aus positive

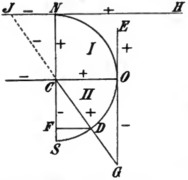
Fig. 13.



und negative Zahlen darstellen, und nimmt man die über *OW* liegenden als positiv an, so sind die unter *OW* befindlichen negativ.

Teilt man nun (Fig 14) den Halbkreis *NOS* in zwei Quadranten *NCO* und *OCS* und denkt sich die Winkel entstanden durch Drehung des beweglichen Schenkels *CD* um *C*, indem der Halbmesser *CN* als festliegender Schenkel angenommen wird, so liegen alle spitzen Winkel im Quadranten *NCO*, den man den ersten nennt, und alle stumpfen Winkel im zweiten Quadranten *OCS*.

Fig. 14.



Da die Funktionen der spitzen Winkel positiv sind, so werden die Funktionen eines stumpfen Winkels negativ sein, für die die sie darstellenden Linien eine solche Lage haben, die in bezug auf die Lage der Linien, die diese Funktionen der Winkel im ersten Quadranten darstellen, als entgegengesetzte zu nehmen ist. Setzt man nun den Halbmesser des Kreises gleich 1 und fällt vom Endpunkte des beweglichen Schenkels die Senkrechte *DF* auf die Verlängerung *CS* des festen Schenkels von dem stumpfen Winkel *NCD*, so ist

$$\sin\angle NCD = DF \quad \text{und positiv,}$$
$$\cos\angle NCD = CF \quad \text{und negativ.}$$

Errichtet man in *N* auf dem festliegenden Schenkel *CN* die Senkrechte *HJ* und verlängert den beweglichen Schenkel *CD* rückwärts, bis er diese Senkrechte in *J* schneidet, so ist

$$\operatorname{tang} NCD = NJ \quad \text{negativ,}$$
$$\sec NCD = CJ \quad \text{negativ.}$$

Die Sekante ist deswegen negativ, weil der bewegliche Schenkel *CD* hier rückwärts, über den Scheitel hinaus, zu verlängern ist, damit die Tangente *NJ* geschnitten wird, während *CD* im ersten Quadranten vorwärts verlängert werden muß, um die Sekante darzustellen.

Wird in *O* die Senkrechte *OG* auf *OC* errichtet und der Schenkel *CD* bis zum Schnittpunkte *G*, also vorwärts verlängert, so ist

$$\operatorname{cotg} NCD = OG \quad \text{negativ,}$$
$$\operatorname{cosec} NCD = CG \quad \text{positiv.}$$

Da $NF = NC + CF = 1 - (-\cos NCD)$ ist, so ist

$$\sin\text{vers}\, NCD = NF\,.$$

Denkt man sich den beweglichen Schenkel *CD* von *O* nach *S* zu bewegt, so nimmt der stumpfe Winkel zu, während der Sinus *DF*, die Tangente *NJ* und die Sekante *CJ* abnehmen, dagegen der Kosinus *CF*, die Kotangente *OG* und die Kosekante *CG* zunehmen. Die drei ersten Funktionen ändern also der Änderung des Winkels entgegengesetzt, während die Kofunktionen sich mit dem Winkel gleichartig ändern. Fällt der Schenkel *CD* auf *CS*, so beträgt der Winkel 180°, und man erkennt leicht, daß die trigonometrischen Funktionen eines gestreckten Winkels die folgenden Werte haben:

$$\sin 180^\circ = 0$$
$$\cos 180^\circ = -1$$
$$\operatorname{tang} 180^\circ = 0$$
$$\operatorname{cotg} 180^\circ = -\infty$$
$$\sec 180^\circ = -1$$
$$\operatorname{cosec} 180^\circ = +\infty$$
$$\sin\operatorname{vers} 180^\circ = 2\,.$$

Es sind also die Grenzen der trigonometrischen Funktionen für die Winkel von 90° bis 180° dieselben wie für die Winkel von 0° bis 90°, mit Ausnahme des Sinusversus, der, wenn der Winkel von 0° bis 180° zunimmt, stetig von 0 bis 2 wächst.

§ 14. Die Funktionen der stumpfen Winkel und ihre Logarithmen in den Tafeln zu finden. Die trigonometrischen Funktionen und ihre Logarithmen sind nur für spitze Winkel gegeben; um sie für stumpfe Winkel zu finden, kann man nach § 12 jede Funktion eines stumpfen Winkels durch die gleichnamige seines Supplementwinkels ersetzen. So ist z. B.

$$\sin 103^\circ 18',3 = \sin 76^\circ 41',7$$
$$\cos 148^\circ 53',4 = -\cos 31^\circ 6',6$$
$$\log\operatorname{tang} 170^\circ 0',0 = \log\operatorname{tang} 10^\circ 0',0\,(n)$$

usw.

Diese Arbeit wird durch folgende Formeln noch erleichtert. Bezeichnet α einen spitzen Winkel, so sind die Winkel $(90^\circ + \alpha)$ und $(90^\circ - \alpha)$ Supplementwinkel. Es ist also:

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha \qquad (\text{s. § 3})$$
$$\cos(90^\circ + \alpha) = -\cos(90^\circ - \alpha) = -\sin\alpha$$
$$\operatorname{tang}(90^\circ + \alpha) = -\operatorname{tang}(90^\circ - \alpha) = -\operatorname{cotg}\alpha$$
$$\operatorname{cotg}(90^\circ + \alpha) = -\operatorname{cotg}(90^\circ - \alpha) = -\operatorname{tang}\alpha$$
$$\sec(90^\circ + \alpha) = -\sec(90^\circ - \alpha) = -\operatorname{cosec}\alpha$$
$$\operatorname{cosec}(90^\circ + \alpha) = \operatorname{cosec}(90^\circ - \alpha) = \sec\alpha\,.$$

Um hiernach z. B. den Sinus eines stumpfen Winkels zu erhalten, subtrahiert man 90° vom Winkel und sucht zu dem Reste den Kosinus auf. Ebenso ist

$$\log\cos 129^\circ 22',5 = \log\sin\ 39^\circ 22',5\,(n) = 9{,}80236 - 10\,n$$
$$\log\operatorname{tang} 178^\circ 44',3 = \log\operatorname{cotg} 88^\circ 44',3\,(n) = 8{,}34289 - 10\,n\,.$$

Soll zu einer negativen trigonometrischen Funktion oder zu ihrem Logarithmus der zugehörige stumpfe Winkel gefunden werden, so lasse man das negative Zeichen fort, suche einen Kosinus in der Sinusspalte, eine Tangente in der Kotangentenspalte usw. auf, und addiere zu dem gefundenen Winkel 90°.

Ist z. B. $\cos x = -0{,}86965$ gegeben, so findet man in Tafel 37, indem man 0,86965 als Sinus nimmt, den Winkel $60^\circ 25',1$, also $x = 150^\circ 25',1$.

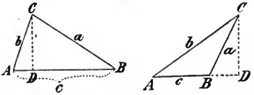
Zu $\log\operatorname{tang}\ x = 0{,}24660\,n$ findet man in Tafel 36, daß $\log\operatorname{cotg} 29^\circ 32',6 = 0{,}24660$ ist, also wird $x = 119^\circ 32',6$.

Da die Sinus und Kosekanten im ersten sowohl wie im zweiten Quadranten positiv sind, so ist es unbestimmt, ob zu ihnen der spitze Winkel, den man der Tafel entnimmt, oder der stumpfe Supplementwinkel gehört.

IV. Auflösung der schiefwinkligen Dreiecke.

§ 15. Gegeben: Eine Seite und zwei Winkel. In jedem Dreieck verhalten sich je zwei Seiten zueinander wie die Sinus der gegenüberliegenden Winkel. Denn fällt man in dem spitz- oder stumpfwinkligen Dreieck ABC (Fig. 15) die Höhe CD, so erhält man aus den beiden rechtwinkligen Dreiecken ADC und BDC:

Fig. 15.



$$CD = b \cdot \sin A \quad \ldots \; 1)$$

und $$CD = a \cdot \sin B \quad \ldots \; 2)$$

also $a \cdot \sin B = b \cdot \sin A$

oder $a : b = \sin A : \sin B$.

Daß die Gleichung 2) auch für das stumpfwinklige Dreieck gilt, folgt daraus, daß zwei Nebenwinkel denselben Sinus haben, also $\sin CBD = \sin B$ ist.

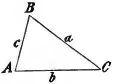
Denkt man sich die beiden anderen Höhen des Dreiecks ABC gefällt, so erhält man auf dieselbe Weise die Proportionen:

$$a : c = \sin A : \sin C$$

und $$b : c = \sin B : \sin C\,.$$

Mit dieser sogenannten Sinusregel kann das Dreieck berechnet werden, wenn eine Seite und zwei Winkel, oder wenn zwei Seiten und ein gegenüberliegender Winkel des Dreiecks gegeben sind. Im ersten Falle berechnet man zuerst den dritten Winkel, indem man die Summe der beiden gegebenen Winkel von 180° subtrahiert und findet dann die beiden noch zu suchenden Seiten durch die Sinusregel.

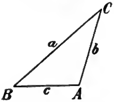
Beispiel. Vom Dreieck ABC sind gegeben $c = 2547$ m; $\angle A = 74° 25',2$; $\angle C = 36° 17',8$; man sucht die übrigen Stücke.



$$\angle A = 74° 25',2$$
$$\angle C = 36° 17',8$$
$$A + C = 110° 43',0\,, \quad \text{von } 180° \text{ subtrahiert,}$$
gibt $$B = 69° 17',0\,.$$

$\sin C : \sin A = c : a$;	$\sin C : \sin B = c : b$
$a = c \cdot \sin A \cdot \operatorname{cosec} C$	$b = c \cdot \sin B \cdot \operatorname{cosec} C$
$\log c = 3{,}40603$	$\log c = 3{,}40603$
$\log \sin A = 9{,}98374$	$\log \sin B = 9{,}97097$
$\log \operatorname{cosec} C = 0{,}22770$	$\log \operatorname{cosec} C = 0{,}22770$
$\log a = 3{,}61747$	$\log b = 3{,}60470$
$a = 4144{,}5$ m	$b = 4024{,}4$ m.

§ 16. Gegeben: Zwei Seiten und ein Gegenwinkel. Sind zwei Seiten a und b eines Dreiecks ABC und ein gegenüberliegender Winkel z. B. A gegeben, so findet man zuerst $\angle B$ durch den Sinussatz:

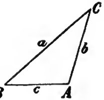


$$a : b = \sin A : \sin B\,,$$

also $$\sin B = \frac{b \cdot \sin A}{a}\,.$$

Das Dreieck ist aber nur dann bestimmt, wenn $a > b$ ist, wenn also $\dfrac{b \cdot \sin A}{a}$ ein echter Bruch ist, $\sin B$ mithin möglich und B spitz ist, weil der kleineren Seite der kleinere Winkel gegenüberliegt.

Wenn aber b größer als a ist, so kann entweder $\frac{b \cdot \sin A}{a}$ größer als 1 oder $= 1$ oder kleiner als 1 sein. Im ersten Falle ist $\sin B > 1$, das Dreieck also unmöglich; im zweiten Falle ist $\sin B = 1$, also $B = 90°$ und das Dreieck rechtwinklig. Ist aber $\frac{b \cdot \sin A}{a} < 1$, so muß, da in diesem Falle $B > A$ ist, sowohl der spitze wie auch der stumpfe Wert von B, der zu $\sin B$ gehört, größer als A sein. Es sind dann zwei voneinander verschiedene Dreiecke möglich und man nennt das Dreieck **zweideutig**.



Beispiel 1. Vom Dreieck ABC sind gegeben: $a = 7{,}853$ m; $b = 6{,}216$ m; $\angle A = 77° 34',7$. Man sucht die übrigen Stücke.

Da der gegebene Winkel A der **größeren** Seite gegenüberliegt, so ist das Dreieck **bestimmt**.

Es ist

$$a : b = \sin A : \sin B; \qquad \sin B = \frac{b \cdot \sin A}{a}$$

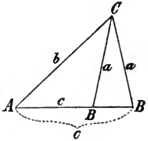
$$\begin{aligned}
\log b &= 0{,}79351\\
\log \sin A &= 9{,}98971\\
&\overline{10{,}78322}\\
\log a &= 0{,}89504\\
\log \sin B &= 9{,}88818\\
B &= 50° 37',5\\
A &= 77° 34',7\\
A + B &= 128° 12',2\\
C &= 51° 47',8\,.
\end{aligned}$$

$$\sin A : \sin C = a : c; \qquad c = \frac{a \cdot \sin C}{\sin A}.$$

$$\begin{aligned}
\log a &= 0{,}89504\\
\log \sin C &= 9{,}89532\\
\log \operatorname{cosec} A &= 0{,}01029\\
\log c &= 0{,}90065\\
c &= 6{,}319 \text{ m}.
\end{aligned}$$

Beispiel 2. Vom Dreieck ABC sind gegeben $a = 430$ m; $b = 627$ m; $\angle A = 42° 53',6$. Man sucht die übrigen Stücke.

Da der gegebene Winkel der **kleineren** Seite gegenüberliegt, so sind **zwei verschiedene** Dreiecke möglich.



Es ist

$$a : b = \sin A : \sin B, \qquad \sin B = \frac{b \cdot \sin A}{a}.$$

$$\begin{aligned}
\log b &= 2{,}79727\\
\log \sin A &= 9{,}83291\\
&\overline{12{,}63018}\\
\log a &= 2{,}63347\\
\log \sin B &= 9{,}99671
\end{aligned}$$

	und im anderen Dreieck
$B = 82° 57',5$	$B = 97° 2',5$
$A = 42° 53',6$	$A = 42° 53',6$
$A + B = 125° 51',1$	$A + B = 139° 56',1$
$C = 54° 8',9$	$C = 40° 3',9$

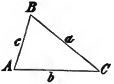
$$\sin A : \sin C = a : c, \qquad c = \frac{a \cdot \sin C}{\sin A}.$$

$\log a = 2{,}63347$	$\log a = 2{,}63347$
$\log \sin C = 9{,}90877$	$\log \sin C = 9{,}80865$
$\log \operatorname{cosec} A = 0{,}16709$	$\log \operatorname{cosec} A = 0{,}16709$
$\log c = 2{,}70933$	$\log c = 2{,}60921$
$c = 512$ m und im anderen Dreieck	$c = 407$ m.

§ 17. Gegeben: Zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel. In jedem Dreieck verhält sich die Summe zweier Seiten zu ihrer Differenz wie die Tangente der halben Summe der gegenüberliegenden Winkel zur Tangente der halben Differenz dieser Winkel.

Denn nach dem Sinussatze ist in $\triangle ABC$

$$a : b = \sin A : \sin B,$$



also auch:

$$a + b : a - b = \sin A + \sin B : \sin A - \sin B.$$

Es ist aber

$$\frac{\sin A + \sin B}{\sin A - \sin B} = \frac{2 \sin \frac{1}{2}(A + B) \cdot \cos \frac{1}{2}(A - B)}{2 \cos \frac{1}{2}(A + B) \cdot \sin \frac{1}{2}(A - B)} \quad (\S\ 11,\ 9 \text{ u. } 10)$$
$$= \frac{\operatorname{tang} \frac{1}{2}(A + B)}{\operatorname{tang} \frac{1}{2}(A - B)}.$$

Dieses gleiche Verhältnis eingesetzt, gibt:

$$a + b : a - b = \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(A + B) : \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(A - B).$$

Mittels dieses Satzes wird das Dreieck aufgelöst, wenn zwei Seiten und der von diesen eingeschlossene Winkel gegeben sind. Indem man den gegebenen Winkel von 180° subtrahiert, erhält man die Summe der beiden anderen Winkel; dann sind die ersten drei Glieder der obigen Proportion bekannt, und man berechnet das vierte Glied. Aus der halben Summe und der halben Differenz der Winkel findet man durch Addition und Subtraktion die Winkel selbst und dann durch die Sinusregel die dritte Seite des Dreiecks.

Beispiel. Vom Dreieck ABC sind gegeben: $c = 9{,}684$ m; $b = 4{,}842$ m; $\angle A = 75° 31',3$. Man sucht die übrigen Stücke.

Es ist $\quad c + b : c - b = \operatorname{tang} \frac{1}{2}(C + B) : \operatorname{tang} \frac{1}{2}(C - B)$

und $\quad C + B = 180° - A = 104° 28',7\,; \quad \frac{1}{2}(C + B) = 52° 14',4.$

$$c = 9{,}684$$
$$b = 4{,}842$$
$$c - b = 4{,}842 \ldots \quad \log = 0{,}68502$$
$$\tfrac{1}{2}(C + B) = 52° 14',4 \ \log \operatorname{tang} = 10{,}11094$$
$$10{,}79596$$
$$c + b = 14{,}526 \ldots \quad \log = 1{,}16215$$
$$\log \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(C - B) = 9{,}63381$$
$$\tfrac{1}{2}(C - B) = 23° 17',1$$

da $\quad \frac{1}{2}(C + B) = 52° 14',4$

so ist $\quad C = 75° 31',5$

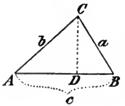
und $\quad B = 28° 57',3$

Es ist ferner $\quad \sin C : \sin A = c : a$

$$a = \frac{c \cdot \sin A}{\sin C}$$
$$\log c = 0{,}98605$$
$$\log \sin A = 9{,}98598$$
$$\log \operatorname{cosec} C = 0{,}01401$$
$$\log a = 0{,}98604$$
$$a = 9{,}684 \text{ m}.$$

Will man aus zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel eines Dreiecks nur allein die dritte Seite finden, so kann man folgenden Weg einschlagen.

Fig. 16.



Wenn man bedenkt, daß die Tangenten und Kotangenten alle Werte durchlaufen von 0 bis ∞, so wird man jede noch so kleine oder große Zahl als Tangente oder Kotangente eines Winkels betrachten können, der durch die Tafeln leicht zu ermitteln ist; ebenso darf man jeden echten Bruch als Sinus oder Kosinus irgend eines Winkels ansehen. Durch die Einführung eines solchen sogenannten Hilfswinkels gelingt es oft, schwierig zu berechnende Ausdrücke zu vereinfachen.

Sind nun (Fig. 16) von $\triangle ABC$ die Seiten c, b und $\angle A$ gegeben, so ist, wenn $CD \perp AB$:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2c \cdot AD.$$

Im rechtw. Dreieck ADC ist $AD = b \cdot \cos A$

also $$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

Es ist $$1 - \cos A = 2\sin^2 \tfrac{1}{2} A \quad (\text{nach § 11, 8}),$$

also auch $$1 - 2\sin^2 \tfrac{1}{2} A = \cos A; \quad \text{durch Einsetzung in Gleichung 1)}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc(1 - 2\sin^2 \tfrac{1}{2} A)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc + 4bc\sin^2 \tfrac{1}{2} A$$

$$a^2 = (b - c)^2 + \frac{(b - c)^2 \cdot 4bc\sin^2 \frac{1}{2} A}{(b - c)^2}$$

$$a^2 = (b - c)^2 \cdot \left(1 + \frac{4bc\sin^2 \frac{1}{2} A}{(b - c)^2}\right).$$

Setzt man nun $$\operatorname{tang}^2 x = \frac{4bc\sin^2 \frac{1}{2} A}{(b - c)^2}, \quad \ldots \ldots \quad 2)$$

so wird $$a^2 = (b - c)^2 \cdot (1 + \operatorname{tang}^2 x)$$

$$a^2 = (b - c)^2 \cdot \sec^2 x \quad (\text{nach § 5, 2}),$$

also $$a = \frac{b - c}{\cos x} \quad \ldots \ldots \quad 3)$$

Aus Gleichung 2) ergibt sich, indem man auf beiden Seiten die Quadratwurzel zieht:

$$\operatorname{tang} x = \frac{2\sin \frac{1}{2} A \cdot \sqrt{b \cdot c}}{b - c} \quad \ldots \ldots \quad 4)$$

Man berechne nun zuerst den Hilfswinkel x nach 4) und damit nach Gl. 3) die gesuchte dritte Seite des Dreiecks.

Beispiel. Es sei aus den im vorigen Beispiel gegebenen Stücken c, b, $\angle A$ die dritte Seite a zu berechnen.

Man hat die Formeln $$\operatorname{tang} x = \frac{2\sin \frac{1}{2} A \cdot \sqrt{b \cdot c}}{c - b} \quad \ldots \ldots \quad 4)$$

und $$a = \frac{c - b}{\cos x} \quad \ldots \ldots \quad 3)$$

$$\begin{array}{rll} A = 75^\circ\,31',3 & & c = 9{,}684 \\ \tfrac{1}{2}A = 37^\circ\,45',7 & & b = 4{,}842 \\ \log c = 0{,}98605 & & c - b = 4{,}842 \\ \log b = 0{,}68502 & & \\ 1{,}67107 : 2 & & \\ \log \sqrt{c \cdot b} = 0{,}83554 & & \\ \log 2 = 0{,}30103 & & \\ \log \sin \tfrac{1}{2} A = 9{,}78702 & & \\ 0{,}92359 & & \\ \log (c - b) = 0{,}68502 & \ldots & \log (c - b) = 0{,}68502 \\ \log \operatorname{tang} x = 0{,}23857 & & \\ x = 60^\circ\,0',0 & \ldots & \log \cos x = 9{,}69897 \\ & & \log a = 0{,}98605 \\ & & a = 9{,}684 \text{ m.} \end{array}$$

§ 18. **Gegeben: Die drei Seiten des Dreiecks.** In jedem Dreieck ist der Kosinus eines Winkels gleich dem Quotienten aus der Summe der Quadrate der beiden einschließenden Seiten weniger dem Quadrat der gegenüberliegenden Seite dividiert durch das doppelte Produkt der beiden einschließenden Seiten.

Sind a, b, c die Seiten des Dreiecks ABC, so ist nach § 17 Gleichung 1)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A\,.$$

Ist A ein stumpfer Winkel, sein Kosinus also negativ, so geht die Formel über in:

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos A\,,$$

und wäre $A = 90^\circ$, sein Kosinus also $= 0$, so ergibt sie $a^2 = b^2 + c^2$. Die erste Gleichung gilt also für alle Dreiecke, und wenn man $\cos A$ aus ihr entwickelt, so wird:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Nach dieser Formel kann man aus den drei Seiten eines Dreiecks seine Winkel finden; um sie für die Rechnung bequemer zu machen, subtrahiere man sie von $1 = 1$ und addiere sie zu $1 = 1$. Dann erhält man:

$$1 - \cos A = 1 - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \qquad 1 + \cos A = 1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$2\sin^2\tfrac{1}{2}A = \frac{2bc - b^2 - c^2 + a^2}{2bc} \ (\S\,11,\ 7 \text{ u. } 8) \qquad 2\cos^2\tfrac{1}{2}A = \frac{2bc + b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$2\sin^2\tfrac{1}{2}A = \frac{a^2 - (b-c)^2}{2bc} \qquad 2\cos^2\tfrac{1}{2}A = \frac{(b+c)^2 - a^2}{2bc}$$

$$\sin^2\tfrac{1}{2}A = \frac{(a+b-c)(a+c-b)}{4bc} \qquad \cos^2\tfrac{1}{2}A = \frac{(a+b+c)(b+c-a)}{4bc}\,.$$

Setzt man: $a + b + c = 2s$, so ist

$$a + b - c = 2s - 2c = 2(s - c)$$
$$a + c - b = 2s - 2b = 2(s - b)$$
$$b + c - a = 2s - 2a = 2(s - a)\,;$$

hiermit: $\sin^2\tfrac{1}{2}A = \dfrac{2(s-b)\cdot 2(s-c)}{4bc}$ $\qquad \cos^2\tfrac{1}{2}A = \dfrac{2s \cdot 2(s-a)}{4bc}$

$$\sin\tfrac{1}{2}A = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}} \ \ldots\ 1) \qquad \cos\tfrac{1}{2}A = \sqrt{\frac{s\cdot(s-a)}{bc}} \ \ldots\ 2)$$

Gleichung 1) durch Gleichung 2) dividiert:

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s\cdot(s-a)}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Diese drei Formeln sind zur logarithmischen Berechnung sehr bequem. Nach § 9 wird man der letzten Formel den Vorzug geben und alle drei Winkel nach dieser berechnen. Eine einfache Probe für die Richtigkeit der Rechnung ergibt sich dadurch, daß die Summe der drei gefundenen Winkel 180° betragen muß.

Beispiel. Vom Dreieck ABC sind gegeben $a = 428$ m; $b = 384$ m; $c = 416$ m. Es soll der kleinste Winkel durch seinen Sinus, der größte durch seinen Kosinus, der dritte durch seine Tangente gefunden werden.

$$\begin{array}{rrl}
a = & 428 & \log = 2{,}63144 \\
b = & 384 & \log = 2{,}58433 \\
c = & 416 & \log = 2{,}61909 \\
\hline
2s = & 1228 & \\
s = & 614 & \log = 2{,}78817 \\
s-a = & 186 & \log = 2{,}26951 \\
s-b = & 230 & \log = 2{,}36173 \\
s-c = & 198 & \log = 2{,}29667
\end{array}$$

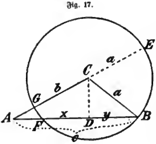
$$\sin \tfrac{1}{2} B = \sqrt{\frac{(s-a)(s-c)}{a\cdot c}}\,; \qquad \cos \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{s\cdot(s-a)}{b\cdot c}}\,; \qquad \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} C = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s\cdot(s-c)}}\,.$$

$$\begin{array}{rl}
\log(s-a) = & 2{,}26951 \\
\log(s-c) = & 2{,}29667 \\
\hline
 & 4{,}56618 \\
\log a = & 2{,}63144 \\
\log c = & 2{,}61909 \\
\hline
 & 5{,}25053 \\
 & 19{,}31565 : 2 \\
\hline
\log \sin \tfrac{1}{2} B = & 9{,}65782 \\
\tfrac{1}{2} B = & 27^\circ\, 3',1 \\
B = & 54^\circ\, 6',2
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rl}
\log s = & 2{,}78817 \\
\log(s-a) = & 2{,}26951 \\
\hline
 & 5{,}05768 \\
\log b = & 2{,}58433 \\
\log c = & 2{,}61909 \\
\hline
 & 5{,}20342 \\
 & 19{,}85426 : 2 \\
\hline
\log \cos \tfrac{1}{2} A = & 9{,}92713 \\
\tfrac{1}{2} A = & 32^\circ\, 16',3 \\
A = & 64^\circ\, 32',6
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rl}
\log(s-a) = & 2{,}26951 \\
\log(s-b) = & 2{,}36173 \\
\hline
 & 4{,}63124 \\
\log s = & 2{,}78817 \\
\log(s-c) = & 2{,}29667 \\
\hline
 & 5{,}08484 \\
 & 19{,}54640 : 2 \\
\hline
\log \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} C = & 9{,}77320 \\
\tfrac{1}{2} C = & 30^\circ\, 40',6 \\
C = & 61^\circ\, 21',2\,.
\end{array}$$

§ 19. Auflösung mittels des rechtwinkligen Dreiecks. In der Einleitung wurde gesagt, daß die Auflösung des schiefwinkligen Dreiecks auf das rechtwinklige Dreieck zurückgeführt werden kann, indem man in dem schiefwinkligen Dreiecke eine Höhe fällt. In den drei ersten Fällen bietet diese Auflösung weiter keine Schwierigkeiten, wenn man nur unter den drei Höhen die passende wählt. Man muß nämlich stets die Höhe fällen, die zwei rechtwinklige Dreiecke entstehen läßt, von denen das eine durch die gegebenen Stücke der Aufgabe bestimmt ist, in dem also außer dem rechten Winkel noch zwei Stücke bekannt sind. Wenn also, wie im ersten Falle, zwei Seiten und ein Winkel gegeben sind, so fälle man die Höhe nicht aus der Spitze des gegebenen Winkels. Berechnet man dann erst das durch die Aufgabe bestimmte rechtwinklige Dreieck, so erhält man dadurch die noch fehlenden Bestimmungsstücke des zweiten rechtwinkligen Dreiecks, durch dessen Berechnung dann die noch übrigen gesuchten Stücke des ebenen schiefwinkligen Dreiecks ermittelt werden können.

Nur im letzten Falle, wenn die drei Seiten des Dreiecks gegeben sind, ist es nicht möglich, zwei rechtwinklige Dreiecke zu bilden, von denen das eine durch die gegebenen Stücke bestimmt ist.

Fig. 17.



Sind nämlich (Fig. 17) die drei Seiten a, b, c vom Dreieck ABC gegeben, und man fällt die Höhe CD, so ist in jedem der beiden rechtwinkligen Dreiecke ACD und BCD nur die Hypotenuse bekannt. Man kann in diesem Falle erst die Abschnitte AD und BD auf folgende Weise berechnen.

Beschreibt man um C mit der kleinen Seite a einen Kreis und verlängert Seite b bis an diesen Kreis nach E, so ist $CE = a$, also $AE = b + a$ und $AG = b - a$; bezeichnet x den Abschnitt AD und y den Abschnitt BD, so ist

$$AB = c = x + y \text{ und}$$
$$AF = \quad x - y .$$

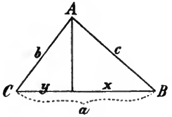
Da $$AE \cdot AG = AB \cdot AF \text{ ist,}$$
oder $$(b + a) \cdot (b - a) = (x + y) \cdot (x - y),$$
so ist $$x - y = \frac{(b + a) \cdot (b - a)}{c} .$$

Fällt man nun die Höhe aus der Spitze des größten Winkels, so fällt sie immer innerhalb des Dreiecks, und es ist die gegenüberliegende Seite stets gleich der Summe der beiden Abschnitte x und y; es sind dann in jedem der rechtwinkligen Dreiecke zwei Seiten bekannt, woraus die gesuchten Winkel berechnet werden können.

Auf diese Weise sei das in § 18 gegebene Dreieck zu berechnen.

Es ist: $a = 428$ m; $b = 384$ m; $c = 416$ m. Gesucht werden die Winkel.

$$x - y = \frac{(c + b) \cdot (c - b)}{a}$$



$c = 416$	
$b = 384$	
$c + b = 800$	$\log = 2{,}90309$
$c - b = 32$	$\log = 1{,}50515$
	$4{,}40824$
$a = x + y = 428$	$\log = 2{,}63144$
$x - y = 59{,}814$	$\log = 1{,}77680$
$2x = 487{,}814$	und $x = 243{,}907$
$2y = 368{,}186$	„ $y = 184{,}093$
$\cos B = \frac{x}{c}$	$\cos C = \frac{y}{b}$
$\log x = 2{,}38722$	$\log y = 2{,}26503$
$\log c = 2{,}61909$	$\log b = 2{,}58433$
$\log \cos B = 9{,}76813$	$\log \cos C = 9{,}68070$
$B = 54° 6',2$	$C = 61° 21',2$

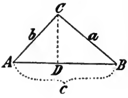
$$A = 180° - (B + C) = 64° 32',6 .$$

V. Berechnung des Flächeninhalts der Dreiecke.

§ 20. Entwickelung der Formeln. Der Flächeninhalt eines Dreiecks ist gleich dem halben Produkte aus seiner Grundlinie und Höhe. Man muß also die Grundlinie und

die Höhe des Dreiecks durch die gegebenen Stücke ausdrücken, um eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts zu erhalten. Die einfachste Formel ergibt sich, wenn zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel gegeben sind, nämlich: Der Inhalt eines Dreiecks ist gleich dem halben Produkt zweier Seiten mal dem Sinus des von ihnen eingeschlossenen Winkels. Denn sind b und c die gegebenen Seiten, A der von ihnen eingeschlossene Winkel des Dreiecks ABC (Fig. 18), so ist, wenn man c als Grundlinie annimmt, CD die Höhe; bezeichnet F den Flächeninhalt des Dreiecks, so wird

Fig. 18.



$$F = \tfrac{1}{2} c \cdot CD\,.$$

Es ist aber $\qquad CD = b \cdot \sin A\,,$

folglich $\qquad F = \tfrac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin A \quad \ldots\ldots \quad 1)$

Ist z. B. $b = 5{,}8$ m; $c = 7{,}4$ m; $A = 38° 20'$, so ist

$$\begin{aligned} \log \frac{b}{2} &= 0{,}46240 \\ \log c &= 0{,}86923 \\ \log \sin A &= 9{,}79256 \\ \hline \log F &= 1{,}12419 \\ F &= 13{,}31 \text{ qm.} \end{aligned}$$

Auf die Formel 1) kann man die übrigen Fälle zurückführen.

Sind eine Seite a und zwei Winkel, also auch der dritte Winkel gegeben, so findet man eine zweite Seite, z. B. b, durch die Sinusregel:

$$a : b = \sin A : \sin B\,,$$

also $\qquad b = \dfrac{a \cdot \sin B}{\sin A}\,.$

Der von den Seiten a und b eingeschlossene Winkel ist C, also

$$F = \tfrac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin C\,;$$

für b den vorher gefundenen Wert eingesetzt, gibt

$$F = \tfrac{1}{2} a^2 \cdot \frac{\sin B \cdot \sin C}{\sin A} \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

Sind zwei Seiten a, b und der gegenüberliegende Winkel A gegeben, so berechne man zunächst den Winkel B durch

$$a : b = \sin A : \sin B\,.$$

Dann ist $C = 180° - (A + B)$, und der Inhalt des Dreiecks

$$F = \tfrac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin C$$

oder, weil $\sin C = \sin(180° - (A + B)) = \sin(A + B)$ ist,

$$F = \tfrac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin(A + B) \quad \ldots\ldots \quad 3)$$

Sind die drei Seiten a, b, c gegeben, so wird folgendermaßen eine Formel gefunden: Nach 1) ist $\qquad F = \tfrac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin A$

$$\sin A = 2 \sin \tfrac{1}{2} A \cdot \cos \tfrac{1}{2} A \quad (\S\ 11,\ 5)$$

$$\left.\begin{aligned} \sin \tfrac{1}{2} A &= \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}} \\ \cos \tfrac{1}{2} A &= \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}} \end{aligned}\right\} \text{(nach § 18, 1 und 2).}$$

Durch Einsetzen dieser Werte in Gleichung 1)

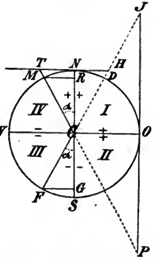
$$F = \tfrac{1}{2} b \cdot c \cdot 2 \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{b \cdot c}} \cdot \sqrt{\frac{s(s-a)}{b \cdot c}},$$

also $$F = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 4)$$

VI. Die Funktionen der Winkel im dritten und vierten Quadranten und die der negativen Winkel.

§ 21. **Die Funktionen der Winkel im dritten und vierten Quadranten.** Teilt man (Fig. 19) den Kreis durch die beiden sich rechtwinklig schneidenden Durchmesser *NS* und *OW* in vier Quadranten, und denkt man sich den beweglichen Schenkel *CF* von dem festliegenden *CN* ausgehend durch den I. und II. Quadranten hindurch in den III. Quadranten gekommen, so ist der konvexe Winkel *NCF* zwischen 180° und 270° enthalten.

Fig. 19.



Setzt man den Halbmesser des Kreises = 1, so können, wie schon bekannt ist, die trigonometrischen Funktionen durch Linien dargestellt werden. Die vom Endpunkte *F* des beweglichen Schenkels *CF* auf den festen Schenkel *NC* gefällte Senkrechte *FG* stellt den Sinus und das Stück *CG*, vom Scheitel *C* des Winkels bis zum Fußpunkte des Sinus, den Kosinus des überstumpfen Winkels *NCF* dar. Beide sind nach dem, was in § 13 gesagt ist, negativ. Dadurch sind auch die Vorzeichen der übrigen Funktionen bestimmt, denn da z. B. $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tang}\alpha$ ist, so muß die Tangente *NH*, wie auch die Figur zeigt, positiv und folglich auch die Kotangente *OJ*, die das Umgekehrte der Tangente ist, positiv sein. Die Sekante, *CH* in der Figur, hat mit dem Kosinus dasselbe Vorzeichen, weil das Produkt beider stets = 1 ist, und ebenso ist das Vorzeichen der Kosekante übereinstimmend mit dem des Sinus. Der Sinusversus ist = *NG*.

Bezeichnet α den Winkel *SCF*, so ist $\angle NCF = 180° + \alpha$. Aus der Figur ergeben sich unmittelbar folgende Beziehungen zwischen den Funktionen des Winkels *NCF* im dritten Quadranten und seinem Überschusse über 180°:

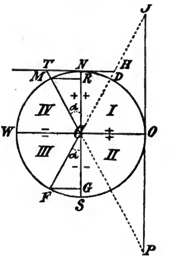
$$\sin(180° + \alpha) = -\sin\alpha$$
$$\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha$$
$$\operatorname{tang}(180° + \alpha) = \operatorname{tang}\alpha$$
$$\operatorname{cotg}(180° + \alpha) = \operatorname{cotg}\alpha$$
$$\sec(180° + \alpha) = -\sec\alpha$$
$$\operatorname{cosec}(180° + \alpha) = -\operatorname{cosec}\alpha\,.$$

Soll also zu einem Winkel zwischen 180° und 270° eine trigonometrische Funktion oder ihr Logarithmus aus der Tafel entnommen werden, so subtrahiert man 180° vom

gegebenen Winkel und sucht zu dem Reste die gleichnamige Funktion oder ihren Logarithmus. So ist z. B.

$$\log\sin 211^\circ 18' = \log\sin 31^\circ 18' (n).$$

Fig. 19.



Wenn der bewegliche Schenkel CF sich weiter nach W zu bewegt, so wächst der Winkel $180^\circ + \alpha$ und mit ihm wachsen der Sinus FG, die Tangente NH und die Sekante CH, dagegen nehmen ab: der Kosinus CG, die Kotangente OJ und die Kosekante CJ. Liegt der Schenkel CF auf CW, so ist der konvexe Winkel $= 270^\circ$ geworden, und man erkennt leicht aus der Figur die Werte der trigonometrischen Funktionen für diesen Winkel. Es ist nämlich:

$$\sin 270^\circ = -1$$
$$\cos 270^\circ = 0$$
$$\operatorname{tang} 270^\circ = +\infty$$
$$\operatorname{cotg} 270^\circ = 0$$
$$\sec 270^\circ = -\infty$$
$$\operatorname{cosec} 270^\circ = -1.$$

Bewegt sich der Schenkel CF bis in den vierten Quadranten, z. B. bis M, so ist der konvexe Winkel NCM zwischen 270° und 360° enthalten. Es ist wiederum die vom Endpunkte M auf NC gefällte Senkrechte MR der Sinus und CR der Kosinus dieses Winkels, dieser ist positiv, jener aber negativ. Folglich ist die Tangente, die durch die auf NC errichtete Senkrechte NT dargestellt wird, negativ, und ebenso die durch die auf OC errichtete Senkrechte OP dargestellte Kotangente. Da der Kosinus positiv ist, so ist auch die Sekante CT positiv, während die Kosekante, dem negativen Sinus entsprechend, negativ ist. Der Sinusversus des konvexen Winkels NCM ist NR.

Bezeichnet α den spitzen Winkel NCM, so ist der konvexe Winkel $NCM = 360^\circ - \alpha$, und zwischen beiden Winkeln finden folgende Beziehungen statt, wie man leicht aus der Figur ersieht. Es ist:

$$\sin(360^\circ - \alpha) = -\sin\alpha$$
$$\cos(360^\circ - \alpha) = \cos\alpha$$
$$\operatorname{tang}(360^\circ - \alpha) = -\operatorname{tang}\alpha$$
$$\operatorname{cotg}(360^\circ - \alpha) = -\operatorname{cotg}\alpha$$
$$\sec(360^\circ - \alpha) = \sec\alpha$$
$$\operatorname{cosec}(360^\circ - \alpha) = -\operatorname{cosec}\alpha.$$

Um also zu einem Winkel zwischen 270° und 360° eine trigonometrische Funktion oder ihren Logarithmus aus der Tafel zu entnehmen, subtrahiert man den gegebenen Winkel von 360° und sucht zu dem Reste die gleichnamige Funktion oder ihren Logarithmus.

So ist z. B. $\log\operatorname{tang} 307^\circ 18',5 = \log\operatorname{tang} 52^\circ 41',5 (n)$.

Bewegt sich der Schenkel CM von W nach N hin, so nimmt der konvexe Winkel NCM zu, dagegen nehmen der Sinus, die Tangente und die Sekante ab, während der Kosinus, die Kotangente und die Kosekante zunehmen.

Wächst der Winkel, bis er 360° beträgt, so liegt der bewegliche Schenkel *CM* auf *CN* und folglich sind die Werte der trigonometrischen Funktionen für den Winkel = 360° dieselben, wie für den Winkel = 0°.

Demnach bleiben die Grenzen, innerhalb derer sich die Funktionen in allen vier Quadranten bewegen, dieselben; Sinus und Kosinus liegen zwischen $+1$ und -1, Tangenten und Kotangenten zwischen $+\infty$ und $-\infty$, Sekante und Kosekante zwischen $+1$ und $+\infty$ und zwischen $-\infty$ und -1.

Eine Übersicht der Vorzeichen und Grenzen der trigonometrischen Funktionen gibt die folgende Tabelle.

Funktion	Quadrant I	II	III	IV	für 0°	für 90°	für 180°	für 270°	für 360°
Sinus	+	+	−	−	0	$+1$	± 0	-1	∓ 0
Kosinus	+	−	−	+	$+1$	± 0	-1	∓ 0	$+1$
Tangente	+	−	+	−	0	$\pm\infty$	∓ 0	$\pm\infty$	∓ 0
Kotangente	+	−	+	−	∞	± 0	$\mp\infty$	± 0	$\mp\infty$
Sekante	+	−	−	+	$+1$	$\pm\infty$	-1	$\mp\infty$	$+1$
Kosekante	+	+	−	−	∞	$+1$	$\pm\infty$	-1	$\mp\infty$

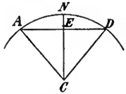
Der Übergang einer Funktion aus einem positiven Wert in den negativen, oder umgekehrt, tritt nur bei 0 und ∞, niemals bei 1 ein.

Aus vorstehender Tabelle geht hervor, daß zu jeder trigonometrischen Funktion zwei in verschiedenen Quadranten liegende Winkel gehören. Denn da die Grenzen der Funktionen für die vier Quadranten dieselben bleiben, so müssen innerhalb dieser Grenzen auch dieselben Werte der Funktionen wiederkehren. Wenn nun nicht andere Umstände bekannt sind, die darüber entscheiden, ob der zu bestimmende Winkel in diesem oder jenem Quadranten liegt, so sind zur Bestimmung des Winkels zwei solche Funktionen erforderlich, die nicht dasselbe Vorzeichen in den vier Quadranten führen. So ist z. B. ein Winkel durch seinen Sinus und den Kosinus völlig bestimmt; sind beide positiv, so liegt der Winkel im ersten Quadranten, ist also spitz; ist der Sinus positiv, der Kosinus negativ, so liegt der Winkel im zweiten, sind beide negativ, so befindet sich der Winkel im dritten, und ist der Sinus negativ, der Kosinus positiv, so liegt der Winkel im vierten Quadranten.

§ 22. Negative Winkel und ihre Funktionen. Die bisher betrachteten Winkel wurden erzeugt, indem sich der bewegliche Schenkel *CD* (Fig. 19) von *N* über *O* im Kreise herum bewegte. Betrachtet man diese Drehung als positiv, so ist die Drehung im entgegengesetzten Sinne, von *N* nach *W*, als negativ anzusehen, und die auf diese Art erzeugten Winkel werden als negative bezeichnet. Wie Fig. 19 zeigt, sind die die Funktionen darstellenden Linien negativer Winkel zwischen 0° und − 90° dieselben wie die der positiven Winkel im vierten Quadranten, die der negativen Winkel zwischen − 90° und − 180° dieselben wie die der positiven Winkel im dritten Quadranten usw.

Sind (Fig 20) beide entgegengesetzte Drehungen des beweglichen Schenkels gleich groß, also $\angle NCD(+\alpha) = NCA(-\alpha)$, so ist, wenn $AC = NC = DC = 1$ gesetzt wird, $AE = DE$, also

Fig. 20.



$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha\,.$$

Beide Winkel haben denselben Kosinus CE, folglich:

$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha\,,$$

mithin ist

$$\begin{aligned} \operatorname{tang}(-\alpha) &= -\operatorname{tang}\alpha \\ \operatorname{cotg}(-\alpha) &= -\operatorname{cotg}\alpha \\ \sec(-\alpha) &= \sec\alpha \\ \operatorname{cosec}(-\alpha) &= -\operatorname{cosec}\alpha\,. \end{aligned}$$

Demnach ist auch $\cos(a-b) = \cos(b-a)$ und $\sin(a-b) = -\sin(b-a)$. Aus diesem Grunde kann man auch die Formel 12) in § 11 umformen in:

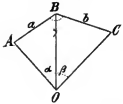
$$\cos A - \cos B = 2\sin\tfrac{1}{2}(A+B)\cdot\sin\tfrac{1}{2}(B-A)\,.$$

VII. Die Aufgabe der vier Punkte (Pothenotsche Aufgabe).

§ 23. Entwickelung der Formel nebst Beispiel. Diese Aufgabe lautet: die Lage dreier Punkte in einer Ebene ist gegeben: es soll die eines vierten Punktes in derselben Ebene durch Winkelmessungen von diesem aus zwischen den drei gegebenen Punkten bestimmt werden.

Lösung. Die gegenseitige Lage der drei gegebenen Punkte A, B, C (Fig. 21) sei durch die Entfernungen $AB = a$, $BC = b$, und den von beiden eingeschlossenen Winkel γ gegeben, der hohl, gestreckt oder erhaben sein kann; α und β seien die von O aus zwischen den drei Punkten gemessenen Winkel.

Fig. 21



Da in jedem Viereck die Winkel zusammengenommen 360° betragen, so ist

$$\angle A + C = 360° - (\gamma + \alpha + \beta)\,,$$

also

$$\frac{A+C}{2} = 180° - \frac{\gamma+\alpha+\beta}{2} \quad \text{bekannt.}$$

Setzt man der Kürze wegen

$$\frac{A+C}{2} = S$$

und

$$\frac{A-C}{2} = D$$

so ist

$$A = S + D$$

und

$$C = S - D\,.$$

Die Dreiecke ABO und BCO ergeben:

$$\sin\alpha : \sin A = a : BO \quad \text{und} \quad \sin\beta : \sin C = b : BO$$

oder

$$\sin\alpha : \sin(S+D) = a : BO \quad \text{und} \quad \sin\beta : \sin(S-D) = b : BO,$$

also

$$\frac{\sin(S+D)}{\sin\alpha}\cdot a = \frac{\sin(S-D)}{\sin\beta}\cdot b$$

oder

$$\frac{\sin(S+D)}{\sin(S-D)} = \frac{b\cdot\sin\alpha}{a\cdot\sin\beta}\,.$$

In dieser Gleichung ist D die unbekannte Größe. Wenn man in dieser Gleichung die linke Seite entwickelt (§ 11, Nr. 1, 3) und dann Zähler und Nenner durch $\sin S \cos D$ dividiert, so hat man

$$\frac{1 + \operatorname{cotg} S \cdot \operatorname{tang} D}{1 - \operatorname{cotg} S \cdot \operatorname{tang} D} = \frac{b \cdot \sin \alpha}{a \cdot \sin \beta}.$$

Setzt man $\operatorname{cotg} S \cdot \operatorname{tang} D = \operatorname{tang} x$ und nach § 11, Nr. 14:

$$\frac{1 + \operatorname{tang} x}{1 - \operatorname{tang} x} = \operatorname{tang}(45^\circ + x),$$

so wird $\operatorname{tang}(45^\circ + x) = \frac{b \cdot \sin \alpha}{a \cdot \sin \beta}$ . . . . 1)

und $\operatorname{tang} D = \operatorname{tang} x \cdot \operatorname{tang} S$ . . . . 2)

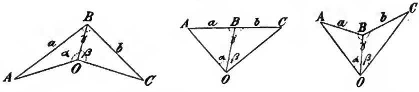
Nach diesen beiden Gleichungen kann D, das ist $\frac{A - C}{2}$, gefunden werden, woraus sich in Verbindung mit $\frac{A + C}{2}$ die Winkel A und C ergeben.

Zur Berechnung der Entfernungen AO, BO, CO liefern die Dreiecke ABO und BCO die Proportionen:

$$\sin \alpha : \sin ABO = a : AO$$
$$\sin \alpha : \sin A = a : BO$$
$$\sin \beta : \sin C = b : BO$$
$$\sin \beta : \sin OBC = b : CO.$$

Die Genauigkeit der Bestimmung der Lage des Punktes O ist abhängig von der Form des Vierecks $ABCO$. Der Punkt O ergibt sich geometrisch als Schnittpunkt zweier Kreise, die über den Verbindungslinien der drei Punkte A, B und C als Sehnen so beschrieben sind, daß sie die Winkel α und β als Peripheriewinkel auf diesen Sehnen a und b fassen. Fallen diese beiden Kreise zusammen, so ist $ABCO$ ein Sehnenviereck und die Aufgabe **unbestimmt**, da jeder Punkt des Kreisumfangs zwischen A, O und C den Bedingungen genügt. Erkannt wird dieser Fall daran, daß die Summe der Winkel $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ ist. Ungünstig wird die Bestimmung, wenn O nahezu auf dem Umfange des um das Dreieck ABC beschriebenen Kreises liegt, wenn also $\alpha + \beta + \gamma$ nahe $= 180^\circ$ ist. Dieser Fall der Unbestimmtheit der Aufgabe kann nicht eintreten, wenn O innerhalb des Dreiecks ABC liegt oder wenn $\gamma = 180^\circ$ oder größer als 180° ist.

Fig. 22.



Beispiel. Es sei $a = 15068$ m, $b = 9547$ m, $\angle B (= \gamma) = 135^\circ 46',1$, $\angle \alpha = 77^\circ 36',3$, $\beta = 101^\circ 28',8$. Man sucht die Entfernungen AO, BO und CO.

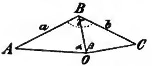
$\operatorname{tang}(45^\circ + x) = \frac{b \cdot \sin \alpha}{a \cdot \sin \beta}$ . . . . 1)

$\operatorname{tang} D = \operatorname{tang} x \cdot \operatorname{tang} S$ . . . . 2)

$$\begin{aligned} \gamma &= 135^\circ\,46',1 \\ \alpha &= 77^\circ\,36',3 \\ \beta &= 101^\circ\,28',8 \\ \hline & 314^\circ\,51',2 : 2 \\ \hline & 157^\circ\,25',6 \\ & 180^\circ \\ \hline S &= 22^\circ\,34',4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log b &= 3,97987 \\ \log \sin \alpha &= 9,98976 \\ \log \operatorname{cosec} \beta &= 0,00878 \\ \hline & 13,97841 \\ \log a &= 4,17805 \\ \hline \log \operatorname{tang}(45^\circ + x) &= 9,80036 \\ 45^\circ + x &= 32^\circ\,16',3 \\ x &= -12^\circ\,43',7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \operatorname{tang} x &= 9,35388\ \mathrm{n} \\ \log \operatorname{tang} S &= 9,61879 \\ \hline \log \operatorname{tang} D &= 8,97267\ \mathrm{n} \\ D &= -5^\circ\,21',9 \\ S &= 22^\circ\,34',4 \\ \hline A &= 17^\circ\,12',5 \\ C &= 27^\circ\,56',3 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sin \alpha : \sin ABO &= a : AO \quad \ldots\ldots 1) \\ \left.\begin{aligned} \sin \alpha : \sin A &= a : BO \\ \sin \beta : \sin C &= b : BO \end{aligned}\right\} &\quad \ldots\ldots 2) \\ \sin \beta : \sin OBC &= b : CO \quad \ldots\ldots 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ABO &= 180^\circ - (A + \alpha) \\ &= 180^\circ - 94^\circ\,48',8 \\ &= 85^\circ\,11',2\,. \\ \log \sin ABO &= 9,99846 \\ \log a &= 4,17805 \\ \log \operatorname{cosec} \alpha &= 0,01024 \\ \hline \log AO &= 4,18675 \\ 1)\quad AO &= 15373\ \mathrm{m}\,. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} OBC &= 180^\circ - (C + \beta) \\ &= 180^\circ - 129^\circ\,25',1 \\ &= 50^\circ\,34',9\,. \\ \log \sin OBC &= 9,88792 \\ \log b &= 3,97987 \\ \log \operatorname{cosec} \beta &= 0,00878 \\ \hline \log CO &= 3,87657 \\ 3)\quad CO &= 7526\ \mathrm{m}\,. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \sin A &= 9,47107 \\ \log a &= 4,17805 \\ \log \operatorname{cosec} \alpha &= 0,01024 \\ \hline \log BO &= 3,65936 \\ 2)\quad BO &= 4564\ \mathrm{m}\,. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \sin C &= 9,67073 \\ \log b &= 3,97987 \\ \log \operatorname{cosec} \beta &= 0,00878 \\ \hline \log BO &= 3,65938 \\ 2)\quad BO &= 4564\ \mathrm{m}\,. \end{aligned}$$

VIII. Anhang.

§ 24. Zusammenstellung der wichtigsten trigonometrischen Formeln. Die bereits entwickelten Formeln (§ 11) lauten:

1) $\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$

2) $\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$

3) $\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$

4) $\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$

5) $\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$

6) $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

7) $\sin a = 2 \sin \frac{1}{2} a \cdot \cos \frac{1}{2} a$

8) $\cos a = \cos^2 \frac{1}{2} a - \sin^2 \frac{1}{2} a$

9) $1 + \cos a = 2 \cos^2 \frac{1}{2} a$

10) $1 - \cos a = 2 \sin^2 \frac{1}{2} a$

Durch Versetzung in 9) und 10) . . . . .

11) $\cos a = 2 \cos^2 \frac{1}{2} a - 1$

12) $\cos a = 1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} a$

13) $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{1}{2}(a + b) \cdot \cos \frac{1}{2}(a - b)$

14) $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{1}{2}(a + b) \cdot \sin \frac{1}{2}(a - b)$

15) $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{1}{2}(a + b) \cdot \cos \frac{1}{2}(a - b)$

16) $\cos a - \cos b = 2 \sin \frac{1}{2}(a + b) \cdot \sin \frac{1}{2}(b - a)$

17) $\operatorname{tang}(a + b) = \dfrac{\operatorname{tang} a + \operatorname{tang} b}{1 - \operatorname{tang} a \cdot \operatorname{tang} b}$

2) durch 4) dividiert, wenn Zähler und Nenner der rechten Seite durch $\cos a \cdot \cos b$ dividiert werden:

18) $\operatorname{tang}(a - b) = \dfrac{\operatorname{tang} a - \operatorname{tang} b}{1 + \operatorname{tang} a \cdot \operatorname{tang} b}$

3) durch 1) dividiert gibt, wenn Zähler und Nenner der rechten Seite durch $\cos a \cdot \cos b$ oder durch $\sin a \cdot \sin b$ dividiert werden:

$$19)\quad \operatorname{cotg}(a+b) = \frac{1 - \operatorname{tang} a \cdot \operatorname{tang} b}{\operatorname{tang} a + \operatorname{tang} b} = \frac{\operatorname{cotg} a \cdot \operatorname{cotg} b - 1}{\operatorname{cotg} a + \operatorname{cotg} b}$$

Ebenso gibt 4) durch 2) dividiert:

$$20)\quad \operatorname{cotg}(a-b) = \frac{1 + \operatorname{tang} a \cdot \operatorname{tang} b}{\operatorname{tang} a - \operatorname{tang} b} = \frac{\operatorname{cotg} a \cdot \operatorname{cotg} b + 1}{\operatorname{cotg} b - \operatorname{cotg} a}$$

1) und 2) durch $\cos a \cdot \cos b$ dividiert:

$$21)\quad \frac{\sin(a \pm b)}{\cos a \cdot \cos b} = \operatorname{tang} a \pm \operatorname{tang} b$$

1) und 2) durch $\sin a \cdot \sin b$ dividiert:

$$22)\quad \frac{\sin(a \pm b)}{\sin a \cdot \sin b} = \operatorname{cotg} b \pm \operatorname{cotg} a$$

In Formel 22) $b = 90° - c$ gesetzt:

$$23)\quad \frac{\cos(a \mp c)}{\sin a \cdot \cos c} = \operatorname{cotg} a \pm \operatorname{tang} c$$

Die beiden Formeln in 21) multipliziert:

$$24)\quad \frac{\sin(a+b) \cdot \sin(a-b)}{\cos^2 a \cdot \cos^2 b} = \operatorname{tang}^2 a - \operatorname{tang}^2 b$$

Die beiden Formeln in 22) multipliziert:

$$25)\quad \frac{\sin(a+b) \cdot \sin(a-b)}{\sin^2 a \cdot \sin^2 b} = \operatorname{cotg}^2 b - \operatorname{cotg}^2 a$$

24) durch 25) dividiert:

$$26)\quad \operatorname{tang}^2 a \cdot \operatorname{tang}^2 b = \frac{\operatorname{tang}^2 a - \operatorname{tang}^2 b}{\operatorname{cotg}^2 b - \operatorname{cotg}^2 a}$$

Aus Formel 10) erhält man

$$27)\quad \sin\frac{a}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos a}{2}}$$

Aus Formel 9) erhält man

$$28)\quad \cos\frac{a}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos a}{2}}$$

27) durch 28) dividiert:

$$\operatorname{tang}\frac{a}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos a}{1 + \cos a}} = \sqrt{\frac{(1 - \cos a)(1 + \cos a)}{(1 + \cos a)^2}} = \sqrt{\frac{1 - \cos^2 a}{(1 + \cos a)^2}} = \sqrt{\frac{\sin^2 a}{(1 + \cos a)^2}}$$

$$29)\quad \operatorname{tang}\frac{a}{2} = \frac{\sin a}{1 + \cos a} = \frac{1 - \cos a}{\sin a}$$

In Formel 17) und 18) $a = 45°$ gesetzt, da $\operatorname{tang} 45° = 1$ ist:

$$30)\quad \operatorname{tang}(45° \pm b) = \frac{1 \pm \operatorname{tang} b}{1 \mp \operatorname{tang} b}$$

In Formel 19) und 20) $a = 45°$ gesetzt:

$$31)\quad \operatorname{cotg}(45° \pm b) = \frac{1 \mp \operatorname{tang} b}{1 \pm \operatorname{tang} b} = \frac{\operatorname{cotg} b \mp 1}{\operatorname{cotg} b \pm 1}$$

$a = 90°$ in Formel 13) gesetzt, weil $45° + \frac{1}{2} b$ und $45° - \frac{1}{2} b$ Komplementwinkel sind:

$$32)\quad 1 + \sin b = 2 \sin(45° + \tfrac{1}{2} b) \cdot \cos(45° - \tfrac{1}{2} b) = 2 \sin^2(45° + \tfrac{1}{2} b) = 2 \cos^2(45° - \tfrac{1}{2} b)$$

Ebenso in Formel 14) $a = 90°$ gesetzt:

$$33)\quad 1 - \sin b = 2 \cos^2(45° + \tfrac{1}{2} b) = 2 \sin^2(45° - \tfrac{1}{2} b)$$

13) durch 14) dividiert:

$$34)\quad \frac{\sin a + \sin b}{\sin a - \sin b} = \frac{\operatorname{tang} \frac{1}{2}(a+b)}{\operatorname{tang} \frac{1}{2}(a-b)}$$

13) und 14) durch 15) dividiert:

$$35)\quad \frac{\sin a \pm \sin b}{\cos a + \cos b} = \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(a \pm b)$$

13) und 14) durch 16) dividiert:

$$36)\quad \frac{\sin a \pm \sin b}{\cos b - \cos a} = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2}(a \mp b)$$

15) durch 16) dividiert:

$$37)\quad \frac{\cos a + \cos b}{\cos b - \cos a} = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2}(a+b) \cdot \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2}(a-b)$$

$$38)\quad \operatorname{tang} a + \operatorname{cotg} a = \frac{\sin a}{\cos a} + \frac{\cos a}{\sin a}$$
$$= \frac{\sin^2 a + \cos^2 a}{\sin a \cdot \cos a}$$
$$= \frac{1}{\sin a \cdot \cos a} = \frac{2}{\sin 2a}$$

$$39)\quad \operatorname{tang} a - \operatorname{cotg} a = \frac{\sin a}{\cos a} - \frac{\cos a}{\sin a}$$
$$= \frac{\sin^2 a - \cos^2 a}{\sin a \cdot \cos a}$$
$$= -\frac{\cos 2a}{\sin a \cdot \cos a}$$
$$= -2 \operatorname{cotg} 2a .$$

Zweiter Abschnitt.

Körperliche Geometrie.

I. Von der Lage der geraden Linien und Ebenen im Raum.

§ 25. 1. Durch **zwei Punkte** können unendlich viele Ebenen gedacht werden.

Denn denkt man sich die beiden Punkte durch eine gerade Linie verbunden und durch diese Verbindungslinie eine Ebene gelegt, so kann diese um die Verbindungslinie gedreht und dadurch in unendlich viele Lagen gebracht werden.

2. Soll die Ebene eine bestimmte Lage haben, so muß außerhalb der Verbindungslinie **noch ein Punkt** gegeben sein.

Hieraus folgt: Drei Punkte, die nicht in einer geraden Linie liegen, bestimmen die Lage einer Ebene. Dasselbe gilt auch

von einer geraden Linie und einem Punkte außer ihr,
von zwei sich schneidenden geraden Linien und
von zwei parallelen Linien, die als Linien angesehen werden können, die sich in unendlicher Entfernung schneiden.

Vier Punkte oder zwei sich nicht schneidende gerade Linien liegen nicht notwendig in **einer** Ebene.

Es brauchen also zwei gerade Linien, die, wenn auch beliebig verlängert, sich nicht schneiden, nicht miteinander parallel zu sein, da sie möglicherweise nicht in **einer** Ebene liegen. Solche Linien nennt man windschiefe oder sich kreuzende Linien.

§ 26. Eine gerade Linie kann zu einer Ebene folgende verschiedene Lagen haben:

1) Sie hat **zwei** Punkte mit der Ebene gemein; dann liegt sie mit allen **ihren** Punkten in der Ebene.

2) Sie hat **einen** Punkt mit der Ebene gemein; dann **schneidet** sie die Ebene in diesem Punkte.

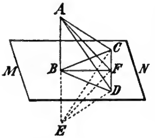
3) Sie hat **keinen** Punkt mit der Ebene gemein; dann heißt sie **der Ebene parallel.**

Eine Ebene heißt durch eine gerade Linie gelegt, wenn diese ganz in der Ebene liegt; sie heißt durch einen Punkt der Linie gelegt, wenn diese **die Ebene** schneidet.

§ 27. Wenn eine gerade Linie eine Ebene so schneidet, daß sie auf allen durch ihren Durchschnittspunkt (Fußpunkt) in der Ebene gezogenen Geraden senkrecht steht, so heißt sie auf der Ebene senkrecht.

Lehrsatz. Eine gerade Linie steht senkrecht auf einer Ebene, wenn sie auf zwei durch ihren Fußpunkt in der Ebene gezogenen Geraden senkrecht steht.

Fig. 23.



Steht die Linie AB senkrecht auf den Geraden BC und BD, die beide in der Ebene MN liegen, so ist zu beweisen, daß die Linie AB auch auf der beliebigen Linie BF, die in der Ebene MN durch ihren Fußpunkt B gelegt wird, senkrecht steht.

Man verlängere AB, bis $BE = AB$, ziehe alsdann CD, welche BF in F schneidet und verbinde C, F und D mit A und E, so ist:

$\triangle ABC \cong EBC$, also $AC = EC$,
und $\triangle ABD \cong EBD$, also $AD = ED$.
$\triangle ACD \cong ECD$, also $\angle ACD = ECD$.
$\triangle ACF \cong ECF$, also $AF = EF$.
$\triangle ABF \cong EBF$.
Folglich ist $\angle ABF = EBF$.

Da dies Nebenwinkel sind, so ist jeder $= R$.

Zusätze. 1) In einem Punkte einer Ebene ist nur **eine** Senkrechte auf ihr zu errichten möglich, und von einem Punkte außerhalb einer Ebene ist nur **eine** Senkrechte auf diese zu fällen möglich.

2) Die aus einem Punkt auf eine Ebene gefällte Senkrechte ist die kürzeste von allen Linien, die man von jenem Punkte nach der Ebene ziehen kann. Die schrägen Linien sind einander gleich, wenn sie vom Fußpunkte der Senkrechten gleichen Abstand haben.

Denn verbindet man den Fußpunkt der Senkrechten mit den Fußpunkten der anderen Linien, so entstehen rechtwinklige Dreiecke; in ihnen ist jede der Katheten kleiner als die Hypotenuse.

Sind die nicht gemeinschaftlichen Katheten gleich, so sind es auch die Hypotenusen als gleichliegende Stücke kongruenter Dreiecke.

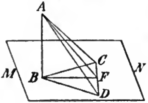
Kehrt man den vorigen Lehrsatz um, so ergeben sich folgende Sätze, deren Richtigkeit ohne weiteres einleuchtet.

3) Wenn eine gerade Linie auf drei durch einen Punkt in ihr gezogenen Geraden senkrecht steht, so liegen diese in derselben Ebene.

4) Dreht man einen rechten Winkel um den einen seiner Schenkel als Achse herum, so beschreibt der andere eine auf dieser Achse senkrechte Ebene.

§ 28. Lehrsatz. Fällt man von einem Punkte A (Fig. 24) eine Senkrechte AB auf eine Ebene MN und von B eine Senkrechte BF auf eine in MN liegende gerade Linie CD, so steht AF senkrecht auf CD.

Fig. 24.

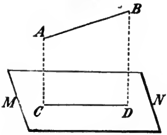


Man mache $CF = DF$, so ist $BC = BD$, also
$\triangle ABC \cong \triangle ABD$, mithin $AC = AD$, folglich
$\triangle ACF \cong \triangle ADF$, also $\angle AFC = AFD = R$.

Zusatz. Ist $AB \perp$ Ebene MN und $AF \perp CD$ so ist auch $BF \perp CD$.

§ 29. Wenn man aus den Endpunkten einer geraden Linie AB (Fig. 25) auf eine Ebene MN zwei Senkrechte fällt und ihre Fußpunkte verbindet, so hat man die Linie auf die Ebene **projiziert**. Die Verbindungslinie der Fußpunkte CD heißt die **Projektion** der Linie auf die Ebene, und die durch die Senkrechten gedachte Ebene die **projizierende Ebene**.

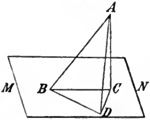
Fig. 25.



Der kleinste Winkel, den eine gerade Linie mit einer sie schneidenden Ebene bildet, heißt ihr **Neigungswinkel** gegen diese Ebene.

Lehrsatz. Der Neigungswinkel einer geraden Linie gegen eine sie schneidende Ebene ist der von ihr selbst und ihrer Projektion auf die Ebene gebildete Winkel.

Fig 26.



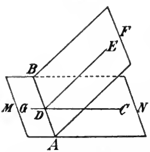
Es sei AC senkrecht auf Ebene MN (Fig. 26), so ziehe man die beliebige Linie BD in Ebene MN und mache $BD = BC$, verbinde D mit A und C, so ist $\triangle ACD$ bei C rechtwinklig, mithin AD größer als AC. Die Dreiecke ABC und ABD haben die Seite AB gemeinschaftlich, die Seiten BC und BD gleich, aber AC und AD ungleich; und zwar ist $AD > AC$, mithin ist auch $\angle ABD > ABC$ und folglich $\angle ABC$ der Neigungswinkel der Linie AB zur Ebene MN.

II. Von der Lage der Ebenen gegeneinander.

§ 30. Zwei Ebenen im Raum schneiden sich entweder oder nicht; schneiden sie sich nicht, so nennt man sie **parallel**. Schneiden sich zwei Ebenen, so ist ihr Durchschnitt eine **gerade** Linie. Denn wollte man annehmen, sie schnitten sich in einer krummen Linie, so könnte man in dieser drei nicht in gerader Linie liegende Punkte annehmen, die beiden Ebenen gemein wären. Nach § 25, 2. müßten dann aber beide Ebenen zusammenfallen und könnten sich nicht schneiden.

§ 31. Wenn man in einem beliebigen Punkte des Durchschnitts zweier Ebenen in ihnen Senkrechten auf dem Durchschnitt errichtet, so heißt der von diesen gebildete Winkel der **Neigungswinkel** der beiden Ebenen und die Ebene dieses Winkels die **Neigungsebene**. Ist also (Fig. 27) AB der Durchschnitt der Ebenen MN und ABF, und DC sowie $DE \perp AB$, so mißt der Winkel CDE den Richtungsunterschied der beiden Ebenen. Denn denkt man sich die Ebene ABF um die Achse AB gedreht, so wird der Schenkel DE nach § 27 Nr. 4 eine auf AB senkrechte Ebene, die Neigungsebene, beschreiben und in allen Lagen, die die Ebene ABF einnehmen kann, den zweiten Schenkel des Neigungswinkes CDE bilden. Die Drehung dieses Schenkels mißt also die Drehung der Ebene.

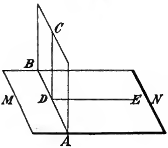
Fig. 27.



Ist der Neigungswinkel zweier Ebenen ein Rechter, so heißen die beiden Ebenen aufeinander senkrecht. Ist der Winkel ein schiefer, so nimmt man den spitzen Nebenwinkel als Neigungswinkel.

§ 32. **Lehrsatz.** Wenn eine gerade Linie (CD) auf einer Ebene (MN) senkrecht steht, so ist auch jede durch sie gelegte Ebene (ABC) auf Ebene MN senkrecht. Denn errichtet man $DE \perp AB$ in Ebene MN, so ist $\angle CDE$ der Neigungswinkel und nach Annahme ein Rechter.

Fig. 28.

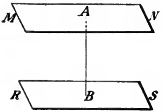


§ 33. **Lehrsatz.** Zwei Ebenen (MN und RS) sind parallel, wenn dieselbe gerade Linie (AB) auf beiden senkrecht steht (Fig. 29).

Denn wollte man annehmen, MN und RS seien nicht parallel, so müßten sie sich schneiden, und es würde, wenn man A und B mit irgend einem Punkte des Durchschnitts verbindet, ein Dreieck mit zwei rechten Winkeln entstehen.

Zusatz. Zwei Ebenen sind parallel, wenn sie mit einer dritten parallel sind.

Fig. 29.



§ 34. Drei Ebenen können folgende verschiedene Lagen zueinander haben:

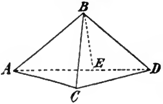
1) entweder sind alle drei einander parallel, oder
2) es sind zwei parallel und werden von der dritten geschnitten, oder
3) alle drei Ebenen schneiden sich in derselben geraden Linie, oder
4) sie schneiden sich in drei Linien, die entweder unter sich parallel sind oder sich in demselben Punkte schneiden.

Im letzten Falle entsteht eine körperliche Ecke. Die Durchschnittslinien der die Ecke begrenzenden Ebenen heißen die Kanten der körperlichen Ecke. Die von zwei aufeinanderfolgenden Kanten gebildeten Winkel heißen Seiten und die nach innen liegenden Neigungswinkel der Ebenen die Winkel der Ecke. Man unterscheidet die Ecken nach der Zahl ihrer Seiten in dreiseitige, vierseitige .... vielseitige Ecken, je nachdem sie von drei oder mehr Ebenen gebildet werden.

Eine Ecke, die nur hohle Winkel enthält, heißt eine konvexe Ecke. Hier sollen nur dreiseitige, konvexe Ecken in Betracht gezogen werden.

§ 35. **Lehrsatz.** In jeder dreiseitigen Ecke ist die Summe zweier Seiten größer als die dritte.

Fig. 30.



Behauptung. $\angle ABC + CBD > \angle ABD$. (Fig. 30.)

Beweis. Man trage $\angle ABC$ in den Winkel ABD von AB aus ein, mache alsdann $BE = BC$ und lege durch A, E und C eine Ebene, die die Seiten der Ecke in AD, AC und CD schneidet, so ist:

$$\triangle ABE \cong \triangle ABC,$$

also

$$AE = AC.$$

Da nun im $\triangle ACD$ die Summe $AC + CD > AD$ ist, muß $CD > ED$ sein, also auch $\angle CBD > EBD$, weil in den Dreiecken BCD und BED zwei Seiten gleich, die dritten aber ungleich sind, und folglich $\angle ABC + CBD > ABD$.

§ 36. **Lehrsatz.** In jeder Ecke ist die Summe aller Seiten kleiner als 4 R.

Denn denkt man sich drei aufeinanderliegende gerade Linien um einen gemeinschaftlichen Punkt nach verschiedenen Richtungen gedreht und durch je zwei dieser Linien eine Ebene gelegt, so entsteht eine körperliche Ecke, die aber verschwindet, wenn die drei Linien bei weiterer Drehung in derselben Ebene liegen. In diesem Falle ist die Summe der Winkel um den Drehungspunkt herum gleich 4 R, also muß die Summe der Seiten einer Ecke kleiner als 4 R sein.

III. Von der Kugel.

§ 37. Wenn ein Halbkreis um seinen Durchmesser gedreht wird, bis er in seine erste Lage zurückkehrt, so entsteht eine Kugel oder Sphäre. Eine Kugel ist also ein Körper, der von einer krummen Oberfläche so begrenzt wird, daß alle Punkte dieser Oberfläche von einem innerhalb der Kugel liegenden Punkte, dem Mittelpunkt oder Zentrum, gleich weit entfernt sind.

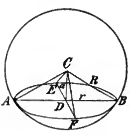
Jede gerade Linie vom Mittelpunkte bis zur Oberfläche der Kugel heißt Halbmesser oder Radius, und jede gerade Linie, die durch den Mittelpunkt geht und zu beiden Seiten von der Oberfläche begrenzt wird, ein Durchmesser oder Diameter der Kugel.

Alle Halbmesser und daher auch alle Durchmesser einer Kugel sind unter sich gleich.

§ 38. **Lehrsatz.** Jede Ebene, die die Kugel durchschneidet, ergibt als Durchschnitt einen Kreis, und eine Senkrechte vom Mittelpunkte der Kugel auf die Durchschnittsebene trifft jenen Kreis in seinem Mittelpunkte.

Fällt man von C, dem Mittelpunkte der Kugel (Fig. 31), auf $AEBF$ die Senkrechte CD und verbindet C und D mit beliebigen Punkten der Durchschnittslinie, so entstehen kongruente Dreiecke, in denen $AD = BD = ED = FD$ usw.

Fig. 31.



Bezeichnet R den Halbmesser der Kugel, r den des Kugelkreises und a dessen Abstand vom Mittelpunkte der Kugel, so besteht die Gleichung

$$R^2 = r^2 + a^2 .$$

Zusätze. 1) Die Linie, die den Mittelpunkt der Kugel mit dem Mittelpunkte eines Kugelkreises verbindet, steht auf dem Kugelkreise senkrecht.

2) Gleiche Kugelkreise einer Kugel haben gleichen Abstand vom Kugelmittelpunkt, und von zwei ungleichen Kugelkreisen liegt der größere dem Mittelpunkte näher als der kleinere. Dies folgt aus obiger Gleichung: $R^2 = r^2 + a^2$.

3) Die durch den Mittelpunkt gelegten Kugelkreise sind größer als alle anderen. Sie heißen deshalb größte, die anderen kleinere Kreise der Kugel. Alle größten Kreise einer Kugel sind einander gleich, da ihre Durchmesser dem Kugeldurchmesser gleich sind. Der Durchschnitt zweier größten Kreise ist ein Durchmesser der Kugel, und folglich halbieren sich größte Kugelkreise gegenseitig.

§ 39. Erklärungen und Folgerungen.

1) Der auf einem Kugelkreise senkrechte Kugeldurchmesser heißt die Achse, und seine Endpunkte heißen die Pole des Kugelkreises.

2) Es ist also jeder Pol eines Kugelkreises von allen Punkten seiner Peripherie gleich weit entfernt. Auch sind die zwischen einem Pole und der Peripherie des Kugelkreises liegenden Bogen der größten Kreise, die die Achse zum Durchmesser haben, einander gleich.

Sämtliche Punkte der Peripherie eines größten Kugelkreises sind von beiden Polen dieses Kreises gleich weit und zwar 90° entfernt.

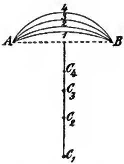
3) Alle größten Kreise, die durch die Pole eines anderen Kugelkreises gehen, stehen senkrecht auf diesem; dies folgt aus § 32.

4) Alle parallelen Kugelkreise haben die Achse und die Pole gemein. Größte Kreise, die durch die gemeinschaftlichen Pole paralleler Kugelkreise gehen, stehen senkrecht auf diesen Parallelkreisen.

§ 40. Lehrsatz. Der kürzeste Weg zwischen zwei Punkten der Kugeloberfläche ist der Bogen des durch beide Punkte gehenden **größten** Kreises.

Beweis. Sind die beiden Punkte nicht Endpunkte desselben Kugeldurchmessers, so ist nur **ein** größter Kreis durch sie zu legen möglich (nach § 25, 2). Dieser größte Kreis wird durch beide Punkte in zwei ungleiche Bogen geteilt, von denen nur der, der kleiner als ein Halbkreis ist, in Betracht kommt. Außer diesem einen größten Kreise lassen sich unzählig viele kleinere Kugelkreise durch die beiden angenommenen Punkte legen, deren Halbmesser alle voneinander verschieden sind. Vergleicht man nun die Krümmungen der Bogen verschiedener Kreise (Fig. 32), so sieht man, daß der Bogen der geraden Linie am nächsten kommt, der mit dem größten Halbmesser beschrieben ist. Da nun der Halbmesser des größten Kreises größer ist als die Halbmesser sämtlicher kleineren Kreise einer Kugel, so gibt der Bogen des größten Kreises zwischen zwei Punkten der Kugeloberfläche die kürzeste Entfernung auf ihr zwischen diesen Punkten an.

Fig. 32.



§ 41. Lehrsatz. Eine Ebene, die auf einem Kugelhalbmesser in seinem Endpunkte senkrecht steht, hat mit der Kugelfläche nur diesen einen Punkt gemein und liegt sonst ganz außerhalb der Kugel. Eine solche Ebene heißt eine Berührungsebene.

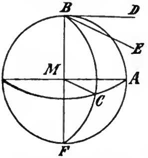
Denn alle geraden Linien, die vom Mittelpunkte der Kugel nach der Berührungsebene gezogen werden können, sind größer als der Kugelhalbmesser; ihre Endpunkte liegen also außerhalb der Kugel.

Zusätze. 1) Der Kugelhalbmesser nach dem Berührungspunkte einer Berührungsebene steht senkrecht auf ihr.

2) Eine Senkrechte auf der Berührungsebene, in ihrem Berührungspunkte errichtet, trifft den Mittelpunkt der Kugel.

§ 42. Sphärischer Winkel. Der Neigungswinkel zweier größten Kreise einer Kugel heißt ein sphärischer Winkel. So ist z. B. (Fig. 33) unter dem sphärischen Winkel *ABC* der ebene Winkel *DBE* zu verstehen, den die Tangenten *BD* und *BE* an den größten Kreisen *BAF* und *BCF* in einem ihrer Durchschnittspunkte miteinander bilden.

Fig. 33.



Das Maß dieses sphärischen Winkels ist der Bogen *AC* des senkrecht auf die Durchschnittslinie *BF* gelegten größten Kreises der Kugel.

Denn da die Tangenten *BD* und *BE* die Richtungen der größten Kreise in ihrem Durchschnittspunkte angeben, so ist $\angle DBE$ der Richtungsunterschied beider Kreise in diesem Punkte *B* und nach § 31 gleich dem Neigungswinkel beider Kreisebenen, weil *BD* und *BE* senkrecht auf dem Kugelhalbmesser *BM* sind.

Da ferner *AM* und *CM* senkrecht auf dem Durchschnitt *BF* sind, so ist auch $\angle AMC$ gleich dem Neigungswinkel der größten Kreisebenen *BAF* und *BCF*, und Bogen *AC* ist das Maß dieses Neigungswinkels.

Die Bogen der größten Kreise, die den sphärischen Winkel bilden, heißen die Schenkel, und ihr Durchschnittspunkt ist der Scheitelpunkt des sphärischen Winkels.

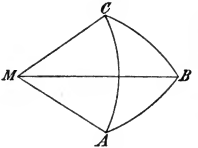
Wenn man also die Schenkel eines sphärischen Winkels vom Scheitelpunkte aus bis zu 90° verlängert und durch diese Endpunkte einen größten Kreis legt, so ist der zwischen beiden Schenkeln liegende Bogen dieses größten Kreises das Maß des sphärischen Winkels.

§ 43. Sphärische Zweiecke und Dreiecke. Durch zwei größte Kreise wird die Kugeloberfläche in Teile zerlegt, die sphärische Zweiecke genannt werden.

Ein von drei Bogen größter Kreise begrenzter Teil der Kugelfläche heißt ein sphärisches Dreieck.

Je zwei größte Kreise zerlegen die ganze Kugelfläche in vier sphärische Zweiecke. Drei größte Kreise, deren Ebenen sich nicht in demselben Kugeldurchmesser schneiden, zerlegen die ganze Kugelfläche in acht sphärische Dreiecke, von denen jedes einer dreiseitigen Ecke entspricht, deren Eckpunkt im Mittelpunkte der Kugel liegt und deren Kanten die Kugelhalbmesser sind, in denen sich die Kreisebenen schneiden. Im folgenden kommen nur solche sphärischen Dreiecke in Betracht, in denen jede Seite und jeder Winkel kleiner als 180° ist.

Fig. 34



Ist *ABC* (Fig. 34) ein sphärisches Dreieck und *M* der Mittelpunkt der Kugel, so heißt der Teil der Kugel, *ABCM*, der von dem sphärischen Dreieck *ABC* und den Ebenen der dieses Dreieck bildenden größten Kreisbogen begrenzt wird, ein körperliches Dreieck.

Die Bogen der größten Kreise *AB*, *AC*, *BC* heißen die Seiten des sphärischen Dreiecks, und die von diesen Seiten gebildeten sphärischen Winkel *ABC*, *ACB* und *BAC* sind die Neigungswinkel der Ebenen *MBA* und *MBC*, *MCA* und *MCB*, *MAB* und *MAC*.

Die Seiten und die Winkel eines sphärischen Dreiecks werden in Graden, Minuten usw. ausgedrückt.

§ 44. Lehrsatz 1. Zwei Seiten eines sphärischen Dreiecks sind zusammen größer als die dritte Seite.

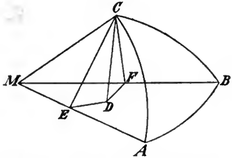
Da die Seiten des sphärischen Dreiecks AB, AC, CB (Fig. 34) die Maße der ebenen Winkel AMB, AMC und BMC am Mittelpunkte der Kugel sind, so ergibt sich die Richtigkeit des Satzes aus § 35.

Lehrsatz 2. Die Summe der drei Seiten eines sphärischen Dreiecks ist stets größer als 0° und kleiner als 360°. Dies folgt aus § 36.

§ 45. Lehrsatz. Im sphärischen Dreieck liegen gleichen Winkeln gleiche Seiten gegenüber.

Sind im sphärischen Dreieck ABC (Fig. 35) die Winkel A und B einander gleich, so fälle man von C aus die Senkrechte CD auf die Ebene MAB, ferner $CE \perp MA$ und $CF \perp MB$. Verbindet man die Fußpunkte dieser Senkrechten durch DE und DF, so ist nach § 29 $\angle CED$ der Neigungswinkel der Ebenen MAB und MAC, also gleich dem sphärischen Winkel A, und $\angle CFD$ als Neigungswinkel der Ebenen MBA und MBC gleich dem sphärischen Winkel B. Da nun $\angle A = \angle B$ ist, so ist auch $\angle CED = \angle CFD$, mithin sind die bei D rechtwinkligen Dreiecke CDE und CDF einander kongruent, also $CE = CF$, und da $MC = MC$ ist, so ist auch das bei E rechtwinklige Dreieck MEC dem bei F rechtwinkligen Dreieck MFC kongruent, mithin ist $\angle CME = CMF$ und folglich Bogen $AC =$ Bogen BC.

Fig. 35.

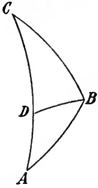


Zusatz. Gleichen Seiten liegen gleiche Winkel gegenüber.

Ein sphärisches Dreieck mit zwei gleichen Seiten heißt ein gleichschenkliges.

§ 46. Lehrsatz. Im sphärischen Dreieck liegt dem größeren Winkel die größere Seite gegenüber.

Fig. 36.



Ist im sphärischen Dreieck ABC der Winkel B größer als A, so soll auch Seite $AC > BC$ sein. Trägt man $\angle A$ in den Winkel ABC von AB aus ein, so ist nach § 45:

$$AD = BD,$$

hierzu $DC = DC$ addiert

$$AC = BD + DC;$$

nach § 44 ist $BD + DC > BC$,

also $AC > BC$.

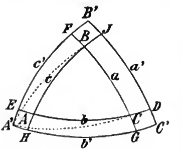
Zusatz. Der größeren Seite liegt der größere Winkel gegenüber.

§ 47. Das Supplementardreieck.

Lehrsatz. Zu jedem sphärischen Dreieck läßt sich ein entsprechendes Dreieck konstruieren, dessen Seiten die Supplemente der

Winkel, und dessen Winkel die Supplemente der Seiten des ursprünglichen Dreiecks sind. Dieses Dreieck heißt das **Polar- oder Supplementardreieck** des gegebenen.

Fig. 37.



Man verlängere (Fig. 37) die Seiten a, b, c des gegebenen Dreiecks ABC über jeden ihrer Endpunkte hinaus bis zu 90°, so daß also $AD = CE = AJ = BH = BG = CF = 90°$ ist, und lege durch die Punkte E und F, sowie durch D und J und endlich durch G und H je einen größten Kreis, so entsteht das sphärische Dreieck $A'\ B'\ C'$.

Da $AJ = AD = 90°$, so ist Punkt A der Pol der Seite a'; ebenso ergibt sich, daß die Punkte B und C die Pole der Seiten b' und c' sind. Hieraus folgt $A'B = A'C = 90°$, also ist der Punkt A' Pol der Seite a; in gleicher Weise findet man, daß die Punkte B' und C' die Pole der Seiten b und c sind.

Dieser Beziehungen wegen heißt jedes der beiden Dreiecke das Polardreieck des anderen.

Da $AJ = AD = 90°$, so ist Bogen JD das Maß des $\angle A$,

und weil $A'F = A'G = 90°$, so ist Bogen FG das Maß des $\angle A'$;

nun ist $B'D = 90°$	Es ist auch $BG = 90°$,
und $C'J = 90°$,	und $CF = 90°$,
also $B'D + C'J = 180°$	also $BG + CF = 180°$
oder $B'C' + DJ = 180°$,	oder $FG + BC = 180°$,
mithin $a' + \angle A = 180°$.	mithin $\angle A' + a = 180°$.

Ebenso läßt sich nachweisen, daß

$b' + \angle B = 180°$	und $\angle B' + b = 180°$
$c' + \angle C = 180°$	$\angle C' + c = 180°$.

Zusatz. In jedem sphärischen Dreieck ist die Winkelsumme größer als 2 Rechte und kleiner als 6 Rechte.

Denn die drei Winkel eines sphärischen Dreiecks machen mit den drei Seiten seines Supplementardreiecks zusammen 540° oder 6 Rechte aus, und da die Summe der drei Seiten eines sphärischen Dreiecks größer als Null und kleiner als 4 Rechte ist (§ 44), so muß die Winkelsumme des sphärischen Dreiecks größer als 2 Rechte und kleiner als 6 Rechte sein.

Dritter Abschnitt.

Sphärische Trigonometrie.

Die sphärische Trigonometrie hat zur Aufgabe, die sphärischen Dreiecke **aufzulösen**, d. h. aus ihren bestimmenden Stücken die übrigen durch Rechnung zu finden.

I. Auflösung der rechtwinkligen sphärischen Dreiecke.

§ 48. **Erklärung.** Ein sphärisches Dreieck heißt rechtwinklig, wenn es einen rechten Winkel enthält. Die den rechten Winkel einschließenden Seiten nennt man die **Katheten**,

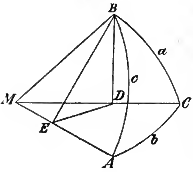
die ihm gegenüberliegende Seite die Hypotenuse. Man bezeichnet diese Stücke wie bei den ebenen Dreiecken.

Wenn in einem sphärischen Dreieck alle Winkel rechte sind, so sind seine Seiten Quadranten (90°). Sind zwei Winkel rechte, so sind ihre beiden Gegenseiten Quadranten, und die dritte ist gleich dem dritten Winkel.

Dies folgt aus § 39 und § 42.

§ 49. Entwickelung der Napierschen Regel. Es sei ABC ein bei C rechtwinkliges sphärisches Dreieck, dessen Seiten durch a, b, c bezeichnet werden, und M der Mittelpunkt der Kugel, auf der das Dreieck liegt. Man fälle $BD \perp MC$, so ist BD auch eine Senkrechte auf Ebene MAC, weil Ebene $MBC \perp$ Ebene MAC ist. Ferner fälle man $BE \perp MA$ und ziehe DE, so ist $DE \perp MA$ (nach § 28) und folglich $\angle BED = \angle A$ (nach § 42). Setzt man den Kugelhalbmesser $MB = MC = MA = 1$, so ist

Fig. 38.



$BD = \sin BMC = \sin a$, also $MD = \cos a$

$BE = \sin AMB = \sin c$, „ $ME = \cos c$.

Das bei D rechtwinklige Dreieck BDE ergibt die Gleichungen:

$$\sin A = \frac{BD}{BE} = \frac{\sin a}{\sin c} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I (1)}$$

Denkt man in der Figur die Buchstaben A und a mit B und b vertauscht, so wird

$$\sin B = \frac{\sin b}{\sin c} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I (2)}.$$

Ferner ist

$$\cos A = \frac{DE}{BE} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\alpha)$$

Aus den bei E rechtwinkligen Dreiecken MED und MEB ergibt sich:

$$DE = ME \cdot \operatorname{tang} b \text{ und } = MD \cdot \sin b,$$

ferner ist

$$BE = ME \cdot \operatorname{tang} c,$$

folglich

$$\frac{DE}{BE} = \frac{\operatorname{tang} b}{\operatorname{tang} c}, \text{ also in Verbindung mit Gl. } \alpha)$$

$$\cos A = \frac{\operatorname{tang} b}{\operatorname{tang} c} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{II (1)}.$$

Setzt man für DE den zweiten gefundenen Wert in Gl. α) ein, so wird

$$\cos A = \frac{MD \cdot \sin b}{BE}, \text{ und wegen } MB = 1,$$

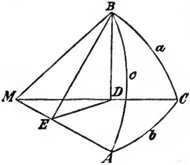
$$= \frac{\cos a \cdot \sin b}{\sin c}$$

oder

$$\cos A = \frac{\sin b}{\sin c} \cdot \cos a.$$

Nach I (2) ist

$$\sin B = \frac{\sin b}{\sin c},$$



also $\cos A = \cos a \cdot \sin B$ . . III (1).

Durch Vertauschung der Buchstaben A und a mit B und b erhält man

$$\cos B = \frac{\operatorname{tang} a}{\operatorname{tang} c} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{II (2)}$$

und $\cos B = \cos b \cdot \sin A$ . . III (2).

Weiter entnimmt man aus dem $\triangle BDE$ die Gleichung

$$\operatorname{tang} A = \frac{BD}{DE} .$$

Da in Dreieck MED die Kathete $DE = MD \cdot \sin b$ und $MD = \cos a$, $BD = \sin a$, wegen $MB = 1$,

so wird $\operatorname{tang} A = \frac{\sin a}{\cos a \cdot \sin b} = \frac{\operatorname{tang} a}{\sin b}$ . . . . IV (1)

und so auch $\operatorname{tang} B = \frac{\operatorname{tang} b}{\sin a}$ . . . . IV (2).

Im $\triangle MED$ ist $ME = MD \cdot \cos b$, und wegen $MB = 1$,

$\cos c = \cos a \cdot \cos b$ . . . . V.

Durch Multiplikation der Gleichungen III (1) und III (2) miteinander erhält man

$$\cos A \cdot \cos B = \cos a \cdot \sin B \cdot \cos b \cdot \sin A ,$$

hieraus $\cos a \cdot \cos b = \frac{\cos A \cdot \cos B}{\sin A \cdot \sin B}$;

nach V ist $\cos a \cdot \cos b = \cos c$,

also $\cos c = \operatorname{cotg} A \cdot \operatorname{cotg} B$ . . . . VI.

Schafft man in den entwickelten 10 Gleichungen, die zur Auflösung der rechtwinkligen sphärischen Dreiecke ausreichen, die Brüche fort, so erhält man die folgenden:

$$\left.\begin{array}{l}\sin a = \sin c \cdot \sin A \\ \sin b = \sin c \cdot \sin B\end{array}\right\} \text{nach I}$$

$$\left.\begin{array}{l}\cos A = \cos a \cdot \sin B \\ \cos B = \cos b \cdot \sin A\end{array}\right\} \text{nach III}$$

$$\cos c = \cos a \cdot \cos b \quad \text{nach V}$$

$$\left.\begin{array}{l}\cos A = \operatorname{tang} b \cdot \operatorname{cotg} c \\ \cos B = \operatorname{tang} a \cdot \operatorname{cotg} c\end{array}\right\} \text{nach II}$$

$$\left.\begin{array}{l}\sin b = \operatorname{tang} a \cdot \operatorname{cotg} A \\ \sin a = \operatorname{tang} b \cdot \operatorname{cotg} B\end{array}\right\} \text{nach IV}$$

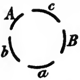
$$\cos c = \operatorname{cotg} A \cdot \operatorname{cotg} B \quad \text{nach VI.}$$

Führt man in diese Gleichungen statt der Katheten ihre Komplemente ein und bezeichnet diese Komplemente $90° - a$ und $90° - b$ durch a' und b', so gehen obige Gleichungen über in:

$$\begin{cases}\cos a' = \sin c \cdot \sin A \\ \cos b' = \sin c \cdot \sin B \\ \cos A = \sin a' \cdot \sin B \\ \cos B = \sin b' \cdot \sin A \\ \cos c = \sin a' \cdot \sin b'\end{cases} \qquad \begin{cases}\cos A = \operatorname{cotg} b' \cdot \operatorname{cotg} c \\ \cos B = \operatorname{cotg} a' \cdot \operatorname{cotg} c \\ \cos b' = \operatorname{cotg} a' \cdot \operatorname{cotg} A \\ \cos a' = \operatorname{cotg} b' \cdot \operatorname{cotg} B \\ \cos c = \operatorname{cotg} A \cdot \operatorname{cotg} B\,.\end{cases}$$

Man kann sich diese letzten Gleichungen nach einer von Napier gefundenen Regel leicht merken.

Berücksichtigt man nämlich in dem sphärischen rechtwinkligen Dreieck ABC, mit Weglassung des rechten Winkels, nur die fünf aufeinanderfolgenden Stücke a, B, c, A und b, die man sich in vorstehender Ordnung im Kreise herum zusammengestellt denken



kann, so ist stets der Kosinus irgend eines Stückes gleich dem Produkte der Sinus der ihm gegenüberliegenden Stücke und gleich dem Produkte der Kotangenten der einschließenden Stücke.

Hat man nach dieser Napierschen Regel eine der letzten 10 Gleichungen aufgestellt, so ersetzt man die Komplemente der Katheten durch diese selbst, indem man bei ihnen statt der Sinus die Kosinus und statt der Kosinus und Kotangenten die Sinus und Tangenten setzt.

§ 50. **Regeln für die Berechnung.** Bei der Berechnung der gesuchten Stücke des rechtwinkligen sphärischen Dreiecks sind folgende Sätze zu merken:

1) Kathete und Gegenwinkel sind immer **gleichartig**, d. h. entweder beide $< 90°$, oder beide $> 90°$, oder beide $= 90°$.

Dies folgt aus den Gleichungen unter III des § 49,

z. B. $$\cos A = \cos a \cdot \sin B\,.$$

Da nämlich $\sin B$ stets positiv ist, so müssen $\cos A$ und $\cos a$ stets dasselbe Vorzeichen haben.

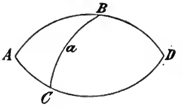
2) Ist die Hypotenuse kleiner als 90°, so sind die Katheten gleichartig, d. h. die Katheten sind entweder beide kleiner als 90° oder beide größer als 90°. Wenn die Hypotenuse größer als 90° ist, so sind die Katheten ungleichartig, d. h. die eine Kathete ist kleiner und die andere größer als 90°.

Dies folgt aus Gleichung V des § 49, nämlich

$$\cos c = \cos a \cdot \cos b\,.$$

3) Aus diesen Beziehungen zwischen den Stücken eines rechtwinkligen sphärischen Dreiecks geht hervor, daß das Dreieck durch zwei Stücke vollkommen bestimmt ist, ausgenommen den Fall, daß eine Kathete und der ihr gegenüberliegende Winkel gegeben sind. In diesem Falle ist das Dreieck unbestimmt, da die beiden gegebenen Stücke zu zwei verschiedenen Dreiecken gehören.

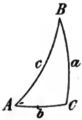
Fig. 39.



Ist nämlich (Fig. 39) in dem bei C rechtwinkligen Dreieck ACB die Kathete a und der Gegenwinkel A gegeben, und man verlängert die Seiten AB und AC bis zu ihrem zweiten Durchschnittspunkte D, so sind ABD und ACD größte Halbkreise, also ist auch BCD ein sphärisches,

bei C rechtwinkliges Dreieck, in dem a ebenfalls Kathete und $\angle D$ gleich $\angle A$ ist. Die anderen Seiten und Winkel des einen Dreiecks ergänzen die des Nebendreiecks zu 180°. Bei der Auflösung des Dreiecks wird dieser zweideutige Fall dadurch gekennzeichnet, daß jedes der zu berechnenden Stücke durch seinen Sinus bestimmt wird, zu dem sowohl ein spitzer als ein stumpfer Winkel gehört.

§ 51. Beispiele. Beispiel 1. Im sphärischen Dreieck ABC ist $\angle C = 90°$; $\angle A = 115°30'$; $b = 70°0'$. Wie groß sind $\angle B$, c und a?

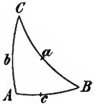


Nach der Napierschen Regel wird:

$\cos B = \sin A \cdot \sin b'$;	$\cos A = \operatorname{cotg} c \cdot \operatorname{cotg} b'$
$= \sin A \cdot \cos b$	$= \operatorname{cotg} c \cdot \operatorname{tang} b$
	$\operatorname{cotg} c = \cos A \cdot \operatorname{cotg} b$.
$A = 115°30'$ log sin $= 9{,}95549$	log cos $= 9{,}63398$ n
$b = 70°0'$ log cos $= 9{,}53405$	log cotg $= 9{,}56107$
log cos $B = 9{,}48954$	log cotg $c = 9{,}19505$ n
$\therefore B = 72°1',1$	$c = 98°54',3$

$\cos b' = \operatorname{cotg} A \cdot \operatorname{cotg} a'$
$\sin b = \operatorname{cotg} A \cdot \operatorname{tang} a$
$\operatorname{tang} a = \sin b \cdot \operatorname{tang} A$
log tang $A = 0{,}32150$ n
log sin $b = 9{,}97299$
log tang $a = 0{,}29449$ n
$a = 116°54',7$.

Beispiel 2. Im sphärischen Dreieck ABC ist $\angle A = 90°$; $a = 118°32',2$; $c = 47°26',6$. Wie groß sind $\angle B$, $\angle C$ und b?

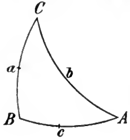


Nach der Napierschen Regel wird:

$\cos B = \operatorname{cotg} a \cdot \operatorname{cotg} c'$;	$\cos c' = \sin C \cdot \sin a$
$\cos B = \operatorname{cotg} a \cdot \operatorname{tang} c$.	$\sin c = \sin C \cdot \sin a$
	$\sin C = \sin c \cdot \operatorname{cosec} a$.
$a = 118°32',2$ log cotg $= 9{,}73543$ n	log cosec $= 0{,}05625$
$c = 47°26',6$ log tang $= 0{,}03709$	log sin $= 9{,}86724$
log cos $B = 9{,}77252$ n	log sin $C = 9{,}92349$
$B = 126°19',1$	$C = 56°58',8$

$\cos a = \sin b' \cdot \sin c'$
$\cos a = \cos b \cdot \cos c$
$\cos b = \cos a \cdot \sec c$.
log cos $a = 9{,}67918$ n
log sec $c = 0{,}16985$
log cos $b = 9{,}84903$ n
$b = 134°56',4$.

Beispiel 3. Im sphärischen Dreieck ABC ist $\angle B = 90°$; $a = 59°38',5$; $c = 48°24',3$. Wie groß sind $\angle A$, $\angle C$ und b?

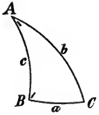


Nach der Napierschen Regel wird:

$\cos c' = \operatorname{cotg} A \cdot \operatorname{cotg} a'$;	$\cos a' = \operatorname{cotg} C \cdot \operatorname{cotg} c'$
$\sin c = \operatorname{cotg} A \cdot \operatorname{tang} a$	$\sin a = \operatorname{cotg} C \cdot \operatorname{tang} c$
$\operatorname{cotg} A = \sin c \cdot \operatorname{cotg} a$.	$\operatorname{cotg} C = \sin a \cdot \operatorname{cotg} c$.
$a = 59°38',5$ log cotg $= 9{,}76768$	log sin $= 9{,}93595$
$c = 48°24',3$ log sin $= 9{,}87382$	log cotg $= 9{,}94826$
log cotg $A = 9{,}64150$	log cotg $C = 9{,}88421$
$A = 66°20',7$	$C = 52°33',0$

$$\cos b = \sin a' \cdot \sin c'$$
$$\cos b = \cos a \cdot \cos c\,.$$
$$\log\cos a = 9{,}70364$$
$$\log\cos c = 9{,}82208$$
$$\log\cos b = 9{,}52572$$
$$b = 70^\circ\, 23',7\,.$$

Beispiel 4. Im sphärischen Dreieck ABC ist $\angle C = 90^\circ$; $\angle A = 92^\circ\, 5',9$; $\angle B = 171^\circ\, 4',1$. Wie groß sind a, b und c?



Nach der Napierschen Regel wird:

$\cos A = \sin B \cdot \sin a'$; $\cos B = \sin A \cdot \sin b'$
$\cos A = \sin B \cdot \cos a$ $\cos B = \sin A \cdot \cos b$
$\cos a = \cos A \cdot \operatorname{cosec} B$. $\cos b = \cos B \cdot \operatorname{cosec} A$.

$A = 92^\circ\, 5',9$ $\log\cos = 8{,}56365\,n$ . . $\log\operatorname{cosec} = 0{,}00029$
$B = 171^\circ\, 4',1$ $\log\operatorname{cosec} = 0{,}80895$ . . $\log\cos = 9{,}99470\,n$
$\log\cos a = 9{,}37260\,n$ $\log\cos b = 9{,}99499\,n$
$a = 103^\circ\, 38',4$ $b = 171^\circ\, 19',0$

$$\cos c = \operatorname{cotg} A \cdot \operatorname{cotg} B\,.$$
$$\log\operatorname{cotg} A = 8{,}56395\,n$$
$$\log\operatorname{cotg} B = 0{,}80365\,n$$
$$\log\cos c = 9{,}36760$$
$$c = 76^\circ\, 31',1\,.$$

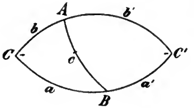
Beispiel 5. Im sphärischen Dreieck ABC ist $\angle A = 90^\circ$; $\angle C = 99^\circ\, 38',5$; $c = 112^\circ\, 29',6$. Wie groß sind die übrigen Stücke?

Da in diesem rechtwinkligen Dreieck eine Kathete und der Gegenwinkel gegeben sind, so ist das Dreieck zweideutig. (§ 50, 3.)

Nach der Napierschen Regel wird:

$\cos b' = \operatorname{cotg} C \cdot \operatorname{cotg} c'$; $\cos C = \sin B \cdot \sin c'$
$\sin b = \operatorname{cotg} C \cdot \operatorname{tang} c$. $\cos C = \sin B \cdot \cos c$
$\sin B = \cos C \cdot \sec c$.

$C = 99^\circ\, 38',5$ $\log\operatorname{cotg} = 9{,}23016\,n$ . . . . $\log\cos = 9{,}22398\,n$
$c = 112^\circ\, 29',6$ $\log\operatorname{tang} = 0{,}38292\,n$ . . . . $\log\sec = 0{,}41728\,n$
$\log\sin b = 9{,}61308$ $\log\sin B = 9{,}64126$
$b = 24^\circ\, 13',4$ $B = 25^\circ\, 57',8$
oder $= 155^\circ\, 46',6$. oder $= 154^\circ\, 2',2$.



$$\cos c' = \sin a \cdot \sin C$$
$$\sin c = \sin a \cdot \sin C$$
$$\sin a = \sin c \cdot \operatorname{cosec} C\,.$$
$$\log\operatorname{cosec} C = 0{,}00618$$
$$\log\sin c = 9{,}96564$$
$$\log\sin a = 9{,}97182$$
$$a = 110^\circ\, 25',0$$
oder $= 69^\circ\, 35',0$.

II. Auflösung der schiefwinkligen sphärischen Dreiecke.

§ 52. Sinusgleichung. Fällt man in den sphärischen Dreiecken ABC (Fig. 40) den größten Kreisbogen CD senkrecht auf die gegenüberliegende Seite c oder ihre Verlängerung, so erhält man die beiden bei D rechtwinkligen sphärischen Dreiecke ADC und BDC. Aus diesen Dreiecken ergibt sich nach der Napierschen Regel:

Fig. 40a.

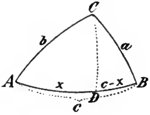
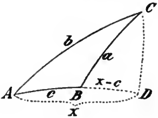


Fig. 40b.



$\sin CD = \sin a \cdot \sin B$ [Im Falle der Fig. 40b ist $\sin(180° - B) = \sin B$]

und $\sin CD = \sin b \cdot \sin A$,

also $\sin a \cdot \sin B = \sin b \cdot \sin A$

oder $\sin a : \sin b = \sin A : \sin B$

Auf dieselbe Weise findet man $\sin a : \sin c = \sin A : \sin C$

und $\sin b : \sin c = \sin B : \sin C$ . . . . I.

d. h. In jedem sphärischen Dreieck verhalten sich die Sinus der Seiten wie die Sinus der gegenüberliegenden Winkel.

§ 53. Grundgleichung. Aus Fig. 40a ergibt sich ferner nach der Napierschen Regel:

$$\cos a = \cos CD \cdot \cos(c - x)$$

und

$$\cos b = \cos CD \cdot \cos x,$$

durch Division

$$\frac{\cos a}{\cos b} = \frac{\cos(c - x)}{\cos x},$$

also

$$\cos a = \frac{\cos b \cdot \cos(c - x)}{\cos x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1).$$

Die Figur 40b ergibt: $\cos a = \dfrac{\cos b \cdot \cos(x - c)}{\cos x}$, da aber $\cos(x - c) = \cos(c - x)$ ist, so gilt die Gleichung 1) für beide Fälle.

Löst man in dieser Gleichung 1) die Klammer auf und führt dann die Division mit $\cos x$ aus, so erhält man

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \cos b \cdot \sin c \cdot \operatorname{tang} x \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2).$$

Das Dreieck ACD liefert die Gleichung:

$$\cos A = \operatorname{cotg} b \cdot \operatorname{tang} x,$$

also ist

$$\operatorname{tang} x = \cos A \cdot \operatorname{tang} b = \cos A \cdot \frac{\sin b}{\cos b}.$$

Setzt man diesen Wert für $\operatorname{tang} x$ in Gleichung 2) ein, so wird:

$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A$

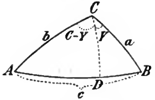
Auf gleiche Weise wird $\cos b = \cos a \cdot \cos c + \sin a \cdot \sin c \cdot \cos B$

und $\cos c = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b \cdot \cos C$ . . . . II.

d. h. der Kosinus einer Seite ist gleich dem Produkte der Kosinus der anderen Seiten vermehrt um das Produkt der Sinus dieser beiden anderen Seiten und des Kosinus des von ihnen eingeschlossenen Winkels.

§ 54. Gleichungen mit drei Winkeln und einer Seite. Durch Benutzung der Napierschen Regel ergibt sich aus Fig. 41a:

Fig. 41a.



$$\cos A = \cos CD \cdot \sin (C - Y)$$

und $$\cos B = \cos CD \cdot \sin Y$$

durch Division $$\frac{\cos A}{\cos B} = \frac{\sin (C - Y)}{\sin Y} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ 1).$$

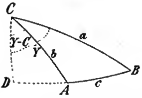
Aus dem Dreieck ACD in Fig. 41b ergibt sich zwar

$$\cos (180^\circ - A) = \cos CD \cdot \sin (Y - C);$$

da aber $\cos (180^\circ - A) = -\cos A$ und

$\sin (Y - C) \quad = -\sin (C - Y)$ ist, so ergibt sich wie oben: $\cos A = \cos CD \cdot \sin (C - Y)$, und Gleichung 1) gilt sonach für beide Fälle.

Fig. 41b.



Löst man in dieser Gleichung die Klammer auf und führt dann die Division mit $\sin Y$ aus, so erhält man:

$$\cos A = \cos B \cdot \sin C \cdot \operatorname{cotg} Y - \cos B \cdot \cos C \quad . \ . \ 2).$$

Das rechtwinklige Dreieck BCD liefert nach der Napierschen Regel

$$\cos a = \operatorname{cotg} Y \cdot \operatorname{cotg} B,$$

also $$\operatorname{cotg} Y = \cos a \cdot \operatorname{tang} B = \cos a \cdot \frac{\sin B}{\cos B}.$$

Durch Einsetzen dieses Wertes in Gl. 2) erhält man

$$\cos A = \sin B \cdot \sin C \cdot \cos a - \cos B \cdot \cos C$$

In gleicher Weise ergibt sich $$\cos B = \sin A \cdot \sin C \cdot \cos b - \cos A \cdot \cos C \quad . \ . \ . \ \text{III.}$$

und $$\cos C = \sin A \cdot \sin B \cdot \cos c - \cos A \cdot \cos B$$

§ 55. Gleichungen mit zwei Seiten und zwei Winkeln. Aus den beiden rechtwinkligen Dreiecken in Fig. 41a ergibt sich ferner nach der Napierschen Regel:

$$\cos (C - Y) = \operatorname{tang} CD \cdot \operatorname{cotg} b$$

und $$\cos Y = \operatorname{tang} CD \cdot \operatorname{cotg} a$$

durch Division $$\frac{\cos (C - Y)}{\cos Y} = \frac{\operatorname{cotg} b}{\operatorname{cotg} a}$$

oder $$\operatorname{cotg} b \cdot \operatorname{tang} a = \frac{\cos (C - Y)}{\cos Y} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ 1).$$

Falls das Dreieck ABC stumpfwinklig ist, erhält man aus Fig. 41b in der ersten der aufgestellten beiden Gleichungen $\cos (Y - C)$ anstatt $\cos (C - Y)$, da diese Kosinus aber einander gleich sind, so gilt Gleichung 1) für beide Fälle.

Löst man in Gleichung 1) die Klammer auf und führt die Division durch $\cos Y$ aus, so ergibt sich:

$$\operatorname{cotg} b \cdot \operatorname{tang} a = \cos C + \sin C \cdot \operatorname{tang} Y \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ 2).$$

Das Dreieck BCD gibt

$$\cos a = \operatorname{cotg} Y \cdot \operatorname{cotg} B,$$

also $$\operatorname{tang} Y = \frac{\operatorname{cotg} B}{\cos a}.$$

Diesen Wert für $\operatorname{tang} Y$ in Gleichung 2) eingesetzt, gibt

$$\operatorname{cotg} b \cdot \operatorname{tang} a = \cos C + \frac{\sin C \cdot \operatorname{cotg} B}{\cos a}.$$

Multipliziert man diese Gleichung mit $\cos a$ und setzt $\operatorname{tang} a = \frac{\sin a}{\cos a}$, so wird

In gleicher Weise ergibt sich

$$\left.\begin{aligned}
\sin a \cdot \operatorname{cotg} b &= \cos a \cdot \cos C + \sin C \cdot \operatorname{cotg} B \\
\sin a \cdot \operatorname{cotg} c &= \cos a \cdot \cos B + \sin B \cdot \operatorname{cotg} C \\
\sin b \cdot \operatorname{cotg} a &= \cos b \cdot \cos C + \sin C \cdot \operatorname{cotg} A \\
\sin b \cdot \operatorname{cotg} c &= \cos b \cdot \cos A + \sin A \cdot \operatorname{cotg} C \\
\sin c \cdot \operatorname{cotg} a &= \cos c \cdot \cos B + \sin B \cdot \operatorname{cotg} A \\
\sin c \cdot \operatorname{cotg} b &= \cos c \cdot \cos A + \sin A \cdot \operatorname{cotg} B
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{IV.}$$

Die Formeln unter I, II, III und IV sind die Grundformeln der sphärischen Trigonometrie; da diese aber mit Ausnahme von I für die logarithmische Rechnung unbequem sind, so werden aus ihnen noch andere abgeleitet werden.

§ 56. Die bei Berechnung des Dreiecks vorkommenden Fälle. Da die drei Winkel des sphärischen Dreiecks unabhängig sind, so ist das Dreieck durch drei beliebige seiner sechs Stücke bestimmt. Hiernach ergeben sich für die Auflösung des Dreiecks sechs verschiedene Fälle; es können gegeben sein:

1) die drei Seiten,
2) die drei Winkel,
3) zwei Seiten und der von diesen eingeschlossene Winkel,
4) zwei Winkel und die zwischenliegende Seite,
5) zwei Seiten und ein gegenüberliegender Winkel,
6) zwei Winkel und eine gegenüberliegende Seite.

In den ersten vier Fällen ist das sphärische Dreieck bestimmt, während es in den beiden letzten Fällen insofern unbestimmt sein kann, als zwei verschiedene Dreiecke den gegebenen Stücken entsprechen können. In diesem Falle heißt das Dreieck zweideutig.

§ 57. Erster Fall. Gegeben die drei Seiten a, b, c; gesucht die Winkel A, B, C.

Nach der Grundgleichung ist

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A,$$

folglich

$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b \cdot \cos c}{\sin b \cdot \sin c} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

von $\qquad 1 = 1 \qquad$ subtrahiert

$$1 - \cos A = 1 - \frac{\cos a - \cos b \cdot \cos c}{\sin b \cdot \sin c}$$

$$= \frac{\sin b \cdot \sin c - \cos a + \cos b \cdot \cos c}{\sin b \cdot \sin c}$$

$$= \frac{\cos(b - c) - \cos a}{\sin b \cdot \sin c}.$$

Da $\qquad 1 - \cos A = 2 \sin^2 \tfrac{1}{2} A \quad \ldots\ldots\ldots \quad$ nach § 24 Nr. 10

und $\qquad \cos(b - c) - \cos a = 2 \sin \tfrac{1}{2}(a + b - c) \cdot \sin \tfrac{1}{2}(a + c - b) \quad$ nach § 24 Nr. 16,

so wird

$$2 \sin^2 \tfrac{1}{2} A = \frac{2 \sin \tfrac{1}{2}(a + b - c) \cdot \sin \tfrac{1}{2}(a + c - b)}{\sin b \cdot \sin c}.$$

Setzt man wie in der ebenen Trigonometrie $\frac{1}{2}(a+b+c)=s$, dividiert durch 2 und zieht auf beiden Seiten der Gleichung die Quadratwurzel, so erhält man

$$\sin\tfrac{1}{2}A=\sqrt{\frac{\sin(s-b)\cdot\sin(s-c)}{\sin b\cdot\sin c}}.$$

Durch entsprechende Vertauschung der Buchstaben ergeben sich die Formeln für die beiden anderen Winkel:

$$\sin\tfrac{1}{2}B=\sqrt{\frac{\sin(s-a)\cdot\sin(s-c)}{\sin a\cdot\sin c}}$$

$$\sin\tfrac{1}{2}C=\sqrt{\frac{\sin(s-a)\cdot\sin(s-b)}{\sin a\cdot\sin b}}. \qquad \text{I.}$$

Da man nach dieser Formel den halben Winkel findet und dieser stets kleiner als 90° sein muß, so entsteht hier durch den Sinus keine Zweideutigkeit.

Addiert man die Gleichung 1) zu $1=1$, so erhält man

$$1+\cos A=1+\frac{\cos a-\cos b\cdot\cos c}{\sin b\cdot\sin c}$$

oder

$$2\cos^2\tfrac{1}{2}A=\frac{\sin b\cdot\sin c+\cos a-\cos b\cdot\cos c}{\sin b\cdot\sin c}$$

$$=\frac{\cos a-(\cos b\cdot\cos c-\sin b\cdot\sin c)}{\sin b\cdot\sin c}$$

$$=\frac{\cos a-\cos(b+c)}{\sin b\cdot\sin c}$$

$$=\frac{2\sin\frac{1}{2}(a+b+c)\sin\frac{1}{2}(b+c-a)}{\sin b\cdot\sin c}.$$

Indem man wieder $\frac{1}{2}(a+b+c)=s$ setzt, durch 2 dividiert und die Quadratwurzel zieht, erhält man:

$$\cos\tfrac{1}{2}A=\sqrt{\frac{\sin s\cdot\sin(s-a)}{\sin b\cdot\sin c}}$$

und dem entsprechend

$$\cos\tfrac{1}{2}B=\sqrt{\frac{\sin s\cdot\sin(s-b)}{\sin a\cdot\sin c}}$$

$$\cos\tfrac{1}{2}C=\sqrt{\frac{\sin s\cdot\sin(s-c)}{\sin a\cdot\sin b}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{II.}$$

Dividiert man die Gleichungen unter I durch die unter II der Reihe nach, so ergibt sich zunächst:

$$\frac{\sin\frac{1}{2}A}{\cos\frac{1}{2}A}=\sqrt{\frac{\sin(s-b)\cdot\sin(s-c)\cdot\sin b\cdot\sin c}{\sin b\cdot\sin c\cdot\sin s\cdot\sin(s-a)}}$$

oder

$$\tan\tfrac{1}{2}A=\sqrt{\frac{\sin(s-b)\cdot\sin(s-c)}{\sin s\cdot\sin(s-a)}}$$

und ebenso

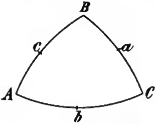
$$\tan\tfrac{1}{2}B=\sqrt{\frac{\sin(s-a)\cdot\sin(s-c)}{\sin s\cdot\sin(s-b)}}$$

$$\tan\tfrac{1}{2}C=\sqrt{\frac{\sin(s-a)\cdot\sin(s-b)}{\sin s\cdot\sin(s-c)}}. \qquad \ldots\ldots\ldots \text{III.}$$

Durch die Tangente findet man den zu suchenden Winkel stets am genauesten. Durch den Sinus werden kleine Winkel genauer als durch den Kosinus gefunden, während Winkel nahe an 90° besser durch den Kosinus als durch den Sinus bestimmt werden (§ 9).

Beispiel. Im sphärischen Dreieck ABC ist $a = 58° 22',9$; $b = 120° 57',1$; $c = 68° 4',2$.

Wie groß sind die übrigen Stücke A, B und C?



$$\begin{aligned} a &= 58° 22',9 & \log \sin &= 9{,}93021 \\ b &= 120° 57',1 & \log \sin &= 9{,}93328 \\ c &= 68° 4',2 & \log \sin &= 9{,}96738 \\ 2s &= 247° 24',2 & & \\ s &= 123° 42',1 & \log \sin &= 9{,}92009 \\ s - a &= 65° 19',2 & \log \sin &= 9{,}95840 \\ s - b &= 2° 45',0 & \log \sin &= 8{,}68104 \\ s - c &= 55° 37',9 & \log \sin &= 9{,}91668 \end{aligned}$$

$$\sin \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\sin(s-b)\sin(s-c)}{\sin b \cdot \sin c}}$$

$$\begin{aligned} \log \sin (s-b) &= 8{,}68104 \\ \log \sin (s-c) &= 9{,}91668 \\ \log \operatorname{cosec} b &= 0{,}06672 \\ \log \operatorname{cosec} c &= 0{,}03262 \\ & \overline{18{,}69706} \\ \log \sin \tfrac{1}{2} A &= 9{,}34853 \\ \tfrac{1}{2} A &= 12° 53',5 \\ A &= 25° 47',0 \end{aligned}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} B = \sqrt{\frac{\sin s \cdot \sin(s-b)}{\sin a \cdot \sin c}}$$

$$\begin{aligned} \log \sin s &= 9{,}92009 \\ \log \sin (s-b) &= 8{,}68104 \\ \log \operatorname{cosec} a &= 0{,}06979 \\ \log \operatorname{cosec} c &= 0{,}03262 \\ & \overline{18{,}70354} \\ \log \cos \tfrac{1}{2} B &= 9{,}35177 \\ \tfrac{1}{2} B &= 77° 0',6 \\ B &= 154° 1',2 \end{aligned}$$

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} C = \sqrt{\frac{\sin(s-a) \cdot \sin(s-b)}{\sin s \cdot \sin(s-c)}}$$

$$\begin{aligned} \log \sin (s-a) &= 9{,}95840 \\ \log \sin (s-b) &= 8{,}68104 \\ \log \operatorname{cosec} s &= 0{,}07991 \\ \log \operatorname{cosec} (s-c) &= 0{,}08332 \\ & \overline{18{,}80267} \\ \log \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} C &= 9{,}40134 \\ \tfrac{1}{2} C &= 14° 8',5 \\ C &= 28° 17',0 . \end{aligned}$$

§ 58. **Zweiter Fall.** Gegeben die drei Winkel A, B, C, gesucht die drei Seiten a, b, c. Auf ähnliche Weise wie im vorigen Falle erhält man aus den Formeln unter III des § 54 Gleichungen, nach denen die Seiten unmittelbar aus den gegebenen Winkeln berechnet werden können. Man benötigt indessen dieser Formeln nicht, da man unter Benutzung des Supplementardreiecks (§ 47) dieselben Formeln anwenden kann wie im ersten Falle.

Bezeichnet man die Seiten und Winkel des Supplementardreiecks entsprechend den Seiten und Winkeln des gegebenen Dreiecks durch a', b', c' und A', B', C', so berechne man zunächst $a' = 180° - A$, $b' = 180° - B$, $c' = 180° - C$. Hierauf berechnet man die Winkel A', B' und C' nach den für den ersten Fall abgeleiteten Formeln und findet dann durch Subtraktion dieser Winkel von 180° die entsprechenden Seiten des gegebenen Dreiecks.

Beispiel. Im sphärischen Dreieck ABC ist $A = 71°33',5$; $B = 57°53',9$; $C = 77°22',4$. Wie groß sind die Seiten a, b, c?

$A = 71°33',5$; $a' = 108°26',5$
$B = 57°53',9$; $b' = 122°\ 6',1$
$C = 77°22',4$; $c' = 102°37',6$

$2s' = 333°10',2$

$s' = 166°35',1$ log sin $= 9,36550$
$s' - a' = 58°\ 8',6$ log sin $= 9,92910$
$s' - b' = 44°29',0$ log sin $= 9,84553$
$s' - c' = 63°57',5$ log sin $= 9,95351$

$$\tang \tfrac{1}{2} A' = \sqrt{\frac{\sin(s'-b') \cdot \sin(s'-c')}{\sin s' \cdot \sin(s'-a')}}, \qquad \tang \tfrac{1}{2} B' = \sqrt{\frac{\sin(s'-a') \cdot \sin(s'-c')}{\sin s' \cdot \sin(s'-b')}}$$

log sin $(s'-b') = 9,84553$
log sin $(s'-c') = 9,95351$
log cosec $s' = 0,63450$
log cosec $(s'-a') = 0,07090$
$0,50444 : 2$
log tang $\frac{1}{2}A' = 0,25222$
$\frac{1}{2}A' = 60°46',4$
$A' = 121°32',8$
$a = 58°27',2$

log sin $(s'-a') = 9,92910$
log sin $(s'-c') = 9,95351$
log cosec $s' = 0,63450$
log cosec $(s'-b') = 0,15447$
$0,67158 : 2$
log tang $\frac{1}{2}B' = 0,33579$
$\frac{1}{2}B' = 65°13',5$
$B' = 130°27',0$
$b = 49°33',0$

$$\tang \tfrac{1}{2} C' = \sqrt{\frac{\sin(s'-a') \cdot \sin(s'-b')}{\sin s' \cdot \sin(s'-c')}}$$

log sin $(s'-a') = 9,92910$
log sin $(s'-b') = 9,84553$
log cosec $s' = 0,63450$
log cosec $(s'-c') = 0,04649$
$0,45562 : 2$
log tang $\frac{1}{2}C' = 0,22781$
$\frac{1}{2}C' = 59°22',9$
$C' = 118°45',8$
$c = 61°14',2$.

§ 59. Dritter und vierter Fall. Gegeben zwei Seiten und der von diesen eingeschlossene Winkel oder zwei Winkel und die zwischenliegende Seite; gesucht die übrigen Stücke

Setzt man die in § 57 gefundenen Werte von $\sin\frac{1}{2}A$, $\sin\frac{1}{2}B$, $\cos\frac{1}{2}A$, $\cos\frac{1}{2}B$ in die Formel 1 des § 24, nämlich:

$$\sin\tfrac{1}{2}(A+B) = \sin\tfrac{1}{2}A \cdot \cos\tfrac{1}{2}B + \cos\tfrac{1}{2}A \cdot \sin\tfrac{1}{2}B$$

ein, so erhält man, wenn man die Wurzeln miteinander multipliziert und aus den im Quadrat vorkommenden Faktoren die Wurzel zieht,

$$\sin\tfrac{1}{2}(A+B) = \frac{\sin(s-b)}{\sin c}\sqrt{\frac{\sin s \cdot \sin(s-c)}{\sin a \cdot \sin b}} + \frac{\sin(s-a)}{\sin c}\sqrt{\frac{\sin s \cdot \sin(s-c)}{\sin a \cdot \sin b}},$$

$$= \left(\frac{\sin(s-b)}{\sin c} + \frac{\sin(s-a)}{\sin c}\right)\sqrt{\frac{\sin s \cdot \sin(s-c)}{\sin a \cdot \sin b}},$$

$$= \frac{\sin(s-b) + \sin(s-a)}{\sin c} \cdot \cos\tfrac{1}{2}C,$$

$$= \frac{2 \cdot \sin\frac{1}{2}(s-b+s-a) \cdot \cos\frac{1}{2}[(s-b)-(s-a)]}{2\sin\frac{1}{2}c \cdot \cos\frac{1}{2}c} \cdot \cos\tfrac{1}{2}C.$$

Da $\frac{1}{2}(s-b+s-a)=\frac{1}{2}(2s-a-b)=\frac{1}{2}(a+b+c-a-b)=\frac{1}{2}c$

und $\frac{1}{2}[s-b-(s-a)]=\frac{1}{2}(s-b-s+a)=\frac{1}{2}(a-b)$ ist, so ist auch

$$\sin\tfrac{1}{2}(A+B)=\frac{\cos\frac{1}{2}(a-b)}{\cos\frac{1}{2}c}\cdot\cos\tfrac{1}{2}C \quad \ldots\ldots \quad 1)$$

Wenn man die Werte von $\sin\frac{1}{2}A$, $\sin\frac{1}{2}B$, $\cos\frac{1}{2}A$, $\cos\frac{1}{2}B$ in die Formel

$$\sin\tfrac{1}{2}(A-B)=\sin\tfrac{1}{2}A\cdot\cos\tfrac{1}{2}B-\cos\tfrac{1}{2}A\cdot\sin\tfrac{1}{2}B$$

einsetzt und ebenso wie vorhin verfährt, so erhält man

$$\sin\tfrac{1}{2}(A-B)=\frac{\sin\frac{1}{2}(a-b)}{\sin\frac{1}{2}c}\cdot\cos\tfrac{1}{2}C \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

Verfährt man in derselben Weise mit der Formel:

$$\cos\tfrac{1}{2}(A\pm B)=\cos\tfrac{1}{2}A\cdot\cos\tfrac{1}{2}B\mp\sin\tfrac{1}{2}A\cdot\sin\tfrac{1}{2}B \quad (\S\ 24),$$

so erhält man

$$\cos\tfrac{1}{2}(A\pm B)=\frac{\sin s}{\sin c}\sqrt{\frac{\sin(s-a)\cdot\sin(s-b)}{\sin a\cdot\sin b}}\mp\frac{\sin(s-c)}{\sin c}\sqrt{\frac{\sin(s-a)\cdot\sin(s-b)}{\sin a\cdot\sin b}}$$

und hieraus $\cos\frac{1}{2}(A+B)=\dfrac{\sin s-\sin(s-c)}{\sin c}\cdot\sin\frac{1}{2}C$

und $\cos\frac{1}{2}(A-B)=\dfrac{\sin s+\sin(s-c)}{\sin c}\cdot\sin\frac{1}{2}C$;

mithin $\cos\frac{1}{2}(A+B)=\dfrac{\cos\frac{1}{2}(a+b)}{\cos\frac{1}{2}c}\cdot\sin\frac{1}{2}C \quad \ldots\ldots \quad 3)$

und $\cos\frac{1}{2}(A-B)=\dfrac{\sin\frac{1}{2}(a+b)}{\sin\frac{1}{2}c}\cdot\sin\frac{1}{2}C \quad \ldots\ldots \quad 4)$

Beseitigt man in den Formeln 1) 2) 3) 4) die Nenner, so erhält man die **Gaußschen** Gleichungen:

$$\sin\tfrac{1}{2}(A+B)\cdot\cos\tfrac{1}{2}c=\cos\tfrac{1}{2}(a-b)\cdot\cos\tfrac{1}{2}C \quad \ldots\ldots \quad 5)$$

$$\sin\tfrac{1}{2}(A-B)\cdot\sin\tfrac{1}{2}c=\sin\tfrac{1}{2}(a-b)\cdot\cos\tfrac{1}{2}C \quad \ldots\ldots \quad 6)$$

$$\cos\tfrac{1}{2}(A+B)\cdot\cos\tfrac{1}{2}c=\cos\tfrac{1}{2}(a+b)\cdot\sin\tfrac{1}{2}C \quad \ldots\ldots \quad 7)$$

$$\cos\tfrac{1}{2}(A-B)\cdot\sin\tfrac{1}{2}c=\sin\tfrac{1}{2}(a+b)\cdot\sin\tfrac{1}{2}C \quad \ldots\ldots \quad 8)$$

Dividiert man die Gleichung 6) durch Gleichung 8), so erhält man

$$\tan\tfrac{1}{2}(A-B)=\frac{\sin\frac{1}{2}(a-b)}{\sin\frac{1}{2}(a+b)}\cdot\cot\tfrac{1}{2}C \quad \ldots\ldots \quad 9)$$

Gleich. 5) divid. durch 7) $\tan\frac{1}{2}(A+B)=\dfrac{\cos\frac{1}{2}(a-b)}{\cos\frac{1}{2}(a+b)}\cdot\cot\frac{1}{2}C \quad \ldots\ldots \quad 10)$

Gleich. 6) divid. durch 5) $\tan\frac{1}{2}(a-b)=\dfrac{\sin\frac{1}{2}(A-B)}{\sin\frac{1}{2}(A+B)}\cdot\tan\frac{1}{2}c \quad \ldots\ldots \quad 11)$

Gleich. 8) divid. durch 7) $\tan\frac{1}{2}(a+b)=\dfrac{\cos\frac{1}{2}(A-B)}{\cos\frac{1}{2}(A+B)}\cdot\tan\frac{1}{2}c \quad \ldots\ldots \quad 12)$

Diese vier letzten Gleichungen sind unter dem Namen der **Napierschen Analogieen** bekannt und dienen zur Auflösung der übrigen Fälle. Man prägt sie dem Gedächtnisse

leichter ein, wenn man sie der Reihe nach in die folgenden Proportionen umformt, nämlich in:

1) $\sin \frac{1}{2}(a + b) : \sin \frac{1}{2}(a - b) = \operatorname{cotg} \frac{1}{2} C : \operatorname{tang} \frac{1}{2}(A - B)$.

2) $\cos \frac{1}{2}(a + b) : \cos \frac{1}{2}(a - b) = \operatorname{cotg} \frac{1}{2} C : \operatorname{tang} \frac{1}{2}(A + B)$.

3) $\sin \frac{1}{2}(A + B) : \sin \frac{1}{2}(A - B) = \operatorname{tang} \frac{1}{2} c : \operatorname{tang} \frac{1}{2}(a - b)$.

4) $\cos \frac{1}{2}(A + B) : \cos \frac{1}{2}(A - B) = \operatorname{tang} \frac{1}{2} c : \operatorname{tang} \frac{1}{2}(a + b)$.

D. h.

1) Der Sinus der halben Summe zweier Seiten verhält sich zum Sinus ihrer halben Differenz wie die Kotangente des halben eingeschlossenen Winkels zur Tangente der halben Differenz der beiden anderen Winkel.

2) Der Kosinus der halben Summe zweier Seiten verhält sich zum Kosinus ihrer halben Differenz wie die Kotangente des halben eingeschlossenen Winkels zur Tangente der halben Summe der beiden anderen Winkel.

3) Der Sinus der halben Summe zweier Winkel verhält sich zum Sinus ihrer halben Differenz wie die Tangente der halben zwischenliegenden Seite zur Tangente der halben Differenz der beiden anderen Seiten.

4) Der Kosinus der halben Summe zweier Winkel verhält sich zum Kosinus ihrer halben Differenz wie die Tangente der halben zwischenliegenden Seite zur Tangente der halben Summe der beiden anderen Seiten.

Folgerung. 1) Da die Seiten und Winkel der sphärischen Dreiecke, also auch die Differenz zweier Seiten oder Winkel eines Dreiecks stets kleiner als 180° sind, so ist $\cos \frac{1}{2}(a - b)$ und $\operatorname{cotg} \frac{1}{2} C$ stets positiv, folglich muß nach der zweiten der obigen Proportionen $\cos \frac{1}{2}(a + b)$ mit $\operatorname{tang} \frac{1}{2}(A + B)$ stets dasselbe Vorzeichen haben, d. h. $\frac{1}{2}(a + b)$ und $\frac{1}{2}(A + B)$ sind entweder beide kleiner oder beide größer als 90°.

In jedem sphärischen Dreieck ist daher die Summe zweier Seiten gleichartig mit der Summe der gegenüberliegenden Winkel; entweder sind beide Summen kleiner als 180° oder beide größer als 180°.

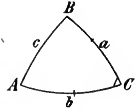
2) Wenn nun im Falle 3 gegeben sind a, b und C, so sind in den beiden ersten Proportionen die drei ersten Glieder bekannt, und man kann also das vierte, unbekannte Glied berechnen. Aus der ersten Proportion erhält man die halbe Differenz, aus der zweiten die halbe Summe der gesuchten Winkel, woraus man in bekannter Weise diese Winkel selbst erhält. Die noch fehlende Seite findet man dann am zweckmäßigsten nach der dritten Proportion, worin das gesuchte Glied das dritte ist und die anderen drei Glieder bekannt sind.

Sind im Falle 4 die Winkel A und B sowie die zwischenliegende Seite c gegeben, so benutzt man zunächst die letzten beiden Proportionen, nach denen man das vierte Glied berechnet und findet dann durch $\frac{1}{2}(a + b) \pm \frac{1}{2}(a - b)$ die Seiten a und b. Den gesuchten Winkel C ermittelt man darauf zweckmäßig nach der ersten Proportion.

Beispiel 1. Im sphärischen Dreieck ABC ist $a = 120° 18',6$; $b = 118° 2',2$; $C = 27° 22',6$. Wie groß sind A, B und c?

Um die Winkel A und B zu finden, hat man die Formeln:

$$\sin \tfrac{1}{2}(a + b) : \sin \tfrac{1}{2}(a - b) = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} C : \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(A - B).$$
$$\cos \tfrac{1}{2}(a + b) : \cos \tfrac{1}{2}(a - b) = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} C : \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(A + B).$$



$$\begin{aligned}
a &= 120^\circ\, 18',6 \\
b &= 118^\circ\ \ 2',2 \\
\tfrac{1}{2}(a+b) &= 119^\circ\, 10',4 \quad \log\operatorname{cosec} = 0{,}05891 \quad \log\sec = 0{,}31207\,\mathrm{n} \\
\tfrac{1}{2}(a-b) &= \ \ 1^\circ\ \ 8',2 \quad \log\sin\ \ \ = 8{,}29748 \quad \log\cos = 9{,}99992 \\
\tfrac{1}{2}C &= \ 13^\circ\, 41',3 \quad \log\operatorname{cotg} = 0{,}61339 \ \ldots\ldots = 0{,}61339 \\
\tfrac{1}{2}(A-B) &= \ \ 5^\circ\, 19',7 \quad \log\operatorname{tang} = 8{,}96978 \\
\tfrac{1}{2}(A+B) &= \ 96^\circ\, 46',3 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \log\operatorname{tang} = 0{,}92538\,\mathrm{n} \\
A &= 102^\circ\ \ 6',0 \\
B &= \ 91^\circ\, 26',6\,.
\end{aligned}$$

Zur Berechnung von c dient:

$$\sin\tfrac{1}{2}(A+B) : \sin\tfrac{1}{2}(A-B) = \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}c : \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(a-b)\,.$$

$$\begin{aligned}
\log\sin\ \ \tfrac{1}{2}(A+B) &= 9{,}99696 \\
\log\operatorname{cosec}\tfrac{1}{2}(A-B) &= 1{,}03216 \\
\log\operatorname{tang}\ \tfrac{1}{2}(a-b) &= 8{,}29757 \\
\log\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}c &= 9{,}32669 \\
\tfrac{1}{2}c &= 11^\circ\, 58',7 \\
c &= 23^\circ\, 57',4\,.
\end{aligned}$$

Beispiel 2. Im sphärischen Dreieck ABC ist $A = 54^\circ\, 39',5$; $C = 59^\circ\, 29',1$; $b = 68^\circ\, 32',8$. Wie groß sind a, c und B?

Um c und a zu finden, hat man die Gleichungen

$$\begin{aligned}
\sin\tfrac{1}{2}(C+A) : \sin\tfrac{1}{2}(C-A) &= \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}b : \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(c-a)\,, \\
\cos\tfrac{1}{2}(C+A) : \cos\tfrac{1}{2}(C-A) &= \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}b : \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(c+a)\,.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C &= 59^\circ\, 29',1 \\
A &= 54^\circ\, 39',5 \\
\tfrac{1}{2}(C+A) &= 57^\circ\ \ 4',3 \quad \log\operatorname{cosec} = 0{,}07606 \quad \log\sec = 0{,}26473 \\
\tfrac{1}{2}(C-A) &= \ \ 2^\circ\, 24',8 \quad \log\sin\ \ \ = 8{,}62437 \quad \log\cos = 9{,}99961 \\
\tfrac{1}{2}b &= 34^\circ\, 16',4 \quad \log\operatorname{tang} = 9{,}83345 \ \ldots\ldots = 9{,}83345 \\
\tfrac{1}{2}(c-a) &= \ \ 1^\circ\, 57',5 \quad \log\operatorname{tang} = 8{,}53388 \\
\tfrac{1}{2}(c+a) &= 51^\circ\, 29',8 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \log\operatorname{tang} = 0{,}09779 \\
c &= 53^\circ\, 21',3 \\
a &= 49^\circ\, 26',3\,.
\end{aligned}$$

Zur Berechnung von B dient die Formel:

$$\sin\tfrac{1}{2}(c+a) : \sin\tfrac{1}{2}(c-a) = \operatorname{cotg}\tfrac{1}{2}B : \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(C-A)\,.$$

$$\begin{aligned}
\log\sin\tfrac{1}{2}(c+a) &= 9{,}89292 \\
\log\operatorname{cosec}\tfrac{1}{2}(c-a) &= 1{,}46632 \\
\log\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(C-A) &= 8{,}62475 \\
\log\operatorname{cotg}\tfrac{1}{2}B &= 9{,}98399 \\
\tfrac{1}{2}B &= 46^\circ\, 3',4 \\
B &= 92^\circ\, 6',8\,.
\end{aligned}$$

§ 60. Fünfter und sechster Fall. Gegeben zwei Seiten und ein Gegenwinkel, oder zwei Winkel und eine Gegenseite; gesucht die fehlenden Stücke.

Sind im Falle 5 gegeben die Seiten a und b sowie der Gegenwinkel A, so berechne man nach der Sinusgleichung

$$\sin B = \frac{\sin b \cdot \sin A}{\sin a}\,.$$

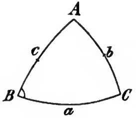
Da Nebenwinkel gleiche Sinus haben, so ergeben sich zwei Werte für B; welcher von diesen Winkeln der richtige ist, oder ob beide zulässig sind, entscheidet man mit Hilfe des Satzes (§ 46): Im sphärischen Dreieck liegt der größeren Seite der größere Winkel

gegenüber. Genügen sowohl der spitze als auch der stumpfe Winkel dieser Bedingung, so ist das Dreieck zweideutig.

Nachdem der Winkel B berechnet ist, kann man nach den Napierschen Gleichungen die beiden noch fehlenden Stücke finden.

Sind im Falle 6 zwei Winkel, A und B, und die Gegenseite a gegeben, so findet man zunächst nach der Sinusgleichung die andere Gegenseite b, dann verfährt man wie im vorigen Falle. Wegen der Zweideutigkeit der Seite b sind dieselben Betrachtungen anzustellen, wie vorhin im Falle 5, und es ist stets erst festzustellen, ob das zu berechnende Dreieck ein- oder zweideutig ist.

Beispiel 1. Im sphärischen Dreieck ABC ist $b = 70°\,40',0$; $c = 115°\,30',0$; $B = 76°\,10',0$. Wie groß sind C, A und a?



C wird berechnet nach

$$\sin b : \sin c = \sin B : \sin C$$

$$\begin{aligned}
\log \operatorname{cosec} b &= 0{,}02521\\
\log \sin c &= 9{,}95549\\
\log \sin B &= 9{,}98722\\
\hline
\log \sin C &= 9{,}96792\\
C &= 68°\,14',9\\
\text{oder} &= 111°\,45',1\,.
\end{aligned}$$

Da $c > b$, so muß auch $C > B$ sein. Diese Bedingung erfüllt nur der stumpfe Wert $C = 111°\,45',1$. Folglich ist das Dreieck eindeutig.

Zur Berechnung von a hat man

$$\sin \tfrac{1}{2}(C + B) : \sin \tfrac{1}{2}(C - B) = \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} a : \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(c - b)$$

und zur Berechnung von A

$$\sin \tfrac{1}{2}(c + b) : \sin \tfrac{1}{2}(c - b) = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} A : \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(C - B)$$

$$\begin{aligned}
C &= 111°\,45',1 & c &= 115°\,30',0\\
B &= 76°\,10',0 & b &= 70°\,40',0\\
\hline
\tfrac{1}{2}(C + B) &= 93°\,57',6 & \tfrac{1}{2}(c + b) &= 93°\;\;5',0\\
\tfrac{1}{2}(C - B) &= 17°\,47',6 & \tfrac{1}{2}(c - b) &= 22°\,25',0\\
\log \sin \tfrac{1}{2}(C + B) &= 9{,}99896 & \log \sin \tfrac{1}{2}(c + b) &= 9{,}99937\\
\log \operatorname{cosec} \tfrac{1}{2}(C - B) &= 0{,}51487 & \log \operatorname{cosec} \tfrac{1}{2}(c - b) &= 0{,}41869\\
\log \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(c - b) &= 9{,}61544 & \log \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(C - B) &= 9{,}50642\\
\hline
\log \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} a &= 0{,}12927 & \log \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} A &= 9{,}92448\\
\tfrac{1}{2} a &= 53°\,24',2 & \tfrac{1}{2} A &= 49°\,57',4\\
a &= 106°\,48',4 & A &= 99°\,54',8\,.
\end{aligned}$$

Beispiel 2. Im sphärischen Dreieck ABC ist $A = 81°\,38',3$; $B = 70°\,9',6$ $b = 64°\,46',5$. Wie groß sind a, C und c?

a wird gefunden nach: $\sin B : \sin A = \sin b : \sin a$

$$\begin{aligned}
\log \operatorname{cosec} B &= 0{,}02658\\
\log \sin A &= 9{,}99536\\
\log \sin b &= 9{,}95648\\
\hline
\log \sin a &= 9{,}97842\\
a &= 72°\;\;5',2\\
\text{oder}\quad a &= 107°\,54',8\,.
\end{aligned}$$

Da $A > B$, so muß auch $a > b$ sein. Diese Bedingung erfüllen beide Werte von a, daher sind auch beide Werte möglich, d. h. das Dreieck ist zweideutig.

Zur Berechnung von C hat man:

$$\sin \tfrac{1}{2}(a+b) : \sin \tfrac{1}{2}(a-b) = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} C : \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(A-B),$$

und c kann gefunden werden nach:

$$\sin \tfrac{1}{2}(A+B) : \sin \tfrac{1}{2}(A-B) = \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} c : \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(a-b).$$

$A = 81^\circ\,38',3$	$a = 72^\circ\;\,5',2$	oder	$a = 107^\circ\,54',8$
$B = 70^\circ\;\,9',6$	$b = 64^\circ\,46',5$		$b = 64^\circ\,46',5$
$\tfrac{1}{2}(A+B) = 75^\circ\,54',0$	$\tfrac{1}{2}(a+b) = 68^\circ\,25',9$	oder	$\tfrac{1}{2}(a+b) = 86^\circ\,20',7$
$\tfrac{1}{2}(A-B) = 5^\circ\,44',4$	$\tfrac{1}{2}(a-b) = 3^\circ\,39',4$	"	$\tfrac{1}{2}(a-b) = 21^\circ\,34',2$

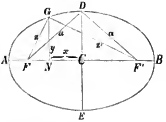
$\log \sin \tfrac{1}{2}(a+b) = 9{,}96847$	$\log \sin \tfrac{1}{2}(a+b) = 9{,}99912$
$\log \operatorname{cosec} \tfrac{1}{2}(a-b) = 1{,}19533$	$\log \operatorname{cosec} \tfrac{1}{2}(a-b) = 0{,}43458$
$\log \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(A-B) = 9{,}00225$	$= 9{,}00225$
$\log \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} C = 0{,}16605$	$\log \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} C = 9{,}43595$
$\tfrac{1}{2} C = 34^\circ\,18',3$	$\tfrac{1}{2} C = 74^\circ\,44',2$
$C = 68^\circ\,36',6$	oder: $C = 149^\circ\,28',4$.
$\log \sin \tfrac{1}{2}(A+B) = 9{,}98671$	$= 9{,}98671$
$\log \operatorname{cosec} \tfrac{1}{2}(A-B) = 0{,}99994$	$= 0{,}99994$
$\log \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(a-b) = 8{,}80555$	$\log \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(a-b) = 9{,}59695$
$\log \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} c = 9{,}79220$	$\log \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} c = 0{,}58360$
$\tfrac{1}{2} c = 31^\circ\,47',3$	$\tfrac{1}{2} c = 75^\circ\,22',8$
$c = 63^\circ\,34',6$	oder: $c = 150^\circ\,45',6$.

Vierter Abschnitt.

Von der Ellipse.

§ 61. Erklärung der Ellipse. Die Ellipse, Fig. 42, ist eine in sich zurücklaufende krumme Linie von solcher Beschaffenheit, daß die Summe der beiden Abstände eines jeden ihrer Punkte von zwei festen Punkten, F und F', immer dieselbe bleibt, so z. B. $GF + GF' = AF + AF' = DF + DF'$.

Fig. 42.



Eine derartige Linie kann auf folgende Weise beschrieben werden. Man schlägt in F und F' je einen Stift ein und legt um diese einen Faden ohne Ende, führt nun einen Zeichenstift an diesem Faden, diesen stets straff spannend, um die beiden Stifte ganz herum, so ist die durch den Zeichenstift beschriebene krumme Linie eine Ellipse. Denn es ist dann die Summe der beiden Abstände irgend eines Punktes der krummen Linie von den Punkten F und F' stets gleich derselben Fadenlänge.

Die festen Punkte F und F' heißen die Brennpunkte der Ellipse, und jede gerade Linie, die einen der Brennpunkte mit irgend einem Punkte der Ellipse verbindet, wird Leitstrahl oder Radiusvektor genannt.

Die durch die Brennpunkte gehende gerade Linie AB heißt die große Achse und die in ihrer Mitte C darauf errichtete Senkrechte DE die kleine Achse der Ellipse. Beide Achsen halbieren sich gegenseitig, und der Punkt C heißt der Mittelpunkt der Ellipse.

Die Entfernung der Brennpunkte vom Mittelpunkte C oder, was dasselbe ist, die halbe Entfernung der beiden Brennpunkte voneinander, $CF = CF'$, heißt die Exzentrizität der Ellipse.

Die Senkrechte GN aus irgend einem Punkte der Ellipse auf die große Achse heißt die Ordinate, und die Entfernung CN des Fußpunktes der Ordinate vom Mittelpunkte der Ellipse wird Abszisse dieses Punktes G genannt. Beide Linien, GN und CN zusammen, werden als die Koordinaten des Punktes G bezeichnet.

§ 62. **Die Summe beider Leitstrahlen eines Punktes der Ellipse ist gleich ihrer großen Achse.** Denn es ist z. B. die Summe der Leitstrahlen des Punktes A (Fig. 42) $= AF + AF' = AF + FF' + AF$. Da nun $AC = BC$ und $FC = F'C$ ist, so ist auch $AF = BF'$, folglich $AF + AF' = AF + FF' + BF' = AB$.

Wenn man demnach einen Endpunkt der kleinen Achse DE mit den Brennpunkten F und F' verbindet, so ist jeder dieser Leitstrahlen gleich der halben großen Achse der Ellipse. Denn da $DF + DF' = AB$ ist, und die Senkrechte CD durch die Mitte von FF' geht, so ist $DF = DF' = \frac{1}{2} AB$.

Man bezeichne die große Achse mit $2a$, die kleine mit $2b$, die Exzentrizität $CF = CF'$ mit e, so folgt aus dem rechtwinkligen Dreieck DCF, in dem

$$CF^2 = DF^2 - CD^2 \quad \text{ist,}$$

daß

$$e^2 = a^2 - b^2,$$

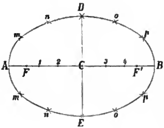
also

$$e = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{(a + b) \cdot (a - b)},$$

d. h. die Exzentrizität der Ellipse ist die mittlere geometrische Proportionale zwischen der Summe ihrer beiden halben Achsen und deren Differenz.

§ 63. **Die Konstruktion** der Ellipse läßt sich nach dem vorhergehenden in folgender Weise ausführen. Sind die große Achse und die Exzentrizität der Ellipse gegeben, so nehme man auf der großen Achse AB (Fig. 43) beliebig viele Teilpunkte: 1, 2, C, 3, 4 usw., zwischen den Brennpunkten F und F' an, beschreibe mit der Entfernung von A bis zum Teilpunkte 1, oder kurz mit $A1$ aus dem Brennpunkte F, und mit $B1$ aus dem anderen Brennpunkte F' Bogen, die sich in m schneiden, dann mit $A2$ aus F und mit $B2$ aus F' Bogen, die sich in n schneiden usw., so sind die Durchschnittspunkte m, n, D, E, o, p um die große Achse von beiden Brennpunkten entfernt, sind also Punkte der Ellipse, die durch einen Zug aus freier Hand verbunden, die Ellipse ergeben. Ist C die Mitte der großen Achse, so sind die Schnittpunkte D und E die Endpunkte der kleinen Achse.

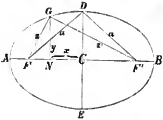
Fig. 43.



Sind beide Achsen der Ellipse gegeben, so muß man zunächst, um sie zu konstruieren, die Brennpunkte bestimmen. Man errichte in der Mitte C der großen Achse die Senkrechte CD und mache diese gleich der halben kleinen Achse, schneide von D aus mit der halben großen Achse AC die große Achse AB, so sind die Durchschnittspunkte F und F' die Brennpunkte der Ellipse.

§ 64. Bestimmt man das Verhältnis der Ordinate eines Punktes der Ellipse zur halben kleinen und das der zugehörigen Abszisse zur halben großen Achse, so ist die Summe der Quadrate beider Verhältniszahlen gleich 1. Man setze hier wie im folgenden (Fig. 42):

Fig. 42.



die große Achse $AB = 2a$,
die kleine Achse $DE = 2b$,
die Exzentrizität $CF = CF' = e$,
die Ordinate $GN = y$,
die Abszisse $CN = x$,
die Leitstrahlen GF und $GF' = z$ und z'.

Aus den beiden rechtwinkligen Dreiecken $GF'N$ und GFN ergibt sich:

$$z'^2 = y^2 + (e + x)^2 \quad \ldots \quad 1)$$

$$z^2 = y^2 + (e - x)^2 \quad \ldots \quad 2)$$

subtr. $\quad z'^2 - z^2 = (e + x)^2 - (e - x)^2 = e^2 + 2ex + x^2 - e^2 + 2ex - x^2$,

oder $(z' + z) \cdot (z' - z) = 4ex$; da $z' + z = 2a$ ist, so wird

$$z' - z = \frac{4ex}{2a} \text{ oder } z' - z = \frac{2ex}{a} \quad \ldots \quad 3),$$

durch Addition $\quad 2z' = 2a + \dfrac{2ex}{a}$,

also $\quad z' = a + \dfrac{ex}{a} = \dfrac{a^2 + ex}{a}$.

Setzt man diesen Wert in Gl. 1) für z' ein, so erhält man

$$a^2 + 2ex + \frac{e^2 x^2}{a^2} = y^2 + e^2 + 2ex + x^2.$$

Hierin fällt $2ex$ fort, und setzt man nach § 62 $e^2 = a^2 - b^2$, so wird

$$a^2 + \frac{a^2 - b^2}{a^2} \cdot x^2 = y^2 + a^2 - b^2 + x^2$$

oder $\quad a^2 x^2 - b^2 x^2 = a^2 y^2 - a^2 b^2 + a^2 x^2$

und $\quad a^2 y^2 + b^2 x^2 = a^2 b^2 \quad \ldots \quad$ I).

Dividiert man durch $a^2 b^2$, so ist $\quad \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{x^2}{a^2} = 1$

oder $\quad \left(\dfrac{y}{b}\right)^2 + \left(\dfrac{x}{a}\right)^2 = 1 \quad \ldots \quad$ II).

Die Gleichung I) oder II) heißt die Gleichung der Ellipse, bezogen auf den Mittelpunkt.

Aus Gl. I) folgt: $a^2 y^2 = a^2 b^2 - b^2 x^2 = b^2 (a^2 - x^2)$

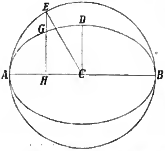
und $\quad y^2 = \dfrac{b^2}{a^2}(a^2 - x^2)$,

also $\quad y = \pm \dfrac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} \quad \ldots \quad$ III).

Hiernach kann man aus einer Abszisse x und den halben Achsen die zugehörige Ordinate berechnen, und man sieht, daß zu gleichen auf beiden Seiten vom Mittelpunkte gelegenen Abszissen auch gleiche Ordinaten, und zu jeder Abszisse (kleiner als a) zwei einander gleiche aber entgegengesetzt liegende Ordinaten gehören, die eine oberhalb, die andere unterhalb von AB. Demnach wird eine Ellipse durch ihre beiden Achsen in vier kongruente Teile geteilt.

§ 65. Wenn man über der großen Achse einer Ellipse als Durchmesser einen Kreis beschreibt, so verhält sich die Ordinate dieses umgeschriebenen Kreises zu der in ihr liegenden Ordinate der Ellipse wie die große Achse zur kleinen Achse der Ellipse. Denn verlängert man (Fig. 44) die Ordinate GH eines Punktes G der Ellipse, bis sie den umgeschriebenen Kreis in E trifft, so ist in dem rechtwinkligen Dreieck CEH, in dem CE gleich der halben großen Achse a und CH die Abszisse x ist,

Fig. 44.



$$EH^2 = a^2 - x^2;$$ und wird EH mit Y bezeichnet, so ist

$$Y = \pm \sqrt{a^2 - x^2}.$$

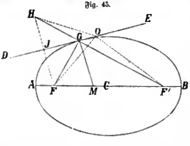
Es ist $$y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} \quad (\S\ 64),$$

also $$Y : y = 1 : \frac{b}{a},$$

oder $$Y : y = a : b.$$

§ 66. Wenn man von irgend einem Punkte der Ellipse die Leitstrahlen nach den beiden Brennpunkten zieht und den Nebenwinkel des von diesen Leitstrahlen eingeschlossenen Winkels halbiert, so ist diese Halbierungslinie eine Tangente der Ellipse. Es seien (Fig. 45) F und F' die Brennpunkte der Ellipse, also GF und GF' die Leitstrahlen des Punktes G; ferner sei GH die Verlängerung von GF', also $\angle FGH$ Nebenwinkel von $\angle FGF'$, und GD halbiere $\angle FGH$, so ist zu beweisen, daß die Linie DGE nur den einzigen Punkt G mit der Ellipse gemein hat.

Fig. 45.



Man nehme einen beliebigen Punkt O in der Linie DE an, verbinde ihn mit den Brennpunkten F und F', so ist $OF + OF' > GF + GF'$, folglich kann O kein Punkt der Ellipse sein. Denn macht man $GH = GF$, zieht FH und OH, so ist $\triangle GFH$ gleichschenklig, und da GJ den Winkel an der Spitze halbiert, also senkrecht auf FH steht, so ist auch $OH = OF$, mithin ist

$$OF + OF' = OH + OF'$$

und $$GF + GF' = GH + GF' = HF';$$

es ist aber $$OH + OF' > HF'$$

also $$OF + OF' > GF + GF'.$$

Dasselbe läßt sich von jedem anderen Punkte der Linie DE erweisen, also hat diese Linie nur den einzigen Punkt G mit der Ellipse gemein und ist folglich Tangente an der Ellipse.

Zusatz 1. Die Winkel, welche die Leitstrahlen nach dem Berührungspunkte einer Tangente mit dieser Tangente bilden, sind einander gleich.

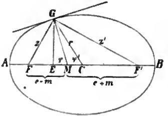
Denn $\angle JGH = \angle JGF$, weil $\angle FGH$ durch GJ halbiert wird,
und $\angle JGH = \angle EGF'$ als Scheitelwinkel,
also $\angle JGF = \angle EGF'$.

Zusatz 2. Die im Berührungspunkte G einer Tangente auf ihr errichtete Senkrechte GM heißt die Normale des Punktes G; diese halbiert den von den Leitstrahlen des Berührungspunktes gebildeten Winkel FGF'.

Denn es ist $\angle DGM = \angle EGM$ als Rechte,
und $\angle DGF = \angle EGF'$ nach vorigem Zusatze;
durch Subtraktion $\angle DGM - \angle DGF = \angle EGM - \angle EGF'$,
d. i. $\angle FGM = \angle F'GM$.

§ 67. Den Winkel zu bestimmen, den die Normale eines Punktes der Ellipse mit ihrer großen Achse bildet. Es sei (Fig. 46) GM die Normale des Punktes G, also $\angle GMA = \varphi$ der zu bestimmende Winkel.

Fig. 46.



Ist $GE = y$ die Ordinate und $CE = x$ die Abszisse des Punktes G, so ist aus dem rechtwinkligen Dreieck GEM, wenn man das Stück CM durch m bezeichnet,

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{y}{x - m} \quad \ldots\ldots\ 1).$$

Zieht man nun die Leitstrahlen des Punktes G, nämlich z und z' und bezeichnet die Exzentrizität $FC = F'C$ mit e, so wird, da in dem Dreieck GFF' der Winkel bei G durch die Normale GM halbiert wird (§ 66 Zus. 2),

$$z' : z = e + m : e - m$$

oder nach einem bekannten Satze der Proportionslehre:

$$z' + z : z' - z = 2e : 2m = e : m.$$

Es ist aber $z' + z = 2a$ und $z' - z = \frac{2ex}{a}$ (nach § 64 Gl. 3),

folglich
$$2a : \frac{2ex}{a} = e : m,$$

also
$$m = \frac{e^2}{a^2} \cdot x, \text{ und weil } e^2 = a^2 - b^2 \text{ ist,}$$

so wird
$$m = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \cdot x \quad \ldots\ldots\ 2).$$

Von $x = x$ subtrahiert,

$$x - m = \left(1 - \frac{a^2 - b^2}{a^2}\right) x = \frac{b^2}{a^2} \cdot x.$$

Setzt man diesen Wert für $x - m$ in (Gl. 1) ein, so wird

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{y}{x} \quad \ldots\ldots\ 3).$$

Zieht man den Halbmesser CG und bezeichnet den von diesem Halbmesser und der großen Achse gebildeten Winkel ACG durch φ', so erhält man aus dem rechtwinkligen Dreieck GCE die Gleichung

$$\operatorname{tang}\varphi' = \frac{y}{x},$$ diesen Wert für $\frac{y}{x}$ in Gl. 3) gesetzt:

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{a^2}{b^2} \cdot \operatorname{tang}\varphi' \quad \ldots \quad 4).$$

§ 68. Den Winkel zu bestimmen, den die Normale eines Punktes der Ellipse mit dem zugehörigen Halbmesser der Ellipse bildet. Nach der in § 67 erläuterten Fig. 46 ist $\angle CGM$ zu bestimmen. Dieser Winkel ist, da $\angle\varphi$ Außenwinkel am $\triangle CGM$ ist, $= \varphi - \varphi'$.

Weil $\angle GMC$ der Nebenwinkel von φ ist, und Nebenwinkel denselben Sinus haben, so erhält man im $\triangle CGM$ durch die Sinusproportion

$$\sin(\varphi - \varphi') : \sin\varphi = CM : CG \quad \ldots \quad 1).$$

Nach § 67 Gl. 2) ist

$$CM = m = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \cdot x,$$

der Kürze wegen wird $\frac{a^2 - b^2}{a^2}$, das Quadrat des Exzentrizitäts-Verhältnisses der Ellipse, mit ε^2 bezeichnet, also $CM = \varepsilon^2 x$. Setzt man diesen Wert in Gl. 1) ein und bezeichnet CG, den Halbmesser, mit r, so erhält man

$$\sin(\varphi - \varphi') = \frac{\varepsilon^2 \cdot x \cdot \sin\varphi}{r}.$$

Das rechtwinklige Dreieck CEG, in dem $CE = x$ ist, gibt

$$x = r \cdot \cos\varphi';$$

durch Einsetzen dieses Wertes wird

$$\sin(\varphi - \varphi') = \varepsilon^2 \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi' \quad \ldots \quad 2).$$

Ist die Exzentrizität der Ellipse und folglich $\varphi - \varphi'$ nur klein, so ist näherungsweise

$$(\varphi - \varphi')\sin 1'' = \varepsilon^2 \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi = \frac{\varepsilon^2 \cdot \sin 2\varphi}{2}$$

und

$$\varphi - \varphi' = \frac{\varepsilon^2 \cdot \sin 2\varphi}{2 \cdot \sin 1''} \quad \ldots \quad 3).$$

§ 69. Die Koordinaten x und y der Ellipse zu bestimmen. Setzt man den aus Gl. 3) § 67 für die Ordinate y sich ergebenden Wert, nämlich

$$y = x \cdot \frac{b^2}{a^2} \cdot \operatorname{tang}\varphi \quad \ldots \quad 1)$$

in die Gleichung der Ellipse (§ 64, II) ein, so erhält man

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{x^2 \cdot b^4}{a^4 \cdot b^2} \cdot \operatorname{tang}^2\varphi = 1,$$

oder

$$x^2\left(1 + \frac{b^2}{a^2}\operatorname{tang}^2\varphi\right) = a^2;$$

hieraus

$$x^2 = \frac{a^2}{1 + \frac{b^2}{a^2} \cdot \operatorname{tang}^2\varphi} \quad \ldots \quad 2).$$

Man setze wie oben $\frac{a^2 - b^2}{a^2} = \varepsilon^2$, woraus $\frac{b^2}{a^2} = 1 - \varepsilon^2$, so wird

$$x^2 = \frac{a^2}{1 + (1 - \varepsilon^2)\frac{\sin^2\varphi}{\cos^2\varphi}} = \frac{a^2}{\frac{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi - \varepsilon^2 \sin^2\varphi}{\cos^2\varphi}},$$

also $$x^2 = \frac{a^2 \cdot \cos^2\varphi}{1 - \varepsilon^2 \sin^2\varphi}, \text{ weil } \sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1 \text{ ist,}$$

mithin $$x = \frac{a \cdot \cos\varphi}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2\varphi}} \quad \ldots \quad 3).$$

Setzt man in Gl. 1) für $\frac{b^2}{a^2}$ den Wert $1 - \varepsilon^2$, so wird

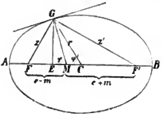
$$y = x(1 - \varepsilon^2) \cdot \operatorname{tang}\varphi \quad \text{und folglich nach Gl. 3)}$$

$$y = \frac{a(1 - \varepsilon^2) \cdot \cos\varphi \cdot \operatorname{tang}\varphi}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2\varphi}}; \text{ da } \operatorname{tang}\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} \text{ ist,}$$

so wird $$y = \frac{a(1 - \varepsilon^2) \cdot \sin\varphi}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \cdot \sin^2\varphi}} \quad \ldots \quad 4).$$

§ 70. Die Entfernung eines Punktes der Ellipse von ihrem Mittelpunkte zu bestimmen. Es sei $CG = r$ (Fig. 46) der zu bestimmende Halbmesser, so erhält man aus dem rechtwinkligen Dreieck GCE die Gleichung:

Fig. 46.



$$r = \frac{x}{\cos\varphi'} \quad \ldots \quad 1).$$

Nach Gl. 2) § 69 ist

$$x^2 = \frac{a^2}{1 + \frac{b^2}{a^2} \cdot \operatorname{tang}^2\varphi}$$

und nach Gl. 4) § 67 ist

$$\operatorname{tang}\varphi' = \frac{b^2}{a^2} \cdot \operatorname{tang}\varphi,$$

also $$x^2 = \frac{a^2}{1 + \operatorname{tang}\varphi' \cdot \operatorname{tang}\varphi}$$

und $$x = \frac{a}{\sqrt{1 + \operatorname{tang}\varphi' \cdot \operatorname{tang}\varphi}}; \text{ setzt man diesen Wert in Gl. 1)}$$

ein, so ist $$r = \frac{a}{\cos\varphi' \sqrt{1 + \operatorname{tang}\varphi' \cdot \operatorname{tang}\varphi}}$$

oder $$r = \frac{a}{\sqrt{\cos^2\varphi' + \frac{\sin\varphi' \cdot \sin\varphi \cdot \cos^2\varphi'}{\cos\varphi' \cdot \cos\varphi}}}$$

oder $$r = \frac{a}{\sqrt{\frac{\cos\varphi'(\cos\varphi' \cdot \cos\varphi + \sin\varphi' \cdot \sin\varphi)}{\cos\varphi}}},$$

hieraus $$r = a\sqrt{\frac{\cos\varphi}{\cos\varphi' \cdot \cos(\varphi - \varphi')}} \quad \ldots \quad 2).$$

Zweiter Teil.

Navigation.

Einleitung. Navigation, auch Nautik, nennt man die Wissenschaft, die uns lehrt, ein Schiff nach irgend einem gegebenen Orte auf der Erde mit Sicherheit über See zu führen. Es versteht sich von selbst, daß dieser Ort an einem Fahrwasser liegen muß, das genügende Tiefe für das betreffende Schiff hat; andernfalls ist die Aufgabe als gelöst zu betrachten, wenn sich das Schiff dem gegebenen Orte so weit genähert hat, als die örtlichen Verhältnisse dies gestatten.

Bei Erstrebung dieses Zieles drängen sich vor allen anderen unabweisbar die beiden Fragen auf:

1) wo befindet sich das Schiff zu einer gegebenen Zeit? und

2) wie ist von dem für diese Zeit bestimmten Orte des Schiffes weiter nach seinem Bestimmungsorte zu steuern?

Die möglichst genaue Beantwortung dieser Fragen ist die Aufgabe, die der praktische Seemann mit Sicherheit zu lösen hat.

Der Ort, wo sich das Schiff zu der Zeit befindet, in der die Beantwortung der ersten Frage erfordert wird, liegt entweder angesichts der Küste, so daß bestimmt erkennbare, ihrer Lage nach bekannte Landobjekte vom Schiffe aus gesehen werden können, oder er befindet sich auf offenem Meere. Im ersten Falle wird man den Ort des Schiffes durch Peilungen der bekannten Landobjekte vermittels des Kompasses oder durch Winkelmessungen zwischen ihnen vom Schiffe aus bestimmen können; im zweiten Falle aber sind hierzu astronomische Beobachtungen und Berechnungen erforderlich.

Zur Navigation gehört demnach eine genaue Kenntnis der Gestalt und Größe der Erde sowie der auf ihrer Oberfläche von den Geographen gedachten Kreise und Kurven, des Kompasses, Logs, Lots und der Seekarten. Die Beschreibung dieser Gegenstände wird der Reihe nach in den folgenden Abschnitten ihren Platz finden.

Erster Abschnitt.

Gestalt und Einteilung der Erde.

I. Die Erdkugel.

§ 71. Kugelgestalt der Erde. Daß die Erde eine kugelförmige Gestalt hat, davon kann sich jeder aufmerksame Beobachter durch vielfache augenfällige Erscheinungen auf dem Meere überzeugen.

Entfernen sich z. B. zwei Schiffe voneinander nach beliebigen Richtungen auf hohem oder nur offenem Meere, so werden dem Beobachter auf dem einen die unteren Teile des anderen Schiffs zuerst verschwinden und so allmählich die oberen nachfolgen. Eine solche Erscheinung kann nur auf der Oberfläche eines kugelförmigen Körpers stattfinden; eben dadurch erklärt sich auch die Erscheinung, daß beim Absegeln eines Schiffs vom Lande dessen unteren Teile zuerst, die oberen Teile zuletzt dem Beobachter auf jenem Schiffe verschwinden und zwar allmählich in dem Verhältnisse, in dem sich das Schiff vom Lande entfernt. Dieses Ergebnis stellt sich in allen diesen Fällen überall auf der Erde und in allen Richtungen auf dieselbe Weise heraus und liefert einen unwiderleglichen Beweis für die kugelähnliche Gestalt der Erde.

Eine andere Erscheinung, die für die Kugelgestalt der Erde zeugt, ist der Schatten, den sie bei Mondfinsternissen auf den Mond wirft. Dieser Schatten erscheint stets und also in jeder Stellung, die die Erde bei der gedachten Erscheinung gegen die Sonne und den Mond haben kann, bogenförmig oder wenigstens so weit, als er auf der Mondscheibe zu sehen ist, durch einen Kreisbogen begrenzt. Da die Erde sich in beständiger Drehung um ihre Achse befindet, aber nur eine Kugel in allen möglichen Lagen einen runden Schatten wirft, so sprechen auch diese Erscheinungen für die kugelförmige Gestalt der Erde.

Noch andere Beweise für die Kugelgestalt der Erde geben die Veränderungen der Höhen der Himmelskörper, wenn man von Süden nach Norden oder umgekehrt reist.

Einen durch tatsächliche Erfolge unterstützten Beweis für die in Rede stehende Behauptung geben ganz besonders die verschiedenen Erdumsegelungen.

Überdies aber sind alle uns bekannten Himmelskörper kugelförmig wie die vielfachsten Beobachtungen ergeben haben, und es ist durchaus kein Grund vorhanden, daß gerade die Erde von dieser Form abweichen sollte.

Daß die Unebenheiten der erstarrten Erdrinde hier nicht in Betracht kommen, sondern nur die Oberfläche ihres flüssigen Teils, des Meeres nämlich, versteht sich von selbst; aber auch die bedeutendsten jener Unebenheiten sind im Verhältnis zum Durchmesser der Erde so unbedeutend, daß sie nicht als eine in Betracht kommende Abweichung von der Kugelform der Erde anzusehen sind.

Daß die Erde trotz ihrer kugelförmigen Gestalt dennoch dem auf ihrer Oberfläche befindlichen Beobachter als eine Ebene erscheint, ist eine Folge ihrer Größe, indem ein kleiner Teil einer Kugelfläche um so weniger von einer ebenen Fläche abweicht, je größer der Halbmesser der Kugel ist. Dem Beobachter auf dem offenen Meere erscheint der ihm sichtbare Teil der Erdoberfläche als eine kreisrunde Ebene, auf deren Rande das Himmelsgewölbe zu ruhen scheint. Erwägt man nun, wie klein die Höhe des Auges über

der Meeresfläche im Verhältnis zum Durchmesser der Erde ist, so wird man diese Erscheinung ganz natürlich finden; denn wie allgemein angenommen, beträgt der Durchmesser der Erde etwa 1719 und ihr Umfang 5400 geographische Meilen, wonach, wenn man die Höhe des Auges über der Meeresfläche 4 Meter annimmt, der Abstand des sichtbaren Horizonts etwa eine geographische Meile und also der Durchmesser der sichtbaren runden Fläche zwei geographische Meilen beträgt, was den 2700sten Teil des Umfangs der Erde ausmacht und daher sehr wenig von einer geraden Linie abweicht.

§ 72. **Die Kreise auf der Erde.** Um die Lage eines Orts auf der Erde bestimmen zu können, denkt man sich auf der Erde gewisse Punkte und Kreise, die sich auf den Durchmesser der Erdkugel beziehen, um den sie sich von West nach Ost dreht. Dieser Durchmesser heißt Erdachse, und ihre Endpunkte sind die Erdpole, von denen der Europa am nächsten liegende als Nordpol, der diesem entgegengesetzte als Südpol bezeichnet wird.

Denkt man sich durch den Erdmittelpunkt eine Ebene gelegt, auf der die Erdachse senkrecht steht, so schneidet diese Ebene die Erdoberfläche in einem größten Kreise, den man den Äquator (Gleicher, Linie) der Erde nennt. Der Äquator teilt die Erdoberfläche in die nördliche und südliche Hälfte und ist überall 90° von den Polen entfernt.

Größte Kreise, die durch die Erdpole gehen und somit den Äquator rechtwinklig schneiden, heißen Meridiane, von denen der, der durch den Hauptpfeiler der Sternwarte in Greenwich geht, in der Navigation als erster Meridian oder Nullmeridian bezeichnet wird.

Kleinere Kreise auf der Erde, deren Ebenen parallel zu der des Äquators sind, heißen Breitenparallele oder Parallelkreise. Diese werden von den Meridianen rechtwinklig geschnitten. Die genannten Kreise bilden das Gradnetz, das man auf den Karten und Globen zeichnen kann und auf der Erdoberfläche sich zu denken hat.

Aus den in den astronomischen Vorkenntnissen (§ 268) angedeuteten Gründen nennt man die beiden Parallelkreise, die $23\frac{1}{2}°$ vom Äquator entfernt sind, Wendekreise und die beiden, von den Polen $23\frac{1}{2}°$ entfernt liegenden Parallelkreise die Polarkreise.

Die Wende- und Polarkreise teilen die Erdoberfläche in fünf Teile, die man Zonen nennt. Der zwischen den beiden Wendekreisen liegende Gürtel heißt die heiße Zone. Die Zone zwischen dem nördlichen Wendekreise und Polarkreise wird die nördliche gemäßigte und die zwischen dem südlichen Wendekreise und Polarkreise die südliche gemäßigte Zone genannt. Der nördlich vom nördlichen Polarkreise liegende Teil der Erdoberfläche heißt die nördliche kalte und der südlich vom südlichen Polarkreise liegende die südliche kalte Zone.

§ 73. **Die Schwerkraft der Erde; Lotrichtung.** Die Kraft, die alle Körper an der Erdoberfläche festhält und die Körper, die sich auf irgend eine Weise von der Erdoberfläche entfernt haben, zwingt, zu ihr zurückzukehren, wird die Schwere oder Schwerkraft der Erde genannt. Dieser Kraft zufolge sind alle Körper schwer, d. h. sie äußern ein Bestreben, sich nach dem Mittelpunkte der Erde zu bewegen, und üben hierdurch einen Druck aus, wenn dieser Bewegung ein Hindernis entgegentritt. Die Richtung dieser Bewegung ist senkrecht zur Erdoberfläche oder lotrecht, vorausgesetzt, daß man sich die Erdoberfläche so glatt wie die Oberfläche einer in Ruhe befindlichen Flüssigkeit denkt.

Ein Faden, der durch einen daran befestigten Körper gespannt wird, indem dieser frei und ruhig hängt, zeigt die Richtung der Schwere an. Das Lot gewährt also ein

einfaches Mittel, um an irgend einem Orte die Richtung der Schwere zu bestimmen; auf der Erdkugel geht diese Richtung durch den Mittelpunkt der Erde.

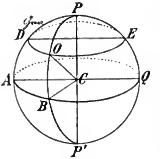
Eine Linie, die in der Richtung der Schwere gezogen wird, heißt eine **Vertikallinie** und jede durch solche Linie gelegte Ebene eine **Vertikalebene**.

Jede Ebene, auf der die Richtung der Schwere senkrecht steht, heißt **Horizontalebene** und jede gerade Linie in solcher Ebene **Horizontallinie**.

Die Horizontalebene, die durch den Punkt geht, wo die Richtung der Schwere die als ganz glatt vorausgesetzte Erdoberfläche trifft, ist eine Berührungsebene an jenem Punkte und wird der **scheinbare Horizont** jenes Punktes genannt. Die Oberfläche einer in Ruhe befindlichen Flüssigkeit hat genau die Gestalt der ganz glatt vorausgesetzten Erdoberfläche und stellt daher, wenn sie so klein ist, daß man sie als eine Ebene ansehen kann, die Horizontalebene des Orts dar, wo sie sich befindet. Das Lot und die Oberfläche einer in Ruhe befindlichen Flüssigkeit geben also die Mittel an die Hand, für irgend einen Ort der Erde die Vertikallinie und Horizontalebene zu bestimmen.

§ 74. Breite und Länge eines Orts. Um mittels des Gradnetzes die Lage eines Orts zu bestimmen, denkt man sich durch diesen Ort einen Meridian und einen Parallelkreis gelegt. Ist in Fig. 47 *C* der Mittelpunkt der Erde, der Kreis *APQP'* der erste Meridian, also der von Greenwich, *P* der Nord- und *P'* der Südpol, *ABQ* der Äquator und *O* ein Ort auf der Erde, so ist *POP'* sein Meridian, *DOE* sein Breitenparallel und *OC* die Richtung der Schwere oder die Vertikallinie dieses Orts auf der Erdkugel. Nun wird die Lage des Orts *O* bestimmt durch seinen Abstand *BO* vom Äquator, die **Breite**, in Verbindung mit dem Abstande seines Meridians von dem ersten Meridian; dieser Abstand wird durch den Äquatorbogen *AB*, die **Länge**, gemessen. Bei der Zählung der Länge nimmt man die von Pol zu Pol gehenden Halbkreise als Meridiane.

Fig. 47.



Da der Meridianbogen *BO* den Winkel *BCO* mißt, so ist die Breite eines Orts der Winkel am Erdmittelpunkt, den die Richtung der Schwere dieses Orts mit der Ebene des Äquators bildet.

Die Breite erhält den Namen Nord (+) oder Süd (−), je nachdem der Ort auf der nördlichen oder südlichen Halbkugel liegt, und wächst vom Äquator bis zu den Polen von 0° bis 90°.

Orte von gleicher Breite liegen auf demselben Breitenparallel. Liegen zwei Orte nicht auf demselben Breitenparallel, so heißt der Bogen eines Meridians zwischen ihren Breitenparallelen der **Breitenunterschied** dieser Orte. Dieser wird mit Nord oder Süd bezeichnet, je nachdem er nach Nord oder Süd gezählt wird, und wird gefunden, indem man bei gleichnamigen Breiten die kleinere von der größeren subtrahiert, ungleichnamige Breiten dagegen addiert.

Länge eines Orts ist der Bogen des Äquators vom ersten Meridian bis zum Meridian des Orts oder, was dasselbe ist, da Bogen *AB* den sphärischen Winkel *APB* mißt, der von diesen beiden Meridianen am Pol gebildete sphärische Winkel. Man gibt der Länge den Namen Ost oder West, je nachdem der Ort östlich oder westlich vom ersten

Meridian liegt, und zählt sie von diesem nach beiden Richtungen herum von 0 bis 180°, so daß 180° Ostlänge und 180° Westlänge denselben Meridian bezeichnen.

Orte von gleicher Länge liegen auf demselben Meridian. Liegen zwei Orte nicht auf demselben Meridian, so heißt der sphärische Winkel am Pol, den die beiden Meridiane miteinander bilden, oder der dazwischen liegende Äquatorbogen, der Längenunterschied dieser Orte. Dieser wird mit Ost oder West bezeichnet, je nachdem er nach Ost oder West gezählt wird, und wird gefunden, indem man bei gleichnamigen Längen die kleinere von der größeren subtrahiert, ungleichnamige Längen dagegen addiert. Ist im letzten Falle die Summe größer als 180°, so subtrahiert man sie von 360°, um den Längenunterschied zu erhalten.

§ 75. Die Himmelsgegenden. Die Ebene des Ortsmeridians schneidet den Horizont in der Mittags- oder Nordsüdlinie, die in ihrem Verlaufe nach dem Nordpol hin die nördliche und nach dem Südpol hin die südliche Richtung bezeichnet. Die Richtung dieser Linie wird Mittags, wenn die Sonne in der Meridianebene steht, von dem Schatten eines vertikal stehenden Gegenstandes angezeigt. Die Nordsüdlinie teilt den Horizont in die östliche und westliche Hälfte.

Die durch den Ort gedachte Horizontallinie, die die Nordsüdlinie rechtwinklig schneidet, heißt die Ostwestlinie, und zwar ist, wenn man nach Nord sieht, rechts Ost und links West. Diese vier Richtungen, N, O, S, W, bezeichnet man als Haupthimmelsgegenden oder Kardinalrichtungen, und jede andere durch den Ort gedachte Horizontallinie als Himmelsgegend. Durch die vier Hauptrichtungen wird der Horizontalkreis in vier rechte Winkel zerlegt, die von Nord über Ost, Süd und West der Reihe nach als I., II., III., IV. Quadrant bezeichnet werden. In der Mitte zwischen je zwei Hauptrichtungen befinden sich die Interkardinalpunkte, Nordost, Südost, Südwest, Nordwest. Wird jeder dieser acht Teile des Horizonts noch in vier gleiche Teile geteilt, so erhält man um den ganzen Horizont herum zweiunddreißig Richtungen, die man auch Striche nennt. Die Namen der einzelnen Striche werden aus den vier Hauptstrichen N, O, S, W zusammengesetzt und in bekannter Weise von N nach rechts herum bezeichnet durch N, NzO, NNO, NOzN, NO, NOzO, ONO, OzN, O usw. Da hiernach 8 Strich = 90° sind, so ist 1 Strich = $11\frac{1}{4}$°. Durch Halbierung der Striche erhält man die halben und durch nochmaliges Halbieren dieser halben die viertel Striche.

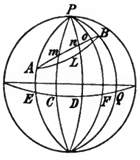
Neben dieser Strichteilung, die man die Windrose nennt, wird auch die Kreisteilung nach Graden angewandt.

§ 76. Kurs und Azimut oder Peilung. Unter Kurs versteht man den Winkel den die Kiellinie des Schiffs mit dem Meridian des Orts bildet, wo es sich eben befindet. Man zählt den Kurs von Nord und von Süd aus nach Ost und nach West und gibt ihn entweder in Strich- oder in Gradmaß an.

Um von einem Gegenstande die Richtung zu bestimmen, in der er von dem Beobachter gesehen wird, denkt man sich durch diesen Gegenstand und den Beobachter eine Vertikalebene gelegt, so ist der Winkel, den diese mit der Meridianebene des Beobachters bildet, das Azimut oder die Peilung des Gegenstandes. Da dieser Winkel gleich dem Horizontalwinkel zwischen den Durchschnittslinien beider Ebenen mit dem Horizonte ist, so wird das Azimut oder die Peilung ebenso wie der Kurs von Nord und von Süd nach Ost und nach West gezählt und in Strich- oder Gradmaß angegeben.

§ 77. **Die Loxodrome, Distanz und Seemeile.** Um auf der Erde von einem Orte nach einem anderen auf dem kürzesten Wege zu gelangen, müßte man in dem durch die beiden Orte gedachten größten Kreise segeln. Bezeichnet in Fig. 48 *P* den Pol, *PE* den Meridian des Abfahrtsortes *A*, *PQ* den des Bestimmungsortes *B* und *AmnoB* den kürzeren Bogen des durch *A* und *B* gedachten größten Kreises auf der Erde, so ist ersichtlich, daß dieser kürzeste Weg die Meridiane *PE*, *PC*, *PD*, *PF* und *PQ* unter verschiedenen Winkeln schneidet. Das Schiff müßte also fortwährend seinen Kurs ändern, was praktisch nicht ausführbar ist. Es behält vielmehr das nach einem Kompasse gesteuerte Schiff wenigstens eine Zeit hindurch denselben Kurs bei und bewegt sich somit in einer Linie, die die Meridiane unter gleichen Winkeln schneidet. Diese Linie, *ALB*, heißt Loxodrome (Schieflaufende) im Gegensatz zur Orthodrome (Geradlaufende), wie man den größten Kreis nennt. Wegen ihrer Eigenschaft, sämtliche Meridiane unter demselben Winkel zu schneiden, nähert sich die Loxodrome in spiralförmigen Windungen dem Pol, ohne ihn zu erreichen.

Fig. 48.



Der Bogen der Loxodrome zwischen zwei Orten auf der Erde heißt die nautische Distanz oder kurz die Distanz dieser beiden Orte. Zum Messen der Distanz bedient man sich der Seemeile, die gleich der Länge der Minute eines größten Kreises der Erdkugel angenommen wird. Die Länge dieser Seemeile beträgt rund 1852 m. Der zehnte Teil der Seemeile heißt Kabellänge, diese ist also 185 m.

II. Das Erdsphäroid.

§ 78. **Abplattung und Größe der Erde.** Die Messungen der Größe verschiedener Meridiangrade der Erde führten zu dem Ergebnis, daß die Erde keine Kugel, sondern ein Sphäroid ist, dessen kleine Achse mit der Erdachse zusammenfällt. Das Verhältnis des Äquatordurchmessers zur Erdachse ist $= 299:298$, so daß die Erdachse um $\frac{1}{299}$ des Äquatordurchmessers kürzer ist als dieser. Den Quotienten $\frac{1}{299}$ nennt man die Abplattung der Erde, die man auch der bequemeren Rechnung wegen $= \frac{1}{300}$ annimmt. Diese so geringe Abweichung der Gestalt der Erde von der Kugelform gestattet es, daß man in der Navigation die Erde als Kugel betrachten kann.

Aus den Gradmessungen ermittelte Bessel die Länge des Äquatorhalbmessers zu 6377397 Meter und die der halben Erdachse zu 6356079 Meter. Hieraus ergibt sich die Länge des elliptischen Meridianbogens vom Äquator bis zum Pol = 10000856 Meter, folglich der mittlere Meridiangrad = 111120,6 Meter und die mittlere Meridianminute oder Seemeile = 1852,01 Meter. In § 77 wurde die Bogenminute eines größten Kreises der Erdkugel als Seemeile bezeichnet, wobei man den Halbmesser der Erdkugel gleich dem Mittel aus den beiden Halbachsen des Erdsphäroids, also = 6366738 Meter, annimmt. Auf dieser Kugel ist die Minute des größten Kreises = 1851,85 Meter. Nach

einer dritten Annahme bezeichnet man als Seemeile die auf 45° Breite gemessene Minute des elliptischen Erdmeridians, die = 1851,83 Meter ist. Da es aber in der Navigation auf so kleine Strecken, wie es die Bruchteile eines Meters sind, nicht ankommt, so ist mit genügender Genauigkeit, wenn die Seemeile durch Sm. bezeichnet wird, 1 Sm. = 1852 Meter.

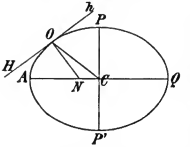
Das Meter sollte als ein der Erde entnommenes Naturmaß gleich dem zehnmillionsten Teile des elliptischen Meridianquadranten sein, und es wurde die Länge dieses Meters, das die Einheit unseres Längenmaßes ist, gesetzlich festgestellt. Durch die spätere Berichtigung eines Rechenfehlers ergab sich die oben angegebene Länge des Meridianquadranten, doch behielt man die einmal angenommene Länge des Meters bei.

Ein zweites der Erde entnommenes Maß ist die geographische Meile. Diese ist der fünfzehnte Teil des Äquatorgrades und ist gleich 7420,4 Meter. In England ist das Meter noch nicht eingeführt; dort bildet der englische Fuß die Einheit des Längenmaßes. Zur Verwandlung von englischen Fuß in Meter und umgekehrt dient Tafel 56.

Die Seemeile ist gleich 6076 englische Fuß.

§ 79. Geozentrische Breite. Wegen der sphäroidischen Gestalt der Erde geht die Richtung der Schwere nur auf dem Äquator und den Polen durch den Erdmittelpunkt. An den anderen Orten dagegen bildet die Vertikallinie eines Orts mit dem zugehörigen Erdhalbmesser einen Winkel.

Fig. 49.



Stellt in Fig. 49 die Ellipse den Meridian des Orts O vor und Hh eine Berührungslinie im Punkte O an der Ellipse, so ist, wenn $ON \perp Hh$, ON die Richtung der Schwere im Punkte O und CO dessen Erdhalbmesser. Man nennt den Winkel ACO die geozentrische Breite des Orts O, im Gegensatze zu der geographischen Breite oder schlechtweg Breite, die nach der Erklärung in § 74 der Winkel ANO ist. Da $\angle ANO$ Außenwinkel an dem Dreieck NOC ist, so ist die geographische Breite um den Winkel CON größer als die geozentrische Breite. Der Unterschied beider Breiten ist am größten auf 45° Breite und beträgt hier nahe $11\frac{1}{2}$ Minuten.

Bezeichnet φ die geographische und φ' die geozentrische Breite eines Orts, so hat man zur Berechnung von φ' nach § 67 die Gleichung

$$\operatorname{tang} \varphi' = \operatorname{tang} \varphi \cdot \frac{b^2}{a^2},$$

worin b die halbe Erdachse und a den Äquatorhalbmesser bedeuten.

Bezeichnet man ferner die lineare Exzentrizität der Erdmeridiane mit $e = \sqrt{a^2 - b^2}$ und den Quotienten $\frac{e}{a}$ mit ε, so ist nahe $\varphi - \varphi' = \frac{\varepsilon^2 \cdot \sin 2\varphi}{2 \cdot \sin 1''}$ nach § 68.

Indem man bei Berechnung von $\varphi - \varphi'$ die Abplattung der Erde gleich $\frac{1}{300}$ annimmt, ergibt sich die Tafel 21, aus der man mit der geographischen Breite als Eingang den Unterschied beider Breiten entnehmen kann.

Zweiter Abschnitt.

Magnete und Magnetismus der Erde.

§ 80. Eigenschaften des Magnets. Schon im Altertum war ein Eisenerz bekannt, das die Eigenschaft hat, Eisen anzuziehen, und da solche Erzstücke hauptsächlich in der Nähe der Stadt Magnesia gefunden wurden, so nannte man sie Magnete.

Eine andere Eigenschaft des Magnets, die jedoch erst viel später in Europa bekannt wurde, ist die, eine bestimmte Lage anzunehmen, wenn er so aufgehängt wird, daß er sich frei bewegen kann.

Die Kraft, die diese magnetischen Erscheinungen hervorruft, nennt man Magnetismus.

Von den erwähnten natürlichen Magneten unterscheidet man die künstlichen, gewöhnlich aus Stahl verfertigten Magnete, die ebenfalls den in ihnen einmal erregten Magnetismus dauernd behalten.

Die das Eisen anziehende Kraft eines Magnets ist an verschiedenen Stellen des Magnets verschieden, wovon man sich leicht überzeugen kann, wenn man ihn in Eisenfeilspänen wälzt. Hat der Magnet die Form eines Stabs wie in Fig. 50, so bleiben beim Herausnehmen des Magnets die meisten Feilspäne an den Enden *P* und *p* hängen, während sie in der Mitte abfallen. Man nennt die Punkte *P* und *p*, in denen hiernach die magnetische Kraft am größten ist, die Pole, und die gerade Verbindungslinie dieser Pole die magnetische Achse des Magnets. Den zwischen den Polen befindlichen Teil des Magnets, in dem keine magnetische Wirkung wahrzunehmen ist, bezeichnet man als neutrale oder indifferente Zone des Magnets.

Fig. 50.



Die Pole eines Magnetstabs liegen nicht in den Endflächen sondern etwa $^1/_{12}$ der Länge von jedem Ende ab, so daß ihr Abstand voneinander etwa $^5/_6$ der Länge des Magnetstabs beträgt.

Natürliche Magnete haben oft mehr als zwei Pole und auch bei magnetisch gemachten Stahlstäben können zwischen seinen an den Enden befindlichen Polen noch andere Pole entstehen, die Folgepunkte genannt werden. Solche Magnete sind für den Schiffsgebrauch untauglich.

Die anziehende Wirkung, die ein Magnet auf Eisen ausübt, ist abhängig von der Entfernung des Magnets vom Eisen, und zwar nimmt sie mit wachsender Entfernung rasch ab, wobei es völlig gleichgültig ist, ob sich zwischen dem Magnet und dem Eisen Luft, Glas, Holz, Messing oder irgend ein anderer Körper befindet, der nicht vom Magnet angezogen wird.

Die andere, von den Chinesen entdeckte Eigenschaft des Magnets, durch die er dem Schiffer ganz unentbehrlich geworden ist, nämlich stets eine bestimmte Lage anzunehmen,

wenn er vermöge seiner Aufhängung sich frei bewegen kann, läßt sich am besten an einer **Magnetnadel** beobachten. Hierunter versteht man ein magnetisiertes Stahlstäbchen, *NS* (Fig. 51), gewöhnlich von rautenförmiger Gestalt, das in der Mitte durchbohrt und mit einem kleinen **Hütchen** *h* aus Achat versehen ist. Dieses Hütchen wird auf eine feine Stahlspitze *p* gesetzt, so daß sich die über ihrem Schwerpunkte unterstützte Nadel in horizontaler Lage frei herumdrehen kann. Überläßt man nun diese Nadel sich selbst und entfernt alles in der Nähe etwa befindliche Eisen, so zeigt das eine Ende der Nadel nahezu nach Nord, das andere nach Süd. Den nach Nord gerichteten Pol der Magnetnadel nennt man ihren Nord- und den anderen ihren Südpol. Der Nordpol eines Magnets wird durch ein *N* oder *A*, wohl auch durch einen Strich oder durch einen Streifen roter Farbe bezeichnet.

Fig. 51.



§ 81. Magnetische Anziehung und Abstoßung. Hat man auf vorhin angegebene Weise die Pole zweier Magnetnadeln bestimmt, hebt dann die eine Nadel von ihrer Spitze ab und nähert dann nach und nach einmal ihren Nordpol und dann den Südpol jedem der beiden Pole der noch auf der Spitze spielenden Nadel, so zeigen deren beide Pole ein entgegengesetztes Verhalten gegen denselben Pol der in der Hand gehaltenen Nadel: nämlich die gleichnamigen Pole, Nordpol und Nordpol, sowie Südpol und Südpol, stoßen sich ab, ungleichnamige Pole, Nordpol und Südpol, ziehen sich an. Daher nennt man die ungleichnamigen Pole **freundschaftliche**, die gleichnamigen aber **feindliche** Pole.

Hiernach sind die Wirkungen der magnetischen Kräfte in den beiden Polen eines Magnets einander entgegengesetzt, und man hat Nord- und Südmagnetismus zu unterscheiden. Beide Arten von Magnetismus sind in jedem Magnet stets zu gleicher Zeit vorhanden; indem sie in der neutralen Zone zusammentreffen, heben ihre Wirkungen sich an dieser Stelle gegenseitig auf. Bricht man einen Magnetstab in der Mitte durch, so hat nicht etwa das eine Stück nur Nord-, das andere nur Südmagnetismus, sondern jedes Stück hat wieder einen Nord- und einen Südpol sowie seine neutrale Zone, ist wieder ein Magnet für sich.

Mit Hilfe einer frei beweglichen Magnetnadel kann man den Magnetismus eines Körpers leicht prüfen und feststellen, an welchen Stellen er Nord- oder Südmagnetismus besitzt. Man unterscheidet dies am sichersten durch die Abstoßung und nicht durch die Anziehung: der Teil des zu prüfenden Körpers hat Nordmagnetismus, der den Nordpol der Nadel abstößt, und der den Südpol abstoßende Teil ist südmagnetisch. An den Stellen, wo die Nadel am meisten abgestoßen wird, befinden sich die Pole der beiden im Körper vorhandenen Magnetismen.

Nähert man aber einer frei beweglichen Nadel ein Stück Eisen, das nicht magnetisch ist, so findet man, daß das Eisen stets den nächsten Pol der Nadel anzieht und diese dadurch aus ihrer Nordsüdrichtung ablenkt. Demnach ist die zwischen Magnet und Eisen bestehende Anziehung eine wechselseitige.

§ 82. Magnetische Erregung oder Induktion. Hält man eine kleine Stange aus weichem, ausgeglühtem Eisen in der Richtung der Achse eines kräftigen Magnets und bringt

das eine Ende der Stange mit einem der Pole des Magnets in Berührung oder auch nur in seine Nähe, so wird die Eisenstange selbst zu einem Magnet, der wie jeder andere seine Pole und neutrale Zone hat. Ist der Nordpol des Magnets dem einen Ende der Stange genähert, so erhält dieses Ende einen Südpol und das andere einen Nordpol, wovon man sich durch eine frei bewegliche Magnetnadel leicht überzeugen kann. Entfernt man dann den Magnet, so verliert die Eisenstange sofort auch ihren Magnetismus, und bringt man nun den Südpol des Magnets an dasselbe Ende der Stange wie vorher, so zeigt dieses Ende jetzt Nordmagnetismus und das andere Ende Südmagnetismus.

Man sagt in diesem Falle, das Eisen sei durch Induktion magnetisch geworden und nennt diesen in weichem Eisen erregten oder in weiches Eisen induzierten Magnetismus, der sich mit der Entfernung des Magnets sofort verflüchtigt, induzierten oder flüchtigen Magnetismus.

Hält man die Stange aus weichem Eisen rechtwinklig zur Achse des Magnets so, daß ein Pol die Mitte der Stange berührt, so erhält hier die Stange ungleichnamigen Magnetismus mit dem berührenden Pole des Magnets, während beide Enden der Stange gleichnamigen Magnetismus annehmen.

Die wechselseitige Anziehung zwischen einem Magnet und Eisen beruht demnach darauf, daß der dem Eisen zunächst liegende Pol des Magnets einen ungleichnamigen Pol in dem ihm am nächsten liegenden Teile des Eisens erregt und beide freundschaftliche Pole sich gegenseitig anziehen.

Benutzt man bei den beschriebenen Versuchen statt einer Stange aus weichem Eisen eine solche aus hartem Eisen, worunter man im allgemeinen Stahl zu verstehen hat, so wird die Stahlstange zwar auch magnetisch, aber nicht sofort, sie muß vielmehr längere Zeit mit dem Magnetpole in Berührung bleiben. Dann aber verschwindet der im Stahl erregte Magnetismus nicht wieder, wenn der Magnet entfernt wird, sondern bleibt dauernd in ihm, und daher bezeichnet man den im Stahl erregten Magnetismus als festen oder permanenten Magnetismus.

Vermutlich sind die kleinsten Teilchen, woraus man sich das Eisen und den Stahl zusammengesetzt denkt, schon vollständige Magnete von Natur, die aber solche Lage gegeneinander haben, daß ihre Wirkungen nach außen sich gegenseitig aufheben. Erst durch die Einwirkung des Magnets, so nimmt man an, werden diese kleinsten Teilchen so gedreht, daß von ihren gleichnamigen Polen mehr und mehr nach derselben Seite hin gerichtet werden. Je vollständiger dies geschieht, desto mehr Magnetismus wird in dem Eisen zutage treten, und hiermit vereint sich auch die Erfahrung, daß die magnetische Kraft einer Eisenstange bei fortgesetzter Erregung wächst und schließlich eine Grenze erreicht, über die hinaus sie sich nicht weiter steigern läßt. Von diesem stärksten Magnetismus, den ein Stahlstab überhaupt annehmen kann, geht jedoch allmählich wieder ein Teil verloren bis auf einen mehr oder minder großen Rest, der dem Stabe dauernd verbleibt. Die letztere unveränderliche Stärke der magnetischen Kraft nennt man die magnetische Sättigung des Stahlstabs.

Das verschiedene Verhalten des Eisens und Stahls gegen Magnete hat wahrscheinlich seinen Grund in einer dem Eisen innewohnenden Kraft, die jeder Drehung seiner kleinsten Teilchen entgegenwirkt, sowohl vor dem Magnetischwerden als auch nachher. Diese Widerstandskraft ist um so größer, je härter das Eisen ist; sehr harter Stahl ist deshalb um so schwieriger mit Magnetismus zu sättigen, nimmt aber desto mehr auf und behält ihn dauernd. In weichem Eisen ist jene Widerstandskraft nur gering, so daß die kleinsten

Teilchen, woraus sich das Eisen zusammensetzt, unter dem Einflusse des Magnets sich sogleich in die beschriebene Lage zu drehen vermögen, aber auch nach der Entfernung des Magnets sofort in ihre ursprüngliche Lage wieder zurückkehren, in der das Eisen keine magnetischen Eigenschaften mehr besitzt.

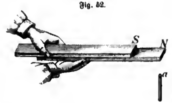
Durch Hämmern oder andere Erschütterungen des Eisens wird seine Widerstandskraft gegen die magnetische Erregung verringert, infolgedessen das gehämmerte Eisen auch mehr Magnetismus aufnimmt und ihn länger behält.

Wenn Stahl gelinde erwärmt wird, so verliert er an Härte und damit auch einen Teil seiner Widerstandskraft gegen die magnetische Erregung, es wird also auch die Kraft eines Magnets durch Erwärmen geschwächt und durch Glühen vernichtet, denn ein gehärteter Stahlstab, der zum Rotglühen gebracht wird und dann allmählich abkühlt, hat seine Härte verloren und ist hinsichtlich seines magnetischen Verhaltens dem weichen Eisen nahe gleich zu stellen.

Durch magnetische Induktion kann auch ein Wechsel der Pole eines Magnets bewirkt werden, indem man den einen seiner Pole an den gleichnamigen Pol eines bedeutend stärkeren Magnets bringt; es bleibt in diesem Falle der schwächere Magnet an dem stärkeren hängen, da der stärkere Magnetpol in dem ihn berührenden Ende des schwächeren Magnets einen ihm ungleichnamigen Pol erzeugt, wodurch die Anziehung bedingt wird.

Werden zwei gleich starke Magnete so aneinander gelegt, daß ihre ungleichnamigen Pole zusammenkommen, so heben sich ihre Wirkungen auf Eisen oder andere Magnete auf, wovon man sich durch folgenden Versuch überzeugen kann.

Fig. 52.



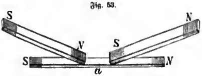
Der untere Magnet (Fig. 52) trage an seinem Nordpol ein Stück Eisen *a*, legt man nun den zweiten Magnet auf den ersten und schiebt ihn mit dem Südpol voran allmählich weiter, so fällt das Eisenstück *a* ab, weil der Südpol des oberen Magnets in dem oberen Ende des Eisenstücks Nordmagnetismus erzeugt, während der Nordpol des unteren Magnets Südmagnetismus hervorruft.

Legt man aber beide Magnete mit ihren gleichnamigen Polen aneinander, so verstärken sich ihre Wirkungen gegenseitig.

§ 83. Verfertigung künstlicher Magnete. 1. Dünne Stahlstäbchen kann man magnetisieren, indem man das Stäbchen in der Mitte anfaßt und das eine Ende, von der Mitte nach dem Ende hinfahrend, über den Pol eines Magnets mehrere Male streicht. Dann streicht man das andere Ende des Stäbchens auf dieselbe Weise über den anderen Pol des Magnets. Das über den Nordpol des Magnets gestrichene Ende erhält hierdurch einen Südpol und das andere einen Nordpol.

2. Einen stärkeren Stahlstab magnetisiert man besser mit Hilfe von zwei Magneten.

Fig. 53.



Der zu magnetisierende Stab *a* (Fig. 53) wird auf eine Unterlage von Holz so gelegt, daß er sich nicht verrücken kann. Dann nimmt man den einen der beiden Streichmagnete in die eine und den zweiten Magnet in die andere Hand, setzt sie mit ihren freundschaftlichen Polen auf die Mitte des Stabes, wobei jedoch eine Berührung beider Pole zu vermeiden ist, hält sie etwa 30° gegen den Stab geneigt und

streicht dann gleichmäßig von der Mitte nach den Enden hin so, daß die unteren Enden beider Magnete gleichzeitig an den Endpunkten N und S des Stabs ankommen, streicht über diese Enden hinaus, setzt sie, im Bogen zurückkehrend, wieder in der Mitte auf und wiederholt dieses Verfahren mehrere Male, je nach der Stärke des Stahlstabs, bis dieser die magnetische Sättigung erlangt hat.

Dieses Verfahren des sogenannten getrennten Strichs wendet man besonders an, um Kompaßnadeln zu magnetisieren, da es der Magnetnadel gleich starke Pole gibt und Folgepunkte nicht leicht entstehen können.

3. Die kräftigsten Stahlmagnete werden durch den elektrischen Strom erzeugt, indem man diesen durch eine aus vielen Drahtwindungen bestehende Rolle strömen läßt, in die der zu magnetisierende Stab hineingesteckt wird. Oder man benutzt den Elektromagnet, eine Uförmig gebogene Stange aus weichem Eisen, um die ein mit Seide oder Wolle übersponnener Kupferdraht gewickelt wird, so wie Fig. 54 es zeigt. Wird durch diesen Draht ein kräftiger elektrischer Strom geleitet, so wird das U-Eisen ein mächtiger Magnet, dessen Pole an den Enden N und S entstehen. Man streicht dann die eine Hälfte des Stahlstabs von der Mitte nach dem Ende hin mehrere Male über den Nordpol und die andere Hälfte ebenso oft über den Südpol des Elektromagnets, durch dessen mächtige magnetische Kraft selbst der härteste Stahl in kurzer Zeit bis zur Sättigung magnetisch wird.

Fig. 54.



4. Wenn man zwei gleich lange Stahlstäbe von ungleicher Dicke magnetisiert, so wird der dünnere Stab im Vergleich zum Gewichte beider Stäbe verhältnismäßig stärker magnetisch als der dickere Stahlstab. Aus diesem Grunde magnetisiert man mehrere dünne Stahlblätter, Lamellen genannt, und vereinigt diese zu einem Bündel, um bei leichtem Gewicht einen kräftigen Magnet zu erhalten. Die einzelnen Lamellen werden mit ihren gleichnamigen Polen aneinander befestigt, jedoch durch dünne Messingblättchen vor gegenseitiger Berührung bewahrt.

§ 84. Aufbewahrung der Magnete. Ein Magnet muß vor Rost bewahrt bleiben, da hierdurch sein Magnetismus vermindert wird. Man muß ihn daher an einem trockenen Orte aufbewahren, am besten in einem mit Tuch ausgeschlagenen Kästchen; vor die Pole legt man Stücke aus weichem Eisen, sogenannte Anker, die dem Magnet die Kraft erhalten. Zwei oder mehrere gleich lange Magnete legt man in einer Entfernung von etwa 2 bis 3 cm mit ihren ungleichnamigen Polen parallel nebeneinander und rechtwinklig zu ihnen vor ihre Enden gemeinschaftliche Anker aus weichem Eisen. Am Lande legt man sie außerdem in die Richtung, die eine frei bewegliche Magnetnadel angibt, wodurch die magnetische Kraft der Magnete nicht nur erhalten, sondern noch verstärkt wird. Vor großer Hitze wie vor großer Kälte, überhaupt vor häufigem und bedeutendem Temperaturwechsel ist der Magnet zu bewahren.

§ 85. Magnetische Abweichung (Deklination) oder Mißweisung des Kompasses. Schon in § 80 wurde gesagt, daß eine frei auf einer Spitze spielende Magnetnadel sich stets so stellt, daß ihr Nordpol nahezu nach Nord, ihr Südpol also nahe nach Süd gerichtet ist. Die durch die Pole solcher Nadel gehende Vertikalebene nennt man den magnetischen Meridian des Orts, an dem die Nadel aufgestellt ist. Der Winkel, den dieser magnetische mit dem Erdmeridian des Orts bildet, heißt die Abweichung der Magnetnadel oder bei den Seeleuten die Mißweisung des Kompasses. Das Maß

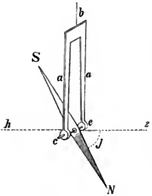
dieses Winkels ist der Horizontbogen zwischen dem wahren Nordpunkte und dem Punkte des Horizonts, den die verlängert gedachte Achse der Magnetnadel trifft. Diesen Punkt des Horizonts bezeichnet man als magnetisch oder mißweisend Nord, den entgegengesetzten als mißweisend Süd und die dazwischenliegenden Striche der Windrose als mißweisende Richtungen.

Nach diesen Erklärungen kann man kurz sagen: Mißweisung des Kompasses ist der Bogen des Horizonts, um den magnetisch Nord vom wahren Nord abweicht.

Die magnetische Abweichung heißt östlich oder westlich, je nachdem das Nordende der Magnetnadel nach der Ost- oder Westseite vom wahren Nordpunkte abweicht. Sie ist an verschiedenen Orten der Erde verschieden und ist auch an demselben Orte fortwährenden kleinen Änderungen unterworfen.

§ 86. Magnetische Neigung oder Inklination. Eine unmagnetische Nadel aus Stahl, *NS* in Fig. 55 werde in einem Messingrahmen *a*, der an einem Faden *b* hängt, so angebracht, daß sie sich um eine horizontale Achse *ce* drehen kann, und beide Enden sich die Wage halten. Magnetisiert man nun die Nadel, so stellt sie sich in die Ebene des magnetischen Meridians und bildet jetzt mit der Horizontallinie *hz* einen Winkel *J*, den man die magnetische Neigung oder Inklination nennt. Die um eine horizontale Achse frei bewegliche und in ihrem Schwerpunkt aufgehängte Nadel heißt Neigungs- oder Inklinationsnadel.

Fig. 55.



Auf der nördlichen Erdhälfte senkt sich der Nordpol dieser Nadel nach unten, während auf Südbreite ihr Südpol sich unter den Horizont neigt. Die magnetische Neigung ist ebenso wie die magnetische Abweichung an verschiedenen Orten verschieden und wird mit Nord oder Süd bezeichnet, je nachdem der Nord- oder Südpol der Neigungsnadel nach unten gerichtet ist; an unserer Küste ist sie gegenwärtig ungefähr 68° Nord. Nach dem Äquator zu nimmt sie mehr und mehr ab, und in der Äquatorgegend gibt es rund um die Erde herum Orte, an denen sie gleich Null ist, wo also die Neigungsnadel horizontal hängt.

§ 87. Erdmagnetismus. Das verschiedene Verhalten einer frei beweglichen Magnetnadel an verschiedenen Orten der Erde führt zu der Annahme, daß die Erde wie ein großer Magnet wirkt, der wie jeder andere Magnet seine Pole und seine neutrale Zone hat. In der Tat hat Kapitän Roß, der Jüngere, im Jahre 1831 den nördlichen magnetischen Pol der Erde in etwa 70° Nordbreite und 96° Westlänge von Greenwich aufgefunden. Die Neigungsnadel stellte sich hier vertikal, und die Horizontalnadel verlor an diesem Punkte vollständig ihre Richtkraft, so daß der Kompaß ganz unbrauchbar wurde. In der Nähe des südlichen Erdpols befindet sich der zweite magnetische Pol der Erde, dessen Lage den Beobachtungen des genannten Forschers zufolge in 73,°5 Südbreite und 147,°5 Ostlänge von Greenwich angenommen wurde.

Die Linie, die durch alle Punkte der Erdoberfläche geht, wo die magnetische Neigung gleich Null ist, heißt der magnetische Äquator der Erde. Dieser ist kein größter Kreis, sondern eine unregelmäßig verlaufende krumme Linie, die den geographischen Erdäquator in zwei Punkten schneidet, einmal in 6° Ostlänge von Greenwich

im Busen von Benin und dann in 173° Westlänge von Greenwich im stillen Ozean, und sich zu beiden Seiten des Äquators nicht mehr als etwa 12 Grad von ihm entfernt.

Da wir den nach Nord weisenden Pol der frei beweglichen Magnetnadel als ihren Nordpol bezeichnen, und die ungleichnamigen Pole zweier Magnete sich anziehen, so hätte nach dieser Bezeichnung die Erde im Norden einen magnetischen Südpol, im Süden den magnetischen Nordpol. Weil dies aber unserer Vorstellung von Nord und Süd widerstrebt, so müßte, wenn die Magnetpole der Erde ihrer geographischen Lage gemäß bezeichnet werden, der Nordpol der Magnetnadel Südpol und der entgegengesetzte ihr Nordpol heißen; es war diese Bezeichnungsweise auch in Frankreich gebräuchlich. In England macht man auf Airys Vorschlag das Nord- und das Südende des Magnets durch rote und blaue Farbe kenntlich und spricht demgemäß von rotem (nördlichem) und blauem (südlichem) Magnetismus; andere wieder nennen den nach Süd gerichteten Pol der Magnetnadel den positiven und den nach Nord zeigenden den negativen Pol. Hier wird die bei uns übliche Bezeichnungsweise beibehalten werden, da Mißverständnisse kaum entstehen können.

§ 88. Magnetismus der Lage. Als solchen bezeichnet man den im Eisen durch die magnetische Kraft der Erde hervorgerufenen Magnetismus, dessen Stärke von der Lage des Eisens gegen die Richtung abhängig ist, in der die erdmagnetische Kraft wirkt. Diese Richtung wird durch die frei bewegliche Neigungsnadel angezeigt, und wenn man eine Stange aus weichem Eisen in diese Richtung bringt, so wird sie sofort magnetisch; ihr unteres Ende erhält an nördlich vom magnetischen Erdäquator gelegenen Orten Nord- und ihr oberes Ende Südmagnetismus. Südlich vom magnetischen Erdäquator findet das Umgekehrte statt.

Kehrt man die Stange um, so wechseln in ihr auch sofort die Pole, indem auf Nordbreite stets das untere Ende den Nordpol einer frei beweglichen Magnetnadel abstößt, während das obere Ende der Stange deren Nordpol anzieht.

Bilden die Richtungen der Stange und der frei beweglichen Neigungsnadel einen Winkel, so wird weniger Magnetismus in der Stange erregt, und diese bleibt unmagnetisch, wenn jener Winkel 90° beträgt, die Stange also rechtwinklig zur Neigungsnadel gehalten wird.

Wenn man auf die in der Richtung der Neigungsnadel gehaltene Eisenstange einige kräftige Hammerschläge führt, so verschwindet der Magnetismus dieser Eisenstange nicht sofort wieder, selbst dann nicht, wenn man die Stange in die zur Neigungsnadel rechtwinklige Richtung bringt. Erst nach längerer Zeit verliert sich dieser durch Schläge oder andere Erschütterungen in gewissem Maße gebannte Magnetismus, den man zum Unterschiede von dem flüchtigen und festen Magnetismus als halbfesten oder remanenten, d. h. zurückbleibenden Magnetismus bezeichnet. Von diesem kann man die Eisenstange wieder dadurch befreien, daß man sie in umgekehrter Lage hämmert; doch wird hierdurch leicht entgegengesetzter Magnetismus gebannt. Sicherer gelangt man zum Ziele, wenn man die Stange rechtwinklig zur Neigungsnadel hält und dann hämmert. Auch Stahl wird unter dem Einflusse des Erdmagnetismus magnetisch und desto stärker, je mehr er gehämmert oder Erschütterungen und Pressungen unterworfen wird. Daher kommt es, daß eiserne Schiffe beim Bau festen Magnetismus erhalten und Werkzeuge aus Eisen und Stahl durch den Gebrauch magnetisch werden.

§ 89. Zusammensetzen und Zerlegen der Kräfte. Eine häufig wiederkehrende Aufgabe ist die, zu zwei Kräften, die auf einen Körper wirken, eine einzige Kraft zu finden,

die allein dieselbe Wirkung hervorbringt, wie jene beiden Kräfte zusammen. Diese gesuchte einzelne Kraft heißt **Mittelkraft** oder **Resultierende** der beiden zusammenwirkenden Kräfte, die die **Seitenkräfte** oder **Komponenten** genannt werden.

Die Bestimmung der Mittelkraft aus den Seitenkräften wird das **Zusammensetzen** der Kräfte genannt, während das umgekehrte Verfahren, zu einer Mittelkraft zwei Seitenkräfte zu finden, als **Zerlegen** der Kraft bezeichnet wird.

An jeder Kraft hat man zu unterscheiden:

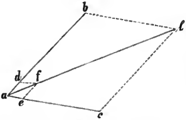
1. Den Angriffspunkt; das ist der Punkt eines Körpers, auf den die Kraft unmittelbar wirkt;
2. die Richtung, in der die Kraft wirkt;
3. die Größe oder Stärke (Intensität) der Kraft.

Dargestellt wird eine Kraft durch eine gerade Linie in der Richtung, in der die Kraft wirkt; die Länge der Linie bezeichnet die Stärke der Kraft. Sind mehrere zusammenwirkende Kräfte darzustellen, so müssen ihre Kraftlinien dasselbe Verhältnis zueinander haben, wie die Kräfte selbst.

Wenn zwei Kräfte auf einen Punkt in derselben Richtung wirken, so ist die Mittelkraft gleich der Summe der einzelnen Kräfte; wirken beide Kräfte aber in genau entgegengesetzten Richtungen, so ist der Unterschied beider Kräfte gleich der Mittelkraft. Wie aber zwei Kräfte, die nicht in gleicher oder entgegengesetzter Richtung auf einen Punkt wirken, zu einer einzigen Mittelkraft zusammengesetzt werden, wird am besten an einem Beispiele gezeigt.

Es segele ein Schiff vom Punkte *a* (Fig. 56) in der Richtung *ab* mit einer gewissen Fahrt durchs Wasser, worin eine in der Richtung von *a* nach *c* setzende Strömung vorhanden ist. Die Strömung habe eine solche Geschwindigkeit, daß sie in derselben Zeit, in der das Schiff in *b* ankommen würde, wenn keine Strömung vorhanden wäre, den Weg *ac* zurücklegt. Denkt man sich nun, das Schiff würde nicht gleichzeitig durch die vereinten Kräfte des Windes und der Strömung vorwärts bewegt, sondern in kurzen und unter sich gleichen Zeiträumen nacheinander durch jede Kraft einzeln, so würde es durch die Kraft des Windes allein etwa bis *d* zunächst bewegt, danach in gleicher Zeit durch die Strömung allein bis *f*, indem das Verhältnis von *ad* : *df* das nämliche, wie von *ab* : *ac* und *df* *ac* wäre. Denselben Punkt *f* müßte aber auch das Schiff erreichen, wenn es zuerst durch die Strömung allein um das Stück *ae* = *df* und danach durch den Wind allein um das Stück *ef* = *ad* vorwärts getrieben wäre, da *ae* : *ef* = *ac* : *ab* ist. Denkt man sich nun die einzelnen Zeiträume immer kleiner, so werden die gebrochenen Linien *adf* und *aef* sich immer mehr der geraden Linie *af* nähern, und diese Linie, die Diagonale in dem Parallelogramm *adfe* wird demnach den Weg des Schiffs bei gleichzeitiger Wirkung von Wind und Strom darstellen. Konstruiert man also mit *ab* und *ac* das Parallelogramm *ablc*, so ist die Diagonale *al* der Weg des Schiffs **über Grund**.

Fig. 56.



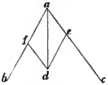
Da hier die Geschwindigkeiten als Ausdruck der Kräfte angesehen werden können, so stellen *ab* und *ac* die Richtung und Größe von zwei auf denselben Punkt *a* wirkenden

Kräften dar, zu welchen *al* ihrer Richtung und Größe nach die Mittelkraft oder Resultierende ist.

Das Parallelogramm *ablc* nennt man das Kräfteparallelogramm.

Soll umgekehrt eine Kraft in zwei Seitenkräfte zerlegt werden, so hat man den entgegengesetzten Weg wie bei dem Zusammensetzen der Kräfte einzuschlagen und die zu zerlegende Kraft als Diagonale eines Parallelogramms anzusehen, dessen beide anstoßende Seiten zu bestimmen sind. Da aber zu einer Linie als Diagonale unzählig viele Parallelogramme möglich sind, so ist die Aufgabe unbestimmt, wenn nicht noch außer der Diagonale zwei bestimmende Stücke gegeben sind. Sind z. B. die Richtungen *ab* und *ac* (Fig. 57) der beiden Seitenkräfte gegeben, in die die gegebene Mittelkraft *ad* zerlegt werden soll, so hat man nur durch den Endpunkt *d* die Parallelen *de* und *df* zu *ab* und *ac* zu legen, um in den Linien *af* und *ae* die gesuchten Seitenkräfte zu erhalten.

Fig. 57.

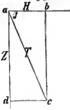


Da man jede Seitenkraft in derselben Weise wieder in zwei andere Seitenkräfte zerlegen kann, so ist klar, daß man jede gegebene Kraft in eine beliebige Zahl von Seitenkräften zerlegen kann.

§ 90. Richtende Kraft des Erdmagnetismus und dessen Zerlegung. Legt man eine kleine Magnetnadel auf einen schwimmenden Kork, so stellt sie sich in den magnetischen Meridian des Orts, ohne jedoch das Bestreben zu äußern, sich nach Norden hin zu bewegen. Dieser Versuch zeigt, daß die erdmagnetische Kraft die Magnetnadel nur richtet, nicht aber auch anzieht. Der Grund hiervon ist die im Vergleich zur Entfernung vom nächstliegenden Magnetpole der Erde verschwindend kleine Länge der Nadel, so daß ihre beiden Pole gleich stark beeinflußt werden, ihr Südpol also ebenso stark abgestoßen wie ihr Nordpol angezogen wird.

Da die Richtung der erdmagnetischen Kraft durch die frei bewegliche Neigungsnadel angezeigt wird, und diese eine gegen den Horizont geneigte Lage hat, so kann auf die horizontal schwebende Kompaßnadel nur ein Teil der erdmagnetischen Kraft wirken. Um diesen Teil zu bestimmen, zerlegt man die Gesamt- oder Totalkraft des Erdmagnetismus in zwei Seitenkräfte, wovon die eine horizontal und die andere vertikal gerichtet ist. Stellt *ac* (Fig. 58) die Richtung und Größe der erdmagnetischen Kraft *T* dar, ist *ab* eine Horizontal- und *ad* eine Vertikallinie, so lege man nach § 89 durch *c* die Parallelen *cb* und *cd*, um die gesuchten Seitenkräfte, nämlich die Horizontalkraft $H = ab$ und die Vertikalkraft $Z = ad$ zu erhalten. Bezeichnet man die magnetische Neigung, den Winkel *bac* mit J, so erhält man aus dem bei *b* rechtwinkligen Dreieck *abc*, dessen Kathete $bc = Z$ ist, die Gleichungen:

Fig. 58.



1. $H = T \cdot \cos J ,$

2. $Z = T \cdot \sin J ,$

also auch 3. $T = H \cdot \sec J = Z \cdot \operatorname{cosec} J$

und 4. $\tang J = \frac{Z}{H} .$

§ 91. Vergleichung der Stärke verschiedener magnetischer Kräfte miteinander.

1. Durch Schwingungen einer Magnetnadel.

Wenn man eine frei bewegliche Magnetnadel durch einen Magnet oder Eisen aus ihrer Ruhelage ablenkt, so wird sie, sich selbst überlassen, eine Anzahl von Schwingungen um ihre Ruhelage machen, bis sie wieder zur Ruhe kommt. Es ist nun einleuchtend, daß die Nadel um so schneller schwingen wird, je größer einerseits die magnetische Kraft der Erde ist, unter deren Einflusse die Nadel schwingt, und je größer anderseits die magnetische Kraft der schwingenden Nadel ist. Das Produkt der beiden genannten Kräfte heißt die Richtkraft der Nadel, und diese Kraft ist es, die die abgelenkte Nadel nach einer Anzahl von Schwingungen wieder in die Ruhelage zurückführt. Da also die Zeitdauer einer Schwingung von der Richtkraft der Nadel abhängig ist, so kann sie als Maß dieser Kraft benutzt werden.

Um die Schwingungsdauer zu ermitteln, ist der Zeitpunkt der Umkehr der Nadel nicht geeignet, da hier die Bewegung der Nadel am langsamsten ist; am schnellsten bewegt sich die Nadel, wenn sie durch ihre Ruhelage geht, so daß die Zeit dieses Durchgangs genau beobachtet werden kann.

Die Ruhelage der Horizontalnadel, die sich am besten zu Schwingungsbeobachtungen eignet, kann durch einen dicht vor ihrem Nordende vertikal hängenden Faden markiert werden (beim Kompaß dient der auf den Nordpunkt der Rose eingestellte Steuerstrich als Marke), und nachdem dann die Nadel durch einen Magnet etwa 40° aus ihrer Ruhelage abgelenkt ist, entfernt man den ablenkenden Magnet sowie alles lose Eisen aus der Nähe der Nadel und wartet, bis die Ausschlagswinkel der Nadel auf beiden Seiten der Marke nahe gleich geworden sind. Dann beobachtet man nach einer Sekundenuhr den Zeitpunkt, in dem die Nadel durch die Marke geht, zählt bei dem nächsten Durchgange eins, und so weiter fort, bis die Schwingungen zur genauen Beobachtung zu klein werden. Zu dem letzten noch gut zu beobachtenden Durchgange der Nadel durch die Marke beobachtet man wieder die genaue Uhrzeit.

Dividiert man nun den Unterschied der letzten und der ersten Uhrzeit in Sekunden durch die Anzahl der Durchgänge, so erhält man die Zeitdauer einer Schwingung. Hierbei nimmt man an, daß jede Schwingung in genau gleicher Zeit ausgeführt wird, was zwar nicht streng, jedoch hinsichtlich der an Bord anzustellenden magnetischen Beobachtungen mit hinreichender Genauigkeit zutrifft.

Die durch die Richtkraft der Magnetnadel bewirkten Schwingungen der abgelenkten Nadel erfolgen nach denselben Gesetzen, die für das unter dem Einflusse der Schwerkraft schwingende Pendel gelten, und wenn man daher an zwei verschiedenen Orten die Schwingungsdauer derselben Nadel bestimmt hat, so verhalten sich die Richtkräfte der Nadel umgekehrt wie die Quadrate der Schwingungsdauern. Bezeichnet H die Horizontalkraft der Erde am ersten Orte, t die an diesem Orte beobachtete Schwingungsdauer der Nadel, sind H' und t' dieselben Größen für den zweiten Ort, und wird die magnetische Kraft der Nadel durch M bezeichnet, so verhält sich nach obigem Gesetze

$$H \cdot M : H' \cdot M = t'^2 : t^2 \quad \text{. . . . .} \quad 1).$$

Ist nun die Kraft M der Nadel an beiden Orten dieselbe gewesen, so hebt sich im ersten Verhältnis M fort, und man hat

$$H : H' = t'^2 : t^2 \quad \text{. . . . .} \quad 2).$$

Hiernach kann man also das Verhältnis der an beiden Orten wirkenden Horizontalkräfte der Erde bestimmen. Es sei z. B. beobachtet, daß dieselbe Horizontalnadel am ersten Orte 80 Schwingungen in 83,5 und am zweiten Orte 100 Schwingungen in 81 Sekunden machte. Hieraus ergibt sich die Schwingungsdauer

$$t = \frac{83,5}{80} = 1,044$$

und
$$t' = \frac{81}{100} = 0,81,$$

mithin $H : H' = (0,81)^2 : (1,044)^2 = 0,66 : 1,09$.

Setzt man H, die Horizontalkraft am ersten Orte $= 1$, so wird die am zweiten Orte, $H' = \frac{1,09}{0,66} = 1,65$.

Sind ferner J und J' die magnetischen Neigungen an beiden Orten, so kann man nach Gl. 1) in § 90 für H und H' die Werte $T \cdot \cos J$ und $T' \cdot \cos J'$ in Gl. 1) hier einsetzen, wodurch man erhält:

$$T \cdot \cos J : T' \cdot \cos J' = t'^2 : t^2$$

folglich
$$T : T' = t'^2 \cdot \cos J' : t^2 \cdot \cos J \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3).$$

Hiernach kann man die Stärke des Erdmagnetismus an verschiedenen Orten miteinander vergleichen.

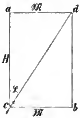
Alexander v. Humboldt setzte die an einem Orte in Peru (7° 8 Br. und 88° W Lg. v. Greenw.) gefundene Stärke des Erdmagnetismus = 1, auf welche Einheit die anderswo ermittelte Stärke bezogen wurde. Die geringste Stärke wurde = 0,8 gefunden; in der Nähe des nördlichen Magnetpols der Erde beträgt sie etwa 1,7 und in der Nähe des südlichen Pols etwas über 2. Es gibt aber im Norden noch zwei Stellen, wo sie 1,6 übersteigt.

Die Horizontalkraft der Erde ist auf dem magnetischen Äquator, wo die magnetische Neigung J gleich Null ist, am größten, während sie an den magnetischen Erdpolen gleich Null ist. Eine Horizontalnadel schwingt also in niederen Breiten schneller als in höheren Breiten. Mit der Vertikalkraft der Erde verhält es sich natürlich umgekehrt.

2. Durch Ablenkungsbeobachtungen.

Ein Magnetstab wird so gelegt, daß seine Achse in der horizontalen Ebene liegt, in der eine kleine und frei bewegliche Horizontalnadel sich befindet, und daß die Verlängerung der Achse die Mitte der Nadel und den magnetischen Meridian rechtwinklig trifft. Die Entfernung des Magnets von der Nadel ist so zu wählen, daß die Nadellänge im Vergleich zur Entfernung nicht weiter in Betracht kommt.

Fig. 59.



Auf die Nadel wirkt dann die magnetische Horizontalkraft der Erde und zugleich die ablenkende Kraft des Magnets; sie wird sich also in die Richtung der Mittelkraft dieser beiden Seitenkräfte stellen. Es sei ac (Fig. 59) die Horizontalkraft H der Erde, ihrer Richtung und Größe nach, und ebenso $bc = \mathfrak{M}$ die ablenkende Kraft des Magnets, die nicht allein von dessen magnetischer Kraft sondern auch von seiner Entfernung abhängig ist; beide Kräfte, H und $\mathfrak{M}$, wirken rechtwinklig zueinander auf die im Punkte c gedachte Horizontalnadel. Zieht man bd ac und ad bc, so gibt die Diagonale cd die Richtung an, in die die Nadel sich unter dem Einflusse beider

Kräfte einstellt, und es ist der Winkel $acd = \varphi$ ihre Ablenkung vom magnetischen Meridian. Es ist nun in dem rechtwinkligen Dreieck acd

$$\frac{\mathfrak{M}}{H} = \operatorname{tang} \varphi \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 4).$$

An einem anderen Orte der Erde sei die Horizontalkraft der Erde $= H'$, der Magnet, dessen Kraft unveränderlich geblieben sei, befinde sich genau in derselben Entfernung wie vorhin von der Nadel und in derselben Lage, so ist, wenn φ' die Ablenkung am zweiten Orte bezeichnet

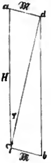
$$\frac{\mathfrak{M}}{H'} = \operatorname{tang} \varphi' \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 5).$$

Durch Division $\quad H : H' = \operatorname{tang} \varphi' : \operatorname{tang} \varphi \quad \ldots \ldots \ldots \quad 6).$

Es verhalten sich also die Horizontalkräfte an beiden Orten umgekehrt wie die Tangenten der beobachteten Ablenkungswinkel.

Bringt man aber den ablenkenden Magnet in der Schwingungsebene der Nadel in eine solche Lage, daß seine Achse rechtwinklig zur abgelenkten Nadel liegt, so daß (Fig. 60) $bc = \mathfrak{M}$ mit cd, der Richtung der abgelenkten Nadel, den rechten Winkel bcd bildet, so wird die Ablenkung φ aus dem bei d rechtwinkligen Dreieck adc gefunden durch:

Fig. 60.



$$\frac{\mathfrak{M}}{H} = \sin \varphi \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 7)$$

und am zweiten Orte unter den obigen Voraussetzungen:

$$\frac{\mathfrak{M}}{H'} = \sin \varphi' \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 8).$$

Durch Division $\quad H : H' = \sin \varphi' : \sin \varphi \quad \ldots \ldots \ldots \quad 9).$

So fand man z. B. an einem Orte, daß ein Magnet, der rechtwinklig zur Ruhelage der Magnetnadel auf diese wirkte, eine Ablenkung $\varphi = 49^\circ\, 50'$ und am zweiten Orte eine Ablenkung $\varphi' = 51^\circ\, 50'$ verursachte. Es verhält sich demnach nach Gl. 6) die Horizontalkraft am ersten Orte zu der am zweiten:

$$H : H' = \operatorname{tang} 51^\circ\, 50' : \operatorname{tang} 49^\circ\, 50',$$

d. i. $\quad H : H' = 1{,}272 : 1{,}185\,.$

Setzt man $H = 1$, so ergibt sich die am zweiten Orte wirksame Horizontalkraft

$$H' = \frac{1{,}185}{1{,}272} = 0{,}931\,.$$

Hat man an demselben Orte die Ablenkungswinkel einer kleinen Magnetnadel beobachtet, die durch zwei verschiedene Magnete hervorgerufen werden, so kann man hieraus das Verhältnis der magnetischen Kräfte beider Magnete zueinander ermitteln. Dabei müssen die Magnete in die vorhin beschriebene Lage zur Nadel gebracht werden, und es ist besonders darauf zu achten, daß der ablenkende Pol des Magnets jedesmal genau in derselben Entfernung von der Mitte der Nadel sich befindet.

Liegen die Magnete rechtwinklig zur Ruhelage der Nadel, und bezeichnen $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{M}'$ die ablenkenden Kräfte beider Magnete, so erhält man unter der Voraussetzung, daß die Horizontalkraft H am Beobachtungsorte für die Zeit der Beobachtungen als unver-

änderlich angesehen werden kann, durch Division der beiden sich aus Fig. 59 ergebenden Gleichungen:

$$\frac{\mathfrak{M}}{H} = \operatorname{tang} \varphi$$

$$\frac{\mathfrak{M}'}{H} = \operatorname{tang} \varphi'$$

$$\mathfrak{M} : \mathfrak{M}' = \operatorname{tang} \varphi : \operatorname{tang} \varphi' \quad \ldots \ldots \ldots \quad 10).$$

Da nun die ablenkenden Kräfte der beiden Magnete bei genau gleicher Entfernung von der abgelenkten Nadel dasselbe Verhältnis haben wie die magnetischen Kräfte M und M' der Magnete, so verhält sich auch:

$$M : M' = \operatorname{tang} \varphi : \operatorname{tang} \varphi' \quad \ldots \ldots \ldots \quad 11).$$

Es verhalten sich also die magnetischen Kräfte beider Magnete wie die Tangenten der durch sie hervorgerufenen Ablenkungen.

Bringt man die zu vergleichenden Magnete in die zur abgelenkten Nadel rechtwinklige Richtung, so erhält man

$$M : M' = \sin \varphi : \sin \varphi' \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 12).$$

Berücksichtigt man, daß bei gleicher Entfernung des Magnets von derselben Nadel derselbe Bruch, nämlich $\frac{\mathfrak{M}}{H}$, der Gl. 4). zufolge die trigonometrische Tangente und nach Gl. 7) der Sinus des Ablenkungswinkels ist, so ist klar, daß die durch den Sinus gefundene Ablenkung größer sein muß, als die durch die Tangente erhaltene Ablenkung. Daraus folgt, daß eine Magnetnadel unter sonst gleichen Umständen am meisten abgelenkt wird, wenn der ablenkende Magnet rechtwinklig zur abgelenkten Nadel liegt.

§ 92. Magnetische Anziehung in verschiedener Entfernung. Schon in § 80 wurde erwähnt, daß die anziehende Wirkung eines Magnets mit der Entfernung rasch abnimmt. Coulomb fand durch Versuche, bei denen er die Schwingungen einer kleinen Magnetnadel beobachtete, indem er ihr den einen Pol eines zwei Fuß langen Magnetstabs in verschiedenen Entfernungen gegenüber hielt, daß die Stärke, mit der zwei Magnetpole sich gegenseitig anziehen und abstoßen, in dem Verhältnis abnimmt wie die Quadrate der Entfernungen zunehmen. Bei diesen Versuchen war der von der schwingenden Magnetnadel entfernte Pol des im magnetischen Meridian vertikal stehenden Magnetstabs so weit von der Nadel ab, daß seine Wirkung auf die Nadel im Vergleich zur Wirkung des nahen Pols nicht in Betracht zu ziehen war. Ist dies nicht mehr der Fall, und befinden sich zwei Magnete in so großer Entfernung voneinander, daß ihre Länge dagegen als verschwindend klein angenommen werden darf, so verhalten sich nach Gauß die Gesamtwirkungen eines Magnets in die Ferne umgekehrt wie die dritten Potenzen der Entfernungen. Man kann dies Gesetz auch kurz so fassen: Die magnetische Wirkung eines einzelnen Pols nimmt ab wie das Quadrat der Entfernung zunimmt, die Gesamtwirkung des Magnets dagegen wie die dritte Potenz der Entfernung.

§ 93. Änderungen der erdmagnetischen Verhältnisse. Die magnetische Abweichung, Neigung und Kraft der Erde an einem Orte ändern sich fortwährend in einer Weise, daß nach längerer oder kürzerer Zeit derselbe Zustand wiederkehrt. Je nachdem dieser Zeitraum Jahrhunderte, ein Jahr oder einen Tag umfaßt, bezeichnet man die Änderungen als säkulare, jährliche oder tägliche.

Die säkularen Änderungen der Mißweisung sind, wie man aus der nachstehenden Tabelle ersieht, so groß, daß dadurch alte mißweisende Seekarten völlig unbrauchbar werden.

Mißweisung für Paris.

Jahr	Mißweisung	Jahr	Mißweisung
1580	11° 30′ Ost	1805	22° 5′ West
1618	8° Ost	1814	22° 34′ West
1663	0	1819	22° 29′ West
1700	8° 10′ West	1832	22° 3′ West
1780	19° 55′ West	1852	20° 20′ West

Hiernach ist die Mißweisung in Paris seit 1663 bis 1814, also in rund 150 Jahren, immer westlicher geworden und nimmt seitdem wieder ab. Wenn sie in derselben Weise abnimmt, wie sie zugenommen hat, so wird die Kompaßnadel in Paris im Jahre 1965 wieder nach rechtweisend Nord zeigen.

Für Deutschland beträgt die jährliche Abnahme der westlichen Mißweisung im Mittel ungefähr 6 1/2 Minuten.

Die jährlich sich wiederholenden Schwankungen der frei auf einer Spitze spielenden Magnetnadel scheinen derart zu sein, daß ihre westliche Mißweisung an den Orten, wo sie jährlich abnimmt, in der Zeit zwischen der Herbst-Nachtgleiche und der Winterwende der Sonne kleiner ist als in der übrigen Zeit des Jahres, und da, wo die westliche Mißweisung jährlich zunimmt, diese in der Zeit zwischen der Frühlings-Nachtgleiche und der Sommerwende der Sonne kleiner ist als in den übrigen Monaten.

Die täglichen Schwankungen der Nadel zeigen sich in Europa in folgender Weise. Das Nordende der Nadel geht von etwa 8 Uhr morgens bis 1 Uhr nachmittags nach West und kehrt dann allmählich zurück; im Sommer ist diese Bewegung stärker als im Winter. Auf der südlichen Erdhälfte erfolgt die tägliche Bewegung der Nadel in entgegengesetztem Sinne. Nach Lamont wiederholen sich die täglichen Änderungen in einem Zeitraum von ungefähr 11 Jahren und zwar in Übereinstimmung mit der 11jährigen Sonnenfleckenperiode.

Die jährlichen sowohl wie die täglichen Schwankungen, die täglichen können etwa 0,°2 groß werden, kommen ihrer Kleinheit wegen für die Schiffahrt nicht in Betracht.

Die magnetische Neigung sowie die Stärke des Erdmagnetismus sind ähnlichen Änderungen unterworfen wie die Mißweisung. Die Neigung nimmt jetzt in Deutschland ungefähr 2,3 Minuten jährlich ab, so daß sich das Nordende der Neigungsnadel allmählich hebt.

Die säkularen Änderungen der erdmagnetischen Größen stehen mit der Ortsveränderung der magnetischen Erdpole im Zusammenhang. Der nördliche Magnetpol der Erde wandert gegenwärtig allmählich nach West und wird in 70,°5 N Br. und 97,°7 W Lg. v. Grw. angenommen; die Lage des südlichen Magnetpols der Erde schätzt man in 73,°5 S Br. und 146,°3 O Lg. v. Grw.

Die Ursachen dieser Änderungen in dem magnetischen Verhalten der Erde sind noch unbekannt. Man neigt sich der Ansicht zu, daß der Magnetismus der Erde zum Teil durch das in der Erde lagernde magnetische Eisen und Gestein, zu einem anderen Teile aber durch elektrische Ströme, die von Ost nach West die Erde unterhalb ihrer Oberfläche

umkreisen, hervorgerufen wird, und daß mächtige elektrische Ströme auf der Sonne jene Erdströme beeinflussen, wodurch der Zusammenhang der magnetischen Änderungen mit dem Stande und dem jeweiligen Zustande der Sonne erklärlich wird.

§ 94. Magnetische Störungen. Außer den mehr oder minder regelmäßig wiederkehrenden Änderungen in der Ruhelage der Kompaßnadel bemerkt man noch häufig unregelmäßige Schwankungen an ihr, die man Störungen nennt. Diese werden besonders durch Polarlichter, Erdbeben und vulkanische Ausbrüche verursacht und treten sogar an solchen Orten, wo jene Erscheinungen selbst gar nicht wahrgenommen werden, gleichzeitig auf, am stärksten da, wo die Ursache der Störung ihren Sitz hat. Nordlichter, die Alexander v. Humboldt magnetische Gewitter nannte, werden oft schon mehrere Stunden vor ihrem Erscheinen durch unregelmäßige Schwankungen der Magnetnadel angezeigt, die nicht selten 1° und darüber betragen.

Störungen anderer Art werden durch örtliche Ursachen hervorgerufen. So findet man auf allen Inseln von vulkanischer Natur die Mißweisung der Nadel sehr verschieden von der in der nächsten Umgebung. Gebirgszüge eines Küstenstrichs, deren Gestein mehr oder minder magnetisch ist, hauptsächlich aber der im Meeresboden hier und da vorkommende Gesteinsmagnetismus sind häufig Ursachen von Kompaßstörungen. So ist z. B. die Gegend um die Insel Jussarö im finnischen Meerbusen ein solches Gebiet, das wegen seines störenden Einflusses auf die Kompaßnadel sehr gefährlich für die Schiffahrt ist.

§ 95. Magnetische Karten. Wenn man auf einem Globus oder auf einer Karte die Orte verbindet, die gleiche Mißweisung haben, so erhält man Kurven von eigentümlicher Krümmung; sie heißen Isogonen. Zwei von ihnen, auf denen die Mißweisung überall gleich Null ist, scheiden im allgemeinen das Gebiet der westlichen von dem der östlichen Mißweisung. Die eine dieser beiden Isogonen geht von dem magnetischen Südpol nach dem geographischen Südpol der Erde, von da über die Insel Süd-Georgien nordwärts nach Südamerika, durchschneidet dieses in seiner Nordostecke, läuft östlich von den westindischen Inseln, tritt bei Charleston in das nordamerikanische Festland und geht in nordwestlicher Richtung zum magnetischen Nordpol.

Östlich von dieser Linie ist die Mißweisung westlich, ihr Betrag wächst und nimmt wieder ab bis zur zweiten Linie ohne Mißweisung. Diese geht vom magnetischen Nordpol nach dem Nordpol der Erde, tritt beim Nordkap ins Festland ein, geht etwas östlich von St. Petersburg und dann in südöstlicher Richtung zum persischen Meerbusen, nimmt im indischen Ozean eine mehr östliche Richtung, durchschneidet die Südwestecke von Australien und geht nach dem magnetischen Südpol.

Östlich von dieser und westlich von der ersten Linie ohne Mißweisung ist fast überall die Mißweisung östlich. Nur im östlichen Teile von Sibirien und dem angrenzenden Meere ist auf einem Gebiete von ovaler Form zwischen 15° und 70° nördlicher Breite und 110° bis 160° östlicher Länge von Grw. die Mißweisung westlich, von einer in sich zurücklaufenden Linie ohne Mißweisung begrenzt.

Isoklinen nennt man die Linien, die solche Orte verbinden, wo die magnetische Neigung dieselbe ist. Zu diesen gehört auch der magnetische Äquator der Erde, auf dem die magnetische Neigung überall gleich Null ist. Im allgemeinen verlaufen die Isoklinen dem magnetischen Äquator ziemlich parallel, nur in hohen Breiten nicht. Nördlich vom magnetischen Äquator wird die magnetische Neigung als nördliche und südlich von ihm als südliche bezeichnet. Orte, durch die dieselbe Isokline geht, haben gleiche magnetische Breite.

Isodynamen heißen die Linien, die durch solche Orte gehen, wo die magnetische Kraft der Erde gleich ist.

Die von der Deutschen Seewarte herausgegebenen magnetischen Karten enthalten diese drei verschiedenen Systeme magnetischer Kurven; aus diesen Karten kann man für jeden gegebenen Ort die magnetische Abweichung, Neigung und Horizontalkraft der Erde mit einer für den Schiffer hinreichenden Genauigkeit entnehmen. Wegen der säkularen Veränderungen werden diese Karten von Zeit zu Zeit neu herausgegeben, und eine vierte Karte zeigt die jährliche Veränderung der Mißweisung an.

In der Karte der Isoklinen sind am Rande neben diesen Linien die Tangenten der entsprechenden magnetischen Neigung angegeben, um die weiterhin gezeigte Berechnung der örtlichen Ablenkung des Kompasses zu erleichtern.

Da ferner bei diesen Rechnungen die Größe der magnetischen Horizontalkraft der Erde gebraucht wird, so mußte für diese Kraft eine Einheit gewählt werden, um die an verschiedenen Orten der Erde wirksamen Horizontalkräfte durch diese Einheit messen zu können (s. § 91). In der Karte III, worin die Linien gleicher magnetischer Horizontalkraft eingetragen sind, ist für die Werte am rechtsseitigen Rande die Horizontalkraft der Erde in Hamburg = 1 angenommen, jedoch sind zur Vereinfachung der oben angedeuteten Rechnungen nicht die Horizontalkräfte selbst angegeben, sondern deren reziproke Werte, d. i. der Bruch $\frac{1}{H}$, worin H die Horizontalkraft bezeichnet. Außerdem enthält diese Karte die magnetische Horizontalkraft nach Gaußschen Einheiten, und man versteht unter dieser Einheit diejenige Kraft, die einem Milligramm in einer Sekunde ein Millimeter Beschleunigung erteilt. Bezeichnet wird diese Einheit mit den Buchstaben G. E. (Gaußsche Einheit).

Dritter Abschnitt.

Der Kompaß.

1. Der Steuerkompaß.

§ 96. Beschreibung und Gebrauch des Kompasses. Der Schiffskompaß in seiner einfachsten Form besteht aus einer in § 80 beschriebenen Magnetnadel, worauf die auf Glimmer geklebte Windrose so befestigt ist, daß ihr Mittelpunkt unter den Drehpunkt der Nadel und ihre Nordsüdlinie in die Richtung der magnetischen Achse der Nadel fällt.

Die Windrose mit der Magnetnadel nennt man die Kompaßrose.

In der Mitte der Kompaßrose ist ein in Messing gefaßtes Hütchen aus hartem Edelstein festgeschraubt, das auf die Spitze eines vertikal stehenden Stifts, die Pinne genannt, gesetzt wird, so daß die Kompaßrose sich in horizontaler Ebene frei bewegen kann.

Die Pinne ist in der Mitte des mit Blei beschwerten Bodens einer runden Messingbüchse befestigt, die der Kompaßkessel heißt. Damit die frei auf der Pinne spielende

Kompaßrose nicht durch Luftzug bewegt wird, ist der Kompaßkessel mit einem Glasdeckel verschlossen.

Um der Pinne bei den Schwankungen des Schiffs die vertikale Stellung zu ermöglichen, ist der Kessel in folgender von Cardanus angegebenen Weise aufgehängt. Ein kreisrunder Messingring dreht sich um zwei im Durchmesser gegenüberliegende runde Zapfen, die in zwei sich gegenüberstehenden Wänden eines quadratisch gebauten hölzernen Kastens befestigt sind. An zwei anderen gegenüberliegenden Stellen des Ringes, deren Verbindungslinie ebenfalls ein Durchmesser ist und den ersten rechtwinklig schneidet, befinden sich zwei Löcher, die die den Kompaßkessel tragenden Zapfen aufnehmen. Diese beiden Zapfen liegen in einem Durchmesser des Kessels, dessen Mitte mit der Mitte des Rings zusammenfällt, so daß also der Kessel konzentrisch im Ringe hängt.

Wegen des beschwerten Bodens liegt der Schwerpunkt des Kessels möglichst tief unter den Aufhängepunkten, so daß bei den Schwankungen des Schiffs der Boden die horizontale und folglich die Pinne die vertikale Stellung bewahren kann.

In der Vertikalebene des inneren Zapfenpaars, an dem unmittelbar der Kessel im Ringe hängt, sind an der inneren, gewöhnlich weiß gestrichenen Wand des Kessels zwei schwarze, sich im Durchmesser gegenüberstehende Striche gezogen, die man Steuerstriche nennt.

Der Steuerkompaß ist so aufzustellen, daß der die beiden Steuerstriche verbindende Durchmesser des Kompaßkessels in der Mittschiffsebene oder doch parallel mit dieser liegt, und der Rudersmann die Windrose und den vorderen Steuerstrich deutlich sehen kann.

Wenn demnach der Kiel des Schiffs sich in der Ebene des magnetischen Meridians befindet und der Bug gegen Nord gerichtet ist, so stellt sich die Kompaßnadel parallel zur Mittschiffs- oder Kielebene, und der Nordstrich der Rose zeigt auf den vorderen Steuerstrich; das Schiff liegt Nord an, wie man sagt. Bei einer anderen Richtung des Kiels wird das Schiff einen anderen Strich der Rose anliegen, so daß also mit Hilfe des Kompasses der Winkel bestimmt wird, den die Kielrichtung mit dem magnetischen Meridian macht. Dieser Winkel ist der Kurs, und die Aufgabe des Mannes am Ruder, dessen Auge sich in der durch beide Steuerstriche gedachten Ebene befinden soll, ist im allgemeinen die, das Schiff so zu steuern, daß es stets den verlangten Kurs anliegt. Schwingt die Rose hin und her, so gibt der den Schwingungsbogen halbierende Strich den gesteuerten Kurs an.

§ 97. Prüfung des Kompasses.

1. Der Kompaßkessel, der aus eisenfreiem Messing, besser noch aus Kupfer verfertigt wird, ist zylindrisch oder wohl auch halbkugelförmig und muß im horizontalen Durchschnitt kreisrund sein. Denkt man sich solchen Durchschnitt so gelegt, daß er durch die Drehungsachsen des Kessels geht, so ist der Mittelpunkt dieses Kreises der Ort, wo sich die Spitze der Pinne befinden muß. Nur in diesem Falle bleibt die Pinnenspitze bei den Schwingungen des Kessels um seine Drehungsachsen in Ruhe, so daß die Kompaßrose durch die Schwankungen des Schiffs möglichst wenig gestört wird.

Schneidet man aus steifer Pappe einen Kreis, dessen Durchmesser nur wenig kleiner ist als der innere Durchmesser des Kessels, macht im Mittelpunkte dieser Scheibe eine feine Öffnung, zu beiden Seiten dieser Öffnung Löcher zum Durchfassen, und führt dann, nachdem die Kompaßrose entfernt ist, diese Scheibe in den Kessel so, daß sie überall gleichen

Abstand von seinem oberen Rande hat, so wird man eine nicht kreisrunde Form des Kessels sofort erkennen. Führt man dann die Scheibe so weit herunter, daß die Mittelpunkte der Zapfen, um die der Kessel sich dreht, in ihrer oberen Fläche liegen, so muß die Spitze der Pinne, wenn diese richtig angebracht ist, ungehindert durch die Öffnung in der Mitte gehen und sich im Mittelpunkte dieser Öffnung in der oberen Fläche der Scheibe befinden.

Hat man auf der Scheibe einen Durchmesser gezogen, und hält man das eine Ende dieses Durchmessers auf einen Steuerstrich, so muß sein anderes Ende den gegenüberliegenden Steuerstrich treffen. Sind, wie es zuweilen der Fall ist, vier Steuerstriche angebracht, so zieht man noch einen zweiten senkrecht zum ersten stehenden Durchmesser auf der Scheibe, dessen Verlängerungen dann die beiden anderen gegenüberstehenden Steuerstriche treffen müssen.

Ob die horizontalen Drehungsachsen des Kessels sich rechtwinklig schneiden, kann man auf dem Ringe, in dem der Kessel hängt, mittels eines Zirkels abmessen, indem die Entfernungen zwischen den Mitten je zweier benachbarter Zapfen als Quadranten eines Kreises gleich sein müssen.

Die Bewegung des Kessels um die Zapfen muß eine leichte und ruhige sein und darf nicht ruckweise erfolgen, es dürfen daher die Zapfen in ihren Lagern weder schlottern noch zu drang gehen. Drückt man den Kessel an einer Seite etwas herunter und überläßt ihn dann sich selbst, so muß er sofort in seine Ruhelage zurückkehren, in der seine obere Kante und auch der darauf gesetzte Glasdeckel in horizontaler Ebene sich befinden sollen. Um sich hiervon zu überzeugen, hält man das Auge in gleicher Höhe mit dem Rande des Deckels und sieht nun über diesen hinweg nach irgend einer sich darbietenden Horizontallinie, mit der dann der gegenüberliegende Teil des Randes in Deckung gesehen werden muß.

2. Die Pinne ist bei den gewöhnlichen Steuerkompassen ein runder Messingstift, der oben mit einer feinen Spitze aus gehärtetem Stahl versehen ist.

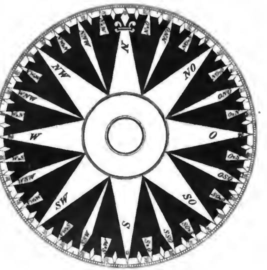
Ist die Pinnenspitze durch den Gebrauch stumpf geworden, so schraube man die Pinne aus dem Kesselboden heraus und ersetze sie durch eine andere. Im Notfall muß man die Spitze auf einem feinen Schleifstein wieder anschleifen, doch hat man darauf zu achten, daß die Spitze nicht schief wird.

Bei besseren Kompassen besteht die Pinne aus zwei Teilen, nämlich aus einem zylindrischen, im Mittelpunkte des Kesselbodens befestigten Rosenträger, dessen oberes Ende hohl und mit einem Schraubengewinde versehen ist, worin die Pinne eingeschraubt wird. Hierdurch bleibt die Unveränderlichkeit in der richtigen Stellung der Pinne, deren Spitze beim Auswechseln der gewöhnlichen Pinnen fast stets eine exzentrische Lage bekommen wird, besser erhalten.

3. Die Windrose muß kreisrund sein, und auch die auf ihr befindliche Strich- und Gradteilung muß richtig ausgeführt sein, wovon man sich mit Hilfe eines Zirkels zu überzeugen hat.

Wie man aus Fig. 61 sieht, befindet sich die Gradteilung der Rose unmittelbar an ihrem Rande und ist von Nord und von Süd aus nach Ost und West von 0 bis 90° beziffert. In neuerer Zeit werden die Rosen auch von Nord nach Ost herum bis zu 360° beziffert. Innerhalb dieser Teilung befindet sich die Einteilung in Strichen (vgl. § 75).

Fig. 61.



In der Figur sind, um die Deutlichkeit nicht zu beeinträchtigen, die viertel Striche weggelassen.

Der Durchmesser der Rose muß etwas größer sein als die Länge der Nadel und bei Anwendung mehrerer Nadeln größer als der Durchmesser des durch die Endpunkte der Nadeln gedachten Kreises. Ferner sollte der Abstand des Rosenrandes von der Wand des Kessels nicht viel größer als 2 Millimeter sein, da sonst die Ablesungsfehler zu groß werden, wenn das Auge sich nicht genau in der Steuerstrichebene befindet.

Ist die auf Papier gezeichnete Windrose auf Glimmer geklebt, so wird sie sich bei sorgsamer Behandlung nicht werfen, andernfalls müssen andere Einrichtungen getroffen sein, die dies verhindern und die Genauigkeit der Teilung auch auf die Dauer verbürgen.

4. Das Hütchen ist ein in Messing gefaßter Edelstein, Rubin, Saphir oder Beryll, der hohl ausgeschliffen ist und zwar so, daß diese kleine Höhlung die Form eines geraden Kegels mit etwas abgerundeter Spitze hat. Diese Spitze bildet den Aufhängepunkt der Rose und soll genau senkrecht über dem Mittelpunkte der Windrose sich befinden. Trifft dieses zu, so muß die frei auf der Pinne schwebende Rose, wenn alles Vorherige richtig gefunden ist, überall gleichen Abstand von der inneren Kesselwand haben; eine Exzentrizität des Hütchens ist hiernach leicht zu erkennen.

Unter der Voraussetzung, daß Kessel und Windrose kreisrund sind und die Steuerstriche richtig stehen, macht sich eine exzentrische Lage des Hütchens oder der Pinne schon durch Ablesungen an den gegenüberliegenden Steuerstrichen bemerkbar. Liest man z. B. an dem einen Steuerstriche Nord ab, so soll an dem anderen das Entgegengesetzte, also Süd abgelesen werden. Ist dies nicht der Fall, so wird auch die Rose nicht überall gleich weit von der inneren Kesselwand abstehen. Lenkt man dann die Kompaßrose durch Eisen oder durch einen Magnet so weit ab, daß sie im Kreise herumläuft, und bemerkt dabei, daß die Stelle der größten Annäherung der Rose an die Kesselwand stets bei demselben

Striche der Rose stattfindet, also mit der Rose herumläuft, so ist das Hütchen nicht in der richtigen Lage; bleibt dagegen jene Stelle der größten Annäherung unveränderlich an demselben Punkte der Kesselwand, so steht die Pinnenspitze exzentrisch.

Lassen sich diese Mängel nicht sofort durch einen Mechaniker beseitigen, so muß man jedesmal an den beiden gegenüberliegenden Steuerstrichen ablesen und das Mittel aus beiden Ablesungen, die am hinteren Steuerstriche entgegengesetzt genommen, als Kurs betrachten; liest man z. B. am vorderen Steuerstriche NO, am hinteren $SW\frac{1}{2}W$ ab, was entgegengesetzt genommen $NO\frac{1}{2}O$ gibt, so ist das Mittel aus 4 und $4\frac{1}{2}$ Strichen $= 4\frac{1}{4}$ Strich, also $NO\frac{1}{4}O$ als das richtige zu nehmen.

Durch langen Gebrauch und besonders durch heftige Stöße der Pinne infolge starker Erschütterungen des Schiffs erhält das glatt geschliffene Hütchen Schrammen, Risse, wohl auch seitliche Vertiefungen und wird dadurch unbrauchbar. Wenn man mit einem scharf zugespitzten Stäbchen aus hartem Holz im Innern des Hütchens herumtastet, so wird man bei einiger Übung Schrammen und Unebenheiten fühlen können. Ein schadhaftes Hütchen muß von der Rose abgeschraubt und durch ein neues ersetzt werden.

5. Die Magnetnadel. Als Kompaßnadeln sollen nur Magnete aus gehärtetem Stahl verwandt werden, deren Magnetismus dauernd geworden ist, also eine Abnahme mit der Zeit nicht weiter erleidet.

Die gewöhnlichen Kompasse haben nur eine, meistens rautenförmige Nadel, die in der Mitte, wo sie zur Aufnahme des Hütchens durchbohrt ist, etwas stärker gearbeitet ist. Der Mittelpunkt des kreisförmigen Loches, das mit einem Schraubengewinde versehen ist, muß senkrecht unter dem Mittelpunkte der Windrose liegen und mit dem Schwerpunkte der Nadel zusammenfallen, so daß diese horizontal auf der Pinne schwebt.

Außer dem Hütchen, das mit seiner Fassung in die Nadel geschraubt wird, dienen noch zwei Schrauben zur Befestigung der Nadel an die Windrose, mit deren Nordsüdrichtung die geometrische Achse der Nadel zusammenfallen soll. Aber nicht hierauf kommt es an, es soll vielmehr die magnetische Achse, die Verbindungslinie beider Pole der Nadel, in der Nordsüdrichtung der Rose liegen oder doch mit dieser parallel sein; denn diese Achse ist es, die nach mißweisend Nord und Süd zeigt. Ihre Lage kann durch folgende Untersuchung ermittelt werden.

Man stelle den Kompaß am Lande auf und lese am Steuerstriche den anliegenden Teilstrich der Rose ab, schraube dann die Nadel ab, drehe sie um ihre Längsachse halb herum, so daß die untere Fläche jetzt nach oben kommt und befestige sie in dieser Lage an die Windrose wie vorher, das Nordende unter den Nordstrich. Ist dann die wieder auf die Pinne gesetzte Rose zur Ruhe gekommen, so muß man bei unveränderlicher Lage des Steuerstrichs dieselbe Ablesung wie zuvor erhalten; andernfalls ist der halbe Unterschied beider Ablesungen der von der unrichtigen Lage der magnetischen Achse herrührende Fehler, den man als Indexfehler des Kompasses bezeichnet. Dieser ist auf die von diesem Kompaß abgelesenen Kurse nach rechts oder links anzuwenden, je nachdem das Mittel aus beiden Ablesungen rechts oder links von der zweiten Ablesung liegt, wenn man die Nadel in ihrer letzten Lage läßt.

Um bei Kompaßrichtungen „rechts“ und „links“ richtig zu deuten, denkt man sich im Mittelpunkte der Rose und das Auge auf den betreffenden Kompaßstrich gerichtet.

Der Indexfehler kann beseitigt werden, indem man die Nadel um ihren Mittelpunkt nach der richtigen Seite hin so weit dreht, als der Fehler beträgt, und sie dann in dieser Lage festschraubt. Solche Berichtigung indessen überläßt man am besten einem geschickten

Mechaniker und bringt, bis sie erfolgen kann, den etwa vorhandenen Indexfehler jedesmal in Rechnung.

6. Hauptsächlich um die magnetische Kraft der Kompaßrose zu verstärken, wendet man statt einer Magnetnadel zwei oder vier Magnete an, die aus mehreren sehr dünnen Lamellen (vgl. § 83) zusammengesetzt sind. Die Magnete sind an einen dünnen Messingreifen zu beiden Seiten des Mittelpunkts und in gleichem Abstande von diesem parallel zueinander befestigt so, daß ihre Pole in einem mit dem Reifen konzentrischen Kreise liegen und ihre breiten Flächen senkrecht zur Ebene des Reifens stehen. Vier dünne, rechtwinklig zueinander gestellte Speichen aus Messing tragen eine Platte in der Mitte des Reifens, in die das Hütchen eingeschraubt wird; die Windrose wird dann so auf den Reifen gelegt, daß ihre Nordsüdlinie parallel zu den Magneten liegt und in dieser Lage mittels gleich weit voneinander entfernten Schrauben auf dem Reifen befestigt.

Die Anordnung der einzelnen Teile dieser Kompaßrose muß so sein, daß der Schwerpunkt der ganzen Rose senkrecht unter ihrem Mittelpunkte liegt, damit sie horizontal auf der vertikal stehenden Pinne schwebt.

Um sich von dieser Lage zu überzeugen, untersucht man zunächst nach 1., ob der obere Kesselrand in horizontaler Ebene liegt, und mißt dann an verschiedenen Stellen die Entfernungen zwischen dem Rande der Rose und dem oberen Kesselrande. Sind diese Entfernungen überall gleich, so schwebt natürlich auch die Rose in horizontaler Lage.

Das vorher beschriebene Umlegen der Magnetnadel zur Bestimmung des Indexfehlers läßt sich bei mehreren auf die hohe Kante gestellten Nadeln nicht anwenden. Man stellt in diesem Falle den in allen übrigen Teilen berichtigten Kompaß am Lande an einem Orte auf, wo die Rose nicht durch Eisen oder sonstige magnetische Einflüsse aus ihrer Nordsüdrichtung abgelenkt wird, und bestimmt mit ihm die Richtung, in der sich ein entfernter und gut sichtbarer irdischer Gegenstand befindet. Vergleicht man dann diese Richtung mit der mißweisenden Richtung, in der jener Gegenstand vom Kompaßorte gelegen ist, so ist ein sich ergebender Unterschied, von kleinen Beobachtungsfehlern abgesehen, der Indexfehler des Kompasses, der mit Ost oder West bezeichnet und nach rechts oder links anzuwenden ist, je nachdem die mißweisende Richtung rechts oder links von der durch den Kompaß ermittelten Richtung liegt.

Die mißweisende Richtung kann entweder mit Hilfe der bekannten Mißweisung durch Azimutbeobachtungen oder auch durch einen schon untersuchten Kompaß bestimmt werden.

Sehr geeignet zu solchen Untersuchungen sind Kompasse, die mit umlegbaren Rosen versehen sind. Die Magnetnadeln sind bei diesen nicht auf die hohe Kante gestellt, sondern liegen flach, sonst aber in derselben Anordnung wie unter 6. beschrieben ist. In einer zylindrischen Hülse von Messing befindet sich ein Doppelhütchen, d. h. der in einen Messingring gefaßte Stein hat zwei Vertiefungen, eine unten und die andere oben, hat also die Form eines Doppelkegels. Wird die Rose umgelegt, so daß die Magnetnadeln oben zu liegen kommen, so verschiebt sich das Hütchen so viel in der Hülse, daß seine Spitze wieder über dem Schwerpunkte der Kompaßrose liegt. Auf der unteren Fläche der Windrose sind die vier Hauptstriche *N*, *O*, *S*, *W* und zu beiden Seiten von diesen noch einige Teilstriche angebracht, die mit den entsprechenden Strichen der Gradteilung auf der Rose zusammenfallen. Durch diese Einrichtung wird es möglich, den Indexfehler durch das unter 5. angegebene Verfahren zu bestimmen.

7. Empfindlichkeit und Stabilität (Standfestigkeit) des Kompasses. Wenn das Schiff vom gesteuerten Kurse abgiert, so wird sich diese Bewegung des Schiffs ver-

mittels des Reibungswiderstandes, den die Pinnenspitze auf das Hütchen ausübt, mehr oder weniger auch auf die Kompaßrose übertragen. Je größer die Reibung ist, um so langsamer wird die aus dem magnetischen Meridian gedrehte Nadel zurückschwingen, der Kompaß wird träge, wie man sagt. Die Eigenschaft der Kompaßrose, jenen Reibungswiderstand leicht zu überwinden, nennt man die Empfindlichkeit der Rose, und diese wird, wie leicht erklärlich, durch leichtes Gewicht der Rose, durch spitze Pinne und glatten Schliff des Hütchens erhöht.

Die Fähigkeit der Rose, sich nach erfolgter Ablenkung wieder genau auf denselben Strich einzustellen, ist aber nicht allein von ihrer Empfindlichkeit, sondern auch von der magnetischen Kraft ihrer Nadeln abhängig (s. unter 8.). Je leichter die Rose ist, je empfindlicher sie also im allgemeinen sein wird, desto geringere magnetische Kraft ist erforderlich, um der Rose ein genügendes Einstellungsvermögen zu sichern.

Um die Empfindlichkeit der Kompaßrose zu prüfen, stellt man den Kompaß am Lande auf, läßt die Rose zur Ruhe kommen und liest den anliegenden Grad oder dessen Bruchteil ab. Dann lenkt man die Rose durch Eisen oder einen Magnet erst nach der einen, dann nach der anderen Seite ein wenig ab und liest jedesmal, nachdem die Rose wieder zur Ruhe gekommen ist, wie vorhin ab. Sind die Ablesungen nun stets dieselben oder doch nahe einander gleich, stellt sich die Rose bis auf mindestens einen halben Grad genau auf denselben Strich wieder ein, so hat sie die erforderliche Empfindlichkeit.

Unter Standfestigkeit oder Stabilität der Kompaßrose versteht man ihr Beharren in der horizontalen Lage und ihr Zurückstreben in diese Lage, wenn sie durch das Schlingern und Stampfen des Schiffs oder andere Erschütterungen in Schwankungen geraten ist. Die Bewegungen des Schiffs teilen sich trotz der Cardanischen Aufhängung des Kompasses auch der Pinne mit, denn wegen der Reibung an den Zapfen kann der Kompaßkessel nicht sofort jenen Bewegungen folgen, und da diese auch nicht immer senkrecht zu den Drehungsachsen des Kessels erfolgen, so wird die Bewegung des Kompasses eine ruckweise, die die Pinne gegen das Hütchen stößt und die Rose ins Wackeln bringt. Dadurch wird dann bald die Pinnenspitze stumpf und das Hütchen zerkratzt, wodurch der Kompaß träge wird.

Der wackelnden Bewegung der Kompaßrose wird, wenn auch nicht ganz, so doch zum großen Teile durch eine bestimmte Anordnung der Magnete unter der Rose vorgebeugt. Es ist nämlich für die Ruhe der Kompaßrose am günstigsten, wenn, im Falle zwei Magnete angebracht sind, diese um die Hälfte des Halbmessers der Rose sowohl von ihrem Mittelpunkte als auch von derjenigen Ebene entfernt sind, die durch die Spitze des Hütchens, also durch den Aufhängepunkt der Rose, parallel zur Windrose gedacht wird. Die Enden der Magnetnadeln müssen also um 30° von dem Nord- und Südpunkte der Windrose abliegen. Sind vier Magnete angebracht, so müssen die beiden inneren je um 15° und die beiden äußeren je um 45° vom Nord- und Südpunkte der Windrose entfernt sein.

Hierdurch wird die Kompaßrose, wenn sie einmal in Schwankungen versetzt wird, befähigt, möglichst bald in die horizontale Lage zurückzukehren, was bei Rosen mit nur einer Nadel erst nach längerer Zeit geschieht.

Um die Rose in bezug auf ihre Standfestigkeit zu prüfen, lenkt man sie etwa 4 Strich aus ihrer Ruhelage ab und neigt sie gleichzeitig an einer Seite um etwa 10°. Dann soll die Rose, sich selbst überlassen, nach höchstens zwei Horizontalschwingungen die wackelnde Bewegung verlieren und in horizontaler Ebene ausschwingen.

Eine sehr beschwichtigende Wirkung auf die hin und her schwingende Magnetnadel übt ein kupferner Kompaßkessel aus. Sogar ein dicker Reifen aus reinem Kupfer, in der Schwingungsebene der Rose um den Kessel gelegt, dämpft die Wildheit der Rose. Die Ursachen dieser Erscheinung sind elektrische Ströme, die durch den Magnetismus der schwingenden Magnetnadel im Kupfer hervorgerufen werden und diese stets nach der Richtung abzulenken streben, die ihrer jeweiligen Bewegung entgegengesetzt ist, so daß durch diese Hemmung die schwingende Nadel bald zur Ruhe kommt.

Davon ausgehend, daß die Standfestigkeit eines Körpers unter sonst gleichen Umständen um so größer wird, je größer sein Gewicht ist, machte man die Kompaßrosen, die für den Gebrauch in schwerem Wetter bestimmt waren, sogenannte Sturmrosen, verhältnismäßig sehr schwer. Während z. B. das Gewicht einer Steuerkompaßrose mit 4 Magneten bei einem Durchmesser von 196 mm nur 117 g betrug, war eine Sturmrose von demselben Durchmesser 172 g schwer. Das Hütchen dieser Sturmrosen war aus hartem Metall gefertigt, während die Pinne eine abgestumpfte oder gewölbte Spitze von Rubin hatte. Dadurch wurde aber die Empfindlichkeit der Rose sehr beeinträchtigt, und wenn schließlich solche schwere Rose durch starke Erschütterungen doch wild wurde, so trat die Abnutzung von Pinne und Hütchen und infolgedessen die Unbrauchbarkeit des Kompasses um so früher ein.

Da führte Prof. W. Thomson in Glasgow im Jahre 1878 in einem Vortrage über den von ihm erfundenen und in § 98 beschriebenen Kompaß aus, „daß Stabilität eines Schiffskompasses nicht durch Vermehrung des Gewichts der Nadeln oder der Rose sondern durch Verlängerung der Schwingungsdauer zu erreichen sei, unter dieser die Zeit einer Schwingung der um 30 bis 40 Grad abgelenkten Kompaßrose verstanden; daß ferner zu große Belastung der Pinne und Stumpfheit ihrer Spitze den Kompaß weniger stabil und zuverlässig in See machten, als er sein würde, wenn die Aufhängung der Rose vollkommen reibungslos wäre; und wenn eine Gewichtsvermehrung zur Erreichung der Stabilität stattfinden solle, so müßte die Belastung am Rande der Rose angebracht werden. Es wäre nicht mehr Rosengewicht nötig, als erforderlich ist, um der Rose Halt zu geben".

Aus Gründen, die bei der Ausgleichung der örtlichen Ablenkung des Kompasses in Erwägung zu ziehen sind, wendet Thomson kleine Magnetnadeln an, und er führte weiter aus, „daß man bei der Anwendung genügend kleiner Nadeln die zur Erlangung genügender Stabilität erforderliche Schwingungsdauer erreiche, indem man der Rose einen großen Durchmesser gäbe und das zu ihrer Herstellung erforderliche Gewicht soweit als möglich nach dem Rande verlegte".

Die inzwischen gemachten Erfahrungen haben die Richtigkeit dieser Grundsätze bestätigt, und auf den größeren Schiffen, besonders Dampfern, sind jetzt meistens leichte und große Kompaßrosen im Gebrauch, bei denen die Zeitdauer einer einzelnen Schwingung mindestens 14 Sekunden beträgt. Wird die Kompaßrose durch einen Magnet um 4 Strich aus dem magnetischen Meridian abgelenkt, so soll sie nach höchstens 15 Schwingungen in ihre Ruhelage zurückgekehrt sein.

Für die Größe der Rosen hat die Erfahrung eine Grenze festgestellt, worüber nicht hinausgegangen werden sollte. Die in der Kaiserlichen Marine gebräuchlichen Rosen haben einen Durchmesser von nahe 20 cm, auf einigen großen Dampfern sind Rosen von 30 cm Durchmesser im Gebrauch, eine Größe, die die zulässige Grenze schon überschreitet.

8. Prüfung der magnetischen Kraft der Kompaßrose. Die Größe der magnetischen Kraft einer Kompaßrose steht zu ihrem Gewichte in naher Beziehung. Je

schwerer die Rose ist, desto stärker muß ihre magnetische Kraft sein, um den größeren Reibungswiderstand auf der Pinne zu überwinden, der bei leichten Rosen nur gering ist. Jedenfalls muß die magnetische Kraft der Rose so groß sein, daß diese auch an Orten, wo die Richtkraft der Nadel sehr vermindert wird, ein genügend großes Einstellungsvermögen hat. Da nämlich die Richtkraft der Nadel von der Größe der Horizontalkraft der Erde abhängig ist, und diese Kraft mit zunehmender Breite abnimmt, so wird auch die Richtkraft der Kompaßnadeln in hohen Breiten vermindert und außerdem noch auf eisernen Schiffen durch den der Horizontalkraft der Erde entgegenwirkenden Magnetismus des Schiffs.

Um daher die Kompaßrose in dieser Beziehung zu prüfen, bringt man einen Magnet nahe dem Kompasse in solche Lage, daß er der Horizontalkraft der Erde entgegenwirkt und hierdurch einen Teil der Richtkraft aufhebt. Zu diesem Zweck stellt man den zu untersuchenden Kompaß am Lande so auf, daß der Nordstrich der in ihrer Ruhelage befindlichen Rose genau den Steuerstrich trifft, und bestimmt nun in bekannter Weise die Schwingungsdauer t der Rose (s. § 91).

Während des Zählens der Schwingungen hat man gleichzeitig darauf zu achten, ob die Schwingungsbogen gleichmäßig und allmählich abnehmen und die Rose sich schließlich genau auf denselben Strich, hier also auf den Nordpunkt, wieder einstellt. Ist beides nicht der Fall, so entspricht die Rose nicht den Anforderungen, die an sie zu stellen sind.

So fand man z. B., daß die vom Mechaniker Plath in Hamburg verfertigte Rose Nr. 620 in 84,8 Sekunden 5 Schwingungen machte und sich nach 14 gleichmäßig kleiner werdenden Schwingungen genau wieder einstellte. Es ergibt sich also die Schwingungsdauer $t = \frac{84{,}8^s}{5} = 16{,}96^s$.

Zur Sicherheit wiederholt man diese Beobachtung und nimmt aus den gefundenen Schwingungsdauern das arithmetische Mittel.

Darauf bringt man unterhalb des Kompasses einen starken Magnet in horizontaler Lage so an, daß seine Mitte sich senkrecht unter der Kompaßmitte befindet und sein Nordende genau nach Nord gerichtet ist. Dies erreicht man dadurch, daß man den Magnet nach der einen oder der anderen Seite in horizontalem Sinne dreht, bis die Rose, falls sie durch den Magnet abgelenkt wurde, wieder genau Nord anliegt. Durch den so gelegten Magnet erleidet die Richtkraft der Rose eine Schwächung, deren Betrag natürlich von der Entfernung des Magnets von der Rose abhängt. Soll die Richtkraft nun um einen bestimmten Teil, z. B. um die Hälfte, geschwächt werden, so kann man die dazu erforderliche Entfernung des Magnets auf folgende Weise bestimmen.

Es sei die Schwingungsdauer der Rose bei beliebig geschwächter Richtkraft $= t'$, H bezeichne die am Beobachtungsorte wirksame Horizontalkraft der Erde und H' die in bezug auf die Rose geschwächte Horizontalkraft, so hat man nach § 91 die Gleichung

$$H : H' = t'^2 : t^2 .$$

Um H' auf die Hälfte von H zu bringen, hat man demnach

$$2 : 1 = t'^2 : t^2 ,$$

also $$t'^2 = 2\,t^2$$

und $$t' = t \cdot \sqrt{2} = 1{,}414\,t .$$

Man hat demnach, um die Richtkraft der Rose um die Hälfte zu schwächen, den Magnet in solche Entfernung zu bringen, daß die Schwingungsdauer $= 1{,}414\ t$ wird. Dies wird durch Versuche bei verschiedenen Entfernungen des Magnets ermittelt; man hat den Magnet der Kompaßrose zu nähern, solange die Schwingungsdauer t' kleiner als $1{,}414\ t$ ist, im entgegengesetzten Falle dagegen weiter zu entfernen.

Wenn dann bei halber Richtkraft der Rose die Schwingungsbogen wieder allmählich und gleichmäßig abnehmen, und die Rose, nachdem sie zur Ruhe gekommen, sich wieder genau auf den Nordstrich einstellt, so darf man annehmen, daß die magnetische Kraft der Rose für alle vorkommenden Fälle ausreichend ist.

Um die Richtkraft der vorhin erwähnten Rose von Plath um die Hälfte zu schwächen, mußte

$$t' = 1{,}414 \cdot 16{,}96 = 24{,}0 \quad \text{werden.}$$

Nach dem zweiten Versuche hatte der Magnet die Lage, bei der die Rose, nachdem sie 4 Strich abgelenkt war, in 96,1 Sekunden 4 Schwingungen machte, also die berechnete Schwingungsdauer von 24 Sekunden hatte. Die Rose stellte sich, zur Ruhe gekommen, genau auf Nord ein und genügte den obigen Anforderungen in hohem Grade.

Ehe die vorstehende Untersuchung vorgenommen wird, ist es notwendig, die Spitze der Pinne und das Hütchen genau zu prüfen und diese Teile, wenn sie nicht fehlerfrei sind, durch untadelhafte zu ersetzen.

An Kompasse auf hölzernen Schiffen brauchen die Anforderungen nicht so hoch gestellt zu werden, und man kann den Kompaß brauchbar nennen, wenn die Rose, nachdem sie durch einen Magnet um 4 Strich aus ihrer Ruhelage abgelenkt ist, nach mindestens zwölf Schwingungen sich wieder auf wenigstens ½ Grad genau einstellt, wobei die Schwingungsbogen allmählich und gleichmäßig kleiner werden müssen.

Besteht die Kompaßrose diese Probe nicht, und sind Pinnenspitze und Hütchen in untadelhaftem Zustande, so haben die Magnetnadeln nicht die erforderliche magnetische Stärke und müssen durch andere ersetzt oder mit Hilfe eines Magnets bis zur Sättigung magnetisiert werden (§ 83).

Schiffe, die, wenn auch aus Holz gebaut, doch für Fahrten in sehr hohen Breiten bestimmt sind, wie z. B. Walfischfahrer, müssen mit Kompassen ausgerüstet sein, die bei großer Empfindlichkeit auch große magnetische Kraft besitzen, weil in den Polargegenden die Horizontalkraft der Erde sehr klein und folglich die Richtkraft der Kompaßnadeln sehr vermindert wird.

Wenn schon bei Anschaffung eines Kompasses für die gewöhnliche Fahrt ein billiger Preis niemals den Ausschlag geben sollte, so dürfen Polarfahrer keine Kosten scheuen, um einen durchaus tüchtigen Kompaß zu erhalten, da kleine, in gewöhnlicher Fahrt kaum merkbare Fehler des Kompasses in sehr hohen Breiten auf das zwanzig- bis dreißigfache ihres Betrages anwachsen können.

§ 98. Der Thomsonsche Kompaß. Dieser weicht in seiner Einrichtung wesentlich von den anderen Kompassen ab, und es ist besonders die nach den in § 97 unter 7. angeführten Grundsätzen eingerichtete Rose, durch die sich dieser Kompaß hauptsächlich von den übrigen unterscheidet.

Da die Thomsonschen Rosen, von unwesentlichen Abweichungen abgesehen, sich alle gleichen, so genügt die Beschreibung einer dieser Rosen, um eine Vorstellung von deren Einrichtung zu erlangen.

Fig. 62.



Die Rose nach Thomsons Patent Nr. 2739 (Fig. 62) hat einen Durchmesser von 204 mm und ein Gewicht von 6 g. Das Gestell der Rose besteht aus zwei konzentrischen Ringen, *R* und *r*, aus Aluminium, einem sehr leichten Metall, von denen der äußere in der Peripherie der Rose liegt und einen 6 mm hohen Rand bildet, während der innere Ring bei einem äußeren Durchmesser von 14 mm flach geformt ist. Beide Ringe sind durch sechzehn Seidenfäden verbunden, die in gleichen Abständen voneinander radial ausgespannt sind. Auf dieser Verbindung und an den Randring befestigt, liegt der 40 mm breite Rand eines Rosenblatts, dessen mittlerer Teil herausgeschnitten ist. Das Rosenblatt ist aus starkem Papier, auf dem sich die Grad- und Strichteilung befindet, und ist, um das Werfen zu verhüten, eingeschlitzt. 12 mm unterhalb des mittleren Teils der Rose hängen vier kleine zylindrische Magnete *m* aus Stahldraht, zwei auf jeder Seite von der Nordsüdrichtung der Rose, mit dieser und unter sich parallel, 13 und 20 mm davon entfernt. Die Magnete haben bei einem Durchmesser von 1 mm eine Länge von 50 mm und sind mittels Seidenfäden unter sich sowohl wie mit der Fädenverbindung des Gestells und mit dem Randringe verbunden*).

Die Aluminiumfassung des Saphirhütchens ist mit einem Rande versehen, auf dem die über das Hütchen gestreifte Rose ruht.

Die zugehörige Pinnenspitze ist aus Iridium, einem sehr harten Metalle, angefertigt.

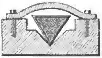
Um die Kompaßrose gegen Feuchtigkeit zu schützen, wird der Glasdeckel an seinem inneren Rande mit einem Gummireifen versehen und dann mittels Schrauben fest gegen den Kesselrand gepreßt, wodurch ein möglichst luftdichter Verschluß hergestellt wird.

Die Aufhängung des Kompasses ist ebenfalls anders wie bei den übrigen Kompassen. Der Kessel hängt nicht in runden Zapfen, sondern bewegt sich auf prismatischen Schneiden,

*) Die größeren Thomsonschen Rosen sind mit acht Magneten versehen, die 50—75 mm lang sind. Der Durchmesser dieser Rosen ist 270 mm und ihr Gewicht 11—12 g.

deren scharfe, etwas abgerundete Kanten auf flachen Lagern ruhen. Die Lager, auf denen der den Kessel tragende Ring sich bewegt, sind mittels 4—6 cm langer Kettchen an einen aus Messingdraht gewundenen Ring gehängt, der an den um 90° entfernten Punkten mit hohlkugelförmigen Teilen auf genau hineinpassenden Kugeln ruht. Diese werden an dem Kompaßkasten oder -hause befestigt, so daß sich der Ring vermöge jener Kugelgelenke ungehindert nach beiden Seiten neigen kann.

Fig. 63.



Da die Reibung an Schneiden, wie Fig. 63 eine solche nebst Lager veranschaulicht, bedeutend geringer ist als an runden Zapfen, so wird die Bewegung des Kessels bei den Schwankungen des Schiffs viel gleichmäßiger, wodurch das ruhige Arbeiten der Rose begünstigt wird. Denselben Zweck haben auch der in den Kugelgelenken ruhende elastische Ring und die Ketten, in denen der Kompaß hängt; doch kann es geschehen, daß bei heftigen Schwankungen die Lage des Steuerstrichs eine veränderliche wird.

Der nach unten ausgebauchte Kesselboden, der von dem oberen Teile des Kessels durch einen dicht schließenden Boden getrennt wird, ist zum größten Teile mit Rizinusöl gefüllt, um die Schwingungen des Kessels soviel wie möglich zu mäßigen.

Nach Art der Thomsonschen Rose werden von verschiedenen Mechanikern Kompaßrosen angefertigt, die mehr oder minder von der eben beschriebenen abweichen.

Eine vom Hamburger Mechaniker Hechelmann verfertigte Rose (Nr. 666) hat einen Durchmesser von 203 mm und ein Gewicht von 11 g. Das Gerüst der Rose bilden zwei konzentrische Aluminiumringe, von denen der äußere in dem Umfange der Rose liegt und einen Rand von 6 mm Höhe bildet. Der innere Ring, der einen Durchmesser von 14 mm hat, trägt das lose Aluminiumhütchen. Beide Ringe sind durch 32 radial ausgespannte Seidenfäden verbunden. Das Rosenblatt besteht aus einem 50 mm breiten Papierringe mit Strich- und Gradteilung; dieser Ring ist vielfach eingeschnitten, an den Randring angeklebt und auf der inneren Seite an den Seidenfäden befestigt. 20 mm unterhalb des Rosenblatts hängen in einer Seidenfädenverbindung 8 kleine Magnetnadeln, aus je einer Lamelle bestehend, von 52 mm Länge, 1,8 mm Breite und 0,6 mm Dicke. Diese Magnete sind hochkantig in vier Reihen so gelagert, daß ihre Mitten in der Peripherie eines Kreises liegen und ihre äußeren Pole, mit dem Mittelpunkte der Rose verbunden, Winkel von 19 und 51 Grad mit der Nordsüdlinie der Rose bilden. Diese Abweichung von der Lage unter den Winkeln 15 und 45 Grad ist geboten, um, im Falle der Kompaß durch Magnete berichtigt wird, eine sechstelkreisförmige Ablenkung des Kompasses zu verhüten.

Die lockere Aufhängung der Magnete in Seidenfäden kann die unveränderliche Lage der magnetischen Achsen nicht verbürgen; eine durch Feuchtigkeit hervorgerufene Spannung der Fäden kann eine Verschiebung in der Richtung der einzelnen Magnetnadeln und damit einen veränderlichen Inderfehler des Kompasses herbeiführen.

Diesem Übelstande ist die von Plath in Hamburg verfertigte Rose (D. R. P. 42861), die im übrigen nach den Thomsonschen Grundsätzen eingerichtet ist, nicht ausgesetzt.

Der Durchmesser dieser Rose (Nr. 620) ist 204 mm bei einem Gewichte von 8 g.

Zwei rechtwinklig zueinander stehende Stangen aus Messingrohr tragen in ihrem Kreuzungspunkte, dem Mittelpunkte der Rose, das Hütchen und auf ihren Enden einen leichten, ebenfalls aus Messingrohr verfertigten Reifen. Auf dieses Gerüst ist das Rosenblatt aus leichtem Papier, dessen innerer Teil ausgeschnitten ist, so aufgelegt, daß die

Gerüststangen unter den *NO—SW* und *NW—SO*-Strichen der Rose liegen. In der Richtung dieser Striche ist das Rosenblatt bis nahe an den äußeren Rand eingeschnitten, um das Werfen des Papiers zu verhüten. Um die Stangen liegen feine messingene Spiralfedern, die mit dem inneren Ende an dem Rande des Hütchens befestigt sind und vermittels zweier Fäden, die am anderen Ende und an je einer Ecke der vier Ausschnitte des Rosenblatts festgemacht sind, dieses straff und glatt halten. An den Gerüststangen sind metallene Stützen befestigt, die die beiden Magnetnadeln tragen und diesen die unveränderliche Lage bewahren. Jeder dieser Magnete besteht aus zwei Lamellen, ist 50 mm lang und hängt 10 mm unterhalb des Rosenblatts; ihre Entfernung von der Nordsüdebene der Rose beträgt 12 mm.

Trotz ihres geringen Gewichts ist diese Rose fest und dauerhaft und hat sich sehr gut bewährt.

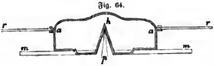
Die Schwingungsdauer der hier beschriebenen Thomsonschen Rose war 18,87, die der Hechelmannschen 14,00 und die der Plathschen Rose 16,96. Auf halbe Richtkraft geschwächt, stellte sich Plaths Rose genau und Hechelmanns auf 0,3 Grad genau ein.

§ 99. Der Schwimm- oder Fluid-Kompaß. Der Kessel dieses Kompasses ist mit einer Mischung von Alkohol und Wasser gefüllt, worin die auf der Pinne schwebende Kompaßrose versenkt wird. Diese Einrichtung hat den Zweck, der Kompaßrose bei den Bewegungen des Schiffs eine möglichst große Ruhe zu verschaffen, die eben dadurch erreicht wird, daß die Bewegungen des Kessels und folglich auch der Pinne in nahe demselben Maße auf die Rose übertragen werden. Dadurch aber bleiben der Aufhängepunkt der Rose und die Spitze der Pinne in bezug aufeinander in Ruhe, so daß die Wirkung der Stöße, die Kompaßrose aus ihrer Nordsüdlage zu drehen, soviel wie möglich aufgehoben wird.

Wegen des Widerstands, den die Flüssigkeit den Bewegungen der Rose bei Kursänderungen entgegensetzt, muß die magnetische Kraft der Rose eine bedeutend größere sein als bei den anderen, den sogenannten Trockenkompassen. Man wendet daher auch bei den Schwimmkompassen sehr kräftige, aus langen Lamellen bestehende Magnete an, die jenen Widerstand mit Leichtigkeit überwinden.

Um aber die große Reibung auf der Pinne zu beseitigen, die infolge der schweren Magnete entstehen würde, befestigt man die Rose nebst den Magneten an eine Schwimmdose, deren Auftrieb so bemessen ist, daß die Rose nur mit einem geringen Bruchteil ihres Gewichts die Pinne belastet.

Fig. 64.



Diese Schwimmdose *a* (Fig. 64) ist aus dünnem und gewelltem Messingblech und trägt in einer Vertiefung an der unteren Seite das Hütchen bei *h*, mittels dessen der Schwimmer auf der Pinnenspitze *p* ruht.

Rings um den Schwimmer liegt das Rosenblatt *r*, dessen Teilstriche mit einem Färbemittel aufgetragen sind, das dem zersetzenden Einflusse des Alkohols widersteht.

Unterhalb des Schwimmers und an diesen befestigt, befinden sich zwei lange Magnete in gleichem Abstande von der Nordsüdlinie der Rose und mit dieser Linie parallel.

Durch die tiefe Lage der Magnete unterhalb der Rose wird der Schwerpunkt der ganzen Vorrichtung möglichst tief unter den Aufhängepunkt *h* verlegt, wodurch die Stabilität der Rose bedeutend erhöht wird.

Die Tragkraft des mit Luft gefüllten Schwimmers wird so bemessen, daß das Gesamtgewicht von Rose und Schwimmer nur mit einem Gewichte von 10 bis 15 g auf die Pinne drückt. Eine über diese Grenze hinausgehende Entlastung der Pinne ist nicht ratsam, da sonst ein Auf- und Niederschwanken der Rose sehr leicht ihr Kentern herbeiführen könnte.

Bei der Herstellung des Kessels eines Schwimmkompasses muß natürlich auf die mit jedem Temperaturwechsel verbundene Veränderung des Raumgehalts der Füllflüssigkeit Bedacht genommen werden. Ein gewöhnlicher Kompaßkessel, der vollständig mit einer Flüssigkeit gefüllt und wasserdicht verschlossen wäre, würde durch die bei Wärme sich ausdehnende Flüssigkeit gesprengt werden, während anderseits bei Kälte durch das Zusammenziehen der Flüssigkeit leere Räume im Kessel und folglich Blasen unter dem Glasdeckel entständen. Um das Gefrieren der Flüssigkeit zu verhindern, benutzt man gewöhnlich eine Mischung von 2 Teilen Wasser und einem Teil Alkohol.

Aus diesen Gründen gibt man gewöhnlich dem Kessel einen Doppelboden, dessen unterer Teil von gewelltem Metallblech ist.

Fig. 65.

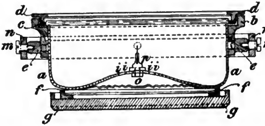


Fig. 65 zeigt den Durchschnitt eines solchen Schwimmkompasses. Der Kessel *a*, der oben weiter ist, hängt in dem Haltering *b*. Auf der horizontalen Oberkante des Kessels ruht der Glasdeckel, der nur so groß ist, daß zwischen Glas und vertikaler Oberkante des Kessels die Gummipackung *c* eingelegt werden kann. Diese Packung wird durch den Druckring *d* und die an ihm befindliche Rippe durch Schrauben so niedergepreßt, daß das Glas luftdicht abgeschlossen ist.

An dem Haltering *b* befinden sich im Durchmesser gegenüber zwei Ansätze, in die je eine Achse *e* eingeschraubt wird; in diese werden wiederum die Achsenschrauben *m* eingeschraubt, mittels deren der Kompaß in dem Cardanischen Ringe *n* hängt.

Der Boden des Kessels *a* ist nach oben gewölbt, und in seiner Mitte ist der Pinnenträger *p* eingeschraubt, der zur Aufnahme der Pinne dient. Neben dem Pinnenträger sind vier Löcher *i*, die die Verbindung zwischen Kessel und Ausdehnungsbüchse bilden.

Der Federboden *o*, der am Rande mit dem Kessel *a* verlötet ist, und der gewölbte Kesselboden bilden die Ausdehnungsbüchse für die Füllflüssigkeit. Der Befestigungsring *f* ist ebenfalls am Kessel *a* angelötet, und an diesem Ring ist das Blei befestigt.

Die Entfernung des Kesselbodens von dem Blei ist so groß, daß der dazwischen liegende Federboden *o* nach jeder Richtung genügenden Raum zum Ausdehnen hat.

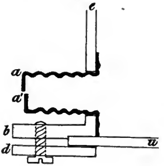
Der große Vorteil der Schwimmkompasse ist der, daß sie auf bewegtem Schiffe ruhiger arbeiten als die Trockenkompasse, doch sind diese nicht wohl zu entbehren. Denn wenn sich bei einem Schwimmkompaß irgend ein Fehler auf See einstellt, so steht man diesem gegenüber hilflos da, weil ein geschickter Mechaniker dazu gehört, diesen Kompaß wieder instand zu setzen. Der Hydrograph Gareis hat an seinem „Universal-

Kompaß“ durch eine ebenso einfache als sinnreiche Einrichtung das Untersuchen und Wechseln von Spitze und Hütchen in der bequemsten Weise ermöglicht, so daß dieser Kompaß die guten Eigenschaften des trockenen mit jenen des Schwimmkompasses vereint. Auch kann er deshalb nach Bedarf ohne Flüssigkeit gebraucht werden*).

§ 100. **Der Hänge- oder Transparent-Kompaß.** Dieser Kompaß ist so eingerichtet, daß man den anliegenden Kurs ablesen kann, auch wenn man unter ihm steht. Der Kesselboden besteht daher aus einer starken, planen Glasscheibe, die durch einen Fassungsring mit dem Kessel verbunden wird. Dieser Ring wird so schwer gemacht, daß er das Bleigewicht der anderen Kompasse ersetzt. In der Mitte der Glasscheibe befindet sich eine Öffnung, die zur Aufnahme der Pinne dient, und zum Rosenblatt wird gewöhnlich durchsichtiges Florpapier oder weiße Seide benutzt.

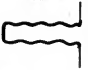
Als Hängekompaß kann sowohl ein Trocken- wie auch ein Schwimmkompaß verwendet werden. Im letzten Falle ist es besser, die den Kesselboden bildende Glasscheibe nicht zu durchbohren, um diese nicht unnötigerweise zu schwächen. Es muß dann auch der Kessel eine andere Einrichtung erhalten als bei den gewöhnlichen Schwimmkompassen, um der Ausdehnung der Füllflüssigkeit zu begegnen. Bei dem transparenten Schwimmkompaß von Plath ist folgende Einrichtung getroffen.

Fig. 66.



In Fig. 66 sind *a* und *a'* zwei Reifen aus dünnem und gewelltem Metallblech mit umgebogenen Rändern, *e* stellt die Wand des Kompaßkessels vor und *b* einen Ring, in dem die Boden-Glasplatte *u* liegt, die durch den Ring *d* mittels Schrauben fest gegen *b* gepreßt wird. Die elastischen Reifen *a* und *a'*, welche an *e* und *b* angelötet werden, sind im Durchmesser so viel verschieden, daß *a'* in *a* stramm hineinpaßt. Nachdem diese Reifen ineinander geschoben sind, werden sie ebenfalls miteinander verlötet, so daß die von ihnen gebildete Ausdehnungsbüchse den in Figur 66a dargestellten Durchschnitt hat.

Fig. 66a.



Durch diese elastischen Reifen erhält der Kessel eine Ausdehnungsfähigkeit in vertikaler Richtung im Betrage von etwa 3 mm, die für die gewöhnlich benutzte Mischung, nämlich $^1/_3$ Alkohol und $^2/_3$ Wasser, genügend ist, um ein Zersprengen des Kessels oder der Glasdeckel zu verhüten. Läßt der Druck der Flüssigkeit infolge ihres durch die Kälte bewirkten Zusammenziehens nach, so verringert sich auch die Spannung der Reifen und damit die Tiefe des Kessels so viel, daß dieser stets vollständig mit der Flüssigkeit gefüllt bleibt und Blasen unter dem Glasdeckel nicht entstehen können.

Fig. 66b.

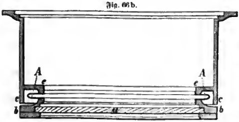


Fig. 66b zeigt den Vertikaldurchschnitt eines solchen Kessels, *A*, *A* sind die ineinander geschobenen Reifen, die oben mit dem Kessel und unten mit dem Ringe *b* verlötet sind.

*) S. „Mitteilungen aus dem Gebiete des Seewesens“, Jahrg. 1879. VII. Bd. Pola.

Die Kesselwand ist bei *c* doppelt, um den federnden Teil vor Beschädigungen zu bewahren. Der wasserdichte Verschluß der Boden-Glasplatte *u* wird in derselben Weise bewirkt wie der des oberen Glasdeckels eines Schwimmkompasses.

Auf dem Ringansatze *e* im Innern des Kessels liegt ein metallener Quersteg, auf dem die Pinne steht. Da die elastischen Reifen *A* sich unterhalb der Stützpunkte *e* dieses Steges befinden, so kann eine etwaige ungleichmäßige Ausdehnung der elastischen Kesselteile eine Veränderung in der vertikalen Stellung der Pinne nicht herbeiführen.

Der Durchmesser des Kessels ist 215 mm bei einer Tiefe von 75 mm. Zwei 180 mm lange Magnete, jeder aus einer größeren Anzahl von Lamellen bestehend, werden nebst der Rose von einem Schwimmer getragen, dessen Gewicht 5 g beträgt. Das Rosenblatt ist aus eigens für diesen Zweck zugerichtetem Papier verfertigt und mit Grad- und Strichteilung versehen.

§ 101. Aufstellung des Steuerkompasses. Hängt der Kompaß in einem Kasten, so überzeugt man sich zunächst von der quadratischen Form dieses Kastens, indem man mißt, ob zwei anstoßende Grundkanten einander gleich und die Winkel Rechte sind.

Die Zapfen, worin der Ring hängt, müssen sich genau in der Mitte der Seitenwände des Kastens befinden, so daß die Zapfen, worin der Kompaßkessel hängt, in ihrer Verlängerung die Mitte der Vorder- und Rückwand treffen. Ferner ist darauf zu sehen, daß die Steuerstriche sich in der Vertikalebene befinden, die man sich durch die Achsen der zuletzt erwähnten Zapfen gelegt denkt.

Um dann das Kompaßhaus, das ebenfalls rechtwinklig gebaut sein soll, aufzustellen, ziehe man am Aufstellungsorte mit Kreide die Mittschiffslinie auf Deck (meistens läuft als solche eine Decksnaht auf die Mitte des Stevens zu), und rechtwinklig zu dieser eine zweite querschiffs. Das Kompaßhaus wird nun so gestellt, daß seine untere Vorder- oder Rückkante in die Querschiffslinie fällt und diese Kanten von der Mittschiffslinie halbiert werden. Nachdem es in dieser Lage befestigt ist, stellt man den Kompaßkasten mit seiner Vorder- oder Rückwand fest gegen die nämliche Wand des Kompaßhauses so, daß die Zapfen, in denen der Kompaßkessel hängt, in der Mittschiffsebene liegen. In dieser Lage wird schließlich der Kompaßkasten mit Werg oder anderem geeignetem Stoffe festgestaut.

Steht der Kompaß nicht in einem solchen Kompaßhause, so kann man seine Aufstellung in folgender Weise bewirken.

Mit einem Pfahlstich befestige man einen dünnen Faden um den hintersten Mast und das andere Ende des steif geholten Fadens in der Mitte der Heckreling oder des Achterstevens in solcher Höhe, daß er sich unmittelbar über dem an seinem Orte aufgestellten Kompasse befindet. Dann dreht man diesen so, daß der hintere und vordere Steuerstrich in ihren Verlängerungen den Faden treffen. Läßt sich dieser nicht in der gewünschten Höhe anbringen, so hält man das Auge vor den Faden und sieht nun nach dem vorderen Steuerstriche und gleichzeitig nach einer auf Deck gezogenen Mittschiffslinie, ob sich der Steuerstrich in der durch den Faden und Mittschiffslinie gedachten Vertikalebene befindet; ist dies nicht der Fall, so dreht man den Kompaß um seine Vertikalachse, bis der Steuerstrich die angegebene Lage hat. Auf dieselbe Weise stellt man auch den hinteren Steuerstrich in die Mittschiffsebene.

II. Der Peil- und Azimut-Kompaß und die Peilscheibe.

§ 102. Der Peilkompaß. Unter Peilen versteht man hier die Richtung bestimmen, in der sich ein Gegenstand vom Beobachter befindet; man peilt z. B. einen Gegenstand

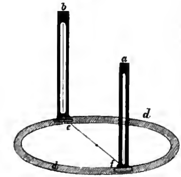
Weiſt, wenn der verlängert gedachte Weſtſtrich der frei auf der Pinne ſchwebenden Roſe jenen Gegenſtand trifft. Die ermittelte Richtung heißt **Peilung**, und der Winkel, den die Peilung mit der Nordſüdlinie der Roſe bildet, iſt das **Kompaß-Azimut** des gepeilten Gegenſtandes; dieſes iſt gleich dem **magnetiſchen Azimut**, wenn die Kompaßnadel nicht durch Eiſen oder andere ſtörende Einflüſſe abgelenkt ſondern nach mißweiſend oder magnetiſch Nord und Süd weiſt.

Dient der Peilkompaß vorzugsweiſe dazu, Geſtirne zu peilen, ſo nennt man ihn Azimutkompaß; ein weſentlicher Unterſchied beſteht zwiſchen beiden Kompaſſen nicht. Beide unterſcheiden ſich vom Steuerkompaß hauptſächlich nur durch die Peilvorrichtung, und es ſind die Unterſuchungen, durch die man ſich von der Güte und Brauchbarkeit eines Steuerkompaſſes überzeugt, auch mit dem Peilkompaß anzuſtellen (§ 97).

Um Hütchen und Pinne zu ſchonen, iſt eine Vorrichtung bei ſämtlichen Peilkompaſſen wie auch bei einigen Steuerkompaſſen angebracht, mittels welcher die Roſe von der Pinne abgehoben werden kann, wenn der Kompaß nicht gebraucht wird, ohne den Glasdeckel abnehmen zu müſſen. Schraubt man die dazu dienende, an der Außenſeite des Keſſels befindliche Schraube rechts herum, ſo wird die Roſe **arretiert**, wie man ſagt; durch Rückwärtsſchrauben ſenkt ſich die Roſe wieder auf die Pinnenſpitze.

§ 103. Die Peilvorrichtung. Dieſe beſteht aus zwei dünnen, mit langen Einſchnitten verſehenen Meſſingplatten, die man **Diopter** nennt. Bei dem einen, dem Okulardiopter *a* (Fig. 67), iſt nur ein ſehr ſchmaler Spalt, während in dem viel breiteren Einſchnitte des anderen, des Objektivdiopters *b*, ſich ein ſtraff geſpannter Faden befindet. Beide Diopter ſind entweder auf dem Rande *d* des Kompaßdeckels oder auf einem drehbaren Ringe ſo angebracht, daß ſie ſich im Durchmeſſer gegenüber und ſenkrecht auf dem Deckel ſtehen; ihre Verbindung mit dem Träger durch Walzenſcharniere ermöglicht es, ſie auf den Deckel niederzuklippen, wenn der Kompaß nicht gebraucht wird.

Fig. 67.



Zur beſſeren Ableſung der Peilung, falls die Diopter auf dem Deckelrande ſtehen, dient ein über den Glasdeckel geſpannter Faden *ef*, der mit Faden und Spalt der vertikal geſtellten Diopter in derſelben Ebene liegt. Dieſe durch die Dioptermitten gedachte Vertikalebene nennt man die **Viſierebene**, und eine in dieſer Ebene durch beide Diopter gehende Linie heißt **Viſierlinie**.

Die Länge des Fadendiopters iſt nahe gleich dem Durchmeſſer des Kompaßkeſſels, während der Spaltdiopter bedeutend kürzer ſein darf.

Bei einigen Kompaſſen iſt am Fuße des Fadendiopters ein dunkler und im Scharnier beweglicher Planſpiegel angebracht, deſſen Drehungsachſe rechtwinklig zur Viſierebene ſtehen ſoll; man benutzt ihn, wenn das zu peilende Geſtirn ſehr hoch ſteht, indem man dann nicht unmittelbar das Geſtirn ſondern deſſen Spiegelbild peilt.

Ferner befindet ſich bei einigen Kompaſſen vor dem Spalt des Okulardiopters eine kleine Glaslinſe, die auf und ab geſchoben werden kann und zur ſchärferen Ableſung der Roſenteilung dient; auch iſt ein auf und ab zu ſchiebendes farbiges Planglas oder es ſind

zwei in Scharnieren bewegliche farbige Plangläser angebracht, die bei Sonnenbeobachtungen vor den Spalt und das Auge gelegt werden.

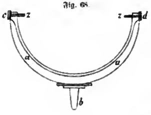
Je nachdem die Diopter fest mit dem nicht drehbaren Kompaßkessel verbunden sind oder auf einem drehbaren Ringe stehen, wird der ganze Kompaß oder nur der Ring gedreht, um die Peilung des zu beobachtenden Gegenstandes einzustellen.

1. Wenn der Deckel mit den Diopteru nicht drehbar ist, so ist der abnehmbare Deckel gegen eine Drehung auf dem Kessel durch einen an der äußeren Kesselwand befindlichen Stift gesichert, der in einen Schlitz des Deckelrings tritt.

Die Diopter müssen so angebracht sein, daß die durch Spalt und Faden gedachte Visierebene durch zwei gegenüberstehende Steuerstriche geht oder doch mit der Ebene durch diese Steuerstriche parallel ist.

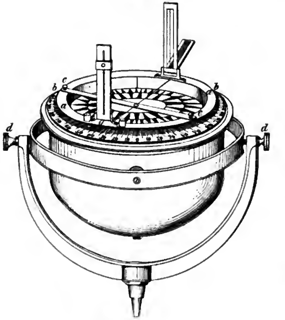
Damit die Drehung des Kompasses leicht und ohne die Rose zu erschüttern, ausgeführt werden kann, befinden sich die Zapfen *z* (Fig. 68), in denen der Cardanische Ring hängt, in einem Messingbügel *a*, der unten mit einem kegelförmigen und abgestumpften Zapfen *b* versehen ist, der genau in eine am Boden des Kastens befindliche Messingbüchse paßt.

Fig. 68.



Für den Gebrauch am Lande hauptsächlich benutzt man ein Gestell, Stativ genannt, das oben mit der zur Aufnahme des Zapfens *b* dienenden Messingbüchse versehen ist. Die drei hölzernen, etwa 1,5 m langen Füße des Stativs sind der sicheren Stellung wegen unten mit Messingspitzen versehen und oben an eine Messingscheibe mittels Scharniere so befestigt, daß sie sich auseinander spreizen und zusammenklappen lassen. Diese Einrichtung ermöglicht es, den Kompaß so aufzustellen, daß man die Diopter in passender Augeshöhe vor sich hat.

Fig. 69.



2. Wenn die Diopter auf einem drehbaren Ringe stehen, so liegt dieser Ring *a*, *a* (Fig. 69) innerhalb des eine Gradteilung *b*, *b* tragenden Deckelrings auf einem Ansatze, auf dem er sich konzentrisch zur Gradteilung herumdrehen läßt. Die beiden Nullpunkte der Teilung liegen in der Ebene der beiden

Steuerstriche, die durch die Mitte der den Kessel tragenden Zapfen gehen, und von diesen Nullpunkten ist die Teilung nach beiden Seiten herum bis zu 90° beziffert, so daß diese 90° Punkte in die Ebene der anderen beiden Steuerstriche fallen. Jeder Grad der Teilung ist gewöhnlich in drei gleiche Teile geteilt, so daß man die Peilungen auf 20 Minuten genau ablesen und auf 5 Minuten genau schätzen kann. Häufig ist auch die Teilung von nur einem Nullpunkte aus nach beiden Seiten herum bis zu 180° oder rechts herum bis zu 360° beziffert.

Der Glasdeckel des Kompasses ist in dem Deckelring, der auf seinem oberen horizontalen Rande die Teilung enthält, befestigt und wird mit diesem auf den Kompaßkessel festgeschraubt.

Der die Diopter tragende Ring überragt die Gradteilung und ist unter den Dioptern abgeschrägt, so daß die unter dem Spalt und Faden der Diopter befindlichen Striche, *i*, die Indexstriche genannt, von oben auf die Striche der Gradteilung zulaufen, wodurch eine genauere Ablesung ermöglicht wird.

Im Durchmesser des Diopterträgers und rechtwinklig zur Visierebene liegt eine Messingschiene, die mittels der beiden Schrauben *c* auf dem Ringe befestigt ist. In der Mitte dieser Schiene, genau über dem Mittelpunkte der Rose, befindet sich eine Öffnung, in die ein Stift eingeschraubt werden kann, der bei richtiger Lage des Kompasses vertikal stehen soll und zu Sonnenpeilungen benutzt werden kann. Indessen ist der Gebrauch dieses sogenannten Schattenstifts, der schon beim Einschrauben leicht verbogen werden kann, nicht zu empfehlen, und man tut besser, hierzu den Diopterfaden zu benutzen.

Zu beiden Seiten des Spaltdiopters befinden sich zwei scheibenförmige kleine Gewichte, die als Gegengewichte für den am Fadendiopter befindlichen Spiegel dienen.

3. Häufig fehlt die Gradteilung auf dem Deckelrande, und die Diopter stehen statt auf einem Ringe auf einer Schiene, die wie jener Ring sich drehen läßt.

Bei einigen Kompassen ist unter dem drehbaren Deckel ein kleiner Rahmen mit einem vertikal stehenden Faden so befestigt, daß dieser in der Verlängerung des Diopterfadens liegt. Dieser dient dazu, eine Peilung von der Rose abzulesen. Bei der Drehung des Deckels bewegt sich der Rahmen rundherum dicht an der Innenwand des Kompaßkessels.

§ 104. Das Peilen.

1. Wenn der Deckel mit den Diopten nicht drehbar ist.

Man stellt die Diopter vertikal, faßt den Bügel *a* in Fig. 68, in dem der Kompaß hängt, bei *c* und *d* an und dreht den Kompaß, durch das Spaltdiopter sehend, so, daß der Faden des gegenüberstehenden Diopters mit der Mitte des zu peilenden Gegenstandes in Deckung ist. Die hierdurch eingestellte Peilung wird dann abgelesen, indem man das Auge in die Visierebene bringt und den an dem Steuerstriche anliegenden Teilpunkt der Rose abliest.

Um die Sonne zu peilen, legt man ein passendes Blendglas vor den Spalt und dreht den Kompaß so, daß der Diopterfaden die Sonnenscheibe halbiert. Befindet sich am Fadendiopter ein Spiegel, so dreht man, im Falle die Sonne oder ein anderes Gestirn hoch steht, diesen Spiegel und den Kompaß so, daß man das Spiegelbild des Gestirns erblickt, indem man durch den Spalt des Diopters sieht, und peilt dann dieses Spiegelbild.

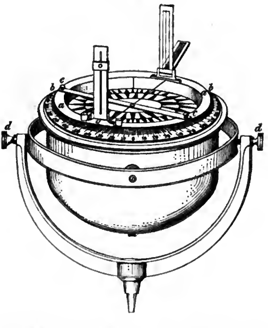
Sind Spiegel und Blendgläser nicht vorhanden, so benutzt man den Schatten des Diopterfadens, um die Peilung der Sonne einzustellen. Dabei stellt man sich mit dem

Rücken gegen die Sonne, zwischen diese und den Kompaß, hält bei etwas seitwärts geneigtem Kopfe das Auge in der Visierebene und dreht den Kompaß so, daß der Schatten des der Sonne zugekehrten Diopterfadens auf das vom Glasdeckel erzeugte Spiegelbild des Spalts im gegenüberstehenden Diopter oder auch auf den Mittelpunkt der Windrose fällt. Liest man dann an dem unter dem Spaltdiopter befindlichen Steuerstriche ab, oder benutzt man das Spiegelbild des Spalts als Index zur Ablesung, so hat man von dieser Ablesung das Entgegengesetzte zu nehmen, um die Peilung der Sonne zu erhalten. Hätte man z. B. in solchem Falle *N* 72° *O* abgelesen, so wäre die Peilung der Sonne *S* 72° *W*.

Dieses Verfahren setzt voraus, daß mindestens der Teil des Glasdeckels, der zwischen beiden Diopteren liegt, plan und parallel geschliffen ist, so daß von jedem Diopter nur ein und zwar ein klares Spiegelbild zu sehen ist. Um das Spiegelbild des Diopters deutlicher hervortreten zu lassen, wird die innere Kesselwand des Peilkompasses geschwärzt.

2. Wenn der die Diopter tragende Ring sich innerhalb der Gradteilung bewegt. Damit der Ring mit den Diopteren sich leicht und gleichmäßig drehe, muß der innere Ansatz des Deckelrings, auf dem der Diopterträger gleitet, gut geölt werden, auch muß man sorgfältig darauf achten, daß man beim Peilen den Kompaß nicht unwillkürlich an einer Seite herunterdrückt und dadurch die Diopter aus ihrer vertikalen Stellung bringt.

Fig. 69.



Will man am Lande mit diesem Kompasse beobachten, so stellt man ihn auf ein Stativ, wie es in § 103 beschrieben ist, und dreht den Kompaß auf dem Stativ so weit, daß der unter einem Nullpunkte der Gradteilung befindliche Steuerstrich auf den Nordpunkt der Rose eingestellt ist. Zur schärferen Einstellung dient folgendes Verfahren:

Man faßt mit jeder Hand einen der Schraubenköpfe *c* und dreht den Ring mit den aufrecht gestellten Diopteren so weit herum, daß der unter dem Diopterfaden befindliche Indexstrich auf den eingestellten Nullpunkt der Gradteilung zu stehen kommt. Darauf faßt man die Bügelschrauben *d* und dreht den Kompaß auf dem Stativ so hin, daß man, durch den

Spalt des Diopters sehend, den Nordpunkt der Rose mit dem Steuerstriche in Deckung hat.

In dieser Lage klemmt man mittels einer am Kopfe des Stativs befindlichen Schraube den Kompaß fest, so liegen die Nullpunkte oder der Null- und 180° Punkt der Teilung in der Nordsüdlinie des Kompasses.

Darauf bringt man durch Drehung des Rings den Diopterfaden mit dem zu peilenden Punkte in Deckung, wobei man ebenso zu verfahren hat, wie unter 1. angegeben ist.

Liest man den Stand des Indexstrichs auf der Teilung ab, so ergibt die Ablesung das in Graden ausgedrückte und von Nord oder Süd gezählte Azimut des gepeilten Gegenstandes.

Auf See, wo die Steuerstriche beim Gieren des Schiffs nicht in der Nordsüdlinie des Kompasses bleiben, ist folgendes Verfahren einzuschlagen.

Man stellt den Peilkompaß in derselben Weise auf wie den Steuerkompaß, so daß die Ebene durch zwei gegenüberliegende Steuerstriche parallel mit der Mittschiffsebene ist (§ 101) und der Nullstrich der Teilung nach vorn weist. In dieser Lage klemmt man den Kompaß mittels der am Kopfe des Stativs befindlichen Schraube fest und stellt wie vorhin die Peilung ein. Dann liest man sowohl den Stand des Index auf der Teilung wie auch gleichzeitig den Kurs ab, den das Schiff nach Peilkompaß anliegt. Um hieraus die Peilung zu erhalten, geht man um den auf der Teilung abgelesenen Winkel nach rechts oder links vom abgelesenen Kurse, je nachdem der gepeilte Gegenstand an Steuerbord- oder Backbordseite gelegen ist.

Ist die Teilung von zwei Nullpunkten aus bis zu 90° beziffert, und der gepeilte Gegenstand ist achterlicher als dwars, so hat man das Supplement der abgelesenen Gradzahl auf den anliegenden Kurs anzuwenden, um die richtige Peilung zu erhalten.

Es sei z. B. bei der Peilung eines an Steuerbord und achteraus befindlichen Gegenstandes der Stand des Indexstriches auf 30° gefunden, während das Schiff $S\,50°\,W$ nach Peilkompaß anliegt. Dann ist die Peilung

$$= S\,50° + (180° - 30°)\,W = S\,200°\,W = N\,20°\,O\,.$$

Wäre der Gegenstand unter denselben Umständen an Backbordseite gewesen, so wäre die Peilung desselben

$$= S\,50° - (180° - 30°)\,W = N\,80°\,O\,.$$

Bei bewegter See wird es indessen wegen der Schwankungen des Schiffs immerhin schwierig sein, den Kompaß während der Drehung der Diopter in horizontaler Lage zu erhalten, besonders wenn man eine etwas schwere Hand hat. In solchem Falle kann man den Indexstrich auf den Nullpunkt der Teilung stellen und nun ganz so verfahren wie unter 1 beschrieben ist, also den ganzen Kompaß drehen und die Gradteilung unberücksichtigt lassen.

Mit den unter 3 in § 103 erwähnten Kompassen stellt man die Peilung ebenfalls durch Drehen der Diopter ein und benutzt das von dem Glasdeckel erzeugte Spiegelbild des Diopterfadens oder auch den Horizontalfaden als Index für die Ablesung der auf der Windrose befindlichen Teilung, so daß man unmittelbar die Peilung abliest. Es müssen aber, falls man das Spiegelbild benutzt, die Flächen der Glasscheibe einander parallel und

eben sein, so daß man bei einer vollständigen Umdrehung der Diopter stets nur ein Spiegelbild des Diopterfadens erblickt.

§ 105. Prüfung der Peilvorrichtung.

1. Ob die Diopter vertikal stehen?

Man überzeuge sich zunächst, ob der Kompaßdeckel in horizontaler Ebene liegt (§ 97. 1.). Dann peile man eine vertikal laufende und scharf ausgeprägte Kante eines Gebäudes oder auch den Faden eines zu diesem Zwecke aufgehängten Lots. Deckt dabei der Diopterfaden seiner ganzen Länge nach die eingestellte Vertikallinie, so steht er ebenfalls vertikal und rechtwinklig zur Ebene des Deckels. Hierauf entfernt man das Auge von dem Diopterspalt und hält es etwas seitwärts von der Visierlinie, so daß der Diopterfaden nur noch durch eine feine Lichtlinie vom Rande des Spalts getrennt bleibt; ist dann diese Lichtlinie in ihrer ganzen Länge gleich breit, so ist dieser Rand des Spalts mit dem Diopterfaden parallel. Man bringt nun das Auge an den anderen Rand des Spalts und prüft auf dieselbe Weise, ob auch dieser Rand mit dem Diopterfaden parallel ist, und trifft dies zu, so sind Spalt und Faden einander parallel. Steht nun nach der ersten Untersuchung der Diopterfaden vertikal und dieser mit dem Spalt parallel, so befindet sich auch der Spalt in vertikaler Stellung.

Von Gegenständen, die im Horizonte sind, wird man auch mit nicht vertikal stehenden Dioptern richtige Peilungen erhalten; wenn aber der zu peilende Gegenstand sich über dem Horizonte befindet, so wird der durch die nicht vertikale Stellung der Diopter hervorgerufene Fehler in der Peilung um so größer, je größer die Höhe ist.

2. Ob der über den Glasdeckel gespannte Horizontalfaden in der Visierebene liegt?

Man überzeugt sich, durch den Diopterspalt sehend, ob der Horizontalfaden das vom Glasdeckel erzeugte Spiegelbild des Diopterfadens seiner ganzen Länge nach deckt.

3. Ob die Visierebene der mit dem Kompasse fest verbundenen Diopter mit der Steuerstrichebene zusammenfällt?

Man sehe durch den Diopterspalt über den Mittelpunkt der Rose hinweg nach dem gegenüberstehenden Steuerstriche; deckt sich dieser Steuerstrich mit dem vom Glasdeckel erzeugten Spiegelbilde des Diopterfadens, so befindet sich dieser Faden in der Steuerstrichebene. Dann bringt man das Auge hinter den Diopterfaden, hält es etwas davon entfernt und untersucht auf angegebene Weise, ob der unter dem Spalt befindliche Steuerstrich in der Mitte vom Spiegelbilde des Spalts liegt. Ist auch dies der Fall, so fällt die Visierebene mit der Steuerstrichebene zusammen.

Decken sich die Spiegelbilder von Spalt und Faden mit den Steuerstrichen nicht, so müssen doch ihre auf der Rosenteilung abgelesenen Abstände von den Steuerstrichen einander gleich und auf derselben Seite der Steuerstrichebene gelegen sein.

Wie schon früher erwähnt, muß der zwischen den Diopter befindliche Teil der Glasscheibe plan und parallel sein, so daß man von jedem Diopter nur ein und zwar ein unverzerrtes Bild erblickt.

4. Ob die Fläche des am Fadendiopter angebrachten Spiegels rechtwinklig von der Visierebene geschnitten wird?

Man sieht durch den Diopterspalt und bringt den Kompaß sowie den Spiegel in solche Lage, daß man das Bild des Diopterfadens im Spiegel erblickt. Dann beobachte man, indem man den Spiegel langsam um seine Achse dreht, ob der Diopterfaden mit seinem Spiegelbilde stets in Deckung bleibt; ist dies der Fall, so steht der Spiegel richtig, andernfalls muß seine Stellung mittels der Befestigungsschrauben berichtigt werden.

Wenn der Diopterträger sich innerhalb der Gradteilung bewegt.

5. Ob die Inderstriche sich im Durchmesser gegenüberstehen?

Der Kürze wegen bezeichne man den unter dem Diopterfaden befindlichen Index durch I und den gegenüberstehenden durch II. Man stelle den Index I auf einen beliebigen Gradstrich der Teilung und lese den Stand des Index II ab. Dann drehe man den Ring halb herum, stelle den Index II auf denselben Gradstrich ein, auf den vorhin der Index I eingestellt war, und lese den jetzigen Stand des Index I ab. Stimmt diese Ablesung mit der ersten überein, so stehen die Indexstriche richtig; wenn nicht, so lasse man den Fehler verbessern.

6. Ob die Visierebene durch den Drehungs-Mittelpunkt des die Diopter tragenden Ringes geht?

Man peile einen ganz nahe gelegenen, scharf einstellbaren Gegenstand und lese die Peilung ab. Dann drehe man den Ring halb herum und peile, das Auge hinter den Diopterfaden bringend, in dieser entgegengesetzten Lage der Diopter denselben Gegenstand, indem man hierbei den Gegenstand mit dem Spalt in Deckung bringt. Stimmt nun die Ablesung an demselben Indexstriche mit der ersten überein, so ist die fragliche Bedingung erfüllt.

Liegen aber die Indexstriche in der Visierebene und nicht im Durchmesser gegenüber, oder ist der Kompaß so eingerichtet, daß man den Faden und Spalt der Diopter oder deren Spiegelbilder als Indexstriche für die Ablesung der Peilung benutzen kann, so läßt sich der Fehler der Visierlinie bestimmen, indem man einen entfernten irdischen Gegenstand in entgegengesetzten Lagen der Diopter peilt und den etwaigen Unterschied beider Peilungen halbiert.

7. Ob die Gradteilung richtig ist?

Man peile einen entfernten, scharf begrenzten irdischen Gegenstand und lese an beiden Indexstrichen ab. Sind beide Ablesungen nicht einander gleich, so nehme man das Mittel aus ihnen. Hat die Gradteilung nur einen Nullpunkt und ist sie nach beiden Seiten bis zu 180° beziffert, so ziehe man die am Index II erhaltene Ablesung von 180° ab und nehme von diesem Supplement und der am Index I erhaltenen Ablesung das Mittel.

Dann peile man einen zweiten Gegenstand, dessen Richtung mit der des ersten Gegenstandes einen Winkel bildet, nehme wieder aus beiden Ablesungen das Mittel und bestimme aus beiden Mitteln den Winkel zwischen den gepeilten Gegenständen. Nun drehe man den Kompaß auf dem Stativ etwas herum und bestimme auf die angegebene Weise denselben Winkel, wobei jetzt ein anderer Bogen der Teilung das Maß für den Winkel gibt. Setzt man diese Beobachtung fort, bis der Kompaß ganz oder mehrere Male

herumgedreht ist, so ist die Teilung richtig, wenn man, von kleinen Beobachtungsfehlern abgesehen, jedesmal denselben Winkelwert erhält.

8. Ob der Mittelpunkt der Gradteilung in der Drehungsachse der Visierebene liegt?

Man stelle den einen Inderstrich auf einen Teilstrich ein und lese den Stand des zweiten Inderstrichs ab. Ist das Supplement dieser Ablesung, oder im Falle zwei Nullpunkte vorhanden sind, die Ablesung selbst gleich der Ablesung am eingestellten Inderstriche, so ist in der Richtung dieser beiden Teilstriche keine Exzentrizität der Kreisteilung vorhanden. Führt man diese Untersuchung an verschiedenen Punkten der Teilung aus, und ergeben sich dabei Unterschiede bei je zwei entgegengesetzten Ablesungen, so muß man bei allen Peilungen an beiden Inderstrichen ablesen und aus beiden Ablesungen auf oben angegebene Weise das Mittel nehmen, um die Peilung vom Exzentrizitätsfehler zu befreien. Hierbei wird natürlich vorausgesetzt, daß die Inderstriche sich im Durchmesser gegenüberstehen.

9. Bestimmung des Inderfehlers.

Nachdem sämtliche Fehler des Kompasses berichtigt oder doch bekannt sind, so daß sie in Rechnung gebracht werden können, stellt man den Kompaß an einem Orte auf, wo die Nadel nicht durch Eisen oder andere störende Einflüsse aus ihrer magnetischen Nordsüdrichtung abgelenkt wird. Dann peilt man einen entfernten und scharf begrenzten Gegenstand, dessen magnetisches Azimut bekannt ist, und drückt die Peilung von demselben Punkte aus, von dem das Azimut gerechnet ist. Nimmt man aus mehreren beobachteten Peilungen das Mittel, so ist der Unterschied dieses Mittels und des Azimuts der Inderfehler des Kompasses. Dieser wird mit Ost bezeichnet und rechts herum auf die Peilungen angewandt, wenn das magnetische Azimut rechts von der Peilung liegt; er wird mit West bezeichnet und links herum auf die Peilung angewandt, wenn das magnetische Azimut links von der Peilung liegt (vgl. § 97. 5).

Der Inderfehler des Kompasses muß immer bestimmt werden, selbst dann, wenn bei der Nulllage der Visierebene die Inderstriche mit den Nullpunkten der Teilung zusammentreffen, wie es bei gut gearbeiteten Kompassen der Fall ist. Von diesem Zusammentreffen kann man sich leicht überzeugen, wenn der zwischen den Dioptern liegende Teil der Glasscheibe planparallel geschliffen ist. Man dreht nämlich die Diopter so, daß man, durch den Diopterspalt sehend, das von der Glasscheibe erzeugte Spiegelbild des Diopterfadens mit dem unter ihm befindlichen Steuerstriche in Deckung hat; dann sollen die Inderstriche mit den Nullpunkten der Teilung oder dem 180° Punkte zusammentreffen, und das Spiegelbild des Diopterspalts muß von dem darunterstehenden Steuerstriche halbiert werden.

Ein abgekürztes Verfahren, die Brauchbarkeit eines Kompasses schnell zu prüfen, besteht darin, diesen Kompaß mit einem anderen zu vergleichen, dessen Fehler berichtigt oder doch bekannt sind. Man stelle den erprobten Kompaß an einem Orte auf, wo er nicht durch Eisen oder den zu prüfenden Kompaß abgelenkt wird, und peilt mehrere rund um den Kompaß gelegene, entfernte irdische Gegenstände. Nachdem dann dieser Kompaß entfernt ist, peilt man mit dem anderen Kompasse genau von demselben Orte aus dieselben Gegenstände. Stimmen diese Peilungen mit den nämlichen des ersten Kompasses überein, von kleinen Beobachtungsfehlern abgesehen, so ist der zu prüfende Kompaß gut, wenn seine Empfindlichkeit und die magnetische Kraft der Rose nichts zu wünschen übrig lassen. Ergibt sich bei allen Peilungen stets derselbe Unterschied, so ist dieser als Inderfehler bei allen späteren Peilungen und Kursen nach diesem Kompasse in Rechnung zu

bringen; ist aber jener Unterschied bei den verschiedenen Peilungen verschieden, so kann man den Kompaß nicht sofort in Gebrauch nehmen sondern muß ihn berichtigen lassen.

§ 106. Aufstellung des Peilkompasses an Bord. Als Standort für den Peilkompaß wählt man einen leicht zugänglichen Platz, von dem man den Horizont möglichst nach allen Richtungen hin frei hat und in dessen Nähe sich größere, besonders vertikal stehende eiserne Schiffsteile nicht befinden, wie eiserne Masten, Davits, Schornsteine und dergleichen.

Häufig ist es notwendig, den Peilkompaß so zu stellen, daß er den Kurs des Schiffs angibt. Zu diesem Zwecke dreht man den beweglichen Ring mit den Dioptern so, daß die Visierebene mit der Steuerstrichebene zusammenfällt. Dann dreht man den ganzen Kompaß so, daß die Steuerstrichebene parallel zur Mittschiffsebene ist, und dies ist der Fall, wenn man eine im Buge des Schiffs anzubringende Marke peilt, die denselben Abstand von der Mittschiffsebene hat wie der durch ein Lot zu ermittelnde Punkt des Decks, der sich senkrecht unter der Kompaßmitte befindet. Selbstverständlich muß die Marke auf derselben Seite des Schiffs angebracht werden, auf der der Kompaß steht, und das Schiff muß bei Anwendung eines Lots gerade liegen.

Sehr zweckmäßig ist es, auf jeder Schiffsseite einen geeigneten Standort für den Peilkompaß zu wählen und Vorkehrungen zu treffen, daß er bei jedesmaligem Gebrauch sofort in dieselbe Stellung gebracht und durch Peilen einer vorn befindlichen festen Marke zur Ablesung des Kurses eingestellt werden kann.

Will man den Peilkompaß in die Mittschiffsebene stellen, und befindet sich der Aufstellungsort zwischen zwei Masten, so gebe man dem Kompasse solche Lage, daß man sowohl die Mitte des vorderen als auch die Mitte des hinteren Mastes peilt, wobei man natürlich eine auf dem Kompasse drehbare Peilvorrichtung zunächst so zu stellen hat, daß die Visierebene mit der Steuerstrichebene zusammenfällt.

Mit einem Kompaß, bei dem in der Nulllage der Visierebene die Nullpunkte der Teilung mit den Indexstrichen zusammentreffen, peilt man, um ihn in die Mittschiffsebene zu bringen, gleichliegende Schiffsteile, wie z. B. das erste oder letzte Hoofdtau an Steuerbord und das erste oder letzte Hoofdtau an Backbord desselben Mastes, sowohl vor wie hinter dem Kompasse. Rückt und dreht man dann den Kompaß in solche Lage, daß die Ablesungen von je zwei solchen Peilungen an beiden Seiten der Nullpunkte gleiche Winkel ergeben, so befinden sich die Steuerstriche des Kompasses in der Mittschiffsebene.

§ 107. Aufbewahrung der nicht im Gebrauche befindlichen Kompasse. Die Kompaßnadeln müssen gegen Feuchtigkeit und hierdurch entstehenden Rost geschützt werden, wie denn überhaupt die Rosen an einem trockenen und staubfreien Orte aufzubewahren sind, in dessen nächster Nähe Eisenteile sich nicht befinden dürfen. Staub auf der Pinne oder im Hütchen schleift beim Gebrauche des Kompasses das Hütchen aus und beeinträchtigt die Empfindlichkeit des Kompasses.

Leichte Rosen werden am besten in eigens dazu bestimmte Kästchen verschlossen; sind solche nicht vorhanden, so wird die Rose durch die Arretiervorrichtung von der Pinne abgehoben.

Fehlt diese Vorrichtung, so steckt man einen zugespitzten kleinen und völlig trockenen Kork auf die Pinnenspitze, setzt die Rose auf den Kork und verschließt den Kessel wieder mit dem Glasdeckel.

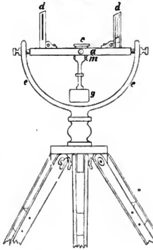
Stählerne Pinnenspitzen bestreiche man mit ungesalzenem Talg und wende überhaupt die größte Sorgfalt an, um den Kompaß leistungsfähig zu erhalten.

§ 108. Die Peilscheibe. Eine kreisrunde Metallscheibe *a* (Fig. 70), die die in der Figur nur angedeutete Grad- und Strichteilung trägt, stellt sich vermöge ihrer

Fig. 70.



Fig. 70 a.



Cardanischen Aufhängung und eines unterhalb angeschraubten Gewichts *g* (Fig. 70 a) von selber horizontal und läßt sich in dieser horizontalen Lage herumdrehen.

Über der Mitte der beiden Zapfen *z*, woran die Scheibe hängt, befinden sich zwei kleine Platten in Höhe der Scheibe, auf denen in den Verlängerungen des dazwischen liegenden Scheibendurchmessers zwei Striche angebracht sind, die mit den Steuerstrichen des Peilkompasses gleichbedeutend sind. Eine um den Mittelpunkt der Scheibe drehbare Schiene *b* trägt die beiden Diopter *d* und kann mittels der Schraube *c* auf die Scheibe festgeklemmt werden. Auf den abgeschrägten Enden der Schiene sind in der Visierebene der Diopter die Indexstriche *i* angebracht, deren Stand auf der Teilung abgelesen werden kann.

Die Prüfung der Peilscheibe ist in derselben Weise auszuführen wie die des Peilkompasses mit drehbarem Ringe, wie denn auch von einem mit drehbaren Dioptern und einer Teilung versehenen Kompasse gesagt werden kann, daß er mit einer Peilscheibe ausgerüstet sei.

Die Peilscheibe ist demnach beim Gebrauche ebenso aufzustellen, wie es in § 106 beschrieben ist, indem man den Bügel *e* so dreht, daß die Verbindungslinie der Steuerstriche parallel zur Mittschiffsebene ist, und ihn dann mittels der am Kopfe des Stativs befindlichen Schraube in dieser Stellung festklemmt. Dann dreht man die Scheibe so, daß der Nullpunkt oder Nordstrich ihrer Teilung mit dem nach vorn weisenden Steuerstriche zusammenfällt, und sichert diese wie jede andere Lage mittels der Schraube *m*. Löst man nun die Klemmschraube *c* und stellt mittels Drehung der Diopterschiene die Peilung des zu beobachtenden Gegenstands ein, so gibt der unter dem Diopterfaden befindliche Indexstrich *i* den Winkel an, den die Peilung mit der nach vorn laufenden Mittschiffslinie bildet. Wendet man daher diesen Winkel nach der Seite hin, wo der gepeilte Gegenstand ist, auf den Kurs an, den das Schiff im Augenblicke der Peilung nach Steuerkompaß anlag, was von einem zweiten Beobachter wahrzunehmen ist, so erhält man die Peilung nach Steuerkompaß, d. h. so, wie man sie erhalten hätte, wenn der beobachtete Gegenstand unmittelbar mit dem Steuerkompaß gepeilt worden wäre.

Beispiel 1. Während das Schiff *NOzO* anliegt, wird ein Turm 9¾ Strich an Steuerbord gepeilt. In welcher Peilung befindet sich der Turm?

Von $NOzO$ 9¾ Strich rechts herum, ergibt die gesuchte Peilung = N 14¾ Str. O oder SzO¼O nach Kompaß.

Beispiel 2. Ein Feuerschiff liegt 37° an Backbord, während das Schiff SSW anliegt.

Von $SSW = S\,22^\circ{,}5\,W$ 37° links herum, gibt die Peilung des Feuerschiffs $= S\,14^\circ{,}5\,O$ nach Kompaß.

Beispiel 3. Eine Landmarke wird mittels einer Peilscheibe, deren Gradteilung rechts herum von 0 bis 360° beziffert ist, in 235° gepeilt, während das Schiff NW anliegt.

Man lege zu dem von Nord nach Ost herum gerechneten Kurse die Ablesung auf der fortlaufend bezifferten Peilscheibe, so erhält man die von Nord rechts herum gerechnete Peilung. Übersteigt die Summe 360°, so sind 360° zu subtrahieren. Demnach erhält man hier:

$$\begin{aligned} NW &= N\,315^\circ\,O \\ \text{Ablesung} &= \underline{\quad 235^\circ} \\ \text{Summe} &= \quad 550^\circ. \\ & \quad \underline{360^\circ}\ \text{subtrahiert,} \end{aligned}$$

gibt die $\text{Peilung} = N\,190^\circ\,O = S\,10^\circ\,W$ nach Kompaß.

Will man den magnetischen Kurs des Schiffs bestimmen, so peile man einen Gegenstand, bestimme dessen magnetisches Azimut und rechne von diesem aus den auf der Peilscheibe abgelesenen Winkel links herum, wenn der gepeilte Gegenstand an Steuerbord ist; dagegen rechts herum, wenn dieser an der Backbordseite liegt.

Beispiel 4. Man peilte den Polarstern, dessen magnetisches Azimut zur Zeit der Peilung = $N\,20^\circ\,O$ berechnet wurde, 97° an Steuerbord. Was war der magnetische Kurs des Schiffs?

Von $N\,20^\circ\,O$ 97° links herum gerechnet, ergibt den magnetischen Schiffskurs $= N\,77^\circ\,W$.

Man kann die hier beschriebene Peilscheibe auch so handhaben, daß sie unmittelbar den magnetischen Schiffskurs abzulesen gestattet. Zu diesem Zwecke berechne man im voraus für einen bestimmten Zeitpunkt das wahre Azimut des zu beobachtenden Gestirns und verwandle dieses mit Hilfe der bekannten Mißweisung in das magnetische Azimut (§ 109). Dann drehe man die Diopter so, daß der Indexstrich jenes magnetische Azimut angibt, und klemme die Diopterschiene mittels der Schraube c in dieser Lage fest. Zur angenommenen Zeit stelle man dann durch Drehung der Scheibe die Peilung des Gestirns ein, so ergibt die Ablesung am vorderen Steuerstriche den magnetischen Schiffskurs.

III. Kursverwandlungen.

§ 109. Anwendung der Kompaßmißweisung. Bei Ostmißweisung weicht der Nordpunkt der Kompaßrose nach Ost und bei Westmißweisung nach West vom wahren oder rechtweisenden Nordpunkte ab. Beträgt die Mißweisung z. B. zwei Strich Ost, so liegt Kompaßnord rechts vom rechtweisenden Nord und zwar in rechtweisend NNO, Kompaßost in rechtweisend OSO, Kompaßsüd in rechtweisend SSW usw., die rechtweisende Angabe also immer zwei Strich rechts von der gleichbedeutenden Angabe des Kompasses.

Ist dagegen die Mißweisung zwei Strich West, so liegt Kompaßnord links vom rechtweisenden Nord und ist gleichbedeutend mit rechtweisend NNW, Kompaßost mit rechtweisend ONO, Kompaßsüd mit rechtweisend SSO usw.; die rechtweisende Angabe liegt also in diesem Falle zwei Strich links von der Angabe des Kompasses.

Hieraus ergibt sich zur Verwandlung der mißweisenden Kurse und Peilungen in rechtweisende, und für die umgekehrte Umformung folgende Regel:

1. Mit Ostmißweisung gehe von dem zu verwandelnden Kompaßstriche um ihren Betrag rechts, bei Westmißweisung links herum, so erhält man den entsprechenden rechtweisenden Strich.

2. Um eine rechtweisende Richtung in die entsprechende mißweisende zu verwandeln, gehe bei Ostmißweisung um ihren Betrag links, bei Westmißweisung rechts herum von der zu verwandelnden rechtweisenden Richtung.

Die Mißweisung des Kompasses kann man aus einer Isogonenkarte (§ 95) oder auch aus neueren Seekarten entnehmen; die Angaben älterer Karten sind wegen der jährlichen Änderung der Mißweisung zu berichtigen.

Über die Bestimmung der Kompaßmißweisung durch astronomische Beobachtungen findet man in der nautischen Astronomie das Nötige.

Beispiele von Kursverwandlungen.

Kompaßkurs.	Kompaßmißweisung.	Rechtweisender Kurs.	Rw. Kurs.	Mißw.	Mw. Kurs.
N ¼ *O*	1¾ Str. *O*	*NNO*	*N* 5° *O*	23° *O*	*N* 18° *W*
S 85° *O*	10° *W*	*N* 85° *O*	*OSO* ¼ *O*	1½ Str. *W*	*SO* ¾ *O*
S 2° *W*	17° *O*	*S* 19° *W*	*S* ¾ *W*	2 Str. *O*	*SzO* ¼ *O*
WNW ¾ *W*	2¾ Str. *W*	*WSW* ½ *W*	*N* 74° *W*	28° *W*	*N* 46° *W*

IV. Die örtliche Ablenkung oder Deviation des Kompasses.

§ 110. Die Ursachen der Kompaßablenkung. Wegen der in § 88 besprochenen Wirkungen, die der Erdmagnetismus auf Eisen ausübt, wird ein an Bord aufgestellter Kompaß nicht immer die genaue magnetische Nordsüdrichtung angeben. Je mehr Eisen im Schiffe vorhanden ist und je näher am Kompaß eiserne Schiffsteile sich befinden, um so mehr wird die Magnetnadel vom magnetischen Meridian abgelenkt.

Ist das Schiff mit einer elektrischen Beleuchtungsanlage versehen, so übt der bei dem Kompaß vorbeigeführte elektrische Strom in vielen Fällen eine ablenkende Wirkung auf die Kompaßnadeln aus, die noch verstärkt wird, wenn sich in der Nähe des Kompasses Eisenmassen, wie eiserne Schotten und Decke, befinden, da diese durch die Einwirkung des elektrischen Stroms magnetisch werden.

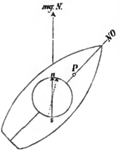
Der Winkel, den die abgelenkte Kompaßnadel mit der mißweisenden Nordsüdlinie bildet, heißt die örtliche Ablenkung oder Deviation des Kompasses, die hier kurzweg „Ablenkung" genannt werden soll.

Die Ablenkung wird wie die Mißweisung mit Ost und West bezeichnet, je nachdem das Nordende der Kompaßnadel nach Ost oder West vom magnetischen Nordpunkte abgelenkt ist, und wird auch ebenso angewandt, um Kompaßrichtungen in die entsprechenden mißweisenden oder magnetischen Richtungen zu verwandeln.

Ist z. B. die Ablenkung des Kompasses bei *NO* Kurs nach Kompaß 1 Strich Ost, so ist der magnetische Kurs des Schiffs *NOzO*; und beträgt die Ablenkung bei dem magnetischen Schiffskurse *WNW* 2 Strich West, so ist der entsprechende Kompaßkurs *NW*.

Während aber in bezug auf die Mißweisung des Kompasses die Kielrichtung des Schiffs völlig gleichgültig ist, so ist eine etwa vorhandene Ablenkung des Kompasses bei verschiedenen Kursen verschieden. Denn denkt man sich z. B. nahe vor dem Kompasse eine Eisenstange in vertikaler Stellung, deren oberes Ende in Höhe der Kompaßrose und in der Steuerstrichebene befindlich ist, so wird in diesem oberen Ende durch den Erdmagnetismus auf Nordbreite ein magnetischer Südpol hervorgerufen. Liegt das Schiff magnetisch Nord an, so befindet sich auch jener Südpol nebst der Kompaßnadel im magnetischen Meridian; die Horizontalkraft der Erde und der Pol der Stange wirken in derselben Richtung auf das Nordende der Nadel, so daß eine Ablenkung nicht stattfinden kann. Ebensowenig tritt eine Ablenkung ein, wenn das Schiff magnetisch Süd anliegt, weil in diesem Falle die beiden den Kompaß beeinflussenden Kräfte in genau entgegengesetzter Richtung wirken, sich also nur gegenseitig und damit die Richtkraft der Nadel schwächen, weil gleichnamige Pole sich abstoßen.

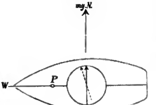
Fig. 71.



Liegt aber das Schiff einen anderen Kurs, z. B. *NO* an, so zieht der Südpol *P* (Fig. 71) der Stange das Nordende der Nadel *ns* an, bringt diese in die punktierte Lage und erzeugt also östliche Ablenkung.

Wie in § 91 (2.) erläutert ist, stellt sich die Nadel unter dem Einflusse beider Kräfte in die Richtung der Mittelkraft von der Horizontalkraft der Erde und der magnetischen Kraft des ablenkenden Pols, und die Ablenkung ist am größten, wenn die Richtung der ablenkenden Kraft senkrecht zur abgelenkten Nadel steht, was hier stattfinden wird, wenn das Schiff nach Kompaß Ost oder West anliegt.

Fig. 72.



Liegt das Schiff West an, so lenkt der Südpol *P*, wie aus Fig. 72 ersichtlich, das Nordende der Nadel nach links vom magnetischen Meridian ab, bewirkt also westliche Ablenkung, die von Nord- und Südkurs allmählich anwachsend, bei Westkurs ihren größten Wert erreicht.

Befände sich die Eisenstange hinter dem Kompaß, so würde sie auf nordmagnetischer Breite bei allen östlichen Kursen eine westliche Ablenkung, bei allen westlichen Kursen eine östliche Ablenkung hervorrufen, und wenn die Eisenstange seitwärts vom Kompaß stände, so würde sie auch bei Nord- und Südkurs die Nadel ablenken.

Auf magnetischer Südbreite wird das Umgekehrte stattfinden, da dort der Erdmagnetismus in dem oberen Ende der Eisenstange einen magnetischen Nordpol erzeugt, während auf dem magnetischen Erdäquator, wo die Vertikalkraft der Erde gleich Null ist, keine Ablenkung durch die vertikal stehende Eisenstange verursacht wird.

Wie die Eisenstange so werden auch alle eisernen Schiffsteile, vertikal wie auch schräge stehende und horizontal liegende Eisenmassen allein durch die Wirkung des Erdmagnetismus mehr oder minder magnetisch. Die Wirkungen aller dieser magnetisch gewordenen Eisenmassen vereinigen sich zu einer Gesamtwirkung auf den Kompaß, der dadurch oft sehr erheblich abgelenkt wird.

Besteht die Ladung aus Eisen oder ist das Schiff aus Eisen gebaut, so kann die Ablenkung des Kompasses so beträchtlich werden, daß der Steuerkompaß nicht mehr die nötige Sicherheit im Anzeigen der Kurse gewährt. Es wird deshalb auf eisernen Schiffen ein Azimutkompaß in größerer Höhe und in angemessener Entfernung von größeren Eisenmassen aufgestellt, um den Einfluß des Schiffsmagnetismus auf diesen Kompaß so weit zu verringern, daß seine Ablenkung innerhalb einer bestimmten Grenze bleibt und mit genügender Sicherheit bestimmt werden kann. Dieser Kompaß, nach dem der Weg des Schiffs geregelt wird, der deshalb auch Regel- oder Normalkompaß genannt wird, befindet sich mittschiffs gewöhnlich auf der Kommandobrücke und dient zugleich als Peilkompaß. Oft ist es nötig, den Regelkompaß auf einen Pfahl oder Mast, der senkrecht auf Deck steht, zu befestigen, um ihn noch mehr dem Einflusse des Schiffsmagnetismus zu entziehen. In solchem Falle wendet man Hänge- oder Transparentkompasse an, um unten den anliegenden Kurs ablesen zu können; doch muß besonders bei solchen Pfahlkompassen von Zeit zu Zeit die Lage der Steuerstrichebene geprüft werden, da ein langer Pfahl sich unter dem wechselnden Einflusse der Feuchtigkeit und Sonnenstrahlen windet und dadurch die Steuerstriche aus der Mittschiffsebene dreht.

Soll ein bestimmter Kurs gesteuert werden, so ist das Schiff so zu legen, daß es nach dem Regelkompaß den verlangten Kurs anliegt, und der Mann am Ruder hat dann den Strich des Steuerkompasses einzuhalten, den das Schiff gleichzeitig nach diesem Kompasse anliegt.

§ 111. Bestimmung der Kompaßablenkung. Aus dem Vorhergehenden folgt, daß es von höchster Wichtigkeit ist, die Ablenkung des Kompasses auf dem Kurse, den das Schiff steuert, zu kennen, um die mißweisende oder magnetische Richtung des Schiffsweges und der mit dem Kompasse gemachten Peilungen bestimmen zu können. Zu diesem Zwecke wird das Schiff vor Antritt der Reise der Reihe nach auf alle Kompaßstriche angelegt, also rundgeschwajt, und nach einem der im folgenden beschriebenen Verfahren die Ablenkung des Kompasses auf jedem vollen Striche ermittelt.

Man darf nun aber nicht glauben, daß die so ermittelte Ablenkung für alle Zeit und jeden Ort dieselbe bleibe; dies ist im allgemeinen nur so lange der Fall, als das im Schiffe befindliche Eisen in unveränderter Lage bleibt und das Schiff während der Reise die geographische oder vielmehr die magnetische Breite nicht bedeutend verändert. Mit jeder größeren Breitenänderung ist auch eine Veränderung der Ablenkung verbunden, und kommt das Schiff auf entgegengesetzte Breite, von Nord- auf Südbreite oder umgekehrt, so wechselt unter Umständen sogar die Ablenkung des Kompasses ihr Vorzeichen, d. h. sie wird auf den Kursen, auf denen sie vorher Ost war, jetzt West und wo sie West war, jetzt Ost. Auf eisernen Schiffen tritt dazu noch eine Änderung der Ablenkung mit der Zeit ein und zwar besonders stark bei neuen Schiffen, so daß die Führer solcher Schiffe nicht eindringlich genug gemahnt werden können, der Ablenkung und ihrer Veränderung die größte Aufmerksamkeit zuzuwenden.

Selbst das Schiefliegen sowie das Vor- oder Achterlastigliegen des eisernen Schiffs führt eine Änderung der Ablenkung herbei, und die Ablenkung ist eine andere, wenn das Schiff nach Steuerbord- und wenn es nach Backbordseite überliegt.

Besteht die Ladung aus Eisen oder sind auch nur Eisenteile in der Ladung enthalten, so kann schon durch Umstauen der Ladung die Ablenkung des Kompasses verändert

werden. Auch Nordlichter, Blitzschläge, die das Schiff treffen, und heftige Erschütterungen, oft schon infolge schwerer Sturzseen, sind häufige Ursachen von Kompaßstörungen.

Es genügt daher nicht, die Ablenkung vor Antritt der Reise bestimmt zu haben, sondern es muß während der Reise jede sich darbietende Gelegenheit benutzt werden, um die abirrende Kompaßnadel fortlaufend zu überwachen und jede abweichende Veränderung der Ablenkung zu bestimmen. Könnte man zu jeder Zeit astronomische Beobachtungen anstellen, so wäre es für die Zwecke der Schiffahrt ausreichend, stets nur auf dem jeweiligen Kurse des Schiffs die Mißweisung des abgelenkten Kompasses fortlaufend zu bestimmen und diese Mißweisung der Besteckrechnung zugrunde zu legen. Da indessen bei andauernd schlechtem oder nebligem Wetter Tage und Wochen vergehen können, ohne daß ein Gestirn sich zeigt, so muß man bei günstiger Gelegenheit das Schiff mindestens mehrere Striche abgieren lassen und auf diesen verschiedenen Kursen Mißweisungsbeobachtungen anstellen. Aus diesen Beobachtungen im Verein mit der früher gefundenen Ablenkung läßt sich dann mit Hilfe der weiterhin gezeigten Rechnung die für den Ort und die Zeit der Beobachtung gültige Ablenkung für die übrigen Kompaßstriche annähernd ermitteln.

Ehe die Bestimmung der Ablenkung vorgenommen wird, muß das Schiff seefertig sein, und alles Eisen muß sich dort befinden, wo es während der Reise verbleibt. Davits werden in die Lage gedreht, die sie in See einnehmen, und loses Eisen, wie Handwerkszeug u. dgl. muß wenigstens 4 bis 5 Meter vom Kompasse entfernt sein. Daß dieser am Kompaßorte richtig aufgestellt und hinsichtlich seiner Brauchbarkeit und Einstellungsfähigkeit am Kompaßorte eingehend geprüft sein muß, versteht sich von selbst. Ferner dürfen in der Nähe des Orts, wo das Schiff geschwajt werden soll, keine größeren Eisenmassen vorhanden sein, wie eiserne Schiffe, Ketten, Kräne, Schleusentore u. dgl., und ebensowenig darf der Kompaß anderen magnetischen Einflüssen ausgesetzt sein, wie solche z. B. durch erzhaltiges oder vulkanisches Land ausgeübt werden (St. Helena, Ascension, Bermudas). Hervorzuheben ist noch, daß das Schiff gerade liegen und im Falle es ein Dampfschiff ist, die Maschine während der Untersuchung des Kompasses angewärmt sein muß. Die Untersuchung kann nun auf folgende Weise angestellt werden.

1. Durch Peilung eines entfernten irdischen Gegenstandes.

Das Schiff wird langsam geschwajt, wobei man jedesmal, wenn es nach dem zu untersuchenden Kompasse einen vollen Strich anliegt, einen genügend entfernten, aber gut sichtbaren Gegenstand mit dem Kompasse peilt. Die jedesmalige Peilung und der zugehörige Schiffskurs werden sofort in eine Tabelle eingetragen, deren Einrichtung aus folgendem Beispiele zu ersehen ist.

Beim Schwajen hat man darauf zu achten, daß das Schiff sich recht langsam dreht, wenn der Steuerstrich dem vollen Kompaßstriche nahe kommt; auch ist es gut, durch sanftes Beklopfen des Kompasses mit dem Finger den Reibungswiderstand auf der Pinne möglichst unschädlich zu machen.

Der gepeilte Gegenstand muß so weit entfernt sein, daß der Durchmesser des Kreises, den der Kompaß beim Schwajen beschreibt, im Vergleich zu jener Entfernung als verschwindend klein angesehen werden kann. Schwajt das Schiff um den Anker oder bei mäßiger Fahrt unter Dampf, so muß die Entfernung des gepeilten Gegenstandes mindestens 6 bis 8 Seemeilen betragen; eine geringere Entfernung ist zulässig, wenn das Schiff im Hafen um einen Pfahl oder um eine Boje herumgeschwajt wird.

Ferner ist die rein magnetische Peilung des Gegenstandes zu ermitteln, d. h. die Peilung, die man erhalten haben würde, wenn der Kompaß keine Ablenkung hätte. Im allgemeinen ist diese Peilung gleich dem Mittel aus den 32 genommenen Peilungen, oder auch gleich dem Mittel aus 4 oder mehreren auf gleich weit voneinander entfernten Kompaßstrichen beobachteten Peilungen.

Sicherer ist es noch, den Kompaß an Land zu bringen und ihn an einem Orte, wo Eisen oder andere störende Einflüsse nicht vorhanden sind, so aufzustellen, daß er sich mit dem Kompaßorte an Bord und dem gepeilten Gegenstande in gerader Linie befindet. Die von diesem Punkte aus erhaltene Peilung des Gegenstandes ist seine magnetische Peilung.

Oder man bestimmt durch astronomische Beobachtung das wahre Azimut des gepeilten Gegenstandes und verwandelt dieses durch Anbringen der bekannten Mißweisung in das magnetische Azimut (s. § 371).

Sind außer dem gepeilten Gegenstande noch zwei andere in der Karte sich vorfindende Gegenstände vom Schiffe aus sichtbar, so kann man mittels Winkelmessung den genauen Schiffsort in der Karte bestimmen und aus dieser die gesuchte magnetische Peilung erhalten.

Die Unterschiede zwischen der magnetischen Peilung des Gegenstandes und seinen Kompaßpeilungen auf jedem Striche ergeben die Ablenkungen des Kompasses, die mit Ost zu benennen sind, wenn die magnetische Peilung rechts von der Kompaßpeilung und mit West, wenn die magnetische Peilung links von der Kompaßpeilung liegt.

Die Beobachtungen und deren Ergebnisse werden auf folgende Weise in einer Tabelle zusammengestellt.

Beispiel 1. Die magnetische Peilung des gepeilten 11 Seemeilen entfernten Turms war N 63°,0 W.

Das Schiff liegt an nach Regelkompaß.	Peilung des Turms mit dem Regelkompasse.	Ablenkung des Regelkompasses.	Das Schiff liegt an nach Regelkompaß.	Peilung des Turms mit dem Regelkompasse.	Ablenkung des Regelkompasses.
N	N 59,°8 W	3,°2 W	S	N 66,°2 W	3,°2 O
NzO	N 65, 6 W	2, 6 O	SzW	N 63, 1 W	0, 1 O
NNO	N 71, 2 W	8, 2 O	SSW	N 60, 0 W	3, 0 W
NOzN	N 76, 2 W	13, 2 O	SWzS	N 56, 5 W	6, 5 W
NO	N 79, 8 W	16, 8 O	SW	N 53, 3 W	9, 7 W
NOzO	N 82, 5 W	19, 5 O	SWzW	N 50, 0 W	13, 0 W
ONO	N 83, 5 W	20, 5 O	WSW	N 46, 8 W	16, 2 W
OzN	N 84, 1 W	21, 1 O	WzS	N 43, 8 W	19, 2 W
O	N 83, 3 W	20, 3 O	W	N 41, 8 W	21, 2 W
OzS	N 82, 3 W	19, 3 O	WzN	N 39, 7 W	23, 3 W
OSO	N 81, 1 W	18, 1 O	WNW	N 39, 0 W	24, 0 W
SOzO	N 79, 5 W	16, 5 O	NWzW	N 39, 4 W	23, 6 W
SO	N 77, 7 W	14, 7 O	NW	N 41, 0 W	22, 0 W
SOzS	N 75, 1 W	12, 1 O	NWzN	N 44, 0 W	19, 0 W
SSO	N 72, 7 W	9, 7 O	NNW	N 48, 2 W	14, 8 W
SzO	N 69, 0 W	6, 0 O	NzW	N 53, 8 W	9, 2 W

Die Unterschiede zwischen der oben angegebenen Peilung $N\,63°{,}0\,W$ und den in der zweiten und fünften Spalte enthaltenen Peilungen ergeben die daneben stehende Ablenkung des Regelkompasses.

Wäre die magnetische Peilung $N\,63°{,}0\,W$ nicht bestimmt, so hätte man als solche das Mittel der Peilungen auf den acht Hauptstrichen nehmen können, welches $N\,62°{,}9\,W$ ergibt.

Sind mehrere Kompasse zu untersuchen, so wird jedesmal, wenn das Schiff nach dem Regelkompasse, mit dem der Gegenstand gepeilt wird, einen vollen Strich anliegt, gleichzeitig bemerkt, was das Schiff nach jedem der anderen Kompasse anliegt. Wendet man dann die ermittelten Ablenkungen des Regelkompasses auf die nach diesem Kompasse angelegenen Kurse an, so erhält man die magnetischen Kurse, womit die von den übrigen Kompassen gezeigten Kurse zu vergleichen sind, um die Ablenkungen dieser Kompasse zu erhalten. Je nachdem der magnetische Kurs rechts oder links vom Kompaßkurse liegt, ist die Ablenkung des Kompasses Ost oder West.

Die Zusammenstellung der Beobachtungen zeigt folgende Tabelle.

Die magnetische Peilung des gepeilten Gegenstandes war $S\,73°{,}3\,O$.

Das Schiff liegt an		Peilung des Gegenstandes mit dem Regelkompasse.	Ablenkung des Regelkompasses.	Magnetischer Kurs des Schiffs.	Ablenkung des Steuerkompasses.
nach Regelkompaß.	nach Steuerkompaß.				
N	N 5,°6 O	S 64,°3 O	9,°0 W	N 9,°0 W	14,°6 W
NzO	N 12, 7 O	S 66, 0 O	7, 3 W	N 4, 0 O	8, 7 W
NNO	N 14, 1 O	S 67, 3 O	6, 0 W	N 16, 5 O	2, 4 O
NOzN	N 22, 5 O	S 69, 5 O	3, 8 W	N 30, 0 O	7, 5 O
NO	N 29, 5 O	S 73, 5 O	0, 2 O	N 45, 2 O	15, 7 O

usw.

Kann man mit dem zu untersuchenden Kompasse nicht peilen, so muß man dazu einen Peilkompaß oder die Peilscheibe benutzen. Es wird dann jedesmal, wenn das Schiff nach dem zu untersuchenden Kompasse, z. B. nach dem Steuerkompasse, einen vollen Strich anliegt, der Gegenstand mit dem Peilkompasse gepeilt und dieser auf bekannte Weise (§ 106) mit dem Steuerkompasse verglichen. Die vorige Tabelle kann auch in diesem Falle gebraucht werden, wenn man die Überschriften der ersten vier Spalten der Reihe nach umändert in: 1. nach Steuerkompaß; 2. nach Peilkompaß; 3. nach Peilkompaß; 4. Ablenkung des Peilkompasses.

Bedient man sich einer Peilscheibe, so erhält man durch Anbringung des auf der Scheibe abgelesenen Winkels an den Kompaßkurs die Peilung des Gegenstandes nach Kompaß (s. § 108).

Ist die magnetische Peilung des Gegenstandes schon vor der Untersuchung des Kompasses bestimmt, so ist es am bequemsten, mit Hilfe der Peilscheibe auf folgende Weise zu verfahren.

Man stellt die Peilscheibe nach der in § 108 gegebenen Anweisung so auf, daß man nach allen Seiten möglichst unbehindert peilen kann. Dann stellt man die Diopter auf das bekannte magnetische Azimut des zu peilenden Gegenstandes ein, schraubt sie in dieser Lage fest und dreht die Scheibe so, daß ihr Nullpunkt oder Nordstrich mit dem Index

übereinstimmt. Wird nun das Schiff so verholt, daß man bei unveränderter Lage der Peilscheibe den Gegenstand in Peilung hat, so liegt das Schiff magnetisch Nord an, und es wird nun aufgeschrieben, was das Schiff nach jedem der zu untersuchenden Kompasse anliegt. Darauf dreht man die Peilscheibe so, daß ihr *NzO*-Strich auf den Index weist, und ist das Schiff so weit geschwajt, daß man wieder den Gegenstand in Peilung hat, so werden wiederum die Angaben der Kompasse vermerkt. Dieses Verfahren wird so lange fortgesetzt, bis das Schiff im Kreise herumgekommen ist.

Der Unterschied des durch die Peilscheibe erhaltenen magnetischen Kurses und des gleichzeitigen Kompaßkurses ist die Ablenkung des Kompasses auf diesem Kurse. Man erhält jedoch die Ablenkung des Kompasses auf den magnetischen Kursen, die mit der Ablenkung auf denselben Strichen nach Kompaß nicht verwechselt werden darf.

Beispiel 2.

Das Schiff liegt an		Ablenkung	Das Schiff liegt an		Ablenkung
nach der Peilscheibe magnetisch.	nach Kompaß.	des Kompasses.	nach der Peilscheibe magnetisch.	nach Kompaß.	des Kompasses.
N	N 15,°8 O	15,°8 W	S	S 13,°1 O	13,°1 O
NzO	N 25, 6 O	14, 8 W	SzW	S 0, 7 W	10, 6 O
NNO	N 35, 2 O	12, 7 W	SSW	S 14, 9 W	7, 6 O
NOzN	N 44, 0 O	10, 2 W	SWzS	S 29, 1 W	4, 7 O
NO	N 52, 8 O	7, 8 W	SW	S 43, 9 W	1, 1 O
NOzO	N 61, 8 O	5, 5 W	SWzW	S 58, 9 W	2, 6 W
ONO	N 68, 0 O	0, 5 W	WSW	S 73, 0 W	5, 5 W
OzN	N 75, 5 O	3, 3 O	WzS	S 86, 0 W	7, 2 W
O	N 82, 9 O	7, 1 O	W	N 81, 6 W	8, 4 W
OzS	S 89, 8 O	11, 0 O	WzN	N 68, 9 W	9, 9 W
OSO	S 82, 8 O	15, 3 O	WNW	N 56, 0 W	11, 5 W
SOzO	S 73, 3 O	17, 0 O	NWzW	N 44, 0 W	12, 3 W
SO	S 63, 0 O	18, 0 O	NW	N 32, 0 W	13, 0 W
SOzS	S 51, 8 O	18, 0 O	NWzN	N 19, 6 W	14, 2 W
SSO	S 40, 0 O	17, 5 O	NNW	N 7, 9 W	14, 6 W
SzO	S 27, 0 O	15, 7 O	NzW	N 3, 8 O	15, 1 W

Das Verfahren, die Ablenkung des Kompasses durch Peilen eines entfernten Gegenstandes zu bestimmen, empfiehlt sich besonders dann, wenn das Schiff auf einer Reede, wo Flut und Ebbe läuft, vor Anker liegt. Jedesmal, wenn das Schiff infolge des wechselnden Stromes schwajt, macht man in angegebener Weise Ablenkungsbeobachtungen, wodurch man nach und nach auf leichte Art die Ablenkung für alle Kompaßstriche erhalten kann.

Um die magnetische Peilung eines Gegenstandes zu erhalten, bieten sich häufig weitere Hilfsmittel dar. So sind in mehreren deutschen Häfen und Gewässern Vorrichtungen zur Bestimmung der Kompaßablenkung getroffen, die man in dem von der Deutschen Seewarte herausgegebenen Buche „Der Kompaß an Bord“ angegeben findet. In Liverpool und Kronstadt sind an verschiedenen Punkten der Dockmauern oder der Mole die magnetischen Peilungen eines hervorragenden Gegenstandes von diesen Punkten aus deutlich bezeichnet, so daß man nur nötig hat, das Schiff so zu legen, daß man die Marke und den bezeichneten Gegenstand in Deckung sieht.

Sieht man zwei in der Karte angegebene Gegenstände miteinander in Deckung, so beobachte man bei Bestimmung der Ablenkung die jedesmalige Deckpeilung dieser Gegenstände am Kompasse, deren magnetische Peilung dann unmittelbar aus der Karte entnommen werden kann.

2. Durch gegenseitige Peilungen.

Bei diesem Verfahren gebraucht man einen zweiten Peilkompaß, der zunächst mit dem zu untersuchenden Kompasse an Land zu bringen und auf die in § 105 (9) angegebene Weise zu vergleichen ist. Ein etwaiger Unterschied beider Kompasse in den Peilungen eines entfernten Gegenstandes wird vermerkt und später in Rechnung gebracht. Dann wird der zu untersuchende Kompaß an Bord gebracht und an seinem Orte richtig aufgestellt, während der andere Peilkompaß am Lande so aufgestellt wird, daß er von störenden Einwirkungen frei ist und vom Kompaßorte an Bord deutlich gesehen werden kann. Jedesmal nun, wenn das Schiff beim Schwajen einen vollen Strich anliegt, gibt der Beobachter an Bord ein vorher verabredetes Zeichen und peilt in diesem Augenblicke mit dem zu untersuchenden Kompasse den Kompaß am Lande, während gleichzeitig der Beobachter am Lande den Kompaß an Bord peilt. Um etwaige Irrtümer hinterher feststellen zu können, werden außer den Peilungen auch deren Zeiten von beiden Beobachtern nach zwei vorher miteinander verglichenen Uhren aufgeschrieben.

Nimmt man dann die Peilungen, die am Lande beobachtet sind, entgegengesetzt, so erhält man die magnetischen Peilungen, die man von Bord aus beobachtet haben würde, wenn der Kompaß an Bord keine Ablenkung hätte. Der Unterschied zweier gleichzeitig gemachten Peilungen ist demnach die Ablenkung des Kompasses auf dem betreffenden Kompaßstriche.

Wird beim Schwajen der Kompaß am Lande durch das Schiff verdeckt, so muß der Beobachter am Lande seinen Kompaß an einen anderen Platz bringen, der das gegenseitige Peilen ermöglicht. Oder ist dies nicht angängig, so muß der Beobachter an Bord einen Peilkompaß zu Hilfe nehmen, diesen vom Beobachter am Lande peilen lassen und im übrigen so verfahren, wie bei Beschreibung des ersten Verfahrens angegeben ist.

Die Beobachtungen und ihre Ergebnisse werden in folgender Weise zusammengestellt.

Uhrzeit der Peilung.	Kurs nach Regelkompaß.	Gleichzeitige Peilungen. Peilung mit dem Regelkompasse.	Gleichzeitige Peilungen. Umgekehrte Peilung vom Lande aus.	Ablenkung des Regelkompasses.
7h 56m	N	S 25,°3 O	S 30,°8 O	5,°5 W
7 59	NzO	S 30, 9 O	S 32, 5 O	1, 6 W
8 3	NNO	S 35, 2 O	S 34, 3 O	0, 9 O
8 5	NOzN	S 38, 7 O	S 35, 4 O	3, 3 O
8 8	NO	S 40, 8 O	S 36, 3 O	4, 5 O
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
8h 51m	SzO	S usw.	S 2,°2 W	2,°2 O

Vor der zuletzt angeführten Peilung war der Kompaß am Lande nach einer anderen Stelle gebracht worden, weil er auf seiner früheren Stelle durch das Schiff verdeckt wurde.

3. Durch Azimutbeobachtungen.

Bei nicht zu hohem Stande der Sonne, nicht über 45° etwa (je niedriger sie steht desto besser), peilt man diese, indem man den Faden des Diopters auf die Mitte der Sonnenscheibe einstellt, während das Schiff bei langsamem Herumgehen volle Striche nach dem zu untersuchenden Kompasse anliegt. Dabei ist die genaue Zeit jeder Peilung nach einer Uhr zu beobachten, deren Stand gegen Ortszeit vor oder nach der Beobachtung zu ermitteln ist. Statt der Sonne kann auch der Mond oder ein beliebiger heller Stern benutzt werden, und es ist besonders der Polarstern in nicht zu hohen Breiten zu dieser Beobachtung geeignet, weil dessen Azimut sich nur wenig und langsam ändert.

Aus der bekannten Ortszeit jeder Peilung wird der Stundenwinkel des gepeilten Gestirns gefunden und aus diesem, der Deklination des Gestirns sowie der geographischen Breite des Orts das wahre Azimut des Gestirns berechnet oder aus Azimuttafeln entnommen.

Wird die Peilung von demselben Punkte, wie das wahre Azimut gerechnet, so ist der Unterschied dieser beiden Azimute die Mißweisung des abgelenkten Kompasses, wenn beide Azimute mit Ost oder West benannt sind; ist aber das eine Azimut mit Ost und das andere mit West bezeichnet, so ist die Summe beider Azimute die Mißweisung des Peilkompasses. Von dieser Mißweisung des abgelenkten Kompasses subtrahiert man algebraisch die aus einer neuen Karte für den Beobachtungsort entnommene Mißweisung, so erhält man die Ablenkung des Kompasses für den Strich, den das Schiff während der in Rechnung genommenen Peilung anlag. Bei der algebraischen Subtraktion bezeichne man Ost durch + und West durch −.

Zur Zusammenstellung der Beobachtungen und Rechnungen dient folgende Tabelle:

Uhrzeit.	Stundenwinkel der Sonne.	Schiff liegt an nach Regelkompaß.	Peilung der Sonne mit dem Regelkompasse.	Wahres Azimut der Sonne.	Mißweisung des Regelkompasses.	Reine Mißweisung.	Ablenkung des Regelkompasses.
$3^h\ 59^m\ 3^s$	$4^h\ 2^m\ 47^s$	N	N 81,°7 W	N 101,°5 W	19,°8 W	15,°0 W	4,°8 W
4 0 51	4 35	NzO	N 84, 3 W	N 101, 1 W	16, 8 W	„	1, 8 W
2 35	6 19	NNO	N 86, 3 W	N 100, 7 W	14, 4 W	„	0, 6 O
4 2	7 46	NOzN	N 88, 4 W	N 100, 3 W	11, 9 W	„	3, 1 O
5 33	9 17	NO	S 89, 9 W	N 100, 1 W	10, 0 W	„	5, 0 O
7 5	10 49	NOzO	S 89, 3 W	N 99, 9 W	9, 2 W	„	5, 8 O

usw.

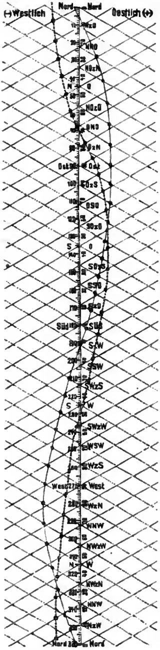
Das wahre Azimut des Polarsterns kann aus Tafel 26 entnommen werden.

Beispiel. Auf 35° N Br. und 18° W Lg. v. Grw. peilte man am 10. Januar 1907 um 1¾ Uhr morgens den Polarstern N 30° O mit dem Regelkompasse. Was war die Ablenkung dieses Kompasses auf dem während der Peilung gesteuerten Kurse, wenn die Mißweisung am Orte = 20° W war?

N. J. d. 9./1. Sternzeit im mittl. Greenw. Mittage = $19^h,2$
Ortszeit der Beobachtung = $13^h,7$
Sternzeit der Beobachtung = $8^h,9$.

Für 9^h Sternzeit und 35° Breite gibt die Tafel das wahre
Azimut des Polarsterns = N 1°,4 W
Beobachtetes Azimut = N 30°,0 O
Mißweisung des Regelkompasses = 31°,4 W
Mißweisung am Orte = 20°,0 W
Ablenkung des Regelkompasses = 11°,4 W.

Fig. 73.



Mittels dieses Verfahrens kann man auf See zu jeder Zeit, wenn ein peilbares Gestirn sichtbar ist, die Ablenkung des Kompasses auf dem Kurse, den das Schiff anliegt, bestimmen und durch solche Beobachtungen den Kompaß fortdauernd überwachen.

§ 112. Das Napiersche Diagramm (Netz). Wie aus den gegebenen Beispielen zu ersehen ist, nimmt die vom Kurse abhängige Ablenkung des Kompasses in ununterbrochener Folge zu und ab, während das Schiff nach und nach auf alle Kompaßstriche angelegt wird. Um den Verlauf dieser Veränderung der Ablenkung auf einen Blick übersehen zu können, trägt man die Kurse nebst den zugehörigen Ablenkungen auf geraden und in bestimmter Anordnung gezogenen Linien ab, die das Netz oder Diagramm bilden.

Am gebräuchlichsten ist das Napiersche Diagramm, das in verkleinertem Maßstabe durch Fig. 73 veranschaulicht wird. In diesem ist eine gerade Linie in 32 gleiche Teile geteilt, welche Teilpunkte der Reihe nach von oben nach unten die Namen der vollen Kompaßstriche, *N*, *NzO* usw. tragen. Außerdem ist diese Linie, die man als den abgewickelten Rand der Kompaßrose betrachten kann, in 360 gleiche Teile geteilt, entsprechend der Gradteilung der Rose. Durch jeden Punkt der Strichteilung sind zwei gerade Linien gelegt, die sich und die geteilte Linie unter einem Winkel von 60° schneiden, und zwar sind die rechts sich abwärts neigenden Linien punktiert, während die rechts aufwärts gerichteten Linien voll ausgezogen sind*).

In dieses Diagramm werden die ermittelten Ablenkungen, östliche rechts, westliche links von der geteilten Linie in folgender Weise eingetragen.

Längs dem geraden Rande eines Papierstreifens trägt man von der Gradteilung des Diagramms so viele Grade ab als die größte Ablenkung beträgt, legt dann diesen Maßstab längs der punktierten Linie, die dem betreffenden Kompaßkurse entspricht, dagegen längs der vollen Linie, wenn die Ablenkung sich auf den magnetischen Kurs bezieht, und trägt die beobachtete Ablenkung demgemäß auf dieser oder jener Linie ab. Die so erhaltenen Punkte werden deutlich bezeichnet, und nachdem auf diese Weise sämtliche Ablenkungen

*) Gedruckte Diagramme dieser Art können durch den Buchhandel bezogen werden und sollten besonders auf eisernen Schiffen in genügender Anzahl vorhanden sein.

abgetragen sind, zieht man mit freier Hand eine krumme Linie, die sich bei regelmäßiger Krümmung den Punkten möglichst anschmiegt. Diese krumme Linie nennt man die Ablenkungs- oder Deviationskurve.

Wären die beobachteten Ablenkungen ganz genau, so würde die Kurve auch genau durch sämtliche eingetragenen Punkte gehen; wegen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler indessen ist dies nur selten der Fall, und es ist ein großer Vorzug dieses Verfahrens, daß kleine Beobachtungsfehler durch eine gut gezeichnete Ablenkungskurve ausgeglichen werden.

In Fig. 73 ist die voll ausgezogene Kurve nach den im Beispiele 1, § 111 enthaltenen Angaben gezeichnet, während die punktierte Kurve sich auf Beispiel 2 dort bezieht. Bei der ersten sind die Ablenkungen für die Kompaßkurse gegeben und daher auf den punktierten Linien abgetragen, während bei der letzten die Ablenkungen für die magnetischen Kurse bestimmt und folglich auf den vollen Linien abgesetzt sind.

Ein weiterer sehr zu schätzender Vorzug des Diagramms ist der, daß man nicht ängstlich zu sein braucht, die zu nehmende Peilung genau in dem Augenblicke zu erhalten, wenn das Schiff einen vollen Strich anliegt; man kann vielmehr mit der zum sicheren Gelingen erforderlichen Ruhe die Peilung nehmen und den gleichzeitigen Kurs nach Kompaß ablesen, entweder auf Grade oder, wenn keine Gradteilung auf der Rose vorhanden ist, auf achtel Striche genau.

Man sucht dann auf der geteilten Linie diesen Kurs auf, legt durch diesen Punkt eine Parallele zu den punktierten Linien und trägt die beobachtete Ablenkung auf dieser Parallelen ab. Zieht man auf dem vorhin beschriebenen Maßstabe von einem seiner Teilpunkte aus zwei gerade Linien, die den Rand unter einem Winkel von 60° schneiden, so liegt dieser Rand parallel zu den punktierten oder vollen Linien des Diagramms, je nachdem man die eine oder die andere jener beiden Linien auf die geteilte Linie des Diagramms legt. Ist dann die Kurve gezeichnet, so kann man die Ablenkungen auf den vollen Kompaßstrichen erhalten, indem man die innerhalb der Kurve und der geteilten Linie liegenden Teile der punktierten Linie mittels des Maßstabes mißt.

Es ist nun auch nicht unbedingt notwendig, auf allen 32 Strichen die Ablenkung des Kompasses zu beobachten; es genügt schon die Hälfte dieser Beobachtungen, wenn sie rund um den Kompaß möglichst gleichmäßig verteilt sind, um eine vollständige und verläßliche Ablenkungskurve zeichnen zu können. Anderseits kann man auch noch mehr als 32 beobachtete Ablenkungen zum Zeichnen der Kurve verwerten, wodurch natürlich ihre Genauigkeit erhöht wird.

Ein weiterer Vorzug der in ein Napiersches Diagramm eingetragenen Ablenkungskurve besteht in der Leichtigkeit und Sicherheit, mit der diese die Kompaßkurse in magnetische und umgekehrt, magnetische Kurse in Kompaßkurse zu verwandeln gestattet, gleichviel ob die Ablenkungen auf den Kompaß- oder auf den magnetischen Kursen beobachtet sind.

Um nämlich zu einem Kompaßkurse den entsprechenden magnetischen Kurs zu finden, suche man den gegebenen Kompaßkurs auf der geteilten Linie auf, setze in diesen Punkt den einen Fuß des Zirkels, spanne diesen bis zu dem Punkte aus, wo die Kurve von der durch den Kurs gehenden punktierten Linie oder nötigenfalls von der Parallelen hierzu geschnitten wird, halte dann den ersten Zirkelfuß fest und lasse den anderen in der

Richtung der vollen Linien zurück in die geteilte Linie gleiten, so gibt der getroffene Punkt den gesuchten magnetischen Kurs an.

So findet man z. B. aus der punktierten Ablenkungskurve in Fig. 73 für den Kompaßkurs *SO* den magnetischen Kurs *S* 28° *O*.

Um zu einem magnetischen Kurse den Kompaßkurs zu erhalten, suche man den gegebenen magnetischen Kurs in der geteilten Linie auf, setze in diesen Punkt den einen Fuß des Zirkels, spanne diesen bis zu dem Punkte aus, wo die Kurve von der durch den Kurs gehenden vollen Linie oder von der Parallelen hierzu geschnitten wird, halte dann den ersten Zirkelfuß fest und lasse den anderen in der Richtung der punktierten Linien zurück in die geteilte Linie gleiten, so gibt der getroffene Punkt den gesuchten Kompaßkurs an*).

So findet man z. B. aus der voll ausgezogenen Ablenkungskurve in Fig. 73 für den magnetischen Kurs ***WSW*** den Kompaßkurs ***W***.

Um die Richtigkeit dieses Verfahrens einzusehen, denke man sich die Kurse von *N* durch *O* herum fortlaufend bis 360° gezählt. Bezeichnet dann *z* den magnetischen, *z'* den Kompaßkurs und *δ* die Ablenkung auf dem Kompaßkurse, so gilt für sämtliche Kurse die Gleichung:

$$z = z' \pm \delta \; \begin{pmatrix} +, \text{ wenn die Ablenkung Ost ist,} \\ -, \;\; " \;\; " \;\; " \;\; \text{West } " \end{pmatrix}.$$

Wenn man nun im Diagramm auf der geteilten Linie in der Richtung der Teilung, also von oben nach unten fortschreitet, so entspricht diese Bewegung der Addition, während die Subtraktion durch die entgegengesetzte Bewegung, von unten nach oben ausgeführt wird. Da nun die punktierten Linien für östliche Ablenkung abwärts, für westliche aber aufwärts gerichtet sind, so wird eben durch obiges Verfahren der Kompaßkurs um die Ablenkung vermehrt oder vermindert, je nachdem sie Ost oder West ist.

Ebenso verhält es sich mit der umgekehrten Verwandlung, wofür die obige Gleichung sich umformt in:

$$z' = z \mp \delta ; \; \begin{pmatrix} -, \text{ wenn die Ablenkung Ost ist,} \\ +, \;\; " \;\; " \;\; " \;\; \text{West } " \end{pmatrix},$$

worin *δ* die Ablenkung auf dem magnetischen Kurse bezeichnet.

§ 113. Steuertafeln. Um jederzeit zur Hand zu haben, in welcher magnetischen Richtung das nach dem Kompasse gesteuerte Schiff segelt, verfertigt man eine Tafel, worin neben jeden vollen Strich die zugehörige Ablenkung und der entsprechende magnetische Kurs geschrieben wird. Diese Größen werden, nachdem die Ablenkung des Kompasses ermittelt und ihre Kurve gezeichnet ist, auf oben angegebene Weise aus dem Napierschen Diagramm entnommen.

Eine zweite Tafel ist notwendig, um zu einem innezuhaltenden magnetischen Kurse den entsprechenden Kompaßkurs sofort zur Hand zu haben. Die zu den magnetischen Kursen

*) Um bei diesen Verwandlungen nicht zu irren, kann man sich folgende leicht zu behaltende Regel merken:

1. Wenn Kompaßkurse die magnet'schen geben sollen,
Geh auf Punktierten vorwärts und zurück auf Vollen.
2. Suchst zum magnet'schen Kurse du den deviierten,
Geh auf den Vollen vor und rückwärts auf Punktierten.

gehörigen Ablenkungen entnimmt man aus dem Diagramm, indem man die zwischen der Kurve und der geteilten Linie liegenden Teile der voll ausgezogenen Linien auf der Gradteilung mißt, und wendet dann die Ablenkung auf den magnetischen Kurs links herum an, wenn sie Ost, dagegen rechts herum, wenn sie West benannt ist, um den entsprechenden Kompaßkurs zu erhalten. Oder man findet diesen Kurs auch unmittelbar auf oben angegebene Weise aus dem Diagramm.

Die folgenden Tafeln sind zusammengestellt nach den im Beispiel 1 des § 111 enthaltenen Angaben, zu denen die voll ausgezogene Kurve in Fig. 73 gehört.

Steuertafel I.

Gesteuerter Kompaßkurs	Ablenkung		Magnetischer Kurs	
	in Graden	in Strichen	in Graden	in Strichen
N	3,2 W	¼ W	N 3,2 W	N ¼ W
N z O	2,6 O	¼ O	N 13,9 O	N z O ¼ O
NNO	8,2 O	¾ O	N 30,7 O	NNO ¾ O
NO z N	13,2 O	1¼ O	N 47,0 O	NO ¼ O
NO	16,8 O	1½ O	N 61,8 O	NO z O ½ O
NO z O	19,5 O	1¾ O	N 75,8 O	ONO ¾ O
ONO	20,5 O	1¾ O	N 88,0 O	O ¼ N
O z N	21,1 O	2 O	S 80,1 O	O z S
O	20,3 O	1¾ O	S 69,7 O	OSO ¼ O
O z S	19,3 O	1¾ O	S 59,5 O	SO z O ¼ O
OSO	18,1 O	1½ O	S 49,4 O	SO ½ O
SO z O	16,5 O	1½ O	S 39,8 O	SO ½ S
SO	14,7 O	1¼ O	S 30,3 O	SSO ¾ O
SO z S	12,1 O	1 O	S 21,7 O	SSO
SSO	9,7 O	¾ O	S 12,8 O	S z O ¼ O
S z O	6,0 O	½ O	S 5,3 O	S ½ O
S	3,2 O	¼ O	S 3,2 W	S ¼ W
S z W	0,1 O	0	S 11,4 W	S z W
SSW	3,0 W	¼ W	S 19,5 W	S z W ¾ W
SW z S	6,5 W	½ W	S 27,3 W	SSW ½ W
SW	9,7 W	¾ W	S 35,3 W	SW ¾ S
SW z W	13,0 W	1¼ W	S 43,3 W	SW ¼ S
WSW	16,2 W	1½ W	S 51,3 W	SW ½ W
W z S	19,2 W	1¾ W	S 59,6 W	SW z W ¼ W
W	21,2 W	2 W	S 68,8 W	WSW
W z N	23,3 W	2 W	S 78,0 W	W z S
WNW	24,0 W	2¼ W	S 88,5 W	W ¼ S
NW z W	23,6 W	2 W	N 79,9 W	W z N
NW	22,0 W	2 W	N 67,0 W	WNW
NW z N	19,0 W	1¾ W	N 52,8 W	NW ¾ W
NNW	14,8 W	1¼ W	N 37,3 W	NW ¾ N
N z W	9,2 W	¾ W	N 20,5 W	N z W ¾ W

Steuertafel II.

Magnetischer Kurs.	Ablenkung		Zu steuernder Kompaßkurs	
	in Graden.	in Strichen.	in Graden.	in Strichen.
N	2,0 W	¼ W	N 2,0 O	N ¼ O
NzO	1,8 O	¼ O	N 9,5 O	N ¾ O
NNO	5,7 O	½ O	N 16,8 O	NzO ½ O
NOzN	10,3 O	1 O	N 23,5 O	NNO
NO	12,2 O	1 O	N 32,8 O	NOzN
NOzO	15,3 O	1¼ O	N 41,0 O	NO ¼ N
ONO	18,0 O	1½ O	N 49,5 O	NO ½ O
OzN	19,5 O	1¾ O	N 59,3 O	NOzO ¼ O
O	20,7 O	1¾ O	N 69,3 O	ONO ¼ O
OzS	20,8 O	1¾ O	N 80,5 O	O ¾ N
OSO	20,0 O	1¾ O	S 87,5 O	O ¼ S
SOzO	18,7 O	1¾ O	S 75,0 O	OSO ¾ O
SO	17,2 O	1½ O	S 62,2 O	SOzO ½ O
SOzS	15,2 O	1¼ O	S 49,0 O	SO ¼ O
SSO	12,3 O	1 O	S 34,8 O	SOzS
SzO	8,4 O	¾ O	S 19,7 O	SzO ¾ O
S	4,3 O	½ O	S 4,3 O	S ½ O
SzW	0	0	S 11,3 W	SzW
SSW	4,3 W	½ W	S 26,8 W	SSW ½ W
SWzS	9,2 W	¾ W	S 43,0 W	SW ¼ S
SW	13,5 W	1¼ W	S 58,5 W	SWzW ¼ W
SWzW	17,7 W	1½ W	S 74,0 W	WSW ½ W
WSW	21,2 W	2 W	S 88,7 W	W
WzS	23,0 W	2 W	N 78,2 W	WzN
W	23,7 W	2 W	N 66,3 W	WNW
WzN	23,4 W	2 W	N 55,4 W	NWzW
WNW	21,8 W	2 W	N 45,7 W	NW
NWzW	19,7 W	1¾ W	N 36,6 W	NW ¾ N
NW	17,2 W	1½ W	N 27,8 W	NNW ½ W
NWzN	18,7 W	1¾ W	N 20,1 W	NzW ¾ W
NNW	9,8 W	1 W	N 12,7 W	NzW
NzW	5,9 W	½ W	N 5,4 W	N ½ W

Diese Tafeln dienen gleichzeitig dazu, um zu Peilungen, die mit dem Kompasse gemacht sind, die magnetischen Peilungen zu finden und die umgekehrte Verwandlung auszuführen. Um zu einer Kompaßpeilung die magnetische Richtung zu finden, entnimmt man aus der für den betreffenden Kompaß angefertigten Tafel I für den Kompaßkurs, den das Schiff bei der Peilung anlag, die Ablenkung, und wendet diese auf die Peilung rechts oder links herum an, je nachdem sie Ost oder West benannt ist.

Wäre z. B. ein Leuchtturm *W ¼ N* mit dem Kompasse, für den obige Tafel berechnet ist, gepeilt, als das Schiff nach diesem Kompasse *SOzS* anlag, so findet man in der ersten Spalte neben *SOzS* die Ablenkung = 12°,1 *O* und mit dieser die magnetische Peilung = *N* 72°,3 *W*, nahe *WNW ½ W*.

Um zu einer aus der Karte entnommenen magnetischen Peilung die entsprechende Kompaßpeilung zu finden, sucht man ebenfalls aus Tafel I die Ablenkung für den Kurs, den das Schiff nach Kompaß anliegt, und wendet diese auf die magnetische Peilung links oder rechts herum an, je nachdem sie Ost oder West ist.

Es soll z. B. nach der Karte ein Feuer in magn. *NzW* in Sicht kommen, während das Schiff *WNW* nach Kompaß steuert. Unter der Annahme, daß obige Steuertafel I für diesen Kompaß gültig ist, findet man neben dem Kompaßkurse *WNW* die Ablenkung $= 24°,0\ W$. Diese auf *NzW* rechts herum angebracht, gibt die entsprechende Peilung nach demselben Kompasse $= N\ 12°,7\ O$, nahe $NzO\ \frac{1}{4}\ O$.

Es muß nun aber nochmals betont werden, daß die Ablenkung sowie ihre Kurve und die Steuertafeln streng genommen nur für den Ort und die Zeit der Kompaßuntersuchung und natürlich nur für den untersuchten Kompaß gültig sind, solange das Schiff gerade liegt. Wird der Kompaß in seiner Aufstellung, wenn auch nur wenig verändert, so muß seine Ablenkung am neuen Orte von neuem untersucht werden.

§ 114. Magnetismus der Schiffe. Zum Bau eiserner Schiffe und der Dampfmaschinen wird sowohl hartes wie weiches Eisen verwendet, das in verschiedener Weise durch Hämmern, Walzen, Pressen usw. bearbeitet wird. Es wird also auch fester, flüchtiger und halbfester Magnetismus in solchen Schiffen auftreten (§ 82 u. 88).

Auf hölzernen Schiffen tritt hauptsächlich der flüchtige Magnetismus in Wirkung, da in den Nägeln, Bolzen, Stützen, eisernen Wellen der Spille usw. mehr das weiche als das harte Eisen vertreten ist.

Schiffe aus gemischtem Material, bei denen die Spanten, Balken u. dgl. aus Eisen, die Beplankung aber von Holz ist, sind in bezug auf ihre magnetischen Eigenschaften den eisernen gleichzustellen.

Da der halbfeste Magnetismus sich nur allmählich wieder verliert, so wirkt er während der kurzen Zeit, die zur Beobachtung der Kompaßablenkung erforderlich ist, fast ebenso wie fester Magnetismus. Er kann daher bei der Untersuchung über die Entstehung der Kompaßablenkung vorläufig als fester Magnetismus angesehen werden, so daß man zunächst nur mit diesem und dem flüchtigen Magnetismus zu tun hat.

§ 115. Verteilung des festen Magnetismus auf eisernen Schiffen. Der in hartem Eisen entstehende, hier als fest anzusehende Magnetismus wird natürlich um so stärker entwickelt und gefestigt, je länger das Eisen in derselben Lage bleibt und je stärker es bei der Bearbeitung erschüttert wird. Deshalb hängt das magnetische Verhalten eines eisernen Schiffs hauptsächlich von der magnetischen Richtung ab, in der das Schiff während des Baues stand: diese Richtung bezeichnet man als Baukurs.

Durch die Wirkung des Erdmagnetismus und durch die Bearbeitung des Eisens wird der Rumpf des eisernen Schiffs zu einem großen Magnet, dessen Pole an zwei entgegengesetzten Punkten des Schiffs sich befinden. Die Verbindungslinie beider Pole ist die magnetische Achse des Schiffs; diese stimmt mit der Richtung der Neigungsnadel mehr oder weniger überein. Sind die Eisenmassen gleichmäßig verteilt, so geht die neutrale Zone, die den Nord- und Südmagnetismus voneinander scheidet, nahezu durch die Mitte des Schiffs.

Um über die Verteilung des festen Magnetismus einen Überblick zu gewinnen, nehme man an, es wären an einem Orte auf Nordbreite, an dem die magnetische Neigung 70° beträgt, vier eiserne Schiffe auf den Baukursen *N*, *S*, *O*, *W* gebaut.

Fig. 74 zeigt die Verteilung des Magnetismus in einem Schiffe, dessen Bug während des Baues nach magn. *N* gerichtet war. Der vordere, schattierte Teil des Schiffs hat Nordmagnetismus, dessen Pol vorn unten liegt, während der hintere, weiße Teil

Fig. 74.

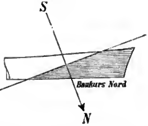
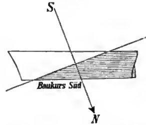


Fig. 75.



Südmagnetismus aufgenommen hat, mit dem Pole oben am Heck. Das Nordende der Kompaßnadel wird daher vom Vorderteile des Schiffs abgestoßen, vom Achterteile dagegen angezogen.

Fig. 75 zeigt ein mit dem Buge nach Süd gebautes Schiff, in dem die Verteilung des Magnetismus entgegengesetzt ist wie bei dem vorigen Schiffe. Der Nordpol des Schiffsmagnetismus liegt hier hinten und unten im Schiffe, während der Südpol vorn oben liegt. Das Nordende der Kompaßnadel wird vom Vorderschiffe angezogen und vom Achterschiffe abgestoßen.

Fig. 76 zeigt ein mit dem Buge nach *O* gebautes Schiff, von dem der ganze untere Teil Nord- und der ganze obere Teil Südmagnetismus enthält. Der Nordpol des Schiffsmagnetismus liegt unten an Backbord, der Südpol oben an Steuerbord. Das Nordende der Kompaßnadel wird längs der ganzen Mittschiffslinie nach der Steuerbordseite angezogen.

Fig. 76.

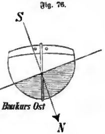


Fig. 77.

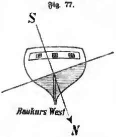


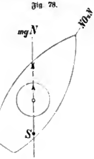
Fig. 77 zeigt ein mit dem Buge nach *W* gebautes Schiff. Zwar hat auch hier wie in der vorigen Lage der ganze untere Teil des Schiffs Nord-, der obere Teil Südmagnetismus, indessen liegt hier der Nordpol unten an Steuerbord- und der Südpol oben an Backbordseite. Es wird deshalb auf diesem Schiffe das Nordende der Kompaßnadel längs der ganzen Mittschiffslinie nach der Backbordseite angezogen.

Hiernach wird man sich leicht von der Verteilung des festen Schiffsmagnetismus auf anderen Baukursen ein Bild machen können, und es ist einleuchtend, daß auf jedem Schiffe der Schiffsteil das Nordende der Kompaßnadel anzieht, der während des Baues südlich vom Kompaßorte sich befand.

Die Stärke des festen Schiffsmagnetismus ändert sich nach dem Stapellaufe mehr oder weniger, und es ist vorteilhaft, während der Ausrüstung das Schiff auf den der Baulage entgegengesetzten Kurs zu legen, um den während des Baues erworbenen Magnetismus möglichst zu verringern. Erst nach ein bis zwei Jahren wird dieser Magnetismus dauernd fest, solange das Schiff vor heftigen Erschütterungen, Blitzschlägen u. dgl. bewahrt bleibt.

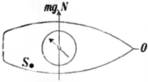
§ 116. Wirkung des festen Magnetismus auf den Kompaß. Man nehme eine bestimmte Baulage des Schiffs an, z. B. magn. *NO z N*, so wird für einen in der Mittschiffsebene aufgestellten Kompaß der Nordpol des festen Schiffsmagnetismus, in Fig. 78 durch X bezeichnet, 3 Strich von vorn an Backbord, und der mit *S* bezeichnete Südpol ihm gegenüber, 3 Strich von achtern an Steuerbord zu suchen sein.

Fig. 78.



Liegt nun das Schiff magn. *NO z N* an, so wirken Erd- und Schiffsmagnetismus in gerade entgegengesetzter Richtung auf den Kompaß: Der Erdmagnetismus zieht das Nordende der Nadel nach Nord, während der Südpol *S* das Nordende der Nadel nach Süd zu richten strebt. Eine Ablenkung des Kompasses kann daher nicht entstehen, wohl aber wird seine Richtkraft geschwächt, was sich durch langsameres Schwingen der aus ihrer Ruhelage abgelenkten Nadel zu erkennen gibt.

Fig. 79.



Bei Rechtsdrehung des Schiffs bis auf Ostkurs bewegt sich der Südpol *S* in bezug auf den Kompaß nach hinten (Fig. 79), zieht also das Nordende der Nadel ebenfalls nach hinten und ruft somit eine westliche Ablenkung hervor. Diese wird nun bei weiterer Drehung des Schiffs zunehmen, ihren größten Wert erreichen, wenn das Schiff nach Kompaß *SO z O* anliegt, und dann abnehmen, bis das Schiff dem Baukurse entgegengesetzt, also magn. *SW z S* anliegt (Fig. 80). Nun liegt der achter an Steuerbord befindliche Südpol *S* wieder im magnetischen Meridian und wirkt hier mit dem Erdmagnetismus in gleicher Richtung, so daß eine Ablenkung nicht entstehen kann. Es wird aber durch diese vereinigte Anziehung die Richtkraft des Kompasses verstärkt, infolgedessen die Nadel, aus ihrer Ruhelage abgelenkt, schnellere Schwingungen machen wird als am Lande unter dem alleinigen Einflusse des Erdmagnetismus.

Fig. 80.

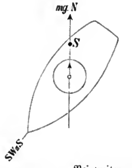
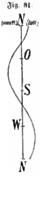


Fig. 81.



Bei weiterer Drehung des Schiffs wird die entgegengesetzte Ablenkung, also östliche, hervorgerufen, und ihr ganzer Verlauf kann durch nebenstehende Ablenkungskurve (Fig. 81) veranschaulicht werden.

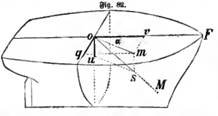
Man sieht, daß die Ablenkung in einem Halbkreise der Rose östlich, im anderen westlich ist, und nennt eine in dieser Weise verlaufende Ablenkung eine halbkreisartige (semizirkulare) Ablenkung.

Unser Beispiel zeigt ferner, daß die durch den festen Schiffsmagnetismus bewirkte Ablenkung auf dem Baukurse und auf dem entgegengesetzten Kurse Null ist und ihren größten Wert auf den beiden Kompaßkursen erreicht, die mit dem Baukurse einen Winkel von 8 Strich bilden. Da dieser größte Wert der Ablenkung einmal östlich (+), das andere Mal aber westlich (—) ist, so ist der ganze Verlauf dieser Ablenkung vom Baukurse ab gerechnet rund um den Kompaß ein eben solcher, wie der des Sinus von 0 bis 360°. Man findet daher für

einen beliebigen Kompaßkurs z' die durch den festen Schiffsmagnetismus erzeugte Ablenkung = Größtem Wert dieser Ablenkung mal $\sin(z_0 - z')$, worin z_0 den Baukurs bezeichnet.

§ 117. Zerlegung der Kraft des festen Schiffsmagnetismus. Um nicht wie obige Gleichung es verlangt, den zur Berechnung der Ablenkung erforderlichen Winkel vom Baukurse aus nehmen zu müssen, statt dieses Winkels vielmehr den Kompaßkurs selbst einzuführen, zerlegt man die Kraft des festen Schiffsmagnetismus zunächst in zwei Seitenkräfte oder Komponenten, wovon die eine in der Horizontalebene der Kompaßrose und die andere in der Vertikalen des Kompaßmittelpunkts liegt. In Fig. 82 sei M der das Nordende der Kompaßnadel anziehende Pol des festen Schiffsmagnetismus und o der Mittelpunkt des Kompasses in der Mittschiffslinie oF, so ist oM die Richtung, in der der Schiffsmagnetismus auf den Kompaß wirkt, wobei man die Länge der Kompaßnadel als verschwindend klein gegen die Entfernung des Pols M vernachlässigt. Ist diese Voraussetzung zulässig, so kann man die Wirkung des Schiffsmagnetismus auf beide Pole der Nadel der doppelten Wirkung auf den Nordpol allein gleichsetzen.

Fig. 82.



Bezeichnet os die Größe der von M aus auf die Kompaßnadel wirkenden Kraft, so fälle man die Senkrechte sm auf die Horizontalebene der Kompaßrose, verbinde m mit o, ergänze das rechtwinklige Dreieck oms zu dem Rechteck $ousm$, so ist om die in der Horizontalebene und ou die vertikal nach unten wirkende Komponente zur Kraft os. Die Kraft om zerlegt man nochmals in die beiden Komponenten ov und oq, von denen ov horizontal nach vorn und oq hierauf senkrecht, horizontal nach Steuerbord wirkt. Bezeichnet man den Winkel mov mit α, so ist

$$ov = om \cdot \cos\alpha$$

und

$$oq = om \cdot \sin\alpha .$$

Die nach vorn wirkende Kraft ov bezeichnet man mit P und die nach Steuerbord wirkende Kraft oq mit Q. Dividiert man die untere Gleichung durch die obere, so erhält man

$$\frac{Q}{P} = \tang\alpha \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1).$$

Die Kraft P ist als positiv oder negativ zu betrachten, je nachdem sie das Nordende der Kompaßnadel nach vorn zieht oder nach hinten zu abstößt, und die Kraft Q erhält das positive oder negative Vorzeichen, je nachdem sie das Nordende der Nadel nach Steuerbord oder nach Backbord ablenkt.

Der Winkel α am Mittelpunkte des Kompasses, der von der Richtung nach vorn und von der horizontalen Richtungslinie nach dem Südpol des festen Schiffsmagnetismus gebildet wird, wird von vorn nach Steuerbord herum gerechnet und führt den Namen „Steuerbordswinkel“. Da die Richtung, in der der feste Schiffsmagnetismus wirkt, von dem Baukurse abhängig ist, so liegt z. B. bei dem Baukurse NO der Nordpol dieses Schiffsmagnetismus 4 Strich an Backbord, der Südpol 12 Strich an Steuerbord, also $\angle\alpha = 12$ Strich. Auf den Kursen 16 Str. $- \alpha$ und 32 Str. $- \alpha$ liegt demnach das Schiff den Baukurs oder den entgegengesetzten Kurs an, und die hier betrachtete Ablenkung des Kompasses ist bei beiden Kursen Null.

Fig. 83.



Um nun die Beziehung zwischen der nach vorn gerichteten Kraft P und der durch sie verursachten Ablenkung zu ermitteln, sei in Fig. 83 oN die Richtung nach magn. Nord, oF die Kielrichtung des Schiffs; in o befinde sich der Kompaß und on stelle die Kraft dar, die das Nordende der Nadel nach magn. Nord richtet. Diese Kraft ist im allgemeinen die Horizontalkraft des Erdmagnetismus, die mit H bezeichnet wird; indessen ist schon erwähnt, daß die Richtkraft der Nadel auf verschiedenen Kursen verschieden ist, daß sie durch den Einfluß des Schiffsmagnetismus verstärkt und geschwächt wird. Da nun dieselbe Linie auch nur eine Kraft darstellen kann, so nimmt man statt der verschiedenen Richtkräfte nach magn. Nord das Mittel aller Richtkräfte an und bezeichnet diese mittlere Richtkraft nach magn. Nord mit $\lambda \cdot H$. Der Faktor λ bedeutet dabei eine Zahl, deren Größe von der Wirkung des gesamten Schiffsmagnetismus abhängig ist.

Bezeichnet ferner ov die das Nordende der Nadel nach vorn ablenkende Kraft P, so ist zu den beiden Kräften on und ov, or die Mittelkraft, in deren Richtung sich die Nadel einstellt, und folglich ist Winkel $nor = \delta_p$ die Ablenkung des Kompasses.

Der Winkel *nov* ist der magnetische, mit z zu bezeichnende Kurs des Schiffs, während Winkel *rov* den Kompaßkurs z' angibt.

Da *onrv* ein Parallelogramm ist, so ist $\angle orn = \angle rov = z'$, mithin gibt das Dreieck *onr*

$$\sin \delta_P : \sin z' = nr : on$$

oder

$$\sin \delta_P = \frac{P}{\lambda \cdot H} \cdot \sin z'.$$

$\frac{P}{\lambda \cdot H}$ muß ein echter Bruch sein, wenn der Kompaß zu gebrauchen sein soll; somit kann man $\frac{P}{\lambda \cdot H} = \sin B_1$ setzen und erhält durch Einsetzen dieses Werts in die vorige Gleichung

$$\sin \delta_P = \sin B_1 \cdot \sin z'$$

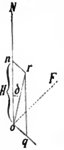
oder näherungsweise, wenn δ_P und B_1 nicht zu groß sind,

$$\delta_P \cdot \sin 1^\circ = B_1 \cdot \sin 1^\circ \cdot \sin z',$$

folglich

$$\delta_P = B_1 \cdot \sin z' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2).$$

Fig. 84.



In Fig. 84 haben die Linien *on* und *oF* dieselbe Bedeutung wie vorher; *oq* sei rechtwinklig zur Kielrichtung *oF* und stelle die horizontal nach Steuerbord wirkende Kraft Q dar, so ist im Parallelogramm *onrq* die Linie *or* die Mittelkraft, also die Richtung der durch die beiden Kräfte *on* und Q eingestellten Nadel, und Winkel $nor = \delta_Q$ ist die durch Q verursachte Ablenkung des Kompasses. Der Winkel *nro* ist gleich $roq = 90^\circ + z'$, und Dreieck *onr* liefert:

$$\sin \delta_Q : \sin (90^\circ + z') = nr : on$$

oder

$$\sin \delta_Q = \frac{Q}{\lambda \cdot H} \cdot \cos z'.$$

Aus denselben Gründen wie vorhin kann man

$$\frac{Q}{\lambda \cdot H} = \sin C_1$$

und statt der Sinus von δ_Q und C_1 die Winkel selbst setzen, erhält somit

$$\delta_Q = C_1 \cdot \cos z' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3).$$

Addiert man die Gleichungen 2) und 3), so erhält man die durch den festen Schiffsmagnetismus verursachte Kompaßablenkung für irgend einen Kompaßkurs z' durch die Gleichung

$$\delta_P + \delta_Q = B_1 \cdot \sin z' + C_1 \cdot \cos z' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{I}).$$

Die vertikal nach unten wirkende Komponente *ou* in Fig. 82 hat, solange das Schiff gerade liegt, und dies wird vorläufig angenommen, keine ablenkende Wirkung auf die Kompaßnadel.

§ 118. Wirkung des flüchtigen Schiffsmagnetismus. Die im Schiffe vorhandenen Massen des weichen Eisens haben entweder eine vertikale, eine horizontale oder auch eine schräge Lage. Der Magnetismus der in schräger Lage befindlichen Eisenmassen wirkt zu einem Teile wie der in vertikalen und zum anderen Teile wie der in horizontalen Eisenmassen erregte Magnetismus, und daher genügt es, zu untersuchen, wie vertikal stehendes und wie horizontal liegendes weiches Eisen auf den Kompaß wirkt.

1. Wirkung des flüchtigen Magnetismus vertikaler Eisenmassen.

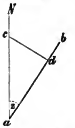
Durch die Wirkung der Vertikalkraft Z des Erdmagnetismus erhält vertikales Eisen auf Nordbreite am oberen Ende einen magnetischen Süd- und am unteren Ende einen Nordpol. Solange das Schiff in derselben magnetischen Breite ist, bleibt die Stärke des in vertikalem Eisen erregten flüchtigen Magnetismus bei allen Kursen unverändert, und es wirkt daher dieser Magnetismus ebenso auf die Kompaßnadel während des Schwajens des Schiffs wie der feste Schiffsmagnetismus. Die Wirkung einer vertikalen Eisenstange, wie sie in § 110 beschrieben wurde, ist daher eine halbkreisartige Ablenkung des Kompasses, die für irgend einen Kompaßkurs z' erhalten wird, wenn man ihren Höchstbetrag mit dem Sinus des Winkels multipliziert, der zwischen dem Kurse, auf dem die Ablenkung Null ist, und dem Kurse z' enthalten ist.

Auf hölzernen Schiffen ist dieser Winkel gewöhnlich wegen des gleichmäßig verteilten Eisens der Kurs *z'* selbst, indem die Ablenkung auf Nord- und Südkurs Null ist. In diesem Falle ist die Änderung der hier betrachteten Ablenkung dem Sinus des Kompaßkurses proportional. Bei einem auf dem Achterdeck aufgestellten Kompasse ist dann die Ablenkung im östlichen Halbkreise östlich und im westlichen Halbkreise westlich; auf südmagnetischer Breite ist es umgekehrt, da dann im oberen Ende der vertikalen Eisenmassen ein nordmagnetischer Pol entsteht.

2. **Wirkung des flüchtigen Magnetismus horizontaler Eisenmassen.**

Während die Stärke des festen Schiffsmagnetismus sowohl wie die des flüchtigen Magnetismus vertikaler Eisenmassen beim Schwajen des Schiffs unverändert bleibt, ändert sich die Stärke des flüchtigen Magnetismus horizontaler Eisenmassen, sowie diese ihre Lage gegen den magnetischen Meridian verändern. Denkt man sich nämlich eine dünne Stange aus weichem Eisen, so wird diese durch die Wirkung des Erdmagnetismus nur in ihrer Längsrichtung flüchtigen Magnetismus aufnehmen, d. h. es entsteht nur an jedem Ende der Stange ein mit dem anderen ungleichnamiger Pol. Liegt solche Stange horizontal und im magnetischen Meridian, so erhält das nach Nord gerichtete Ende nördlichen, das entgegengesetzte Ende südlichen Magnetismus, und die Stärke dieses Magnetismus ist proportional der Horizontalkraft H der Erde, da nur durch diese allein der Magnetismus in der Stange erregt wird. Bildet dagegen die Richtung der horizontalen Stange ab (Fig. 85) den Winkel z mit dem magnetischen Meridian aN, so muß die durch die Horizontalkraft H in der Stange erregte magnetische Kraft schwächer sein als in der Nordsüdrichtung. Bezeichnet ac die Größe der Kraft, die die Stange in der Nordsüdrichtung aufnimmt, und ist cd senkrecht auf ab gefällt, so stellt ad die Größe der in der Stange erregten magnetischen Kraft in der Richtung ab dar, und es ist

Fig. 85.



$$ad = ac \cdot \cos z.$$

Der Winkel z ist das magnetische Azimut der horizontalen Stange und ist dieses $= 90°$, liegt also die Stange Ost-West, so ist $ad = 0$, weil $\cos 90° = 0$ ist. Allgemein ist also die Stärke des in der horizontalen Stange erregten Magnetismus dem Produkte $H \cdot \cos z$ proportional.

Fig. 86.

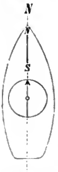
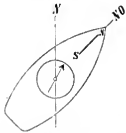


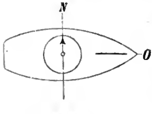
Fig. 87.



Um die Wirkung solcher Eisenstange auf die Kompaßnadel zu veranschaulichen, denke man sich die Stange längsschiffs vor einen in der Mittschiffslinie aufgestellten Kompaß gelegt, der durch anderes Eisen weiter nicht beeinflußt wird. Liegt dann das Schiff magnetisch Nord an, so ist der Südpol S der Stange dem Nordende der Kompaßnadel zugekehrt und der Magnetismus der Stange wirkt in derselben Richtung wie der Erdmagnetismus. Es kann also keine Ablenkung der Nadel entstehen, doch wird ihre Richtkraft verstärkt (s. Fig. 86).

Wird dann das Schiff rechts herum geschwajt, so lenkt der Südpol S der Stange das Nordende der Nadel nach rechts ab und ruft also östliche Ablenkung hervor, die mehr und mehr wächst, bis das Schiff magnetisch NO anliegt (Fig. 87).

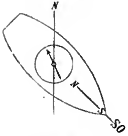
Fig. 88.



Darnach nimmt bei weiterem Schwajen die Ablenkung wieder ab und wird gleich Null, wenn das Schiff magn. Ost anliegt, da auf diesem Kurse der Magnetismus der Ost-West liegenden Stange gänzlich verschwindet (Fig. 88).

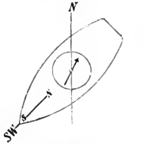
Auf südöstlichen Kursen (Fig. 89) wechselt die Stange ihre Pole, es ist jetzt der Nordpol der Stange dem Kompasse zugekehrt, der das Nordende der Nadel abstößt und dadurch eine westliche Ablenkung verursacht. Diese erreicht auf *SO*-Kurs ihren größten Wert und ist wieder gleich Null, wenn das Schiff magn. Süd anliegt, da dann wie auf Nordkurs der Magnetismus der Stange und der der Erde nach derselben Richtung wirken und folglich die Richtkraft der Nadel verstärken.

Fig. 89.



Auf südwestlichen Kursen wird, wie Fig. 90 zeigt, eine in gleicher Weise verlaufende östliche Ablenkung erzeugt, die auf magnetischem Westkurse Null wird, da in dieser Lage die Stange unmagnetisch ist.

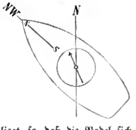
Fig. 90.



Bei weiterer Drehung des Schiffs findet wieder ein Wechsel der Pole in der Stange statt; der dem Kompasse jetzt zugekehrte Südpol (Fig. 91) zieht das Nordende der Nadel nach links und bewirkt dadurch westliche Ablenkung, die auf magn. *NW*-Kurs ihren größten Wert erreicht.

Trägt man diese Ablenkungen in ein Diagramm ein, so ergibt sich eine Ablenkungskurve wie die in Fig. 92 dargestellte. Da diese Ablenkung mit jedem Quadranten wechselt, so bezeichnet man sie als viertelkreisartige oder quadrantale Ablenkung. Diese heißt positiv, wenn sie im *NO*- und *SW*-Quadranten östlich und im *NW*- und *SO*-Quadranten westlich ist.

Fig. 91.



Hätte die Eisenstange sich hinter dem Kompasse befunden, so würde sie dieselbe Ablenkung des Kompasses verursacht haben, wovon man sich durch entsprechende Figuren leicht überzeugen kann.

Eine negative viertelkreisartige Ablenkung, deren Verlauf ein entgegengesetzter ist, wird durch eine horizontale Eisenstange erzeugt, die nicht vor oder hinter dem Kompasse, sondern unter oder über ihm liegt, so, daß die Nadel sich zwischen beiden Enden der Stange befindet.

Stellt *NS* (Fig. 93) eine solche Stange dar, so entsteht in ihr auf magn. Nord kurs in *N* ein magnetischer Nord- und in *S* ein Südpol; die Nadel wird nicht abgelenkt, aber ihre Richtkraft wird geschwächt, da die gleichnamigen Pole der Stange und der Nadel einander zugekehrt sind.

Fig. 92.



Fig. 93.

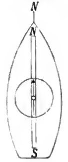


Fig. 94.

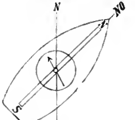
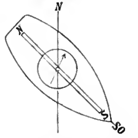


Fig. 95.



Auf nordöstlichen Kursen stößt der vorn befindliche Nordpol N der Stange (Fig. 94) das Nordende der Nadel ab und bewirkt somit eine westliche Ablenkung, die wie vorhin auf *NO*-Kurs am größten ist, dann abnimmt und verschwindet, wenn das Schiff magn. Ost anliegt, weil die Stange in dieser Lage unmagnetisch ist.

Bei weiterer Drehung findet ein Wechsel der Pole in der Stange statt; der jetzt vorn befindliche Südpol S (Fig. 95) zieht das Nordende der Nadel nach rechts vom magnetischen Meridian und bewirkt also östliche Ablenkung, die auf *SO*-Kurs am größten ist und auf Südkurs wieder verschwindet. In gleicher Weise entsteht auf südwestlichen Kursen westliche und auf nordwestlichen Kursen wieder östliche Ablenkung. Die zutreffende Ablenkungskurve zeigt Fig. 96.

Fig. 96.



Hervorzuheben ist noch, daß durch solche Stange die Richtkraft der Kompaßnadel auf allen Kursen, ausgenommen natürlich auf Ost- und Westkurs, geschwächt wird, während durch die zuerst betrachtete Stange die Richtkraft der Nadel durchgehends verstärkt wird.

Um den Verlauf dieser viertelkreisartigen Ablenkung mathematisch darzustellen, muß man bedenken, daß sich die Ablenkung von 0 bis zu ihrem größten Werte auf einem der vier Hauptzwischenstriche ändert, wenn der magnetische Kurs von 0° bis 45° ändert. Die Änderung dieser Ablenkung ist daher dem Sinus des doppelten Kurswinkels proportional. (Genau genommen ist dies nicht eigentlich der Kurswinkel sondern ein Winkel, der von einem Punkte zwischen magn. Nord und dem abgelenkten Kompaßnord zu zählen ist.)

Denkt man sich die Eisenstange seitwärts vom Kompasse und querschiffs gelegt, so wird man durch dieselbe Betrachtung wie vorhin finden, daß durch diese Stange eine negative viertelkreisartige Kompaßablenkung erzeugt wird, dagegen eine positive, wenn die querschiffs liegende Stange so über oder unter dem Kompasse liegt, daß dessen Nadel sich zwischen beiden Enden der Stange befindet.

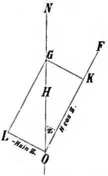
§ 119. Zerlegung des Erdmagnetismus. Um den flüchtigen Schiffsmagnetismus nach den drei Hauptrichtungen des Schiffs, horizontal nach vorn, horizontal nach Steuerbord und vertikal nach unten, zerlegen zu können, muß man zunächst die diesen Magnetismus erregende Kraft, d. i. den Erdmagnetismus, ebenfalls nach diesen Richtungen zerlegen. Nach § 90 ist

$$H = T \cdot \cos J\,;\ \ Z = T \cdot \sin J$$

und

$$\operatorname{tang} J = \frac{Z}{H}\,,$$

Fig. 97.



worin T die Gesamt- oder Totalkraft des Erdmagnetismus, H dessen Horizontal-, Z dessen Vertikalkomponente und J die magnetische Neigung bezeichnet.

Ist in Fig. 97 ON die magnetische Nordsüdlinie, OF die Kielrichtung des Schiffs, also Winkel z sein magnetischer Kurs und OG die Horizontalkraft H, so sind deren Komponenten, horizontal nach vorn $= OK$ und horizontal nach Steuerbord $= -OL$. Das negative Vorzeichen ist hier deshalb zu nehmen, weil die Kraftlinie OL nach Backbord gerichtet ist.

Aus dem rechtwinkligen Dreieck OGK, dessen Seite $GK = OL$ ist, ergibt sich

$$OK = H \cdot \cos z$$
$$OL = -H \cdot \sin z \, .$$

Die drei Komponenten von T sind demnach:

1. horizontal nach vorn $= H \cdot \cos z$
2. horizontal nach Steuerbord $= -H \cdot \sin z$
3. vertikal nach unten $= Z$.

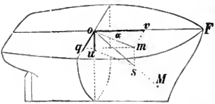
§ 120. Zerlegung des flüchtigen Schiffsmagnetismus. Denkt man sich den flüchtigen Magnetismus in einer Masse weichen Eisens, statt durch die Gesamtkraft T des Erdmagnetismus, durch deren drei Komponenten einzeln erregt, so entstehen in der Eisenmasse die drei mit M_1, M_2, M_3 bezeichneten magnetischen Kräfte:

$$M_1 = m \cdot H \cdot \cos z$$
$$M_2 = -m' \cdot H \cdot \sin z$$
$$M_3 = m'' \cdot Z \, ,$$

worin m, m' und m'' Zahlenwerte sind, von denen jeder kleiner als 1 ist, und die von der Form, Größe, Lage und der inneren Beschaffenheit des Eisens abhängen, jedoch für dieses einen unveränderlichen Wert behalten, welche Lage auch das Eisen zum magnetischen Meridian haben mag.

Diese drei Kräfte kann man sich versinnlicht denken durch dünne Stangen aus weichem Eisen, von denen die erste horizontal längsschiffs, die zweite horizontal querschiffs liegt und die dritte vertikal steht.

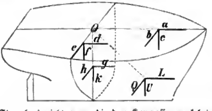
Fig. 82.



Denkt man sich nun diese drei Stangen, die der Reihe nach mit L, Q, U bezeichnet werden, vom Punkte M (Fig. 82) ausgehend, so wirkt jede dieser Stangen mit dem Ende, das dem Kompasse am nächsten liegt, in derselben Richtung auf die Kompaßnadel, deren Länge im Vergleich zur Entfernung der Stangen als verschwindend klein anzunehmen ist. Eine weitere Annahme ist die, daß die Wirkung des vom Kompasse abgewandten Endes jeder Stange gegen die Wirkung des anderen Endes nicht in Betracht kommt.

Jede dieser drei magnetischen Kräfte, die durch die Stangen L, Q, U dargestellt sind, zerlegt man so, wie es beim festen Magnetismus geschah, in die drei Komponenten ov, oq, ou (Fig. 82), die man wieder durch dünne Stangen aus weichem Eisen darstellen kann: die Kraft der L-Stange durch die mit L parallelen, längsschiffs liegenden Stangen a, d, g, (Fig. 98), von denen a recht vor dem Kompasse, d so liegt, daß das dem Kompasse am nächsten liegende Ende querab von ihm ist und g sich vertikal unter dem Kompasse befindet.

Fig. 98.



Die Kraft der Q-Stange liefert als Komponenten die querschiffs liegenden Stangen b, e und h, von denen das recht vor dem Kompasse liegende Ende von b das Nordende der Nadel nach vorn und die e-Stange das Nordende der Nadel nach Steuerbord zieht, wenn die dem Kompasse zugekehrten Enden südmagnetisch sind.

Als Komponenten des in der U-Stange erregten Magnetismus erhält man die Stangen c, f und k. Läßt man die vertikal nach unten wirkenden Kräfte, die durch die Stangen g, h und k versinnlicht werden, vorläufig außer acht, da sie bei gerade liegendem Schiffe die Kompaßnadel nicht ablenken, so sind zunächst die Kräfte in Betracht zu ziehen, die dargestellt werden können durch

die a- und d-Stangen,
die b- und e-Stangen,
die c- und f-Stangen.

Denkt man sich nun vier Eisenkörper um den Kompaß verteilt, je einen an Steuer- und Backbord, vor und hinter dem Kompasse, so kann die magnetische Kraft jedes dieser Eisenkörper in Komponenten zerlegt werden, die durch die oben beschriebenen Stangen dargestellt werden können. Alle diese Stangen gruppieren sich um den Kompaß so, wie es in den Figuren 99, 100, 101 und 102 angedeutet ist. Die

Fig. 99.

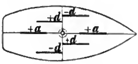


Fig. 100.

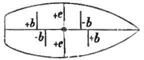
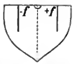


Fig. 101.

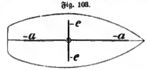


Fig. 102.



den Stangen beigefügten Vorzeichen, + und —, entsprechen der Wirkung dieser Stangen auf die Kompaßnadel im Vergleich mit der Wirkung der Stangen in Fig. 98, die sämtlich mit dem positiven Vorzeichen zu denken sind. Es ist ersichtlich, daß bei gleichem Eisen und bei gleicher Verteilung des Eisens an Steuerbord- und Backbordseite die Wirkungen der d-, b- und f-Stangen auf den Kompaß sich gegenseitig aufheben, so daß nur die Wirkungen der a-, e- und c-Stangen übrig bleiben, und daß auch die Wirkungen der c-Stangen sich aufheben, wenn das Eisen vor und hinter dem Kompasse gleich verteilt liegt.

Fig. 103.



Die durch die L- und Q-Stangen dargestellten magnetischen Kräfte von ausgedehnten Eisenmassen da, wo der Kompaß steht, liefern a- und e-Stangen, wie sie in Fig. 103 angedeutet sind. Die Wirkungen dieser Stangen auf die Kompaßnadel sind denen der a- und e-Stangen in Fig. 98 entgegengesetzt, wie schon in § 118 in bezug auf eine a-Stange gezeigt wurde. Eine $-a$-Stange entsteht z. B. durch den Kiel, die Schraubenwelle, die Kessel, wenn sie unter dem Kompasse liegen u. dgl. Eine $-e$-Stange wird von querschiffs liegenden Eisenmassen geliefert, von Decksbalken, Schotten u. dgl.

Fig. 104.

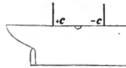
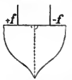


Fig. 105.



Die U-Stangen solcher Eisenkörper, die sich oberhalb des Kompasses befinden, liefern die in Fig. 104 und 105 gezeichneten c- und f-Stangen.

Hiernach kann man sich also die Gesamtkraft des flüchtigen Schiffsmagnetismus in die Komponenten zerlegt denken, die durch die in Fig. 98 gezeichneten Stangen dargestellt sind.

Der Magnetismus einer längsschiffs liegenden Stange wird allein durch die horizontal nach vorn gerichtete magnetische Erdkraft erregt, ist also dieser Kraft, die nach § 119 $= H \cdot \cos z$ ist, proportional; ebenso ist die magnetische Kraft einer querschiffs liegenden Stange proportional der sie erregenden Kraft, die $= -H \cdot \sin z$ ist, und der in vertikalen Stangen durch die vertikal nach unten gerichtete magnetische Kraft der Erde erregte Magnetismus ist dieser Kraft, Z, proportional.

Die Buchstaben a, b, c, d, e, f, g, h, k, die die Stangen bezeichnen, sollen nun zugleich die Koeffizienten sein, die den Teil des Erdmagnetismus ausdrücken, den jede Stange aufzunehmen fähig ist; dann sind die horizontal nach vorn wirkenden Kraftkomponenten des flüchtigen Schiffsmagnetismus:

1. $a \cdot H \cdot \cos z$, die als a-Komponente bezeichnet werde;
2. $-b \cdot H \cdot \sin z$, „ „ b-Komponente „ „ ;
3. $c \cdot Z$ „ „ c-Komponente „ „ ;

und die horizontal nach Steuerbord wirkenden Komponenten:

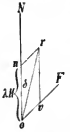
4. $d \cdot H \cdot \cos z$, die als d-Komponente bezeichnet werde;
5. $-e \cdot H \cdot \sin z$, „ „ e-Komponente „ „ ;
6. $f \cdot Z$ „ „ f-Komponente „ „ .

In diesen Ausdrücken sind die Koeffizienten a, b, c, d, e, f für dasselbe Schiff und denselben Kompaßort unveränderliche Größen, solange die Beschaffenheit und Anordnung des weichen Eisens um den Kompaß herum unveränderlich bleibt.

§ 121. Die durch den flüchtigen Schiffsmagnetismus verursachte Ablenkung des Kompasses.

1. Wirkung der c- und f-Komponenten.

Fig. 83.



Unter Benutzung der Fig. 83 ist die nach vorn wirkende Kraft ov hier $= c \cdot Z$; man erhält also aus Dreieck onr die Gleichung

$$\sin \delta_c = \frac{c \cdot Z}{\lambda H} \cdot \sin z'$$

oder, da $\frac{Z}{H} = \operatorname{tang} J$ ist (§ 90),

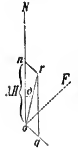
so ist $\sin \delta_c = \frac{c}{\lambda} \cdot \operatorname{tang} J \cdot \sin z'$.

Setzt man $\frac{c}{\lambda} \cdot \operatorname{tang} J = \sin B_2$ und führt diesen Wert ein,

so ist $\sin \delta_c = \sin B_2 \cdot \sin z'$, oder wenn δ_c und B_2 keine großen Winkel sind, $\delta_c = B_2 \cdot \sin z'$ . . . . 1).

Setzt man in Fig. 84 die nach Steuerbord wirkende Kraft $oq = f \cdot Z$, so ergibt sich

Fig. 84.



$$\sin \delta_f = \frac{f \cdot Z}{\lambda \cdot H} \cdot \cos z'$$

oder wie vorhin $\sin \delta_f = \frac{f}{\lambda} \cdot \operatorname{tang} J \cdot \cos z'$.

Es sei $\frac{f}{\lambda} \cdot \operatorname{tang} J = \sin C_2$,

so wird $\sin \delta_f = \sin C_2 \cdot \cos z'$

oder $\delta_f = C_2 \cdot \cos z'$ . . . . 2).

Addiert man die Gleichungen 1) und 2), so erhält man

$$\delta_c + \delta_f = B_2 \cdot \sin z' + C_2 \cdot \cos z' \quad \text{. . . . . . II).}$$

Diese Ablenkung entspricht der durch vertikales weiches Eisen hervorgerufenen halbkreisartigen Ablenkung (s. § 118).

2. Wirkung der a- und e-Komponenten.

Setzt man in Fig. 83 $ov = a \cdot H \cdot \cos z$, so erhält man

$$\sin \delta_a = \frac{a \cdot H \cdot \cos z}{\lambda \cdot H} \cdot \sin z'$$

oder $\sin \delta_a = \frac{a}{\lambda} \cdot \cos z \cdot \sin z'$.

Unter der Annahme, daß δ_a nicht groß ist, kann man hier z durch z' ersetzen, und da $\sin \alpha = 2 \sin \frac{1}{2} \alpha \cdot \cos \frac{1}{2} \alpha$ ist, so wird

$$\sin \delta_a = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{\lambda} \cdot \sin 2 z' \quad \text{. . . . . 3).}$$

Die querschiffs wirkende Komponente, $-e \cdot H \cdot \sin z$, in Fig. 84 statt der Kraft oq gesetzt, ergibt:

$$\sin \delta_e = -\frac{e \cdot H \cdot \sin z}{\lambda \cdot H} \cdot \cos z'.$$

Auf demselben Wege wie vorhin erhält man hieraus:

$$\sin \delta_e = -\tfrac{1}{2} \cdot \frac{e}{\lambda} \cdot \sin 2 z' \quad \ldots \ldots \ldots \quad 4).$$

$$\sin \delta_a + \sin \delta_e = \frac{1}{2 \cdot \lambda}(a - e) \cdot \sin 2 z'. \quad (3) \text{ und } 4) \text{ addiert.)}$$

Setzt man $\frac{1}{2 \cdot \lambda}(a - e)$ oder $\frac{1}{\lambda} \cdot \left(\frac{a - e}{2}\right) = \sin D$

und statt der Sinus der kleinen Winkel diese selbst, so wird

$$\delta_a + \delta_e = D \cdot \sin 2 z' \quad \ldots \ldots \ldots \quad \text{III)}.$$

Als Ursache dieser Ablenkung ist alles das horizontale weiche Eisen anzusehen, dessen magnetische Achsen gegen den Mittelpunkt des Kompasses gerichtet sind.

3. Wirkung der b- und d-Komponenten.

Die nach vorn wirkende Komponente $-b \cdot H \cdot \sin z$ statt ov in Fig. 83 gesetzt, liefert die Gleichung:

$$\sin \delta_b = -\frac{b \cdot H \cdot \sin z}{\lambda \cdot H} \cdot \sin z'$$

oder

$$\sin \delta_b = -\frac{b}{\lambda} \cdot \sin z \cdot \sin z'.$$

Wie vorhin kann näherungsweise $z' = z$ gesetzt werden, also

$$\sin \delta_b = -\frac{b}{\lambda} \cdot \sin^2 z' \quad \ldots \ldots \ldots \quad 5).$$

Die nach Steuerbord wirkende Komponente $d \cdot H \cdot \cos z$ in Fig. 84 statt der Kraft oq gesetzt, ergibt:

$$\sin \delta_d = \frac{d \cdot H \cdot \cos z}{\lambda \cdot H} \cdot \cos z',$$

woraus man auf demselben Wege wie vorhin erhält:

$$\sin \delta_d = \frac{d}{\lambda} \cdot \cos^2 z' \quad \ldots \ldots \ldots \quad 6).$$

Durch Addition von 5) und 6) $\sin \delta_b + \sin \delta_d = \frac{1}{\lambda} \cdot (d \cdot \cos^2 z' - b \cdot \sin^2 z')$.

Durch Multiplikation mit 2λ, $2\lambda(\sin \delta_b + \sin \delta_d) = d \cdot 2\cos^2 z' - b \cdot 2 \sin^2 z'$.

Nach Formel 9 und 10 des § 24, $2\lambda(\sin \delta_b + \sin \delta_d) = d(1 + \cos 2 z') - b(1 - \cos 2 z')$,

$$= d + d \cdot \cos 2 z' - b + b \cdot \cos 2 z',$$

$$= d - b + (d + b) \cdot \cos 2 z'.$$

Durch Division mit 2λ, $\sin \delta_b + \sin \delta_d = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{d - b}{2} + \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{d + b}{2} \cdot \cos 2 z'$.

Man setze $\frac{1}{\lambda} \cdot \frac{d - b}{2} = \sin A$

und $\frac{1}{\lambda} \cdot \frac{d + b}{2} = \sin E$, dann geht die Gleichung

über in $\sin \delta_b + \sin \delta_d = \sin A + \sin E \cdot \cos 2 z'$

oder näherungsweise $\delta_b + \delta_d = A + E \cdot \cos 2 z' \quad \ldots \ldots \ldots \quad \text{IV)}.$

Die Ursache dieser Ablenkung ist horizontales weiches Eisen, dessen magnetische Achsen nicht zentrisch zum Kompasse liegen.

§ 122. Die Gesamtablenkung des Kompasses. Diese setzt sich aus den einzelnen Teilen zusammen, die in §§ 117—121 bestimmt worden sind. Addiert man zunächst die Gleichung I in § 117 und Gleichung II in § 121, so erhält man

$$\delta_P + \delta_Q + \delta_c + \delta_f = B_1 \cdot \sin z' + C_1 \cdot \cos z' + B_2 \cdot \sin z' + C_2 \cdot \cos z'$$

$$= (B_1 + B_2) \cdot \sin z' + (C_1 + C_2) \cdot \cos z'.$$

Setzt man nun $B_1 + B_2 = B$ und $C_1 + C_2 = C$, addiert ferner die Gleichung III und IV in § 121 und bezeichnet die Gesamtablenkung mit δ, so erhält man:

$$\delta = A + B \cdot \sin z' + C \cdot \cos z' + D \cdot \sin 2z' + E \cdot \cos 2z'.$$

§ 123. Formel zur Berechnung der Kompaßablenkung. Nach der Gleichung

$$\delta = A + B \cdot \sin z' + C \cdot \cos z' + D \cdot \sin 2z' + E \cdot \cos 2z'$$

kann die Ablenkung δ für jeden Kompaßkurs z' berechnet werden, wenn die Koeffizienten A, B, C, D, E bekannt sind. Es ist jedoch zu beachten, daß diese Gleichung, wie die vorhergehende Entwickelung zeigt, eine Näherungsformel und nur anwendbar ist, solange die Ablenkung 2 Strich nicht übersteigt.

Die Koeffizienten A, B, C, D, E sind nicht nur für verschiedene Schiffe verschieden — sie drücken sozusagen den magnetischen Charakter des Schiffes aus — sondern sie sind auch auf demselben Schiffe für verschiedene Kompaßorte verschieden und können nur durch Beobachtungen ermittelt werden. Sind sie aber einmal für den Kompaß eines Schiffs bestimmt, so genügen in einer anderen magnetischen Breite schon Ablenkungsbeobachtungen auf nur zwei benachbarten Hauptstrichen, um eine neue Ablenkungstafel berechnen zu können. Auch setzt uns die Kenntnis jener Koeffizienten instand, im voraus die Veränderungen der Ablenkung, die durch Änderung der magnetischen Breite und durch das Schiefliegen des Schiffs verursacht werden, beurteilen zu können.

Es ist $B \cdot \sin z' + C \cdot \cos z'$ die halbkreisartige,

$D \cdot \sin 2z' + E \cdot \cos 2z'$ die viertelkreisartige

und A die unveränderliche oder konstante Ablenkung.

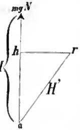
Obgleich die beiden ersten Teile, die halb- sowohl wie die viertelkreisartige Ablenkung, sich beim Schwajen des Schiffs gleichmäßig ändern, und jede dieser Ablenkungen für sich eine regelmäßige Kurve liefert, so zeigt doch häufig auf eisernen Schiffen die Kurve der Gesamtablenkung größere oder kleinere Unregelmäßigkeiten. Diese entstehen dadurch, daß die Nullpunkte der beiden Ablenkungen nicht zusammenfallen, ferner durch Beobachtungsfehler und durch ungünstige Lage der Ausgleichungsmagnete, wenn diese dem Kompasse zu nahe gebracht sind.

§ 124. Die Bedeutung der Koeffizienten und die von der Breite abhängigen Änderungen der Kompaßablenkung.

1. Der Koeffizient λ.

In § 91 wurde als Richtkraft der Magnetnadel das Produkt aus der magnetischen Horizontalkraft der Erde und der magnetischen Kraft der Nadel bezeichnet. Auf die Kompaßnadel an Bord wirkt aber nicht allein die Horizontalkraft H der Erde sondern auch noch die Horizontalkraft des Schiffsmagnetismus richtend, und die Nadel stellt sich in die Richtung der Mittelkraft dieser beiden Kräfte ein. Die Größe dieser Mittelkraft wird im folgenden als die Richtkraft der Kompaßnadel angenommen, wobei also die magnetische Kraft der Nadel selbst außer Betracht bleibt. Diese Kraft hat auf die Ablenkung des Kompasses keinen Einfluß, da die Ablenkung nur allein von dem Verhältnisse der Kräfte des Erd- und Schiffsmagnetismus abhängig ist. Deshalb zeigen auch verschiedene Kompaßrosen von derselben Art, deren Nadeln ungleiche magnetische Stärke besitzen, an derselben Stelle des Schiffs die nämliche Ablenkung.

Fig. 106.



Es sei nun in Fig. 106 oN die magnetische Nordrichtung und gleich der Horizontalkraft H der Erde, or stelle die Richtkraft H' der Kompaßnadel dar, und Winkel $hor = \delta$ sei die Ablenkung der Nadel auf Nordkurs; ist rh senkrecht auf den magnetischen Meridian gefällt, so stellt oh die Richtkraft der Nadel nach magnetisch Nord dar.

Das Verhältnis von oh zu H werde mit n bezeichnet, so daß $oh = n \cdot H$ ist. Das rechtwinklige Dreieck ohr liefert die Gleichung

$$H' \cdot \cos\delta = oh = n \cdot H.$$

Demnach ist für Nord-Kurs $H' \cdot \cos\delta = n \cdot H$

„ NzO-Kurs $H'_1 \cdot \cos\delta_1 = n_1 \cdot H$

„ NNO-Kurs $H'_2 \cdot \cos\delta_2 = n_2 \cdot H$

usw.

Bildet man auf diese Weise für jeden vollen Strich die obige Gleichung, nimmt dann aus allen Gleichungen das Mittel und bezeichnet das Mittel aus den links stehenden Werten, nämlich

$$\frac{H' \cdot \cos\delta + H'_1 \cdot \cos\delta_1 + \ldots\ldots\ldots H'_{31} \cdot \cos\delta_{31}}{32} \text{ mit } H'_m,$$

die mittlere Richtkraft nach magnetisch Nord, so wird

$$H'_m = \frac{n + n_1 + \ldots\ldots\ldots n_{31}}{32} \cdot H.$$

Das Mittel aller Verhältniszahlen n, n_1 usw. wird mit λ bezeichnet, somit ist die mittlere Richtkraft

$$H'_m = \lambda \cdot H$$

oder

$$\frac{H'_m}{H} = \lambda.$$

Der Koeffizient λ ist also das Mittel der Richtkräfte der Kompaßnadel nach magnetisch Nord, ausgedrückt in Einheiten der Horizontalkraft H der Erde, und setzt man $H = 1$, so ist λ gleich der mittleren Richtkraft.

Daß auch das Mittel der Richtkräfte nach magn. Nord auf 4 oder mehr gleich weit voneinander entfernten magnetischen Kursen ebenfalls die mittlere Richtkraft der Nadel gibt, wird ohne weiteres verständlich sein.

Obwohl der feste Schiffsmagnetismus die Richtkraft der Kompaßnadel auf den einzelnen Kursen bedeutend beeinflußt, so übt er doch auf die mittlere Richtkraft und also auf λ keine Wirkung aus, denn wenn auf einem Kurse die Richtkraft der Nadel verstärkt wird, so wird sie auf dem entgegengesetzten Kurse um ebensoviel vermindert. Ebenso verhält es sich mit der Wirkung des flüchtigen Magnetismus vertikaler Eisenmassen und der horizontalen Eisenmassen, deren magnetische Achsen nicht zentrisch zum Kompasse liegen, die nach Vorigem die b- und d-Komponenten liefern.

Anders ist die Wirkung des flüchtigen Magnetismus des horizontalen Eisens, dessen magnetische Achsen zentrisch zum Kompasse liegen, das mit anderen Worten die a- und e-Komponenten liefert.

Ein $+a$ sowohl wie ein $+e$ verstärken die Richtkraft der Nadel auf allen Kursen, und ein $-a$ wie ein $-e$ schwächen die Richtkraft auf allen Kursen, mit Ausnahme der Kurse natürlich, auf denen die Komponenten gleich Null sind.

Es ist daher das Mittel der Richtkräfte der Kompaßnadel nach magn. Nord auf magn. Nord- und Südkurs $= H + a \cdot H$

und auf magn. Ost- und Westkurs $= H + e \cdot H$

folglich die mittlere Richtkraft $H'_m = H + \frac{a + e}{2} \cdot H$,

durch Division mit H, $\frac{H'_m}{H} = 1 + \frac{a + e}{2}$.

Da $\frac{H'_m}{H} = \lambda$ ist, so hat man demnach die Beziehung:

$$\lambda = 1 + \frac{a + e}{2} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{1)}.$$

Auf eisernen Schiffen sind in der Regel $-a$ und $-e$ vorhanden, und daher ist gewöhnlich

$$\lambda = 1 + \frac{-a - e}{2} = 1 - \frac{a + e}{2}.$$

Eine Ausnahme ist es, wenn der Kompaß über einem Oberlichte, über einer Luke oder sonstigen Durchbrechung des Decks in geringer Höhe aufgestellt ist. Hierdurch entsteht ein $+e$. Bei Regelkompassen, die sich in größerer Entfernung vom Deck befinden, ist daher λ kleiner als 1, und folglich die mittlere Richtkraft des Kompasses an Bord kleiner als am Lande; ihre Verminderung beträgt auf eisernen Kauffahrteischiffen durchschnittlich $\frac{1}{7}$ ihres Wertes am Lande, was $\lambda = 1 - \frac{1}{7} = 0{,}86$ ergibt.

Je kleiner λ ist, um so größer wird die Ablenkung des Kompasses, und desto untauglicher wird der Kompaß als Wegweiser auf See.

2. Die Koeffizienten B und C.

Die Sinus*) von B und C, oder was hier als dasselbe angenommen werden kann, die in Teilen des Halbmessers 1 ausgedrückten Bogen B und C stellen die Kräfte dar, die die halbkreisartige Ablenkung verursachen; B ist die längsschiffs und C die querschiffs wirkende Kraft. B ist positiv, wenn es das Nordende der Nadel nach vorn zieht, wenn also die von B erzeugte Ablenkung im östlichen Halbkreise Ost und im westlichen Halbkreise West ist; dagegen ist B negativ, wenn es das Nordende der Nadel nach hinten zieht, wenn also die von B erzeugte Ablenkung im östlichen Halbkreise West und im westlichen Halbkreise Ost ist. C ist positiv, wenn es das Nordende der Nadel nach Steuerbord zieht, wenn also die von C erzeugte Ablenkung im nördlichen Halbkreise Ost und im südlichen Halbkreise West ist; dagegen ist C negativ, wenn es das Nordende der Nadel nach Backbord zieht, wenn also die von C erzeugte Ablenkung im nördlichen Halbkreise West und im südlichen Halbkreise Ost ist.

Da der flüchtige Magnetismus im vertikalen weichen Eisen an demselben Orte unveränderlich bleibt, also wie fester Magnetismus auf die Kompaßnadel wirkt, so kann man sich die Kräfte B und C durch Magnetstäbe ersetzt denken, und zwar:

$+B$ durch einen recht vor dem Kompasse längsschiffs,
$-B$ durch einen recht hinter dem Kompasse längsschiffs,
$+C$ durch einen querschiffs vom Kompasse an Steuerbord,
$-C$ durch einen querschiffs vom Kompasse an Backbord

liegenden Magnetstab, dessen Südpol dem Kompasse zugekehrt ist und dessen magnetische Achse in ihrer Verlängerung die Kompaßmitte trifft.

Die durch die beiden ersten Magnete hervorgerufene Ablenkung des Kompasses ist Null auf Nord- und Südkurs und am größten auf Ost- und Westkurs. Die durch die C-Magnete verursachte Ablenkung dagegen ist Null auf Ost- und Westkurs und am größten auf Nord- und Südkurs.

Solange die Ablenkung des Kompasses kleiner als 2 Strich bleibt, kann man näherungsweise statt der Kräfte $\sin B$ und $\sin C$ ihre Wirkungen, nämlich B und C, den Höchstbetrag der jedesmaligen Ablenkung setzen. B ist demnach, wenn A und E = Null sind, gleich der Ablenkung auf dem Kompaßkurse Ost oder gleich der auf Westkurs mit entgegengesetztem Zeichen; und C ist gleich der Ablenkung auf dem Kompaßkurse Nord oder gleich der auf Südkurs mit entgegengesetztem Zeichen, da die durch D erzeugte viertelkreisartige Ablenkung auf diesen vier Kursen gleich Null ist.

*) B ist aus den beiden Teilen B_1 und B_2 (§§ 117, 121) zusammengesetzt, und es ist

$$\sin B_1 = B_1 \cdot \sin 1^\circ = \frac{P}{\lambda} \cdot \frac{1}{H} \quad (§ 117)$$

$$\sin B_2 = B_2 \cdot \sin 1^\circ = \frac{c}{\lambda} \cdot \operatorname{tang} J \quad (§ 121)$$

also
$$(B_1 + B_2) \cdot \sin 1^\circ = \frac{P}{\lambda} \cdot \frac{1}{H} + \frac{c}{\lambda} \cdot \operatorname{tang} J$$

oder
$$B \cdot \sin 1^\circ = \sin B = \frac{P}{\lambda} \cdot \frac{1}{H} + \frac{c}{\lambda} \cdot \operatorname{tang} J\,.$$

Ebenso wird
$$\sin C = \frac{Q}{\lambda} \cdot \frac{1}{H} + \frac{f}{\lambda} \cdot \operatorname{tang} J\,.$$

Die Teile $\frac{P}{\lambda} \cdot \frac{1}{H}$ und $\frac{Q}{\lambda} \cdot \frac{1}{H}$ rühren von dem festen Schiffsmagnetismus her, während $\frac{c}{\lambda} \cdot \operatorname{tang} J$ und $\frac{f}{\lambda} \cdot \operatorname{tang} J$ durch den flüchtigen Magnetismus im vertikalen weichen Eisen entstehen.

Sind B und C bekannt, so ergibt der Quotient $\frac{C}{B}$ die Tangente des Baukurses (§ 117).

Dieser Kurs liegt im NO-Quadranten bei $-B$ und $+C$.
„ „ „ im SO „ „ $+B$ und $+C$.
„ „ „ im SW „ „ $+B$ und $-C$.
„ „ „ im NW „ „ $-B$ und $-C$.

Sucht man in der Gradtafel B in der Spalte für Br. U. und C in der für Abw., so ist der zugehörige Kurswinkel der Baukurs.

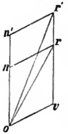
Ist z. B. $B = -3°,8$ und $C = -15°,2$, so findet man unter 76° den Br. U. $= 38,0$ und Abw. $= 152,3$. Der Baukurs ist demnach $N\,76°\,W$.

Es ist dies indessen nur ein Näherungswert, da ja in B und C auch die durch vertikales Eisen verursachte Ablenkung enthalten ist.

Da die Kräfte B und C die halbkreisartige Ablenkung des Kompasses verursachen, so ist klar, daß jede Veränderung von B und C auch eine Änderung der Gesamtablenkung herbeiführt.

Die Stärke des festen Schiffsmagnetismus bleibt, abgesehen von der durch die Zeit oder durch Erschütterungen herbeigeführten Veränderung, an allen Orten der Erde dieselbe. Dagegen hat die Horizontalkraft H der Erde in verschiedenen magnetischen Breiten verschiedene Werte; sie ist an den magnetischen Erdpolen gleich Null und am größten auf dem magnetischen Äquator der Erde. Da beide Kräfte die Kompaßnadel in die Richtung ihrer Mittelkraft stellen, so muß sich die vom festen Schiffsmagnetismus bewirkte Ablenkung bei Veränderung der magnetischen Breite ändern, und zwar im umgekehrten Verhältnis zur Änderung von H; nimmt H zu, so nimmt diese Ablenkung ab und umgekehrt*). Stellt nämlich in Fig. 107 ov die unveränderliche Kraft des festen Schiffsmagnetismus dar und on die Kraft H, so ist or die Mittelkraft und $\angle nor$ die Ablenkung des Kompasses; hat H dann den größeren Wert on', so ist die Ablenkung der $\angle n'or'$, also kleiner als im ersten Falle.

Fig. 107.



Der durch den flüchtigen Magnetismus des vertikalen Eisens hervorgerufene Teil der halbkreisartigen Ablenkung steht zu der diesen Magnetismus erregenden Vertikalkraft Z der Erde in geradem Verhältnis, denn je stärker die Kraft, desto größer ist ihre Wirkung, aber wie aus voriger Figur erhellt, im umgekehrten Verhältnis zur Horizontalkraft H der Erde. Hiernach wird sich bei Veränderung der magnetischen Breite diese Ablenkung ändern im Verhältnis von $Z:H$ oder wie die Tangente der magnetischen Neigung (§ 90, Gl. 4); sie wird nahe den Erdpolen sehr groß, dagegen auf dem magnetischen Erdäquator gleich Null sein und hat auf Nord- und Südbreite entgegengesetzte Vorzeichen**).

---

*) Die Ausdrücke $\frac{P}{\lambda} \cdot \frac{1}{H}$ und $\frac{Q}{\lambda} \cdot \frac{1}{H}$, in denen P, Q, λ unveränderliche Größen sind, stehen zu H in umgekehrtem Verhältnis, also auch die von diesen Ausdrücken abhängigen Koeffizienten B und C.

**) In den Ausdrücken $\frac{c}{\lambda} \cdot \operatorname{tang} J$ und $\frac{f}{\lambda} \cdot \operatorname{tang} J$ ist J, die magnetische Neigung, die veränderliche Größe, die von 90° N durch 0 bis 90° S sich ändern kann; $\operatorname{tang} J$ durchläuft daher die Werte von $+\infty$ bis $-\infty$.

3. Der Koeffizient *D*.

D wird durch den flüchtigen Magnetismus des horizontalen weichen Eisens hervorgerufen, dessen magnetische Achsen zentrisch zum Kompasse liegen.*) Bei in der Mittschiffslinie gut aufgestellten Kompassen bewirkt *D* den größten Teil der viertelkreisartigen Ablenkung; diese und mit ihr *D* sind positiv, wenn die Ablenkung im *NO* und *SW*-Quadranten östlich, im *SO* und *NW*-Quadranten westlich ist, dagegen negativ, wenn die Ablenkung entgegengesetzt verläuft.

Auf die durch *D* bewirkte viertelkreisartige Ablenkung des Kompasses hat die Ortsveränderung des Schiffs keinen Einfluß, weil der in dem horizontalen Eisen erregte Magnetismus der Horizontalkraft der Erde proportional ist. Ändert sich diese Kraft, die die Nadel nach magn. Nord richtet, so ändert sich auch die Stärke der die Nadel ablenkenden Kraft, und zwar in demselben Verhältnis, so daß die Ablenkung der Nadel unverändert bleibt.**)

4. Die Koeffizienten *A* und *E*.

Beide Koeffizienten, *A* und *E*, rühren von dem flüchtigen Magnetismus des horizontalen Eisens her, dessen magnetische Achsen nicht zentrisch zum Kompasse liegen.***) Da solche unregelmäßig um den Kompaß herum verteilte und abgesonderte Eisenmassen bei Regelkompassen nie vorhanden sein sollten, so haben *A* und *E* für solche Kompasse in der Mittschiffslinie ganz unbedeutende Werte. Nur für Steuerkompasse und besonders für seitwärts stehende Kompasse können *A* und *E* bedeutend werden.

A ist positiv, wenn es eine östliche, dagegen negativ, wenn es eine westliche Ablenkung des Kompasses verursacht. Diese durch *A* bewirkte Ablenkung ist auf allen Kursen gleich und heißt daher die **konstante** Ablenkung. Sie ist oft nur scheinbar vorhanden und rührt dann her von einer falschen Aufstellung des Kompasses oder von einem Indexfehler des Kompasses, von Beobachtungsfehlern bei Bestimmung der Ablenkung oder von einer in Rechnung gebrachten fehlerhaften Mißweisung.

Bei einem auf dem Achterdeck in der Mittschiffslinie aufgestellten Kompasse werden die Wirkungen des zu beiden Seiten des Kompasses in der Regel gleichmäßig verteilten vertikalen Eisens sich meistens aufheben; f wird also nur klein sein, während c einen beträchtlichen Wert annehmen kann. Das Glied $\frac{c}{\lambda} \cdot \operatorname{tang} J$ verursacht nicht selten den größten Teil der Gesamtablenkung des Kompasses und muß daher bei der Ortsveränderung des Schiffs bedeutende Änderungen in dee Ablenkung des Kompasses hervorbringen. Wäre z. B. die in der Nordsee durch dieses Glied hervorgerufene Ablenkung $= 10^\circ W$, so würde sie südlich von Australien in gleich großer, aber entgegengesetzter magnetischer Breite $= 10^\circ O$ sein, also eine Änderung von 20° erfahren haben.

*) Es ist $\sin D = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{a - e}{2}$ nach § 121.

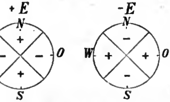
D steht hiernach mit λ in inniger Beziehung. Ein $+D$ wird verursacht durch $+a$ und $-e$, und $-D$ durch $-a$ und $+e$.

**) Man erkennt dies sofort aus der Form der ursprünglichen Gleichungen in § 121 unter 2., durch deren Addition die durch *D* hervorgerufene Ablenkung erhalten wird, in welchen die Horizontalkraft *H* sowohl im Zähler wie im Nenner vorkommt und folglich auf die Ablenkung wie auf *D* keinen Einfluß hat.

***) Es ist $\sin A = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{d - b}{2}$ und $\sin E = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{d + b}{2}$ nach § 121.

E ist positiv, wenn es im nördlichen und südlichen Quadranten östliche und im östlichen und westlichen Quadranten westliche Ablenkung hervorruft; dagegen wird *E* als negativ bezeichnet, wenn es im nördlichen und südlichen Quadranten westliche und im östlichen und westlichen Quadranten östliche Ablenkung verursacht, wie es durch Fig. 108 veranschaulicht wird.

Fig. 108.



A und *E* sind ebenso wie *D* von der magnetischen Breite unabhängig.

§ 125. **Berechnung der Koeffizienten.** Nachdem durch Rundschwajen des Schiffs die Ablenkung des Kompasses auf genügend vielen Strichen bestimmt ist, um die Ablenkungskurve mit Sicherheit in das Napiersche Diagramm eintragen zu können, entnimmt man aus diesem die Ablenkungen für den Kompaßkurs auf den acht Hauptstrichen und bezeichnet östliche Ablenkung mit +, westliche mit −.

Um *A* zu finden.

Addiere die Ablenkungen auf den 4 Hauptstrichen *N*, *O*, *S*, *W* algebraisch und dividiere die Summe durch 4.

A ist positiv, wenn die östliche, dagegen negativ, wenn die westliche Ablenkung überwiegt.

Um *B* zu finden.

Addiere die Ablenkung auf Westkurs mit entgegengesetztem Vorzeichen zu der Ablenkung auf Ostkurs und halbiere die Summe.

Um *C* zu finden.

Addiere die Ablenkung auf Südkurs mit entgegengesetztem Vorzeichen zu der Ablenkung auf Nordkurs und halbiere die Summe.

Um *D* zu finden.

Addiere die Ablenkungen auf *NO* und *SW*-Kurs zu denen auf *SO* und *NW*-Kurs, die beiden letzten mit entgegengesetztem Vorzeichen, und dividiere diese Summe durch 4.

Um *E* zu finden.

Addiere die Ablenkungen auf *N* und *S*-Kurs zu denen auf *O* und *W*-Kurs, die beiden letzten mit entgegengesetztem Vorzeichen, und dividiere diese Summe durch 4.

Beispiel. Nach der in § 111 zuerst angeführten Ablenkungstafel sind die Ablenkungen des Kompasses auf den 8 Hauptstrichen die in nebenstehender Tabelle angeführten.

Kompaßkurse	Ablenkung des Kompasses
N	− 3,°2
NO	+ 16, 8
O	+ 20, 3
SO	+ 14, 7
S	+ 3, 2
SW	− 9, 7
W	− 21, 2
NW	− 22, 0

A.

Ablenkung für den Kurs $N = -\ 3{,}°2.$
" " " " $O = +\ 20,\ 3.$
" " " " $S = +\ 3,\ 2.$
" " " " $W = -\ 21,\ 2.$
Summe der positiven Zahlen $= +\ 23,\ 5.$
" " negativen " $= -\ 24,\ 4.$
Algebraische Summe $= -\ 0,\ 9 = 4A.$
$A = -\ 0{,}°2.$

B.

Ablenkung für den Kurs $O = +\ 20{,}°3.$
" " " " $W = +\ 21,\ 2.$
(mit entgegengesetztem Zeichen)
Summe $= +\ 41,\ 5 = 2B.$
$B = +\ 20{,}°8.$

C.

Ablenkung für den Kurs	$N = -\ 3{,}^\circ 2.$
„ „ „ „	$S = -\ 3,\ 2.$
(mit entgegengesetztem Zeichen)	
Summe	$= -\ 6,\ 4 = 2C.$
	$C = -\ 3{,}^\circ 2.$

D.

Ablenkung für den Kurs	$NO = +\ 16{,}^\circ 8.$
„ „ „ „	$SW = -\ 9,\ 7.$
Entgegengesetzte Zeichen { „ „ „ „	$SO = -\ 14,\ 7.$
„ „ „ „	$NW = +\ 22,\ 0.$
Summe der positiven Summanden	$= +\ 38,\ 8.$
„ „ negativen „	$= -\ 24,\ 4.$
Algebraische Summe	$= +\ 14,\ 4 = 4D.$
	$D = +\ 3{,}^\circ 6.$

E.

Ablenkung für den Kurs	$N = -\ 3{,}^\circ 2.$
„ „ „ „	$S = +\ 3,\ 2.$
Entgegengesetzte Zeichen { „ „ „ „	$O = -\ 20,\ 3.$
„ „ „ „	$W = +\ 21,\ 2.$
Summe der positiven Summanden	$= +\ 24,\ 4.$
„ „ negativen „	$= -\ 23,\ 5.$
Algebraische Summe	$= +\ 0,\ 9 = 4E.$
	$E = +\ 0{,}^\circ 2.$

Die Richtigkeit des hier angewandten Verfahrens, die Koeffizienten zu berechnen, läßt sich leicht durch folgende Gleichungen beweisen, in denen die Ablenkungen auf den 8 Hauptstrichen der Reihe nach bezeichnet sind durch $\delta_0,\ \delta_4,\ \delta_8,\ \delta_{12},\ \delta_{16},\ \delta_{20},\ \delta_{24},\ \delta_{28}$, wobei die Zahlen den Kompaßstrich anzeigen, für den die Ablenkung gilt.

Setzt man nun in die Gleichung

$$\delta = A + B \cdot \sin z' + C \cdot \cos z' + D \cdot \sin 2z' + E \cdot \cos 2z'$$

die jedesmaligen Werte für δ, $\sin z'$, $\cos z'$, $\sin 2z'$ und $\cos 2z'$ ein, so erhält man unter Berücksichtigung der Vorzeichen der Sinus und Kosinus in den vier Quadranten die folgenden 8 Gleichungen.

1). $\delta_0 = A \qquad + C \qquad + E.$
2). $\delta_4 = A + B \cdot \sin 4\,\text{Str.} + C \cdot \cos 4\,\text{Str.} + D.$
3). $\delta_8 = A + B \qquad - E.$
4). $\delta_{12} = A + B \cdot \sin 4\,\text{Str.} - C \cdot \cos 4\,\text{Str.} - D.$
5). $\delta_{16} = A \qquad - C \qquad + E.$
6). $\delta_{20} = A - B \cdot \sin 4\,\text{Str.} - C \cdot \cos 4\,\text{Str.} + D.$
7). $\delta_{24} = A - B \qquad - E.$
8). $\delta_{28} = A - B \cdot \sin 4\,\text{Str.} + C \cdot \cos 4\,\text{Str.} - D.$

Addiert man 1), 3), 5) und 7), so wird $\delta_0 + \delta_8 + \delta_{16} + \delta_{24} = 4A$,

folglich . . . . $\dfrac{\delta_0 + \delta_8 + \delta_{16} + \delta_{24}}{4} = A.$

Gl. 7) von 3) subtrahiert: . . . . $\delta_8 - \delta_{24} = 2B$,

also . . . . $\dfrac{\delta_8 - \delta_{24}}{2} = B.$

Gl. 5) von 1) subtrahiert: . . . . $\delta_0 - \delta_{16} = 2C$,

also . . . . $\frac{\delta_0 - \delta_{16}}{2} = C$.

Gl. 2) und 6) addiert, ... $\delta_4 + \delta_{20} = 2A + 2D$.

Gl. 4) und 8) addiert, ... $\delta_{12} + \delta_{28} = 2A - 2D$.

Durch Subtraktion . . . . $\delta_4 + \delta_{20} - (\delta_{12} + \delta_{28}) = 4D$,

also . . . . $\frac{\delta_4 + \delta_{20} - (\delta_{12} + \delta_{28})}{4} = D$.

Gl. 1) und 5) addiert, gibt $\delta_0 + \delta_{16} = 2A + 2E$.

Gl. 3) und 7) addiert, gibt $\delta_8 + \delta_{24} = 2A - 2E$.

Durch Subtraktion: $\delta_0 + \delta_{16} - (\delta_8 + \delta_{24}) = 4E$,

folglich . . . . $\frac{\delta_0 + \delta_{16} - (\delta_8 + \delta_{24})}{4} = E$.

Dieses Verfahren, die Koeffizienten A, B, C, D, E zu bestimmen, reicht im allgemeinen für die Praxis aus. Zur schärferen Bestimmung führt folgende Entwickelung.

Es sei $\delta' = A + B \cdot \sin z' + C \cdot \cos z' + D \cdot \sin 2z' + E \cdot \cos 2z'$ . . . . 1)

und $\delta'' = A + B \cdot \sin(180° + z') + C \cdot \cos(180° + z') + D \cdot \sin 2(180° + z') + E \cdot \cos 2(180° + z')$

oder $\delta'' = A - B \cdot \sin z' - C \cdot \cos z' + D \cdot \sin 2z' + E \cdot \cos 2z'$ . . . . 2).

Aus Gl. 1) und 2) folgt

$$\frac{\delta' - \delta''}{2} = B \cdot \sin z' + C \cdot \cos z' \quad \ldots \quad 3)$$

und

$$\frac{\delta' + \delta''}{2} = A \qquad + D \cdot \sin 2z' + E \cdot \cos 2z' \quad \ldots \quad 4)$$

d. h. die halbkreisartige Ablenkung auf irgend einem Kompaßkurse ist gleich dem halben Unterschiede von der Ablenkung auf diesem und der auf dem entgegengesetzten Kurse, während die halbe Summe dieser beiden Ablenkungen die unveränderliche und vierteilkreisartige Ablenkung zusammen ergibt.

Bezeichnet man nun die vollen Kompaßstriche der Reihe nach von Nord rechts herum mit 0 Str., 1 Str., 2 Str. usw. bis 31 Str. und die zugehörigen Ablenkungen durch δ_0, δ_1, δ_2 usw. bis δ_{31}, so erhält man durch Einsetzen dieser Werte in die Gl. 3):

$$\left.\begin{aligned} \frac{\delta_0 - \delta_{16}}{2} &= B \cdot \sin 0\,\text{Str.} + C \cdot \cos 0\,\text{Str.} \\ \frac{\delta_1 - \delta_{17}}{2} &= B \cdot \sin 1\,\text{Str.} + C \cdot \cos 1\,\text{Str.} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 5).$$

usw.

Um aus diesen 16 Gleichungen B zu finden, multipliziere man jede mit dem in ihr vorkommenden Koeffizienten von B und addiere dann die erhaltenen Gleichungen, so erhält man zur Summe der Glieder mit B den Ausdruck:

$B(\sin^2 0\,\text{Str.} + \sin^2 1\,\text{Str.} + \sin^2 2\,\text{Str.} \ldots \ldots + \sin^2 15\,\text{Str.})$.

Da $\sin^2 0\,\text{Str.} + \sin^2 8\,\text{Str.} = \sin^2 0\,\text{Str.} + \cos^2 0\,\text{Str.} = 1$, ebenso

$\sin^2 1\,\text{Str.} + \sin^2 9\,\text{Str.} = \sin^2 1\,\text{Str.} + \cos^2 1\,\text{Str.} = 1$ usw. ist, so wird der Wert der Klammer $= 8$.

Die Summe der Glieder mit C wird

$C(\sin 0\,\text{Str.} \cos 0\,\text{Str.} + \sin 1\,\text{Str.} \cos 1\,\text{Str.} + \ldots \ldots \ldots, \sin 15\,\text{Str.} \cos 15\,\text{Str.})$,

oder $\frac{C}{2} \cdot (\sin 0\,\text{Str.} + \sin 2\,\text{Str} + \sin 4\,\text{Str.} + \ldots \ldots \ldots \sin 30\,\text{Str.})$.

Da $\sin 0\,\text{Str.} + \sin 16\,\text{Str.} = 0$, ebenso $\sin 2\,\text{Str.} + \sin 18\,\text{Str.} = \sin 2\,\text{Str.} - \sin 2\,\text{Str.} = 0$ usw. ist, so wird der Faktor in der Klammer $= 0$, folglich ist

$$\frac{\delta_0 - \delta_{16}}{2} \cdot \sin 0\,\text{Str.} + \frac{\delta_1 - \delta_{17}}{2} \cdot \sin 1\,\text{Str.} + \ldots \ldots \ldots \frac{\delta_{15} - \delta_{31}}{2} \cdot \sin 15\,\text{Str.} = 8B.$$

Um C zu bestimmen, multipliziere man jede der Gleichungen 5) mit dem in ihr vorkommenden Koeffizienten von C, addiere dann diese Gleichungen, so erhält man auf dieselbe Weise wie oben gezeigt ist, die Gleichung:

$$\frac{\delta_0 - \delta_{16}}{2} \cdot \cos 0\,\text{Str.} + \frac{\delta_1 - \delta_{17}}{2} \cdot \cos 1\,\text{Str.} + \ldots\ldots\ldots \frac{\delta_{15} - \delta_{31}}{2} \cdot \cos 15\,\text{Str.} = 8\,C\,.$$

Ist die Ablenkung nur für jeden zweiten vollen Kompaßstrich beobachtet, so erhält man zur Bestimmung von B und C die Gleichungen:

$$\frac{\delta_0 - \delta_{16}}{2} \cdot \sin 0\,\text{Str.} + \frac{\delta_2 - \delta_{18}}{2} \cdot \sin 2\,\text{Str.} + \frac{\delta_4 - \delta_{20}}{2} \cdot \sin 4\,\text{Str.} \ldots + \frac{\delta_{14} - \delta_{30}}{2} \cdot \sin 14\,\text{Str.} = 4\,B$$

$$\frac{\delta_0 - \delta_{16}}{2} \cdot \cos 0\,\text{Str.} + \frac{\delta_2 - \delta_{18}}{2} \cdot \cos 2\,\text{Str.} + \frac{\delta_4 - \delta_{20}}{2} \cdot \cos 4\,\text{Str.} \ldots + \frac{\delta_{14} - \delta_{30}}{2} \cdot \cos 14\,\text{Str.} = 4\,C\,.$$

Aus Ablenkungsbeobachtungen auf 8 gleich weit voneinander liegenden Kursen erhält man in ähnlicher Weise die Werte für $2\,B$ und $2\,C$.

Zur Bestimmung von A, D und E stelle man zunächst die beiden Gleichungen auf:

$$\delta''' = A + B \cdot \sin(90° + z') + C \cdot \cos(90° + z') + D \cdot \sin 2\,(90° + z') + E \cdot \cos 2\,(90° + z')$$
$$\delta'''' = A + B \cdot \sin(270° + z') + C \cdot \cos(270° + z') + D \cdot \sin 2\,(270° + z') + E \cdot \cos 2\,(270° + z')$$

also
$$\delta''' = A + B \cdot \cos z' - C \cdot \sin z' - D \cdot \sin 2\,z' - E \cdot \cos 2\,z'$$
$$\delta'''' = A - B \cdot \cos z' + C \cdot \sin z' - D \cdot \sin 2\,z' - E \cdot \cos 2\,z'$$

addiert und durch 2 dividiert:

$$\frac{\delta''' + \delta''''}{2} = A \qquad\qquad - D \cdot \sin 2\,z' - E \cdot \cos 2\,z' \ldots\ldots\ldots 6).$$

Nach Gl. (4) ist

$$\frac{\delta' + \delta''}{2} = A \qquad\qquad + D \cdot \sin 2\,z' + E \cdot \cos 2\,z'\,.$$

Durch Addit. $\frac{1}{2}\left(\frac{\delta' + \delta''}{2}\right) + \left(\frac{\delta''' + \delta''''}{2}\right) = A\,.$

Hiernach wird aus Beobachtungen auf den 32 Strichen:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_0 + \delta_{16}}{2} + \frac{\delta_8 + \delta_{24}}{2}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{\delta_1 + \delta_{17}}{2} + \frac{\delta_9 + \delta_{25}}{2}\right) \ldots + \frac{1}{2}\left(\frac{\delta_7 + \delta_{23}}{2} + \frac{\delta_{15} + \delta_{31}}{2}\right) = 8\,A\,.$$

Zieht man Gl. 6) von 4) ab, so wird:

$$\frac{\delta' + \delta''}{2} - \frac{\delta''' + \delta''''}{2} = 2\,D \sin 2\,z' + 2\,E \cos 2\,z'$$

oder

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta' + \delta''}{2} - \frac{\delta''' + \delta''''}{2}\right) = D \sin 2\,z' + E \cos 2\,z'\,.$$

Setzt man nun die Werte für die vollen Kompaßstriche ein, so wird:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{2}\left(\frac{\delta_0 + \delta_{16}}{2} - \frac{\delta_8 + \delta_{24}}{2}\right) &= D \sin 0\,\text{Str.} + E \cos 0\,\text{Str.} \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\delta_1 + \delta_{17}}{2} - \frac{\delta_9 + \delta_{25}}{2}\right) &= D \sin 2\,\text{Str.} + E \cos 2\,\text{Str.} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots 7).$$

usw.

Multipliziert man jede dieser acht Gleichungen einmal mit dem in ihr vorkommenden Koeffizienten von D, das andere Mal mit dem von E, so erhält man durch Addition der ersten Reihe auf demselben Wege wie bei Bestimmung von B gezeigt wurde:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_0 + \delta_{16}}{2} - \frac{\delta_8 + \delta_{24}}{2}\right) \sin 0\,\text{Str.} \ldots\ldots + \frac{1}{2}\left(\frac{\delta_7 + \delta_{23}}{2} - \frac{\delta_{15} + \delta_{31}}{2}\right) \sin 14\,\text{Str.} = 4\,D\,,$$

und durch Addition der zweiten Reihe:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_0 + \delta_{16}}{2} - \frac{\delta_8 + \delta_{24}}{2}\right) \cos 0\,\text{Str.} \ldots\ldots + \frac{1}{2}\left(\frac{\delta_7 + \delta_{23}}{2} - \frac{\delta_{15} + \delta_{31}}{2}\right) \cos 14\,\text{Str.} = 4\,E\,.$$

Aus Gleichungen auf 16 oder 8 Strichen erhält man unter ähnlicher Umformung der Gleichungen wie bei B und C die Werte $2\,D$ und $2\,E$, und D und E.

Bezeichnet man jetzt der Kürze wegen

$$\sin 1 \text{ Str.} = \cos 7 \text{ Str. mit } S_1,$$
$$\sin 2 \text{ Str.} = \cos 6 \text{ Str. mit } S_2,$$
usw.,

so stellt sich die Berechnung von A, B, C, D, E wie folgt, wobei dasselbe Beispiel wie vorhin benutzt ist.

Die zu bildenden Produkte aus der halben Summe oder Differenz zweier Ablenkungen und dem Sinus des betreffenden Kompaßkurses erhält man, indem man in der Strichtafel unter dem betreffenden Kurse den in zehntel Grad ausgedrückten Wert der halben Summe oder Differenz in der Dist.-Spalte aufsucht und die zugehörige Abweichung ebenfalls in zehntel Grad entnimmt.

Anmerkung. Ist die Ablenkung nur auf den vier Hauptstrichen oder nur auf den vier Hauptzwischenstrichen beobachtet, so können hieraus nur 4 Koeffizienten bestimmt werden. Im ersten Falle ist D und im letzten Falle ist E nicht zu bestimmen, wie man aus der ersten und fünften Gleichung der Gruppe 7 sofort ersieht, da $\sin 0$ Str. und $\cos 8$ Str. $= 0$ ist. Da nun für Kompasse in der Mittschiffslinie E ohne Bedeutung sein wird, so ist es besser, im Falle nur auf vier Strichen beobachtet werden kann, die Ablenkungen auf den Hauptzwischenstrichen NO, SO, SW, NW zu bestimmen, als auf den Hauptstrichen N, O, S, W.

I.		II.		III.	IV.	V.		VI.	
						Berechnung von B.		Berechnung von C.	
Kompaßkurs.	δ	Kompaßkurs.	δ	Halbe Summe von I. und II.	Halber Unterschied von I. und II.	Multiplikator.	Produkt von IV. mal Multiplikator.	Multiplikator.	Produkt von IV. mal Multiplikator.
N	− 3,°2	S	+ 3,°2	0,°0	− 3,°2	0	0,°0	1	− 3,°2
NzO	+ 2, 6	SzW	+ 0, 1	+ 1, 3	+ 1, 3	S_1	+ 0, 3	S_7	+ 1, 3
NNO	+ 8, 2	SSW	− 3, 0	+ 2, 6	+ 5, 6	S_2	+ 2, 1	S_6	+ 5, 2
NOzN	+ 13, 2	SWzS	− 6, 5	+ 3, 3	+ 9, 8	S_3	+ 5, 4	S_5	+ 8, 2
NO	+ 16, 8	SW	− 9, 7	+ 3, 6	+ 13, 3	S_4	+ 9, 4	S_4	+ 9, 4
NOzO	+ 19, 5	SWzW	− 13, 0	+ 3, 3	+ 16, 3	S_5	+ 13, 5	S_3	+ 9, 1
ONO	+ 20, 5	WSW	− 16, 2	+ 2, 2	+ 18, 3	S_6	+ 16, 9	S_2	+ 7, 0
OzN	+ 21, 1	WzS	− 19, 2	+ 0, 9	+ 20, 2	S_7	+ 19, 8	S_1	+ 3, 9
O	+ 20, 3	W	− 21, 2	− 0, 4	+ 20, 8	1	+ 20, 8	0	0
OzS	+ 19, 3	WzN	− 23, 3	− 2, 0	+ 21, 3	S_7	+ 20, 9	$-S_1$	− 4, 2
OSO	+ 18, 1	WNW	− 24, 0	− 3, 0	+ 21, 1	S_6	+ 19, 5	$-S_2$	− 8, 1
SOzO	+ 16, 5	NWzW	− 23, 6	− 3, 5	+ 20, 1	S_5	+ 16, 7	$-S_3$	− 11, 2
SO	+ 14, 7	NW	− 22, 0	− 3, 7	+ 18, 3	S_4	+ 12, 9	$-S_4$	− 12, 9
SOzS	+ 12, 1	NWzN	− 19, 0	− 3, 5	+ 15, 6	S_3	+ 8, 7	$-S_5$	− 13, 0
SSO	+ 9, 7	NNW	− 14, 8	− 2, 6	+ 12, 3	S_2	+ 4, 7	$-S_6$	− 11, 4
SzO	+ 6, 0	NzW	− 9, 2	− 1, 6	+ 7, 6	S_1	+ 1, 5	$-S_7$	− 7, 5

+ 44°,1
− 71°,5

Summe = + 173°,1 und = − 27°,4

$$B = + \frac{173°,1}{8} = + 21°,6. \quad C = - \frac{27°,4}{8} = - 3°,4.$$

Ia.	IIa.	IIIa.	IVa.	Va.		VIa.	
Obere Hälfte von III.	Untere Hälfte von III.	Halbe Summe von Ia. und IIa.	Halber Unterschied von Ia. und IIa.	Berechnung von D.		Berechnung von E.	
				Multiplikator.	Produkt von IVa. mal Multiplikator.	Multiplikator.	Produkt von IVa. mal Multiplikator.
0°,0	− 0°,4	− 0°,2	+ 0°,2	0	0°,0	1	+ 0°,2
+ 1, 3	− 2, 0	− 0, 4	+ 1, 7	S_2	+ 0, 6	S_6	+ 1, 6
+ 2, 6	− 3, 0	− 0, 2	+ 2, 8	S_4	+ 2, 0	S_4	+ 2, 0
+ 3, 3	− 3, 5	− 0, 1	+ 3, 4	S_6	+ 3, 1	S_2	+ 1, 3
+ 3, 6	− 3, 7	0, 0	+ 3, 6	1	+ 3, 6	0	0, 0
+ 3, 3	− 3, 5	− 0, 1	+ 3, 4	S_6	+ 3, 1	$-S_2$	− 1, 3
+ 2, 2	− 2, 6	− 0, 2	+ 2, 4	S_4	+ 1, 7	$-S_4$	− 1, 7
+ 0, 9	− 1, 6	− 0, 4	+ 1, 3	S_2	+ 0, 5	$-S_6$	− 1, 2

+ 5°,1
− 4 ,2

Summe = − 1°,6. Summe = + 14°,6. Summe = + 0°,9.

$$A = -\frac{1°,6}{8} = -0°,2. \quad D = +\frac{14°,6}{4} = +3°,7. \quad E = +\frac{0°,9}{4} = +0°,2.$$

§ 126. Berechnung der Ablenkung aus den bekannten Koeffizienten. Um die Ablenkung für irgend einen Kompaßkurs zu berechnen, multipliziere man den Koeffizienten *B* mit dem Sinus und *C* mit dem Kosinus des Kurses, ferner *D* mit dem Sinus und *E* mit dem Kosinus des doppelten Kurswinkels, bilde von diesen vier Produkten und vom Koeffizienten *A* die algebraische Summe, so ist diese die gesuchte Kompaßablenkung, die mit *O* oder *W* zu benennen ist, je nachdem die Summe + oder − ist.

Um für alle Striche die vorstehende Rechnung übersichtlich auszuführen, benutze man folgende Tabelle.

In die erste Spalte schreibt man die 32 Kompaßstriche, von *N* nach *O* herum gerechnet.

Die folgende mit I. bezeichnete Spalte enthält oben den Wert von *B* und ist in zwei Teile geteilt; in den schmalen Teil schreibt man die Multiplikatoren des Koeffizienten *B*, wobei der Sinus von 1 Strich, 2 Strich usw. durch S_1, S_2 usw. bezeichnet sind, während in den breiteren Teil die Produkte der Multiplikatoren mit *B* einzutragen sind. Dieses Produkt wird gefunden, wenn man in der Strichtafel unter dem betreffenden Winkel den in zehntel Grad ausgedrückten Wert von *B* in der Distanzspalte aufsucht und die zugehörige Abweichung, ebenfalls in zehntel Grad, entnimmt. Gegen Ostkurs ist der Wert von *B* zu setzen, da sin 8 Strich = 1 ist. Da der Sinus von 9 Str. (*OzS*) der nämliche ist wie der von 7 Str. (*OzN*), sin 10 Str. = sin 6 Str. ist usw., so schreibt man gegen *OzS*-Kurs den Wert für *OzN*-Kurs, gegen *OSO* den Wert für *ONO* usw. Sämtliche Produkte von Nord bis Süd erhalten das Vorzeichen von *B*, weil die Sinus im ersten Halbkreise positiv sind.

In Spalte II. trägt man oben den Wert des Koeffizienten *C* ein und in den schmalen Teil dieser Spalte die Multiplikatoren von *C*, also die Kosinus der Kurswinkel. Da der Kosinus eines Winkels gleich dem Sinus seines Komplementwinkels ist, so ist z. B. cos 0 $= S_8 = 1$, cos 1 Str. $= S_7$ usw. Gegen Nordkurs ist also der Wert von *C* und gegen Ostkurs Null zu setzen. Man findet die Produkte $C \cdot \cos z'$ ebenso wie vorhin

Berechnung der Kompaßablenkung.

	I.		II.		III.	IV.		V.		VI.	VII. $A = -0°,2$
Kompaß-kurs.	$B = +20°,8$		$C = -8°,2$		Halb-kreis-artige Ab-lenkung I. + II.	$D = +3°,6$		$E = +0°,2$		Viertel-kreis-artige Ab-lenkung. IV. + V.	Ab-lenkung. $A +$ III. + VI.
	Multiplikatoren.	$B \cdot \sin z'$	Multiplikatoren.	$C \cdot \cos z'$		Multiplikatoren.	$D \cdot \sin 2z'$	Multiplikatoren.	$E \cdot \cos 2z'$		
N	0	0°	1	−3°,2	− 3°,2	0	0°	1	+0°,2	+0°,2	− 3°,2
NzO	S_1	+ 4, 1	S_7	−3, 1	+ 1, 0	S_2	+1, 4	S_6	+0, 2	+1, 6	+ 2, 4
NNO	S_2	+ 8, 0	S_6	−3, 0	+ 5, 0	S_4	+2, 6	S_4	+0, 1	+2, 7	+ 7, 5
NOzN	S_3	+11, 6	S_5	−2, 7	+ 8, 9	S_6	+3, 3	S_2	+0, 1	+3, 4	+12, 1
NO	S_4	+14, 7	S_4	−2, 3	+12, 4	1	+3, 6	0	0	+3, 6	+15, 8
NOzO	S_5	+17, 3	S_3	−1, 8	+15, 5	S_6	+3, 3	$-S_2$	−0, 1	+3, 2	+18, 5
ONO	S_6	+19, 2	S_2	−1, 2	+18, 0	S_4	+2, 6	$-S_4$	−0, 1	+2, 5	+20, 3
OzN	S_7	+20, 4	S_1	−0, 6	+19, 8	S_2	+1, 4	$-S_6$	−0, 2	+1, 2	+20, 8
O	1	+20, 8	0	0	+20, 8	0		−1		−0, 2	+20, 4
OzS	S_7	+20, 4	$-S_1$	+0, 6	+21, 0					−1, 6	+19, 2
OSO	S_6	+19, 2	$-S_2$	+1, 2	+20, 4					−2, 7	+17, 5
SOzO	S_5	+17, 3	$-S_3$	+1, 8	+19, 1					−3, 4	+15, 5
SO	S_4	+14, 7	$-S_4$	+2, 3	+17, 0					−3, 6	+13, 2
SOzS	S_3	+11, 6	$-S_5$	+2, 7	+14, 3					−3, 2	+10, 9
SSO	S_2	+ 8, 0	$-S_6$	+3, 0	+11, 0					−2, 5	+ 8, 8
SzO	S_1	+ 4, 1	$-S_7$	+3, 1	+ 7, 2					−1, 2	+ 5, 8
S	0		−1	+3, 2	+ 3, 2					+0, 2	+ 3, 2
SzW					− 1, 0					+1, 6	+ 0, 4
SSW					− 5, 0					+2, 7	− 2, 5
SWzS					− 8, 9					+3, 4	− 5, 7
SW					−12, 4					+3, 6	− 9, 0
SWzW					−15, 5					+3, 2	−12, 5
WSW					−18, 0					+2, 5	−15, 7
WzS					−19, 8					+1, 2	−18, 8
W					−20, 8					−0, 2	−21, 2
WzN					−21, 0					−1, 6	−22, 8
WNW					−20, 4					−2, 7	−23, 3
NWzW					−19, 1					−3, 4	−22, 7
NW					−17, 0					−3, 6	−20, 8
NWzN					−14, 3					−3, 2	−17, 7
NNW					−11, 0					−2, 5	−13, 7
NzW					− 7, 2					−1, 2	− 8, 6

beschrieben ist. Gegen OzS ist derselbe Wert wie gegen OzN zu schreiben, und es wiederholen sich von hier die gefundenen Werte in umgekehrter Reihenfolge. Da aber die Kosinus im zweiten Quadranten negativ sind, so erhalten die Produkte von OzS bis S die entgegengesetzten Vorzeichen. Ist C positiv, so sind die Produkte für die nördlichen Kurse ebenfalls positiv, diejenigen für die südlichen Kurse aber negativ; umgekehrt ist es, wenn C negativ ist.

Spalte III. enthält die halbkreisartige Ablenkung, die durch die algebraische Addition der in I. und II. nebeneinander stehenden Werte gefunden wird. Nachdem man die Addition dieser Werte bis zu SzO-Kurs ausgeführt hat, schreibt man die erhaltenen Werte in derselben Reihenfolge weiter, aber mit entgegengesetztem Vorzeichen, so daß schließlich neben NzW-Kurs der dem SzO-Kurs zugehörige Wert (mit entgegengesetztem Zeichen) kommt. Der Grund des Zeichenwechsels ist das negative Vorzeichen des Sinus im dritten und vierten Quadranten.

In Spalte IV. trägt man oben den Wert von D ein, in den schmalen Teil die Multiplikatoren, die hier die Sinus der doppelten Kurswinkel sind. Gegen Nordkurs also 0, gegen NzO-Kurs S_2, gegen NNO-Kurs S_4, gegen $NOzN$-Kurs S_6 und gegen NO-Kurs S_8 oder 1. Dann wiederholen sich diese Multiplikatoren in umgekehrter Reihenfolge bis Ostkurs. Neben die Multiplikatoren schreibt man die aus der Strichtafel entnommenen Produkte $D \cdot \sin 2z'$, die sich von NO-Kurs ebenfalls in umgekehrter Reihenfolge wiederholen. Sämtliche Produkte erhalten dasselbe Zeichen, das D hat.

In Spalte V. trägt man zunächst den Wert von E ein. Da $\cos 2z'$ für $z' = 0$ den Wert 1 hat, so ist der erste Multiplikator neben Nord $= 1$; für NzO-Kurs ist $z' = 1$ Str., der Multiplikator also $= \cos 2$ Str. $= S_6$, für NNO-Kurs $= S_4$, für $NOzN$-Kurs $= S_2$ und für NO-Kurs $= 0$. Von hier wiederholen sich die Multiplikatoren in umgekehrter Reihenfolge aber mit negativen Zeichen, weil die Kosinus im zweiten Quadranten negativ sind. Nachdem dann die ersten vier Produkte $E \cdot \cos 2z'$ aus der Strichtafel entnommen sind und für NO der Wert $= 0$ gesetzt ist, wiederholt man in umgekehrter Reihenfolge und mit entgegengesetztem Vorzeichen die gefundenen Produkte bis OzN-Kurs. Die ersten vier Produkte erhalten das Vorzeichen von E, die letzten vier dagegen das entgegengesetzte Zeichen.

Spalte VI. enthält die viertelkreisartige Ablenkung, die durch die algebraische Addition der in IV. und V. nebeneinander stehenden Werte gebildet wird. Gegen Ostkurs schreibt man denselben Wert, der für Nord gilt, aber mit entgegengesetztem Zeichen und wiederholt in derselben Reihenfolge unter Wechsel des Zeichens die gefundenen Werte; von S bis WzS schreibt man dieselben Werte wie von N bis OzN, und mit demselben Zeichen, endlich von W bis NzW dieselben Werte mit entgegengesetztem Vorzeichen.

Spalte VII. enthält die Gesamtablenkung des Kompasses, die durch die algebraische Addition der in III. und VI. nebeneinander stehenden Werte unter Hinzufügung des Koeffizienten A gefunden wird. Den Wert von A schreibt man über Spalte VII.

In dem hier berechneten Beispiele sind die in § 125 gefundenen Koeffizienten der Berechnung einer Ablenkungstabelle zugrunde gelegt. Vergleicht man die berechneten mit den beobachteten Werten, wie sie in der Ablenkungstabelle § 111 enthalten sind, so ergeben sich kleine Unterschiede, die aber nur in einem Falle den Betrag von $1\frac{1}{2}°$ erreichen. Diese Unterschiede rühren hauptsächlich davon her, daß die größte Ablenkung hier schon die Grenze etwas überschreitet, für die die Formel noch zulässig ist. Auch sind die nach § 125 berechneten Koeffizienten nicht ganz genau, doch sind die Unterschiede so klein, daß

sie für die Praxis ohne Bedeutung sind. Als weitere Ursachen solcher kleinen Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung sind die unvermeidlichen Beobachtungsfehler anzusehen, besonders dann, wenn sie nicht durch die Ablenkungskurve ausgeglichen sind.

§ 127. Berichtigung der Ablenkungstafel wegen Ortsveränderung des Schiffs.

In § 124 wurde auseinandergesetzt, daß die Veränderung der magnetischen Breite bedeutende Änderungen der Kompaßablenkung hervorbringen kann, daß *aber nur die halbkreisartige, nicht aber auch die viertelkreisartige Ablenkung sich mit der Breite ändert.* Es ist also nur nötig, die Koeffizienten B und C am neuen Orte zu bestimmen, da A, D und E als unveränderlich betrachtet werden können, solange das horizontale weiche Eisen in seiner Beschaffenheit und Anordnung in bezug auf den Kompaß unveränderlich bleibt. Man addiert daher die von den drei Koeffizienten A, D, E abhängigen Ablenkungen algebraisch und fügt diesen unveränderlichen Teil der neu zu berechnenden halbkreisartigen Ablenkung hinzu. Bezeichnet man die Summe

$A + D \cdot \sin 2z' + E \cdot \cos 2z'$ der Kürze wegen mit Konstante, so ist

$$\delta = B \cdot \sin z' + C \cdot \cos z' + \text{Konstante} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1).$$

Ist nun δ_0 die am neuen Orte auf dem Kurse Nord, und δ_8 die auf dem Kurse Ost beobachtete Ablenkung des Kompasses, so erhält man unter Berücksichtigung, daß $\sin z'$ für Nordkurs $= 0$, für Ostkurs $= 1$, $\cos z'$ für Nordkurs $= 1$, für Ostkurs $= 0$ ist, aus Gleichung 1):

$$C = \delta_0 - \text{Konstante} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

$$B = \delta_8 - \text{Konstante} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3).$$

Aus den auf Süd- und Westkurs beobachteten Ablenkungen würde man auf dieselbe Weise C und B, jedoch mit dem entgegengesetzten Vorzeichen behaftet, erhalten.

Kennt man nun B und C, so findet man für irgend einen Kompaßkurs die Ablenkung des Kompasses nach Gl. 1).

Es ist demnach nur nötig, die Ablenkung am neuen Orte auf zwei benachbarten Hauptstrichen zu beobachten, um eine neue Ablenkungstafel berechnen zu können, wobei aber zu beachten ist, daß das Schiff während der Beobachtung auf Nord- oder Südkurs gerade liegen muß (s. Krängungsfehler).

Sollte es nicht möglich sein, das Schiff genau auf beide Hauptstriche anzulegen, so beobachte man auf mehreren Strichen, die in der Nähe und, wenn möglich, zu beiden Seiten der Hauptstriche liegen, die Ablenkung des Kompasses, trage diese beobachteten Ablenkungen in ein Napiersches Diagramm ein, zeichne den betreffenden Teil der Ablenkungskurve und entnehme hieraus die Ablenkung für die beiden benachbarten Hauptstriche.

Beispiel. Es sei die in § 126 berechnete Ablenkungstafel für einen Ort zu berichtigen, wo die Ablenkung des Kompasses auf Nordkurs $= +2°,8$ und die auf Westkurs $= -17°,9$ beobachtet sei.

Addiert man die in jener Ablenkungstafel, Spalte VI, enthaltenen Werte der viertelkreisartigen Ablenkung algebraisch zu $A = -0°,2$, so erhält man die in folgender Tabelle, Spalte V, angeführten Werte der Konstante. Diese ist für

Nordkurs $= 0$ und für Westkurs $= -0°,4$.

Nun ist $\delta_0 = +2°,8$ und $\delta_{24} = -17°,9$.

Konstante $= 0$ Konstante $= -0°,4$,

also $C = +2°,8$, durch Subtraktion $-17°,5$,

mithin $B = +17°,5$.

I.	II.		III.		IV.	V.	VI.
	$B = +17°,5$		$C = +2°,8$				
Kompaßkurs.	Multiplikatoren.	$B \cdot \sin z'$.	Multiplikatoren.	$C \cdot \cos z'$.	Halbkreisartige Ablenkung.	Konstante.	Ablenkung am neuen Orte.
N	0	0°	1	+2,°8	+ 2,°8	0°	+ 2,°8
NNO	S_2	+ 6, 7	S_6	+2, 6	+ 9, 3	+2, 5	+11, 8
NO	S_4	+12, 4	S_4	+2, 0	+14, 4	+3, 4	+17, 8
ONO	S_6	+16, 2	S_2	+1, 1	+17, 3	+2, 8	+19, 6
O	1	+17, 5	0	0	+17, 5	−0, 4	+17, 1
OSO	S_6	+16, 2	$-S_2$	−1, 1	+15, 1	−2, 9	+12, 2
SO	S_4	+12, 4	$-S_4$	−2, 0	+10, 4	−3, 8	+ 6, 6
SSO	S_6	+ 6, 7	$-S_6$	−2, 6	+ 4, 1	−2, 7	+ 1, 4
S	0	0	−1	−2, 8	− 2, 8	0	− 2, 8
SSW					− 9, 3	+2, 5	− 6, 8
SW					−14, 4	+3, 4	−11, 0
WSW					−17, 3	+2, 8	−15, 0
W					−17, 5	−0, 4	−17, 9
WNW					−15, 1	−2, 9	−18, 0
NW					−10, 4	−3, 8	−14, 2
NNW					− 4, 1	−2, 7	− 6, 8

§ 128. **Die durch den halbfesten Magnetismus verursachte Veränderung der Kompaßablenkung.** Unter dem halbfesten Magnetismus hat man den Teil des im eisernen Schiffe durch die magnetische Kraft der Erde erregten Magnetismus zu verstehen, der durch die Erschütterungen des Schiffs gewissermaßen festgebannt wird und sich nach Kursänderungen erst allmählich wieder verliert. Die Erschütterungen, die das Schiff durch den Seegang erleidet, zu denen bei Dampfern noch die durch die Maschine verursachten Erschütterungen hinzukommen, erzeugen bis zu einem bestimmten Sättigungsgrade des Eisens einen um so stärkeren halbfesten Magnetismus, je länger das Schiff auf demselben Kurse liegt.

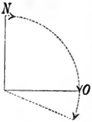
Aber auch im Hafen ist das Schiff durch Berührungen mit den Dockmauern, durch Einnehmen und Löschen der Ladung usw. fortwährenden Erschütterungen ausgesetzt, die halbfesten Magnetismus im Schiffe hervorrufen. Die Pole dieses halbfesten Schiffsmagnetismus entstehen natürlich in der Richtung des magnetischen Meridians, ändern aber ihre Stärke sowohl wie ihre Lage allmählich und nicht sofort, wie die Pole des flüchtigen Schiffsmagnetismus, wenn das Schiff seine Kielrichtung ändert.

Auf nördlichem Kurse wird daher der Südpol des halbfesten Schiffsmagnetismus achter liegen und ein $-B$ erzeugen, auf südlichem Kurse wird er vorn liegen und ein $+B$ verursachen; auf östlichem Kurse entsteht an Steuerbordseite ein Südpol und dadurch ein $+C$, und auf westlichem Kurse entsteht an Backbordseite der Südpol und dadurch ein $-C$.

Da diese Pole während des Schwajens des Schiffes ihren Magnetismus nicht wechseln wie die des flüchtigen Magnetismus, so verursacht der halbfeste Magnetismus des Schiffs eine halbkreisartige Ablenkung des Kompasses, durch deren Nichtbeachtung erhebliche Versetzungen vom angenommenen Schiffsorte herbeigeführt werden können.

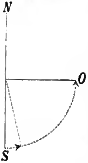
Man nehme z. B. einmal an, das Schiff habe längere Zeit Nord angelegen, also achter einen Südpol des halbfesten Magnetismus aufgenommen. Wird darauf ein östlicher Kurs gesteuert, so wird die Stärke dieses Südpols allmählich abnehmen, infolgedessen das an Backbordseite liegende Nordende der Kompaßnadel allmählich nach vorn, also nach Ost, und der Oststrich der Rose nach Steuerbord sich bewegen wird. Hält man nun immer das Schiff auf dem sich allmählich nach Steuerbord hin bewegenden Oststriche, so wird hierdurch das Schiff südlich versetzt. Hieraus ergibt sich die Regel (Fig. 109):

Fig. 109.



Bestimmt man auf irgend einem längere Zeit hindurch gesteuerten Kurse die Ablenkung des Kompasses für alle Striche und bringt diese Ablenkung nach einer Kursänderung in Rechnung, so wird man stets in der Richtung vom alten Kurse ab versetzt.

Fig. 110.



Wenn man aber auf irgend einem Kurse die Ablenkung des Kompasses bestimmt hat, hiernach den Kurs ändert und dann wieder einen anderen Kurs steuert, so wird man dadurch, daß man die vorher gefundene Ablenkung in Rechnung bringt, nach der Richtung des zwischenliegenden Kurses hin versetzt.

Denn denkt man sich (Fig. 110) wie vorhin auf nördlichem Kurse die Kompaßablenkung bestimmt und darauf das Schiff Ost anliegen, so wird der auf Nordkurs achter entstandene Südpol des halbfesten Magnetismus allmählich schwächer werden, während an Steuerbordseite querab vom Kompasse ein neuer Südpol erwächst. Wird nun Süd gesteuert, so hat die allmähliche Abnahme der Kraft des achter befindlichen Südpols keine ablenkende Wirkung auf die Kompaßnadel, da diese jetzt längsschiffs liegt; aber der an Steuerbordseite entstandene Südpol zieht das Nordende der Kompaßnadel nach Steuerbord, so daß das Schiff, wenn es auf Süd nach dem Kompasse gehalten wird, nach Ost, also zum zwischenliegenden Kurse hin versetzt wird.

Hieraus geht ferner hervor, daß die Ablenkung des Kompasses an demselben Orte und auf demselben Kurse verschieden gefunden werden muß, je nach dem Kurse, der vor der Bestimmung der Ablenkung gesteuert wurde. Je nachdem der vorher gesteuerte Kurs rechts oder links von dem Kurse liegt, auf dem die Ablenkung des Kompasses bestimmt wird, wird die Ablenkung mehr östlich oder mehr westlich gefunden werden. Auf eisernen Schiffen, die z. B. in der Fahrt zwischen Europa und Nordamerika beschäftigt sind, wird auf den westlichen Kursen der Ausreise wegen des an Backbordseite entstehenden Südpols des halbfesten Magnetismus ein $-C$ entstehen, während auf den östlichen Kursen der Rückreise ein $+C$ hervorgerufen wird. Für solche Schiffe empfiehlt es sich, zwei Steuertafeln in Gebrauch zu nehmen, eine für die Ausreise und die andere für die Rückreise.

Die Größe des Betrages, um den die Ablenkung des Kompasses durch die Wirkung des halbfesten Magnetismus nach einem Kurswechsel verändert wird, ist abhängig von der Stärke der magnetischen Kraft der Erde, von der Beschaffenheit des Eisens, aus dem das Schiff gebaut ist, von den Erschütterungen des Schiffs auf dem vorher gesteuerten Kurse und von der mehr oder weniger günstigen Lage des Kompaßorts. Wieviel Zeit nötig ist, damit die auf irgend einem Kurse entstehenden Pole des halbfesten Magnetismus ihre größte Stärke erreichen und nach einer Kursänderung allmählich wieder verschwinden, ist

Sache der Erfahrung, die nur durch fleißige Beobachtungen unter den verschiedensten Umständen gewonnen werden kann. Es wird diese Zeitdauer auf dem schwer beladenen Schiffe anders gefunden werden als auf dem mit Ballast segelnden, da die durch den Seegang verursachten Erschütterungen im ersten Falle anders sind als bei nur leicht beladenem Schiffe, und die Zeitdauer wird verschieden sein bei schwerem Seegange und bei glatter See.

Das von der Deutschen Seewarte herausgegebene Buch: „Der Kompaß an Bord" sagt hierüber S. 139: „Die Erfahrung hat gezeigt, daß bei Dampfern schon eine verhältnismäßig kurze Zeit dampfen auf unverändertem Kurse genügte, um den größten Teil des dieser Richtung entsprechenden remanenten Magnetismus aufzunehmen, resp. den auf einem anderen Kurse angenommenen der neuen Richtung entsprechend zu ändern und schien der Zeitraum eines Etmals, 24 Stunden, am meisten zu entsprechen, wenn keine erhebliche Kursveränderung stattgefunden hat. Waren verschiedene Kurse gesteuert, so schien es am zweckmäßigsten, für den vorhergesteuerten Kurs die Richtung zu nehmen, die den augenblicklichen Schiffsort mit einem Punkte des zurückgelegten Weges, der etwa 200 Seemeilen zurückliegt, verbindet, d. h. den Generalkurs der letzten durchlaufenen 200 Seemeilen. Dies genügte auch für Segelschiffe."

Auch bei langsamem Schwajen des Schiffs zur Bestimmung der Kompaßablenkung macht sich erfahrungsgemäß der Einfluß des halbfesten Magnetismus geltend. Während zwar die Pole dieses Magnetismus, die auf dem Kurse entstanden, den das Schiff vor dem Schwajen längere Zeit anlag, in der kurzen Zeit des Schwajens weder ihre Stärke noch ihre Lage im Schiffe wesentlich ändern werden und daher ebenso wirken wie die Pole des festen Schiffsmagnetismus, so bilden sich doch im Laufe des Schwajens neue Pole, die, wenn auch nur von geringer Stärke, immerhin eine Ablenkung von 1 bis 2 Grad hervorrufen können. Diese Ablenkung tritt hauptsächlich in den Koeffizienten A und E zutage, und aus diesem Grunde ist man berechtigt, bei Regelkompassen, die mit der gehörigen Sorgfalt in der Mittschiffsebene aufgestellt sind, ein A und E von 1 bis 2 Grad zu vernachlässigen. Es ist dies auch die Ursache, daß, wenn man nach dem Rundschwajen die Ablenkung auf dem ersten Striche, mit dem die Beobachtung angefangen wurde, noch einmal bestimmt, diese Ablenkung von der zuerst gefundenen fast immer etwas abweicht. Diesen Einfluß des halbfesten Schiffsmagnetismus sowie auch Trägheitsfehler des Kompasses kann man beseitigen dadurch, daß man das Schiff sowohl rechts wie links herumschwajt und dann aus je zwei beobachteten Ablenkungen, die demselben Kurse zugehören, das Mittel nimmt.

§ 129. Bestimmung des Koeffizienten λ. Nach § 124 bezeichnet λ das Verhältnis der mittleren Richtkraft der Nadel nach magnetisch Nord zur Horizontalkraft der Erde, oder das Mittel der $\frac{H'}{H}\cos\delta$ auf vier oder mehr gleich weit voneinander entfernten magnetischen Kursen, worin H' die Richtkraft der Nadel auf irgend einem Kurse, δ die zugehörige Ablenkung des Kompasses und H die Horizontalkraft der Erde bezeichnet.

Beobachtet man nun auf die in § 91 angegebene Weise die Schwingungsdauer t einer Horizontalnadel am Lande unter dem alleinigen Einflusse der Horizontalkraft der Erde und dann die Schwingungsdauer t' derselben Nadel am Kompaßorte auf irgend einem Kurse, so verhält sich

$$H' : H = t^2 : t'^2,$$

also

$$\frac{H'}{H} = \frac{t^2}{t'^2}.$$

Die Richtkraft H' bezieht sich auf Kompaßnord, und wenn man daher das gefundene Verhältnis $\frac{H'}{H}$ mit $\cos\delta$ multipliziert, so ergibt sich die Richtkraft nach magnetisch Nord, ausgedrückt in Einheiten von H. Bestimmt man nun auf vier oder mehr gleich weit voneinander liegenden magnetischen Kursen die Größe $\frac{H'}{H}\cos\delta$ und nimmt aus allen Werten das Mittel, so ist dieses $= \lambda$.

Um das Schiff auf magnetische Kurse anzulegen, bedient man sich entweder der Peilscheibe (§ 108) oder man entnimmt aus der Steuertafel die den magnetischen Kursen entsprechenden Kompaßkurse und legt das Schiff auf diese an.

Beispiel. Auf den magnetischen Kursen *ONO*, *SSO*, *WSW* und *NNW* fand man die Schwingungsdauer der Horizontalnadel $1^s,74$; $2^s,26$; $2^s,00$ und $1^s,70$, während sie am Lande $1^s,78$ betrug. Die Ablenkungen für die obigen Kurse waren $20°\,O$; $9°,7\,O$; $20°\,W$; $9°,9\,W$.

Magnetische Kurse	t' Sek.	t Sek.	t'^2	t^2	$\frac{H'}{H} = \frac{t^2}{t'^2}$	δ Grade	$\cos\delta$	$\frac{H'}{H}\cos\delta$
ONO	1,74	1,78	3,028	3,168	1,046	+ 20	0,940	0,983
SSO	2,26		5,108		0,620	+ 9,7	0,986	0,601
WSW	2,00		4,000		0,792	— 20	0,940	0,744
NNW	1,70		2,890		1,096	— 9,9	0,985	1,079

Mittel der letzten Spalte $= \lambda = 0{,}852$.

Der Koeffizient λ bleibt bei der Ortsveränderung des Schiffs unveränderlich, aus demselben Grunde wie der Koeffizient D, doch findet in den ersten Jahren nach dem Bau in der Regel eine Zunahme von λ und eine Abnahme von D statt. Ein Aufenthalt in der Äquatorgegend beschleunigt diese Veränderung von λ und D.

§ 130. Vom Krängungsfehler. Den bisherigen Untersuchungen über die Kompaßablenkung war die Annahme zugrunde gelegt, daß das Schiff gerade läge, also die durch beide Steven und den Kiel gedachte Ebene genau vertikal sei. Für diesen Fall durften die nach unten gerichteten Komponenten des Schiffsmagnetismus (z. B. *ou* in Fig. 82) außer acht gelassen werden, weil sie die Kompaßnadel nicht ablenken können. Wenn aber das Schiff nach der einen oder der anderen Seite überliegt oder gekrängt ist, wie man sagt, so tritt die in der Kielebene nach unten wirkende Kraft des festen Schiffsmagnetismus nach der Luvseite hin aus der vertikalen Ebene heraus und muß nun ebenfalls eine Ablenkung des Kompasses verursachen. Außerdem verändert sich durch das Schiefliegen des Schiffs der Zustand des flüchtigen Schiffsmagnetismus hinsichtlich seiner Stärke wie auch der Lage seiner Pole nach, denn horizontale Eisenmassen kommen durch die Krängung des Schiffs in eine geneigte Lage und wirken daher teilweise wie vertikales Eisen, indem jetzt auch die Vertikalkraft der Erde flüchtigen Magnetismus in ihnen erregt. Nur längsschiffs liegende Eisenmassen behalten unverändert ihre magnetische Kraft, da ihre Längsachsen auch bei schiefliegendem Schiffe horizontal bleiben; aber ihre Pole nehmen eine andere Lage zur Kompaßnadel ein und verursachen daher ebenfalls eine Änderung der Kompaßablenkung. In vertikalen Eisenmassen wird bei gekrängtem Schiffe auch durch die Horizontalkraft der Erde flüchtiger Magnetismus erregt, so daß also die Gesamtwirkung des Schiffsmagnetismus auf den Kompaß bei gekrängtem Schiffe eine andere sein muß als wenn das Schiff gerade liegt.

Die Veränderung in der Kompaßablenkung, die durch das Überliegen des Schiffs nach der einen oder der anderen Seite hervorgerufen wird, heißt der Krängungsfehler.

Die Untersuchungen über die Änderungen, die der Krängungsfehler in den Koeffizienten *A*, *B*, *C*, *D*, *E* hervorbringt, kann man auf den in der Mittschiffsebene aufgestellten Regelkompaß beschränken, weil dieser bei der Bestimmung des Kurses der allein maßgebende ist. Für diesen Kompaß sind die Koeffizienten *A* und *E* und auch ihre durch das Schiefliegen des Schiffs hervorgerufenen Änderungen so unbedeutend, daß sie hier vernachlässigt werden dürfen.

Der Koeffizient *D* wird bekanntlich durch gleichmäßig um den Kompaß verteiltes, horizontales weiches Eisen hervorgerufen, dessen flüchtiger Magnetismus nur durch die Horizontalkraft der Erde erregt wird. Bei den hier in Betracht kommenden Neigungen ist aber der Richtungsunterschied zwischen jenem Eisen und der Horizontalkraft der Erde so gering, daß die Stärke des in diesem Eisen durch die Horizontalkraft erregten Magnetismus und folglich auch *D* als unveränderlich angesehen werden kann.

Auf den Koeffizienten *B* hat die Krängung des Schiffs keinen Einfluß, weil *B* nur durch längsschiffs wirkende Kräfte entsteht; *B* kann vielleicht durch das Stampfen des Schiffs verändert werden, doch sind die durch diese Bewegung des Schiffs hervorgerufenen Veränderungen in der Kompaßablenkung so unbedeutend, daß sie hier außer Betracht bleiben können.

Der Koeffizient *C* rührt von den querschiffs wirkenden Kräften her. Zu diesen Kräften gesellt sich nun beim Überliegen des Schiffs die nach der Luvseite gerückte, nach unten wirkende Kraft des festen wie des flüchtigen Magnetismus der vertikalen Eisenmassen, sowie der durch die Vertikalkraft der Erde in querschiffs liegendem Eisen erregte flüchtige Magnetismus. Es muß also der Wert von *C* durch das Krängen des Schiffs verändert werden, und diese Änderung von *C* muß am größten sein, wenn die querschiffs wirkende Kraft rechtwinklig zur Kompaßnadel wirkt, wenn also das Schiff Nord oder Süd nach Kompaß anliegt. Auf den Kompaßkursen Ost und West liegt die Nadel querschiffs, und die in derselben Richtung wirkende Kraft lenkt daher die Nadel nicht ab sondern hat nur Einfluß auf ihre Richtkraft. Es ist demnach bei gleicher Neigung des Schiffs der Krängungsfehler am größten auf den Kompaßkursen Nord und Süd; er ist gleich Null, wenn das überliegende Schiff Ost oder West nach Kompaß anliegt. Natürlich wird auch auf demselben Kurse der Krängungsfehler desto größer, je mehr das Schiff überliegt, und da über jedem Buge das Nordende der Nadel entweder stets nach der Luv- oder stets nach der Leeseite hin abgelenkt wird, so wird durch das Rollen des eisernen Schiffs die Ablenkung und folglich auch der Kompaßkurs fortwährend geändert, wenn auch das Schiff ununterbrochen denselben magnetischen Kurs verfolgt. Beträgt z. B. bei einer Seitenneigung des Schiffs von 10 Grad der Krängungsfehler 15 Grad, so ändert sich die Ablenkung um 30 Grad, wenn das Schiff von 10° nach der einen Seite bis 10° nach der anderen Seite überholt. Die Folge hiervon ist, daß der Kompaß wild wird, so vorzüglich er auch gearbeitet sein mag.

Segelt man nun aber unter den eben angenommenen Werten von Neigung und Krängungsfehler über einem Buge und man berücksichtigte den Krängungsfehler nicht, so würde man einen um 15 Grad fehlerhaften Kurs steuern; wie verhängnisvoll ein solcher Fehler werden kann, braucht dem Seemanne nicht weiter auseinandergesetzt zu werden.

Am sichersten fährt man immer, wenn man jedesmal die Mißweisung des abgelenkten Kompasses auf dem Kurse, den das schiefliegende Schiff anliegt, beobachtet und diese Mißweisung in Rechnung zieht, solange Kurs und Neigung des Schiffs sowie die magnetische Breite unverändert bleiben. Ändert sich eine dieser drei Größen in einer in

Betracht kommenden Weise oder wird das Schiff über den anderen Bug gelegt, so muß auch die Mißweisung des Kompasses von neuem bestimmt werden. Nur dann, wenn Beobachtungen nicht angestellt werden können, muß man den durch Rechnung gefundenen Krängungsfehler in Anwendung bringen, und um diesen sicher genug zu erhalten, muß man so oft wie möglich und in verschiedener magnetischer Breite die Ablenkung des Kompasses auf Nord- und Südkurs oder doch auf diesen Kursen nahen Strichen beobachten und den Betrag der Krängung sowie die Seite, nach der das Schiff überlag, dabei bemerken.

Um den Betrag der Krängung zu ermitteln, kann man sich des Krängungspendels bedienen. Dieses besteht aus einem metallenen Halbkreise, der von der Mitte aus nach beiden Seiten hin in Grade geteilt ist, auf welche ein im Mittelpunkte des Kreises aufgehängter Messingzeiger einspielt. Wird der Durchmesser dieses Halbkreises querschiffs und parallel zum Deck befestigt, so zeigt der Zeiger die Anzahl Grade an, um die das Schiff geneigt ist. Da auf See die Neigung des Schiffs fortwährenden Schwankungen unterliegt, so nimmt man den Mittelwert aus mehreren beobachteten Neigungen als Krängung an.

§ 131. Berechnung des Krängungsfehlers. Sowie die Gesamtablenkung aus mehreren Teilen zusammengesetzt ist, so setzt sich auch der Krängungsfehler aus mehreren Teilen zusammen, von denen jedoch nur zwei in Betracht zu ziehen sind, wenn der Kompaß, wie hier angenommen wird, keinem der beiden Steven zu nahe steht, sondern sich ungefähr über der Mitte des Schiffs in der Mittschiffsebene befindet.

Der erste Teil des Krängungsfehlers wird durch den festen und halbfesten Schiffsmagnetismus hervorgerufen und kann auf folgende Weise bestimmt werden.

Fig. 111.

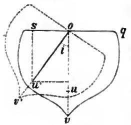
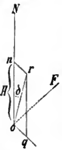


Fig. 111 stelle den Querschnitt des Schiffs unter dem in o angenommenen Kompasse vor; der mit den ausgezogenen Linien umgrenzte Querschnitt deute die gerade und der mit Punkten umgrenzte die geneigte Lage des nach Steuerbord gekrängten Schiffs an. Stellt nun ou die nach unten gerichtete Komponente des festen und halbfesten Magnetismus dar, so ist $ou' = ou$ diese selbe Kraft bei geneigtem Schiffe, und Winkel $uou' = i$ gibt den Betrag der Krängung an; i ist positiv, wenn das Schiff nach Steuerbord, und negativ, wenn es nach Backbord überliegt. Zerlegt man nun die Kraft ou' in die horizontale und vertikale Komponente, so ist die erste, nämlich os, diejenige, die ablenkend auf die Kompaßnadel wirkt. Da Winkel $su'o = i$ ist, so wird

$$os = ou' \cdot \sin i .$$

Fig. 84.



Bezeichnet man ou' mit R und setzt die querschiffs wirkende Kraft $R \cdot \sin i$ in Fig. 84 für oq ein, so erhält man, wenn die Ablenkung δ hier durch δ_R bezeichnet wird,

$$\sin \delta_R = \frac{R \cdot \sin i}{\lambda \cdot H} \cdot \cos z'$$

oder

$$\delta_R = \frac{R}{\lambda \cdot H} \cdot i \cdot \cos z' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1).$$

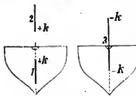
Ist ou und also auch os eine südmagnetische Kraft, so wird das Nordende der Nadel nach der Luvseite gezogen, dagegen nach der Leeseite hin abgestoßen, wenn ou nordmagnetisch ist.

Der feste Magnetismus eines mit dem Buge nach Nord gebauten Schiffs wird daher beim Überliegen des Schiffs das Nordende der Nadel eines auf dem Achterdeck stehenden Kompasses nach der Luvseite ziehen, dagegen nach der Leeseite abstoßen, wenn der Kompaß auf dem Vordeck aufgestellt ist. Auf Schiffen mit südlichem Baukurse verhält es sich hiermit in der Regel umgekehrt.

Der zweite Teil des Krängungsfehlers ist die Wirkung des Magnetismus, der durch die Vertikalkraft der Erde in weichem Eisen erregt wird. Liegt das Schiff gerade, so wird durch die Vertikalkraft der Erde, die mit Z bezeichnet wird, nur in vertikalen Eisenmassen Magnetismus

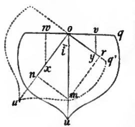
erregt, dessen vertikale, in der Kielebene wirkende Kraftkomponente durch die k-Stange (§ 120) dargestellt wurde. Die Lage der Stange 1 oder 2 in Fig. 112 entspricht einem positiven, die Lage 3 einem negativen k.

Fig. 112.



In horizontal querschiffs liegendem Eisen wie z. B. in einem eisernen Decksbalken wird bei gerader Lage des Schiffs durch die Vertikalkraft Z der Erde kein Magnetismus erregt; sowie aber das Schiff nach einer Seite überliegt, erhält das obere Ende des Balkens auf nordmagnetischer Breite südlichen und das untere Ende nördlichen Magnetismus. Das Nordende der Nadel wird also in diesem Falle nach der Luvseite gezogen. Gehen aber die unter dem Kompasse befindlichen Decksbalken nicht von Bord zu Bord, sondern sind sie durch eine Luke oder ein Oberlicht unterbrochen, so wird jeder Teil des Balkens ein Magnet für sich. Der an der Luvseite befindliche Balken hat an seinem unteren, dem Kompasse zugekehrten Ende einen Nordpol, während der in der Leeseite liegende Balken an seinem oberen, dem Kompasse zugekehrten Ende einen Südpol hat. Dieser Südpol zieht das Nordende der Nadel nach der Leeseite und ebenfalls nach der Leeseite stößt jener Nordpol das Nordende der Nadel. Auf südmagnetischer Breite findet natürlich das Umgekehrte statt.

Fig. 113.



Zerlegt man nun die Vertikalkraft Z der Erde, die gleich om sei (Fig. 113), nach zwei Richtungen, ou' und oq', von welchen die erste nach dem Kiele, die letzte parallel zum Deck geht, beide in der Vertikalebene des durch die Mitte o des Kompasses gehenden Querschnitts befindlich, so erhält man die Komponenten on und or. Da Winkel $nom = i =$ der Neigung des Schiffs

und $\angle mor = 90° - i$ ist, so wird

$$on = Z \cdot \cos i$$

$$or = Z \cdot \cos(90° - i) = Z \cdot \sin i.$$

Hiernach ist $Z \cdot \cos i$ der Teil der Vertikalkraft der Erde, der jetzt in dem bei gerader Lage des Schiffs vertikal stehenden weichen Eisen Magnetismus erregt, und daher muß die Stärke dieses Magnetismus der erregenden Kraft $Z \cdot \cos i$ proportional sein. Nach dem Vorhergehenden ist k die entsprechende Verhältniszahl, mithin ist die in der Richtung von o nach u' wirkende Komponente $= k \cdot Z \cdot \cos i$ oder da die Neigung i nicht bedeutend werden kann, $= k \cdot Z$, indem $\cos i = 1$ gesetzt werden darf.

Der querschiffs wirkende Teil der Kraft Z, nämlich $or = Z \cdot \sin i$ erregt nun in dem bei gerader Lage des Schiffs horizontal liegenden weichen Eisen ebenfalls Magnetismus, und da die Fähigkeit dieses Eisens, in der Querschiffsrichtung Magnetismus aufzunehmen, durch den Koeffizienten e bezeichnet wurde, so ist die in der Richtung von o nach q' wirkende Komponente $= e \cdot Z \cdot \sin i$.

Es sei nun die Komponente $k \cdot Z = ox$ und die Komponente $e \cdot Z \cdot \sin i = oy$; fällt man xw und yv senkrecht auf die Horizontalebene der Kompaßrose, so erhält man die Komponenten ow und ov, die die Ablenkung des Kompasses bewirken. Da Winkel $wox = 90° - i$ und $voy = i$ ist, so hat man

$$ow = k \cdot Z \cdot \cos(90° - i)$$

und $$ov = e \cdot Z \cdot \sin i \cdot \cos i$$

oder wenn man wie vorhin $\cos i = 1$ setzt und statt $\cos(90° - i)$ den gleichen Wert $\sin i$ einführt,

$$ow = k \cdot Z \cdot \sin i$$

und $$ov = e \cdot Z \cdot \sin i.$$

Während nun aber die Komponente ow das Nordende der Nadel nach der Luvseite zieht, wird es von der entgegengesetzt gerichteten Komponente ov nach der Leeseite gezogen. Es kann also nur der Überschuß der größeren Kraft oder der Unterschied beider Kräfte zur Wirkung kommen, und die die Kompaßnadel ablenkende Kraft ist somit $= ow - ov$

$$= (k - e)\, Z \cdot \sin i,$$

wobei man die Kraft als positiv bezeichnet, die das Nordende der Nadel nach der Luvseite zieht.

Setzt man diese querschiffs wirkende Kraft in Fig. 84 statt oq, so erhält man, wenn die Ablenkung δ hier mit δ_k bezeichnet wird,

$$\sin \delta_k = \frac{(k - e)\, Z \cdot \sin i}{\lambda H} \cdot \cos z'$$

oder

$$\delta_k = \frac{k - e}{\lambda} \cdot \frac{Z}{H} \cdot i \cdot \cos z' \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 2).$$

Da $\frac{Z}{H} = \operatorname{tang} J$ ist, wo J die magnetische Neigung bezeichnet, so ist

$$\delta_k = \frac{k - e}{\lambda} \cdot \operatorname{tang} J \cdot i \cdot \cos z'.$$

Nach 1) ist

$$\delta_R = \frac{R}{\lambda \cdot H} \cdot i \cdot \cos z',$$

also

$$\delta_R + \delta_k = \left(\frac{R}{\lambda H} + \frac{k - e}{\lambda} \cdot \operatorname{tang} J\right) i \cdot \cos z' \quad . \; . \; . \; 3).$$

$\delta_R + \delta_k$ bezeichnet den Krängungsfehler, der hiernach berechnet werden kann, wenn der Ausdruck in der Klammer bekannt ist. Dieser Ausdruck, nämlich $\frac{R}{\lambda H} + \frac{k - e}{\lambda} \cdot \operatorname{tang} J$, führt den Namen „Krängungskoeffizient" und wird mit K bezeichnet; er ist nach Gleichung 3) gleich dem Krängungsfehler, wenn das Schiff nach Kompaß Nord anliegt ($\cos z' = 1$) und um einen Grad gekrängt ist ($i = 1°$). Hiernach ist also

$$\text{Krängungsfehler} = K \cdot i \cdot \cos z' \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 4).$$

§ 132. Der Krängungskoeffizient. Unter diesem mit K bezeichneten Koeffizienten versteht man die Zahl, womit die Anzahl Grade der Krängung zu multiplizieren ist, um den Krängungsfehler auf Nord- und Südkurs zu erhalten. Es ist

$$K = \frac{R}{\lambda H} + \frac{k - e}{\lambda} \cdot \operatorname{tang} J \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 1)^*)$$

K besteht hiernach aus zwei Teilen; der erste rührt von dem festen und halbfesten Schiffsmagnetismus her, während der zweite Teil durch den Magnetismus entsteht, der durch die Vertikalkraft der Erde im weichen Eisen erregt wird.

Dieser Koeffizient K wird mit + oder − bezeichnet, je nachdem das Nordende der Kompaßnadel infolge der Krängung nach der Luv- oder nach der Leeseite angezogen wird. Die Vorzeichen der Krängungskoeffizienten haben also einen anderen Sinn als bei der Ablenkung und bei dem Krängungsfehler, wo die Zeichen + und − eine östliche und westliche Ablenkung bezeichnen, und es ist in jedem Falle noch besonders zu untersuchen, was für Ablenkung ein positiver oder negativer Krängungskoeffizient hervorruft.

Daß der Wert des Krängungskoeffizienten auf Nord- und Südkurs derselbe ist, gilt nur für solche Kompasse, die, wie hier angenommen ist, mittschiffs stehen. Für Kompasse, die auf dem Achter- oder Vorderdeck stehen, ist noch die Verschiebung der Pole des horizontal längsschiffs liegenden Eisens in Betracht zu ziehen. Denkt man sich z. B. eine horizontal längsschiffs liegende lange Eisenstange**) (Kiel, Schraubenwelle) recht unter dem Kompasse, wenn das Schiff gerade liegt, so kommt diese Stange durch das Überliegen des Schiffs an die Luvseite vom Kompaß. Liegt dann das Schiff magnetisch Nord an, so wird der im Achterende der Stange entstandene Südpol das Nordende eines auf dem Achterdeck stehenden Kompasses nach der Luvseite ziehen und folglich einen positiven Krängungskoeffizienten bewirken; liegt aber das Schiff magnetisch Süd an, so erhält das

*) S. § 131 Gl. 3).

**) Solche Eisenstange entspräche der in Fig. 98 mit g bezeichneten Stange. Die dort durch die h-Stange versinnlichte Komponente kann für die in Rede stehenden Regelkompasse als zu unbedeutend vernachlässigt werden.

Achterende der Stange einen magnetischen Nordpol, und dieser stößt das Nordende der Nadel nach der Leeseite ab, erzeugt mithin einen negativen Krängungskoeffizienten. Auf eine Kompaßnadel, die sich über der Mitte der Stange befindet, wirken beide Pole der Stange gleich stark, ihre Wirkungen heben sich daher auf, und die Nadel wird nicht abgelenkt. Der letzte Fall trifft gewöhnlich für mittschiffs stehende Regelkompasse zu, doch da z. B. eine Schraubenwelle auch für solchen Kompaß dieselbe Wirkung haben kann wie ein eiserner Kiel für den auf dem Achterdeck stehenden Kompaß, so tut man gut, das Mittel aus den Krängungskoeffizienten bei Nord- und Südkurs in Rechnung zu nehmen.

Der Krängungskoeffizient ändert sich, wenn das Schiff die magnetische Breite verändert. Sein erster Teil, nämlich $\frac{R}{\lambda \cdot H}$, ändert sich umgekehrt proportional der Horizontalkraft H der Erde; er nimmt also bei Annäherung an den magnetischen Erdäquator ab und erreicht hier, wo H am größten ist, seinen kleinsten Wert.

Die kleinen Änderungen in der Kraft R, die im Laufe der Zeit und nach Kursänderungen erfolgen, können hier, wo es sich um gut aufgestellte Regelkompasse handelt, als zu unbedeutend unberücksichtigt bleiben.

Der zweite Teil, $\frac{k - e}{\lambda} \cdot \operatorname{tang} J$, ändert sich proportional der Tangente der magnetischen Neigung, nimmt also bei Annäherung an den magnetischen Äquator ab, wird hier Null und wechselt beim Überschreiten dieses Äquators sein Vorzeichen.

k ist gewöhnlich positiv, wenn der Kompaß nicht gerade in der Nähe von vertikalen Eisenmassen steht und von diesen überragt wird, wie z. B. Schornsteine, eiserne Ventilatoren u. dgl. Eiserne Masten jedoch wirken nach den bisherigen Erfahrungen als Magnete und sind nicht als weiches Eisen anzusehen. Für Kompasse in eisernen Ruderhäusern, die leider mehr und mehr in Anwendung kommen, trotzdem sie die sichere Führung des Schiffs sehr erschweren und unter Umständen ganz unmöglich machen, ist k stets negativ.

Da für Regelkompasse, die sich in größerer Höhe befinden, die Größe e in der Regel negativ ist, mithin die Summe $k + e$ zur Wirkung kommt, so ruft dieser Teil des Krängungskoeffizienten auf Nordbreite einen positiven, auf Südbreite einen negativen Krängungskoeffizienten hervor. Dieser positive Teil auf Nordbreite wird durch den ersten Teil des Krängungskoeffizienten vergrößert oder verkleinert, je nachdem fester Süd- oder Nordmagnetismus des Schiffs auf den Kompaß wirkt. Im allgemeinen wird also der negative Krängungskoeffizient auf Südbreite um so größer werden, je kleiner der positive Koeffizient auf Nordbreite ist, so daß ein negativer Koeffizient auf Nordbreite für Reisen jenseits des Äquators sehr störend auf den Kompaß wirkt.

§ 133. Bestimmung des Krängungsfehlers. In § 130 wurde erklärt, daß der Krängungsfehler auf Kompaß-Nord- und Südkurs seinen größten Wert erreicht und Null wird auf den Kompaßkursen Ost und West. Er ändert sich also proportional dem Kosinus des Kompaßkurses, und da nach § 132 der Krängungsfehler auf Nordkurs $= K \cdot i$ ist, worin K den Krängungskoeffizienten und i die Anzahl Grade der Krängung bezeichnet, so ist für irgend einen Kompaßkurs z'

$$\text{Krängungsfehler} = K \cdot i \cdot \cos z' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1).$$

Hierin ist i positiv oder negativ zu bezeichnen, je nachdem das Schiff nach Steuerbord- oder Backbordseite überliegt.

Ist K bekannt, so findet man nach Gl. 1) den Krängungsfehler für eine bestimmte Neigung und irgend einen Kurs, indem man K mit der Anzahl Grade der Neigung multipliziert, dieses Produkt in der Strichtafel unter dem gegebenen Kurse in der Distanzspalte aufsucht und den danebenstehenden Wert aus der Breitenunterschiedspalte entnimmt.

Beobachtet man die Ablenkung des Kompasses δ_i bei gekrängtem Schiffe, so ist der Unterschied zwischen dieser und der Ablenkung δ auf demselben Kurse bei gerade liegendem Schiffe der Krängungsfehler. Nach Gl. 1) wird also

$$\delta - \delta_i = K \cdot i \cdot \cos z' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2).$$

§ 134. Bestimmung des Krängungskoeffizienten. Man beobachte die Ablenkung des Kompasses auf einem nördlichen Kurse zwischen *NO* und *NW* oder auf einem südlichen Kurse zwischen *SO* und *SW*, am besten auf Nord- oder Südkurs, wenn das Schiff gerade liegt und dann, wenn es auf demselben Kurse um mindestens 5 Grad gekrängt ist. Der Unterschied beider Ablenkungen ist der Krängungsfehler auf dem betreffenden Kurse, und wenn dieser genau Nord oder Süd nach Kompaß war, so ist der Krängungskoeffizient gleich dem Krängungsfehler dividiert durch die Anzahl der Grade, um die das Schiff gekrängt war. Diesen Betrag hat man noch durch den Kosinus des Kurses zu dividieren, wenn die Beobachtung nicht auf Nord- oder Südkurs ausgeführt wurde. Denn aus Gl. 2) § 133 ergibt sich

$$K = \frac{\delta - \delta_i}{i \cdot \cos z'} .$$

Beispiel 1. Ein Schiff liegt über Backbordbug (mit Steuerbordhalsen) bei einer Krängung von 8° *SSW* an, wobei die Ablenkung des Kompasses 5° *O* beobachtet wurde, während sie bei gerade liegendem Schiffe 11° *O* auf *SSW*-Kurs ist. Gesucht wird der Krängungskoeffizient.

Es ist $\delta = +11°$

und $\delta_i = +\ 5°$,

also $\delta - \delta_i = +\ 6°;\quad \frac{\delta - \delta_i}{i} = \frac{6°}{8°} = 0{,}75$.

Mit 75 geht man unter 2 Str. in die Breitenunterschiedspalte der Koppeltafel und entnimmt aus der Distanzspalte den nebenstehenden Wert 81, so ist $K = 0{,}81$. Da die östliche Ablenkung durch den Krängungsfehler vermindert ist, so ist das Nordende der Nadel nach West hin gezogen; liegt nun das Schiff über Backbordbug einen südlichen Kurs, so ist die Luvseite nach West zugekehrt; mithin ist das Nordende der Nadel hier nach der Luvseite gelenkt und folglich der Krängungskoeffizient positiv, also

$$K = +0{,}8\ .$$

Beispiel 2. Ein Schiff liegt über Steuerbordbug (mit Backbordhalsen) bei einer Krängung von 10° *SzO* an, wobei die Ablenkung $= 12°$ *W* beobachtet wurde, während sie bei gerade liegendem Schiffe 1° *W* auf *SzO* ist; welcher Krängungskoeffizient ergibt sich hieraus?

Es ist $\delta = -\ 1°$ und $i = +10°$.

$\delta_i = -12°$,

also $\delta - \delta_i = +11°;\quad \frac{\delta - \delta_i}{+10°} = +1{,}1$

und $\frac{+1{,}1}{\cos 15\,\text{Str.}} = \frac{+1{,}1}{-\cos 1\,\text{Str.}} = -1{,}1 = K$.

Da nämlich die westliche Ablenkung durch die Krängung vermehrt ist, so wird das Nordende der Nadel nach West gezogen; über Steuerbordbug auf südlichem Kurse ist aber die nach West gewandte Seite des Schiffs die Leeseite, folglich ist der Krängungskoeffizient negativ.

Häufig wird man auch im Hafen durch zweckentsprechendes Laden oder Löschen der Güter eine Krängung des Schiffs auf leichte Art bewirken und den Krängungskoeffizienten bestimmen können, wobei man dafür zu sorgen hat, daß das Schiff in gerader und gekrängter Lage denselben magnetischen Kurs, am besten Nord oder Süd, anliegt. An einem entfernten Gegenstande, der mit den Masten in gerader Linie gelegen ist, kann man die sich etwa verändernde Kielrichtung beobachten und das Schiff wieder in die Richtung bringen, worin es sich bei gerader Lage befand. Die durch die Neigung des Schiffs bewirkte Kursänderung nach Kompaß ist in diesem Falle der Krängungsfehler, der durch $i \cdot \cos z'$ zu dividieren ist, um den Krängungskoeffizienten zu erhalten. Selbstverständlich darf während dieser Bestimmung kein anderes eisernes Schiff auf Seite des eigenen Schiffes liegen.

Zur Bestimmung des Vorzeichens des Krängungskoeffizienten kann folgende Tafel dienen:

Krängung	Kurs	Östliche Ablenkung	Westliche Ablenkung	Vorzeichen des Krängungskoeffizienten
nach Backbordseite	nördlich	Zunahme / Abnahme	Abnahme / Zunahme	+ / −
	südlich	Abnahme / Zunahme	Zunahme / Abnahme	+ / −
nach Steuerbordseite	nördlich	Abnahme / Zunahme	Zunahme / Abnahme	+ / −
	südlich	Zunahme / Abnahme	Abnahme / Zunahme	+ / −

Die Bestimmung des Krängungskoeffizienten sollte so oft wie möglich auf See vorgenommen werden und besonders in bedeutend voneinander verschiedenen Breiten. Setzt man dann die beobachteten Werte für K in Formel 1) § 132, für H und tang J die für den jedesmaligen Beobachtungsort aus den magnetischen Karten entnommenen Werte ein, so erhält man ebensoviele Gleichungen als Werte des Krängungskoeffizienten beobachtet sind, und kann dann aus diesen die wahrscheinlichen Werte von $\frac{R}{\lambda}$ und $\frac{k-e}{\lambda}$ ableiten. Sind dann diese Werte ermittelt, so kann man umgekehrt auf den ferneren Reisen den Krängungskoeffizienten nach der erwähnten Formel für irgend einen bestimmten Ort durch Rechnung finden.

Beispiel. Es sei $\frac{R}{\lambda} = -0{,}148$ und $\frac{k-e}{\lambda} = +0{,}311$ gefunden. Gesucht wird der Krängungskoeffizient in 30° S Br. und 40° O Lg. v. Grw.

Es ist $$K = -0{,}148 \cdot \frac{1}{H} + 0{,}311 \cdot \operatorname{tang} J\,.$$

In den von der Deutschen Seewarte herausgegebenen magnetischen Karten findet man für den gegebenen Ort $\frac{1}{H} = 0{,}9$ und die Tangente der magnetischen Neigung $J = -1{,}73$. Man hat also

$$K = -0{,}148 \cdot 0{,}9 + 0{,}311 \cdot (-1{,}73)$$
$$K = -0{,}13 - 0{,}54 = -0{,}67\,.$$

Der Krängungskoeffizient kann auch im Hafen bestimmt werden, ohne das Schiff zu krängen. Das hierbei einzuschlagende Verfahren gründet sich auf folgende Betrachtung.

Es bezeichne Z die Vertikalkraft des Erdmagnetismus und Z' die am Kompaßorte wirksame magnetische Vertikalkraft des vereinten Schiffs- und Erdmagnetismus. Z' wird am selben Orte auf verschiedenen Kursen verschieden sein und zwar wegen der Wirkung, die das unter oder über dem Kompasse befindliche horizontale weiche Eisen auf die Nadel ausübt. Denkt man sich z. B. eine horizontale Eisenstange längsschiffs unter dem Kompasse wie in Fig. 114 angedeutet ist, so wird der unter dem Kompasse befindliche Pol das Nordende der Nadel auf Nordkurs nach unten ziehen, also die Vertikalkraft verstärken, dagegen auf Südkurs nach oben hin abstoßen, weil die Stange ihre Pole gewechselt hat. Ähnlich verhält es sich mit der horizontal querschiffs liegenden, durch die h-Stange (§ 120) versinnlichten Komponente.

Fig. 114.



Bezeichnet nun die Zahl n das Verhältnis von Z' zu Z auf magnetisch Nordkurs, so ist

$$Z' = n \cdot Z \text{ auf Nordkurs.}$$

Ebenso sei

$$Z'_1 = n_1 \cdot Z \quad " \quad NzO \quad " \,,$$

$$Z'_2 = n_2 \cdot Z \quad " \quad NNO \quad " \,,$$

usw. für sämtliche 32 Kompaßstriche.

Nimmt man nun das Mittel aus allen Werten und bezeichnet das Mittel aus allen Z' mit Z'_m, so wird

$$Z'_m = \frac{n + n_1 + n_2 + \ldots\ldots\ldots n_{31}}{32} \cdot Z.$$

Das Mittel aller Verhältniszahlen n wird mit μ bezeichnet, und es wird

$$Z'_m = \mu \cdot Z, \quad \text{und} \quad \frac{Z'_m}{Z} = \mu.$$

Der Koeffizient μ bezeichnet hiernach das Verhältnis der mittleren Vertikalkraft des vereinten Schiffs- und Erdmagnetismus am Kompaßorte zur Vertikalkraft am Lande.

Diese mittlere Vertikalkraft setzt sich zusammen:

1. aus der Vertikalkraft der Erde, Z,
2. aus der Stärke des durch die Vertikalkraft Z im vertikalen weichen Eisen erregten Magnetismus, der durch $k \cdot Z$ dargestellt wird (§ 131).
3. aus der vertikal wirkenden Kraft des festen und halbfesten Schiffsmagnetismus, die mit R bezeichnet wurde.

Demnach ist die mittlere Vertikalkraft am Kompaßorte

$$Z'_m = Z + k \cdot Z + R$$

und da

$$Z'_m = \mu \cdot Z \quad \text{ist,}$$

so ist

$$\mu \cdot Z = Z + k \cdot Z + R$$

und

$$\mu = 1 + k + \frac{R}{Z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1).$$

Das horizontal unter oder über dem Kompasse befindliche weiche Eisen hat auf die mittlere Vertikalkraft und folglich auch auf den Koeffizienten μ keinen Einfluß, denn wenn auf einem Kurse die Vertikalkraft im Schiffe durch die Pole dieses Eisens vermehrt wird, so wird sie auf dem entgegengesetzten Kurse um ebensoviel vermindert und umgekehrt.

Aus Gl. 1) folgt

$$\mu - 1 = k + \frac{R}{Z},$$

durch λ dividiert,

$$\frac{\mu - 1}{\lambda} = \frac{k}{\lambda} + \frac{R}{\lambda \cdot Z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2).$$

Nach § 131 ist

$$K = \frac{R}{\lambda H} + \frac{k - e}{\lambda} \cdot \operatorname{tang} J,$$

oder, da $\operatorname{tang} J = \frac{Z}{H}$ ist und Zähler und Nenner eines Bruchs mit derselben Zahl multipliziert werden dürfen,

$$K = \frac{R \cdot Z}{\lambda \cdot H \cdot Z} + \frac{k \cdot Z}{\lambda H} - \frac{e Z}{\lambda H}$$

oder

$$K = \left(\frac{R}{\lambda \cdot Z} + \frac{k}{\lambda}\right) \cdot \frac{Z}{H} - \frac{e}{\lambda} \cdot \frac{Z}{H}.$$

Setzt man für den Ausdruck in der Klammer den Wert aus 2), so ist

$$K = \frac{\mu - 1}{\lambda} \cdot \frac{Z}{H} - \frac{e}{\lambda} \cdot \frac{Z}{H}$$

oder

$$K = \left(\frac{\mu - 1}{\lambda} - \frac{e}{\lambda}\right) \cdot \operatorname{tang} J \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3).$$

Bestimmt man nun $\frac{e}{\lambda}$ aus den früher gefundenen Gleichungen (§ 121) und setzt der Kürze wegen $\sin D = \mathfrak{D}$,*) so hat man

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{a - e}{2} \qquad \text{oder} \qquad a - e = 2\lambda \cdot \mathfrak{D},$$

und da $\lambda = 1 + \frac{a + e}{2}$ (§ 124. 1), so ist $a + e = 2\lambda - 2$;

durch Subtraktion, $\qquad -2e = 2\lambda\mathfrak{D} - 2\lambda + 2;$

durch 2λ dividiert, $\qquad -\frac{e}{\lambda} = \mathfrak{D} - 1 + \frac{1}{\lambda}.$

Diesen Wert in Gl. 3) eingesetzt, gibt

$$K = \left(\frac{\mu - 1}{\lambda} + \mathfrak{D} - 1 + \frac{1}{\lambda}\right) \cdot \operatorname{tang} J$$

oder

$$K = \left(\frac{\mu}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} + \mathfrak{D} - 1 + \frac{1}{\lambda}\right) \cdot \operatorname{tang} J,$$

also

$$K = \left(\mathfrak{D} + \frac{\mu}{\lambda} - 1\right) \cdot \operatorname{tang} J \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4).$$

Hiernach kann der Krängungskoeffizient K berechnet werden, wenn die Größen $\mathfrak{D} = \sin D$, λ und μ bekannt sind. Wie die beiden ersten Größen gefunden werden, ist früher erläutert worden, es bleibt noch übrig, den Koeffizienten μ zu bestimmen.

μ wird durch Schwingungsbeobachtungen einer Neigungsnadel gefunden ebenso wie λ durch die Horizontalnadel bestimmt wird. Die Neigungsnadel wird am Kompaßorte, nachdem der Kompaß entfernt ist, so aufgestellt, daß ihre Achse in den Ort der Pinnenspitze des Kompasses und in die Richtung des magnetischen Meridians fällt. In dieser Lage stellt sich die Nadel vertikal und befindet sich unter dem alleinigen Einflusse der magnetischen Vertikalkraft. Die Nadel wird dann aus ihrer vertikalen Ruhelage um 20° etwa durch einen Magnet abgelenkt und ihre Schwingungsdauer T' aus der Zeit für etwa 40 Schwingungen bestimmt. Ebenso wird die Schwingungsdauer T der Vertikalnadel am Lande bestimmt.

Dann ist

$$\frac{Z'}{Z} = \frac{T^2}{T'^2}.$$

Beobachtet man nun auf diese Weise das Verhältnis $\frac{Z'}{Z}$ auf zwei oder mehr gleich weit voneinander liegenden magnetischen Kursen des Schiffs, so ist das Mittel aus allen Werten von $\frac{T^2}{T'^2}$ gleich dem Koeffizienten μ.

Ebenso wie der Krängungskoeffizient verändert auch μ seinen Wert, wenn das Schiff die magnetische Breite verändert.

Beispiel. Es sei $\mu = 1{,}02$; $D = +6°{,}6$; $\lambda = 0{,}852$; $J = 68°\ N$. Gesucht wird der Krängungskoeffizient K.

*) Genau ist $\mathfrak{D} = \sin D\,(1 + \frac{1}{4} \sin\operatorname{vers} D)$, doch kommt der Faktor in der Klammer nur bei großem D in Betracht.

Es ist $K = \left(\mathfrak{D} + \frac{\mu}{\lambda} - 1\right) \cdot \operatorname{tang} J$ . . . . nach Gl. 4.).

$\mathfrak{D} = \sin D = + 0{,}115$

$\frac{\mu}{\lambda} = \frac{1{,}02}{0{,}852} = \quad 1{,}197$

-1

Summe $= + 0{,}312.$

Geht man nun mit $J = 68°$ in die Gradtafel, mit 31 in die Breitenunterschiedspalte, so findet man daneben in der Abweichungspalte die Zahl 77, und da tang J hier + ist, so wird

$$K = + 0{,}77.$$

§ 135. Die Ablenkung des Kompasses bei gekrängtem Schiffe zu bestimmen. Es ist nach § 133 der Krängungsfehler =

$$\delta - \delta_i = K \cdot i \cdot \cos z',$$

folglich $\delta_i = \delta - K \cdot i \cdot \cos z'$ . . . . 1)

worin i das positive oder negative Vorzeichen hat, je nachdem das Schiff nach der Steuerbord- oder nach der Backbordseite überliegt.

Beispiel 1. Ein Schiff liegt *NO* nach Kompaß an, während es 12° nach Steuerbord überliegt. Die Ablenkung auf *NO*-Kurs bei gerader Lage des Schiffs ist 18° *O* und der Krängungskoeffizient $= + 0{,}9$. Was ist der magnetische Kurs des Schiffs?

Es ist $i = +12°$, also $K \cdot i = +10°{,}8$; unter 4 Strich findet man in der Koppeltafel neben 108 als Distanz in der Breitenunterschiedspalte den Wert 76,

mithin ist $K \cdot i \cdot \cos z' = + \;\; 7°{,}6$;

von $\delta = + 18°$ subtrahiert,

$\delta_i = + 10°{,}4$.

Das Schiff liegt also magn. *N* 55°,4 *O* oder nahe *NOzO* an. Wäre in diesem Beispiele die Ablenkung bei gerader Lage des Schiffs 18° *W* statt *O* gewesen, so wäre

$$\delta_i = -18° - (+ 7°{,}6) = -25°{,}6$$

und der magn. Kurs des Schiffs = *N* 19°,4 *O*.

Beispiel 2. Ein Schiff soll magn. *SSO* ¾ *O* hin bei einer Neigung von 8° nach Backbord. Die Ablenkung des Kompasses bei gerader Lage des Schiffs ist für den magnetischen Kurs *SSO* ¾ *O* = 2°,8 *W*, und der Krängungskoeffizient $= +1{,}1$. Was ist unter diesen Umständen nach dem Kompasse zu steuern?

Magn. *SSO* ¾ *O* gibt bei ¼ Str. westl. Ablenkung den Kompaßkurs *SSO* ½ *O*. Nun ist $i = -8°$, also $K \cdot i = -8° \cdot (+ 1{,}1) = -8°{,}8$, und $K \cdot i \cdot \cos 2\frac{1}{2}$ Str. $= +7°{,}8$ (+, weil cos 13½ Str. negativ ist, das Produkt beider negativer Faktoren also positiv wird), folglich

$$\delta_i = -2{,}°8 - (+ 7{,}°8) = -10{,}°6.$$

Der zu steuernde Kurs nach Kompaß ist demnach *S* 20°,3 *O* oder nahe *SzO* ¾ *O*.

Eine Wiederholung der Berechnung des Krängungsfehlers mit dem gefundenen Kurse *S* 20°,3 *O* ergibt den Krängungsfehler $= -8°{,}3$; mit diesem wird $\delta_i = -11°{,}1$ und der zu steuernde Kurs nach Kompaß *SzO* ¾ *O*.

Will man ohne Rücksicht auf die Vorzeichen der Neigung und des Kosinus des Kurses bestimmen, wie der Krängungsfehler auf die Ablenkung bei gerader Lage des Schiffs anzuwenden ist, um die bei gekrängtem Schiffe zu finden, so überlege man folgendermaßen.

Im Beisp. 1 liegt das Schiff über Steuerbord einen nördlichen Kurs an, der Krängungskoeffizient ist positiv, das Nordende der Nadel wird also nach der Luvseite hin, hier also nach Backbordseite gezogen. Backbordseite aber ist auf nördlichem Kurs nach Westen gewandt, folglich wird die östliche Ablenkung durch den Krängungsfehler verkleinert, während die westliche vergrößert wird.

Im Beisp. 2 liegt das Schiff über Backbord einen südlichen Kurs an, der Krängungskoeffizient ist positiv, das Nordende der Nadel, das bei südlichen Kursen achteraus weist, wird also nach der Luvseite, hier nach Steuerbord gezogen; die Steuerbordseite ist nach West gewandt, folglich wird die westliche Ablenkung des Kompasses vergrößert, und der Krängungsfehler ist zur westlichen Ablenkung bei gerade liegendem Schiffe zu addieren.

Die Wirkung des Krängungsfehlers ergibt sich auch sofort aus der in § 134 gegebenen Tabelle, und es wird sehr oft schon genügen, wenn man nur beachtet, in welchem Sinne der Krängungsfehler wirkt und dann den zu steuernden Kurs so wählt, daß ein Fehler von einem Strich nicht gefährlich werden kann.

Für den Fall, daß der Krängungskoeffizient positiv ist, d. h. daß das Nordende der Kompaßnadel nach der Luvseite gezogen wird, wenn das Schiff nach einer Seite überliegt, gelten folgende Regeln, deren Richtigkeit im vorstehenden begründet liegt.

1. Steuert man gerade auf einen in Sicht befindlichen irdischen Gegenstand zu, so scheint das Schiff nach dem Kompasse abzufallen auf nördlichen und anzuluven auf südlichen Kursen, wenn es sich nach einer Seite neigt. Um daher einen gegebenen Kurs einzuhalten, halte über jedem Buge um den Krängungsfehler ab auf nördlichen Kursen, luve dagegen an um den Krängungsfehler auf südlichen Kursen.
2. Steuert man einen nördlichen Kurs nach Kompaß, so wird man durch den Krängungsfehler nach Luv versetzt, dagegen nach Lee, wenn ein südlicher Kurs gesteuert wird.
3. Kreuzt man so, daß das Schiff über einem Buge nördlichen und über dem anderen Bug südlichen Kurs anliegt, so ändert der Krängungsfehler seine Benennung nicht. Liegt das Schiff aber über jedem Buge nördlich oder südlich an, so ändert der Krängungsfehler seine Benennung, ist er über dem einen Buge *O*, so ist er über dem anderen Buge *W*.
4. Liegt das Schiff über demselben Buge erst einen nördlichen, dann einen südlichen Kurs an oder umgekehrt, so ändert der Krängungsfehler seine Benennung.

Ist der Krängungskoeffizient negativ, so findet das Umgekehrte statt.

§ 136. Über die Aufstellung der Kompasse. Aus dem, was im vorstehenden über die Wirkung des Schiffsmagnetismus auf die Kompasse gesagt ist, ergeben sich folgende Regeln, die bei Aufstellung der Kompasse beachtet und zum Teil schon beim Bau des Schiffs berücksichtigt werden sollten.

1. Der Regel- oder Azimutkompaß.

Dieser Kompaß muß in der Mittschiffsebene und fern von den Steven des Schiffs so aufgestellt sein, daß man möglichst nach allen Richtungen bequem peilen kann. In seiner Nähe dürfen sich keine einzelnen Eisenmassen, wie eiserne Boote, Ventilatoren, eiserne Tanks, Stützen, Schornsteine, eiserne Masten, Querschotten, eiserne Geländerstangen, Maschinentelegraph, eiserne Jäckstage an hölzernen Masten u. dgl. befinden. Bewegliche Eisenmassen, wie Boote, drehbare Köpfe eiserner Ventilatoren, Ketten u. dgl. sollten mindestens 4 bis 5 Meter vom Kompasse entfernt sein, und innerhalb einer Entfernung von 1,5 Metern dürfen nur kupferne oder die Nadel nicht ablenkende Nägel und Bolzen verwendet werden. Über einem eisernen Deck oder Decksbalken muß der Kompaß mindestens 2 Meter hoch sich befinden. Größere Eisenmassen, wie Kessel, Maschine usw.

dürfen sich nicht unmittelbar unter dem Kompasse befinden. Denkt man sich um die Kompaßmitte als Spitze einen geraden Kegel, dessen Seiten mit der Achse des Kegels einen Winkel von 55° bilden, so sollen sich innerhalb dieses Kegels keine vom Schiffskörper gesonderten Eisenmassen befinden. Es muß im allgemeinen soviel wie möglich angestrebt werden, daß nur der Magnetismus des eigentlichen Schiffskörpers auf den Kompaß zur Wirkung kommt und daß dieser, soweit es die Verhältnisse gestatten, möglichst fern von den Polen des festen Schiffsmagnetismus aufgestellt wird.

2. Steuerkompasse.

Bei diesen wird sich die Nähe einzelner abgesonderter Eisenmassen nicht vermeiden lassen, doch müssen auch hier die vorstehend gegebenen Regeln, soweit es möglich ist, befolgt werden. Den Eisenteilen der Steuervorrichtung darf der Kompaß nur so nahe gebracht werden als nötig ist, um beim Steuern Kurs und Steuerstrich deutlich sehen zu können; der Abstand des Kompasses vom Ruderpfosten sollte nicht weniger als 2 Meter betragen. Befindet sich die Steuervorrichtung in einem eisernen Deckhause, so muß der Kompaß möglichst weit von den Wänden dieses Hauses entfernt bleiben, da die unmittelbare Nähe einer eisernen Wand den Kompaß häufig unbrauchbar macht.

V. Ausgleichung (Kompensation) der Kompaßablenkung.

§ 137. **Zweck der Ausgleichung.** Wenn die Ablenkung eines Kompasses größer als 2 Strich ist, so kann der Kompaß unter dem störenden Einflusse des Schiffsmagnetismus nicht mehr den an ihn zu stellenden Forderungen genügen. Nimmt man z. B. an, auf einem mit dem Buge nach Süd gebauten Schiffe sei die Ablenkung auf dem Kompaßkurse Ost gleich 4 Str. Ost und auf Westkurs gleich 4 Str. West, so daß, wenn das Schiff diese Kurse anliegt, der magnetische Kurs *SO* oder *SW* ist. Wird nun das Schiff durch den südlichen Halbkreis nach dem Kompasse geschwajt, so beträgt die Drehung nach dem Kompasse 16, in Wahrheit aber nur 8 Strich. Wenn also das Schiff in Wirklichkeit ½ Strich vom Kurse giert, so giert es nach dem Kompasse durchschnittlich einen ganzen Strich ab; der Kompaß kommt also beim Kurssteuern ins Laufen und macht ein gutes Steuern unmöglich.

Wird dagegen das Schiff durch den nördlichen Halbkreis nach dem Kompasse geschwajt, so beträgt unter den angenommenen Umständen die Drehung nach dem Kompasse wieder 16, in Wahrheit aber 24 Strich. Wenn also das Schiff in Wirklichkeit 12 Grad aus dem Kurse ist, zeigt der Kompaß durchschnittlich eine Kursänderung von nur 8 Grad an, wodurch ein genaues Einhalten des Kurses ebenfalls unmöglich wird.

Am stärksten treten diese Störungen auf, wenn das Schiff den Baukurs oder den entgegengesetzten Kurs anliegt, da im ersten Falle die Richtkraft der Nadel am meisten geschwächt, im letzten Falle am meisten verstärkt wird. In schwierigem Fahrwasser, wo häufige Kursänderungen nötig sind, wird man sich daher auf solchen Kompaß nicht verlassen können, und auch die für volle Striche angefertigte Steuertafel genügt nicht mehr, um für halbe und viertel Striche den entsprechenden Kurs zu entnehmen.

Aus diesen Gründen muß eine zu große Ablenkung unbedingt vermindert werden, wodurch dann gleichzeitig eine gleichmäßigere Richtkraft der Nadel auf den verschiedenen Kursen erhalten wird. Erreicht wird dies dadurch, daß man die Wirkungen der magnetischen Schiffskräfte durch gleich große aber entgegengesetzte Wirkungen anderer magnetischer Kräfte ausgleicht. Da die Ablenkung des Kompasses teils durch festen, teils durch flüchtigen

und halbfesten Schiffsmagnetismus verursacht wird, so wird man auch den ersten Teil nur durch den festen Magnetismus von Stahlmagneten und den zweiten Teil nur durch den flüchtigen Magnetismus des weichen Eisens beseitigen können. Der durch den halbfesten Magnetismus verursachte Teil der Kompaßablenkung kann weder durch Magnete noch durch weiches Eisen aufgehoben werden, da die Stärke dieses Magnetismus sowohl von der Zeit wie auch von den Erschütterungen des Schiffs abhängt und die Lage seiner Pole nach jedem Kurswechsel sich allmählich verändert. Hieraus folgt, daß eine völlige Beseitigung der halbkreisartigen Ablenkung unausführbar ist.

Bekanntlich hängt die Wirkung, die ein Magnet auf eine Kompaßnadel ausübt, nicht nur von der Stärke des Magnets sondern auch von seiner Entfernung von der Nadel ab, so daß die Wirkungen eines starken Magnetpols im Schiffe, wenn er sich in größerer Entfernung vom Kompasse befindet, durch die Wirkungen eines verhältnismäßig kleinen Magnets nahe dem Kompasse ausgeglichen werden können. Es muß hierbei aber beachtet werden, daß bei der Entwickelung der Ablenkungsformel die Länge der Kompaßnadel im Vergleich zur Entfernung des ablenkenden Magnetpols als verschwindend klein angenommen wurde. Soll daher die Formel anwendbar bleiben, so darf der anzubringende Magnet dem Kompasse nicht zu nahe sein, und man kann sich zur Regel nehmen, einen Magnet dem Kompasse nicht näher zu bringen als seine doppelte Länge beträgt. Von großen Kompaßrosen mit langen Magnetnadeln muß man noch weiter entfernt bleiben, da sonst durch den Magnet eine sechstelkreisartige Kompaßablenkung hervorgerufen wird.

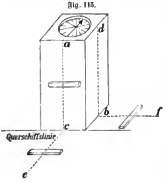
Da die Ablenkung bei gerade liegendem Schiffe durch die horizontal wirkenden Kräfte des Schiffsmagnetismus verursacht wird, so müssen auch die Ausgleichungsmagnete bei gerader Lage des Schiffs horizontal gelegt werden, um am besten wirken zu können. Soll dagegen ein Krängungsfehler beseitigt werden, so sind die Wirkungen einer vertikal wirkenden Kraft auszugleichen, und dies wird durch einen in vertikaler Lage befindlichen Magnetstab ausgeführt.

§ 138. Ausgleichung der halbkreisartigen Ablenkung.

1. Durch zwei Magnete.

Die halbkreisartige Kompaßablenkung setzt sich zusammen aus der Wirkung des festen, des halbfesten und des flüchtigen Magnetismus im vertikalen, weichen Eisen. Da der flüchtige Magnetismus an demselben Orte unveränderlich bleibt, so kann seine Wirkung zusammen mit der des festen Magnetismus durch Magnete aufgehoben werden, und dies geschieht auch in allen Fällen, wo ein Schiff für solche regelmäßigen Fahrten bestimmt ist, auf denen die magnetische Breite nicht wesentlich geändert wird. Das hierbei einzuschlagende Verfahren gründet sich darauf, die längsschiffs wirkende Kraft, deren größte Wirkung auf den Kompaß durch den Koeffizienten B ausgedrückt wird, durch einen längsschiffs liegenden und entgegengesetzt wirkenden Magnet auszugleichen und die querschiffs wirkende Kraft, die den Koeffizienten C hervorruft, durch einen querschiffs liegenden und entgegengesetzt wirkenden Magnet unwirksam zu machen.

Fig. 115.



Von der Mitte der Aufhängungsachsen des Kompasses ziehe man am Kompaßhause senkrecht zum Deck stehende Linien, ac und db in Fig. 115, durch die Fußpunkte der an der vorderen und hinteren Seite

des Kompaßhauses befindlichen Senkrechten ziehe man auf Deck eine Linie längsschiffs nach vorn und hinten, wie *ce*, und durch die Fußpunkte der beiden anderen Senkrechten eine Linie nach Steuerbord, wie *bf*, und ebenso eine Linie nach Backbord genau querschiffs, so daß die Längsschiffs- und Querschiffslinie sich unter der Kompaßmitte rechtwinklig schneiden.

Um nun *B* aufzuheben, legt man das Schiff mittels Peilscheibe oder eines am Lande aufgestellten Peilkompasses auf magnetisch Ost- oder Westkurs fest. Dann legt man einen Magnet längsschiffs mit seiner Mitte auf die Querschiffslinie *bf*, und zwar den Nordpol des Magnets nach vorn, wenn der zu berichtigende Kompaß einen nördlichen Kurs, dagegen den Nordpol nach hinten, wenn der Kompaß einen südlichen Kurs angibt. Nun nähert man diesen Magnet, ihn stets längsschiffs und mit der Mitte auf der Querschiffslinie haltend, dem Kompasse oder entfernt ihn davon, bis der Kompaß den betreffenden magnetischen Kurs, *O* oder *W*, angibt. Läßt sich dies durch einen Magnet nicht erreichen, ohne dem Kompasse zu nahe zu kommen, so legt man an die andere Seite vom Kompasse einen zweiten Magnet ganz in derselben Weise wie den ersten und beide möglichst in gleiche Höhe.

Um den Koeffizienten *C* aufzuheben, legt man das Schiff magnetisch Nord oder Süd an. Darauf legt man einen Magnet querschiffs mit seiner Mitte auf die Längsschiffslinie *ce*, und zwar seinen Nordpol nach Backbord, wenn der Kompaß einen östlichen Kurs, dagegen nach Steuerbord, wenn der Kompaß einen westlichen Kurs angibt. Nun nähert man diesen Magnet, ihn stets in der beschriebenen Lage haltend, dem Kompasse oder entfernt ihn davon, bis der Kompaß den betreffenden magnetischen Kurs, *N* oder *S*, angibt. Ist dieser Magnet hinter dem Kompasse und nicht kräftig genug, so legt man noch einen zweiten Magnet ganz in derselben Weise vor den Kompaß und beide möglichst in gleiche Höhe.

Steht der Kompaß hoch, so geht man mit dem Längsschiffsmagnet *B* auf der Linie *bd* und mit dem Querschiffsmagnet *C* auf der Linie *ac* in die Höhe. In solchem Falle können die Magnete natürlich auch im Innern des Kompaßhauses und zwar am besten senkrecht unter der Kompaßmitte angebracht werden.

Man kann dann noch das Schiff auf die entgegengesetzten magnetischen Kurse anlegen und nachsehen, ob der Kompaß auch diese Kurse jetzt richtig angibt, was in der Regel nur nahe zutreffen wird. Durch eine kleine Veränderung in der Entfernung der Magnete beseitigt man dann die Hälfte des Fehlers, um den ganzen Fehler gleichmäßig zu verteilen. Die Koeffizienten *B* und *C* genau auf Null zu bringen, wird wegen der in § 128 besprochenen Wirkung des halbfesten Magnetismus schwerlich gelingen; es ist dies auch um so weniger nötig, da die Ablenkung des Kompasses nach erfolgter Berichtigung unbedingt durch Rundschwajen des Schiffs bestimmt werden muß.

Da in neuen Schiffen die Stärke des halbfesten Magnetismus schnell abzunehmen pflegt, so tut man gut, einige Grade der Koeffizienten *B* und *C* für den Kompaß eines neuen eisernen Schiffs unberichtigt zu lassen.

Die Magnete, die man anwendet, sind gewöhnlich 18 bis 30 Zentimeter lang, die nicht näher als 40 bis 60 Zentimeter an den Kompaß gebracht werden dürfen. Neue Magnete darf man nicht anwenden, da ihre magnetische Kraft in den ersten Monaten allmählich etwas abnimmt, sondern nur solche, die auf die Unveränderlichkeit ihres Magnetismus geprüft sind. Daß die Magnete möglichst gegen Rost zu schützen und unverrückt in ihrer Lage zu erhalten sind, ist selbstverständlich.

Wenn während der Fahrt die magnetische Breite verändert wird, so bleibt die vorstehend beschriebene Berichtigung des Kompasses nur dann in allen Breiten richtig, wenn der Kompaß so aufgestellt ist, daß der flüchtige Magnetismus des vertikalen weichen Eisens

gar keine ablenkende Wirkung auf ihn hat. Wirkt aber auch dieser Magnetismus auf den Kompaß ein, so sind die Koeffizienten B und C durch die Veränderung der magnetischen Breite fortwährenden Änderungen unterworfen. Weiß man nun nicht, wieviel von jedem der beiden Koeffizienten B und C durch den festen und wieviel durch den flüchtigen Schiffsmagnetismus allein hervorgerufen wird, so berichtigt man den Kompaß zwar ebenfalls auf die eben beschriebene Weise, muß dann aber nach jeder bedeutenden Veränderung der Breite die Lage der Magnete entsprechend verändern. Für diesen Fall ist ein eigens zu diesem Zwecke eingerichtetes Kompaßhaus sehr zu empfehlen, worin verschiebbare Träger für die Magnete oder ähnliche Einrichtungen angebracht sind. Um dann auf See die Lage der Magnete zu berichtigen, legt man das Schiff mittels Azimutbeobachtungen nacheinander auf zwei benachbarte magnetische Hauptstriche an und nähert oder entfernt den betreffenden Magnet so lange, bis der Kompaß wieder die ursprüngliche Ablenkung auf diesen Strichen hat, somit die alte Ablenkungstabelle auch ferner verwendbar bleibt. Dabei darf man immer nur die Lage des Magnets verändern, der rechtwinklig zur Kompaßnadel liegt, auch darf das Schiff auf Nord- oder Südkurs keine Krängung haben.

Dieses Verfahren bleibt aber am besten nur auf Steuerkompasse beschränkt. Für den Regelkompaß empfiehlt es sich, die Magnete in unveränderlicher Lage zu erhalten, um auf Grund fortlaufender Beobachtungen während mehrerer Reisen die unveränderlichen Werte der Koeffizienten ermitteln zu können, die zur Berechnung von B, C und K erforderlich sind. Ist die Ablenkung des Regelkompasses kleiner als 20°, so läßt man diesen Kompaß unberichtigt und bestimmt seine Ablenkung so oft es nötig ist. Übersteigt aber die Ablenkung jene Grenze, so müssen die Magnete so gelegt werden, daß die Ablenkung an allen Orten, wohin das Schiff kommt, innerhalb der angegebenen Grenze bleibt.

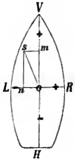
Wenn man aus Beobachtungen auf möglichst verschiedenen Breiten den Teil des Koeffizienten B kennt, der durch den flüchtigen Magnetismus des vertikalen weichen Eisens erzeugt wird, so kann dieser Teil von B durch eine vor oder hinter dem Kompasse anzubringende vertikale Stange von weichem Eisen ausgeglichen werden. Da Kapitän Flinders († 1814) zuerst solche Stange zur Beseitigung der Kompaßablenkung anwandte, so bezeichnet man sie als Flindersstange. Auf den jetzigen eisernen Schiffen befindet sich in der Regel der den Kompaß auf der Brücke beeinflussende Pol des flüchtigen Schiffsmagnetismus des vertikalen weichen Eisens hinter dem Kompasse, so daß in solchem Falle die Flindersstange vor dem Kompasse anzubringen ist. Als Flindersstangen werden am besten mehrere 20 bis 50 cm lange ausgeglühte Röhren von etwa 8 cm äußerem und 6,8 cm innerem Durchmesser benutzt, die in eine am Kompaßhause in der Mittschiffsebene befestigte Messinghülse gesteckt werden. Auf diese Weise kann die Länge und folglich die Wirkung der ganzen Flindersstange bequem berichtigt werden, indem man bei Annäherung an den magnetischen Äquator die unteren Stücke der Flindersstange durch Holzstücke ersetzt. Das obere Ende der Flindersstange soll etwa 2 cm die durch die Kompaßnadel gedachte Horizontalebene überragen. Bei Anwendung von Flindersstangen muß aber darauf Rücksicht genommen werden, daß diese Stangen mit der Zeit halbfesten Magnetismus aufnehmen, der natürlich eine Änderung der Kompaßablenkung verursacht. Deshalb müssen die Flindersstangen von Zeit zu Zeit ausgeglüht werden, was um so notwendiger ist, als der halbfeste Schiffsmagnetismus sich nicht in derselben Weise ändern wird wie der in der Flindersstange. Weiter ist zu bemerken, daß kräftige Rosenmagnete auch Magnetismus in der Flindersstange erzeugen, der eine sechstel- und achtelkreisartige Ablenkung des Kompasses bewirken kann. Deshalb müssen bei Schwimmkompassen die Flindersstangen weiter vom Kompasse entfernt sein und dürfen nicht wie bei

Trockenkompassen unmittelbar am Kompaßhause befestigt werden; ihre Entfernung von der Kompaßmitte soll mindestens 30 cm betragen. Auch dürfen die zur Ausgleichung der vom festen Schiffsmagnetismus erzeugten Ablenkung längsschiffs gelegten Magnete der Flindersstange nicht zu nahe sein, da sie sonst ebenfalls Magnetismus in ihr erregen.

2. Durch einen Magnet.

Um die halbkreisartige Ablenkung durch **einen** Magnet zu beseitigen, muß zuvor die Ablenkung des Kompasses bestimmt und *B* und *C* berechnet sein. Durch die Gleichung (§ 124) $\frac{C}{B} = \tan \alpha$ findet man den Steuerbordswinkel α und folglich die Richtung, in der der Südpol des Schiffsmagnetismus liegt, der die halbkreisartige Ablenkung hervorruft. Um bei der Bestimmung dieses Winkels jeden Irrtum auszuschließen, ziehe man zwei sich in *o* (Fig. 116) rechtwinklig schneidende Linien, von denen *HV* die Längsschiffs- und *RL* die Querschiffslinie bezeichnet. Von *o* trage man $+B$ nach vorn und $-B$ nach hinten zu ab, $+C$ nach rechts und $-C$ nach links. Ist nun z. B. $+B = om$ und $-C = on$, so ist *os*, die Diagonale im Rechteck *omsn*, die Richtung, in der der fragliche Südpol *s* liegt, hier also vorn an Backbordseite, und der Winkel *som* ist gleich der Ergänzung des Steuerbordwinkels zu 360°. In die Richtung *os* ist nun der Magnet mit seinem Nordpol nach vorn horizontal so zu legen, daß seine beiden Enden gleichen Abstand von der Kompaßmitte haben, am besten mit seiner Mitte senkrecht unter der Mitte des Kompasses.

Fig. 116.



Um die Entfernung des Magnets vom Kompasse durch Versuche zu bestimmen, darf das Schiff nicht den Baukurs oder entgegengesetzt anliegen; am besten ist es, das Schiff rechtwinklig zum Baukurse zu legen, um den größten Betrag der halbkreisartigen Ablenkung am Kompasse zu erhalten. Man hält dann in der angegebenen Richtung und in angegebener Weise den Magnet seitwärts vom Kompasse in solcher Entfernung, daß die halbkreisartige Ablenkung, die der Kompaß auf dem anliegenden Kurse hat, aufgehoben wird. In dieser Entfernung ist der Magnet anzubringen. Steht der Kompaß auf einem Ständer, so wird durch diesen in der Richtung des Steuerbordswinkels und in der ermittelten Entfernung senkrecht unter der Kompaßmitte ein Loch gestemmt, in das der Magnet (am besten auf hoher Kante) hineingeschoben wird.

Da die Koeffizienten *B* und *C* durch Änderung der magnetischen Breite verändert werden, so ändert sich nicht nur die Entfernung, sondern auch die Richtung, worin der Magnet liegen muß, um die halbkreisartige Ablenkung aufzuheben. Aus diesem Grunde zieht man das erste Verfahren vor und gleicht *B* durch einen Längsschiffs-, *C* durch einen Querschiffsmagnet aus*).

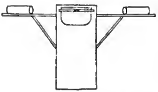
---

*) Nicht selten findet man, besonders bei Pfahlkompassen, vor oder hinter dem Kompasse einen vertikal angebrachten Magnet, der die Ausgleichung der von *B* herrührenden Kompaßablenkung zu bewirken hat. Läge das Schiff nun stets gerade, so würde dieser Magnet auch vollkommen seinen Zweck erfüllen; er erzeugt aber einen Krängungsfehler, sowie das Schiff schief liegt. Ist auf diesen Umstand bei Anbringung des Vertikalmagnets nicht Rücksicht genommen, so kann der Krängungsfehler, wenn das Schiff mit Schlagseite segelt, recht beträchtlich, und bleibt er unbeachtet, für das nördlich oder südlich steuernde Schiff verhängnisvoll werden.

Der Koeffizient *C* sollte unter keinen Umständen durch einen vertikal und seitwärts vom Kompasse angebrachten Magnet aufgehoben werden.

§ 139. Ausgleichung der viertelkreisartigen Ablenkung. Da dieser Teil der Gesamtablenkung durch den flüchtigen Magnetismus des horizontalen weichen Eisens verursacht wird, so kann er auch nur durch entgegengesetzt wirkendes weiches Eisen aufgehoben werden. Hierzu benutzt man gewöhnlich ausgeglühte und langsam abgekühlte eiserne Röhren oder Kugeln, die neben dem Kompasse in gleicher Höhe mit der Rose so angebracht werden, daß die Achsen der Röhren oder bei Anwendung von Kugeln ein horizontaler Durchmesser der Kugel gegen den Mittelpunkt der Kompaßrose gerichtet sind. In Fig. 117 ist die Lage solcher Röhren zum Kompasse angedeutet.

Fig. 117.



Ist die zu beseitigende Ablenkung nicht größer als 5°, so genügen Röhren von 5 cm Durchmesser und 16 bis 20 cm Länge, für größere Ablenkungen sind dickere und längere Röhren erforderlich. Keiner von diesen Eisenkörpern darf aber dem Kompasse so nahe gebracht werden, daß der Abstand des dem Kompasse zugekehrten Endes vom Rosenrande kleiner wird als $\frac{3}{4}$ des Durchmessers der Kompaßrose, denn sonst wird in ihnen durch die magnetische Kraft langer Kompaßnadeln Magnetismus erregt, der eine achtelkreisartige Ablenkung des Kompasses erzeugt.

Da der Koeffizient E für Kompasse in der Mittschiffsebene nur ganz unbedeutend sein wird, so rührt die viertelkreisartige Ablenkung allein von dem Koeffizienten D her. Dieser Koeffizient ist fast immer positiv, und daher sind die eisernen Röhren in der durch die Kompaßmitte gehenden Querschiffslinie anzubringen. Denn durch die so angebrachten Eisenkörper wird eine negative viertelkreisartige Ablenkung verursacht, die somit die vorhandene positive Ablenkung verringert und aufhebt.

Das einzuschlagende Verfahren zur Beseitigung der viertelkreisartigen Ablenkung ist folgendes.

Nachdem die halbkreisartige Ablenkung ausgeglichen ist, lege man das Schiff auf einen der vier Hauptzwischenstriche, auf magnetisch *NO*, *SO*, *SW* oder *NW* an, auf welchen Kursen die viertelkreisartige Ablenkung ihren größten Wert hat. Zeigt dann der zu berichtigende Kompaß auf *NO*- oder *SW*-Kurs eine östliche oder auf *SO*- oder *NW*-Kurs eine westliche Ablenkung, so bringe man an Steuerbord- und an Backbordseite vom Kompasse je einen der beschriebenen Eisenkörper an und verschiebe sie so lange, beide in gleicher Entfernung vom Kompasse haltend, bis der Kompaß den betreffenden magnetischen Kurs angibt. In dieser Lage sind dann die Eisenkörper zu befestigen, durch die zugleich die mittlere Richtkraft der Nadel verstärkt wird*).

Ist der Koeffizient D bekannt, so kann man auch die viertelkreisartige Ablenkung aufheben, ohne zuvor die halbkreisartige ausgeglichen zu haben. Zu diesem Zwecke stellt man den Kompaß am Lande auf und bringt die Eisenkörper in eine Richtung zum Kompasse, die mit der Nordsüdlinie einen Winkel $= 45° + \frac{D}{2}$ bildet, wobei sie die oben angegebene Lage zum Kompasse haben müssen. In dieser Richtung und Lage verschiebt man die Eisenkörper so lange, bis sie eine Ablenkung des Kompasses hervorbringen, die so groß wie D ist. In dieser Entfernung vom Kompasse sind dann die Eisenkörper in oben be-

*) Sollte, was zu den Ausnahmen gehört, der Kompaß auf *NO*- oder *SW*-Kurs eine sehr beträchtliche westliche, auf *SO*- oder *NW*-Kurs eine östliche Ablenkung haben, so werden die Eisenkörper vor und hinter dem Kompasse in der Längsschiffslinie auf die beschriebene Weise angebracht.

schriebener Weise anzubringen. Wenn D nicht groß ist, wird man es in der Regel nicht beseitigen, und wenn es groß ist, so hebt man auch nur einen Teil auf, um nicht unnötigerweise die den Kompaß umgebenden Eisenmassen zu vermehren. Denn es ist schwierig, dauernd weiches und unmagnetisches Eisen herzustellen; anderes Eisen aber muß in solcher Nähe des Kompasses äußerst störend auf die Nadel wirken.

Da der Koeffizient D durch die Breite nicht geändert wird, so bleibt auch die Ausgleichung der viertelkreisartigen Ablenkung im allgemeinen für alle Orte richtig, nur bei Anwendung von Kugeln wird wegen der Verschiebung ihrer magnetischen Pole infolge der Breitenänderung obige Ausgleichung nicht vollkommen sein.

Der unveränderliche Teil der Gesamtablenkung, nämlich der Koeffizient A, wird nicht beseitigt, sondern, sofern er vorhanden ist, in Rechnung gebracht; ebenso auch E.

§ 140. Ausgleichung des Krängungsfehlers. Wie schon in § 137 erwähnt wurde, wird der Krängungsfehler durch einen vertikal gestellten Magnet ausgeglichen. Dieser Magnet ist so anzubringen, daß er bei gerader Lage des Schiffs sich senkrecht unter dem Mittelpunkte der Kompaßrose befindet. Zur Aufnahme des 15—16 cm langen Magnets dient gewöhnlich eine unterhalb des Kompasses angebrachte Hülse, in der der Magnet auf und ab geschoben und also bequem in die richtige Entfernung vom Kompasse gebracht werden kann.

Nachdem der Kompaß bei gerader Lage des Schiffs berichtigt ist, kann die Ausgleichung des Krängungsfehlers auf folgende Weise bewirkt werden.

Man lege das gerade liegende Schiff Nord oder Süd nach Kompaß an und kränge es dann um einige Grade (etwa 5°) nach einer Seite, ohne dabei die Kielrichtung zu verändern (§ 134). Je nachdem dann das Nordende der Nadel nach der Luv- oder nach der Leeseite abgelenkt ist, ist der Nord- oder Südpol des Magnets nach oben zu nehmen, und es ist der Magnet nun auf- oder abwärts zu schieben, bis der Kompaß wieder genau Nord- oder Südkurs zeigt. Da der Krängungsfehler durch Änderung der magnetischen Breite verändert wird, so bleibt seine Ausgleichung durch einen Magnet nur so lange richtig, als das Schiff in derselben magnetischen Breite bleibt. Bei Steuerkompassen berichtigt man, so oft es nötig ist, die Lage des Magnets. Liegt dessen Nordpol in unserer Breite oben, so ist er bei Veränderung der Breite nach südlicher Richtung vom Kompasse mehr zu entfernen, in großer Südbreite ganz wegzunehmen oder auch wohl mit dem Südpol nach oben anzubringen. Liegt dagegen in unserer Breite der Südpol des Magnets oben, so ist er bei Veränderung der Breite nach südlicher Richtung mehr und mehr dem Kompasse zu nähern. Bei Regelkompassen verändert man aus den schon früher angegebenen Gründen die Lage des Krängungsmagnets ebensowenig wie die der anderen Magnete sondern zieht die Veränderung des Krängungsfehlers in Rechnung. Nur wenn der Regelkompaß beim Rollen des Schiffs wild wird, muß die Lage des Krängungsmagnets berichtigt werden.

Wenn durch Schwingungsbeobachtungen der Horizontal- und Vertikalnadel nach erfolgter Berichtigung des Kompasses für die gerade Lage des Schiffs die Koeffizienten λ und μ ermittelt sind und $\mathfrak{D} = \sin D$ berechnet ist, so kann man, ohne das Schiff zu krängen, die Entfernung des Krängungsmagnets vom Mittelpunkte der Kompaßrose auf folgende Weise bestimmen.

Nach der in § 131 gegebenen Entwickelung ist der Krängungskoeffizient K als die Kraft anzusehen, die den Krängungsfehler hervorruft, und diese Kraft ist nach § 134 (Gl. 4) $= \left(\mathfrak{D} + \frac{\mu}{\lambda} - 1\right) \cdot \operatorname{tang} J$. Der anzubringende Magnet muß daher mit einer Kraft auf den Kompaß wirken, die ebenso groß ist wie K,

aber entgegengesetzt wirkt. Drückt man also die durch M bezeichnete Kraft des Magnets in Einheiten der mittleren Richtkraft der Nadel aus, so wird

$$\frac{M}{\lambda \cdot H} = K \quad \text{und also} \quad \frac{M}{H} = \lambda \cdot K .$$

Nun ist nach § 91 die in Einheiten der Horizontalkraft H der Erde ausgedrückte Kraft eines Magnets gleich der Tangente des Winkels, um den der Magnet die Kompaßnadel von der Nordsüdrichtung ablenkt, folglich ist

$$\text{tang Ablenkungswinkel} = \lambda \cdot K$$
$$= \lambda \left(\mathfrak{D} + \frac{\mu}{\lambda} - 1\right) \cdot \text{tang}\, J .$$

Berechnet man den rechts stehenden Wert, betrachtet ihn als Tangente und sucht den zugehörigen Winkel, so kann man durch Versuche am Lande bestimmen, bei welcher Entfernung der Magnet die Kompaßnadel um den berechneten Winkel ablenkt. Zu diesem Zwecke legt man den anzubringenden Magnet in die Horizontalebene des am Lande aufgestellten Kompasses und rechtwinklig zum magnetischen Meridian, also in die Ostwestrichtung, nähert dann den Magnet in dieser Lage dem Kompasse, bis dessen Rose um den berechneten Winkel aus ihrer Ruhelage abgelenkt ist, und mißt die Entfernung des dem Kompasse zugekehrten Endes des Magnets von dem Mittelpunkte der Kompaßrose. In dieser Entfernung hat man das obere Ende des unter dem Kompasse zu befestigenden Magnets anzubringen, und zwar den Nordpol nach oben, wenn der Krängungskoeffizient, wie es gewöhnlich der Fall ist, das positive Vorzeichen hat.

Es sei z. B. $D = +8°,6$; $\lambda = 0,85$; $\mu = 1,01$ und die magnetische Neigung $J = +70°$, so wird:

$$\begin{array}{rlcrl} \sin D = & \mathfrak{D} = +0{,}150; & & \text{tang}\, J = & +2{,}747 \\ \frac{\mu}{\lambda} = & \frac{1{,}01}{0{,}85} = \quad 1{,}188 & & \lambda = & 0{,}85 \\ & \quad -1 & & \text{Produkt} = & +2{,}335 \\ \text{Summe} = & +0{,}338 & & & \\ \lambda \cdot \text{tang}\, J = & +2{,}335 & & & \\ K = \text{Produkt} = & +0{,}789 . & & & \end{array}$$

In der Gradtafel findet man unter 38° die Tangente = 0,781. Demnach gehört zu 0,789 als Tangente ein Winkel von ungefähr 38°.

Der zur Beseitigung des Krängungsfehlers bestimmte Magnet wird nun in oben beschriebener Weise dem Kompasse genähert, bis dessen Rose 38° abgelenkt ist, wobei die Entfernung vom Mittelpunkte der Rose bis zum nächsten Pol des Magnets = 36 cm sei. Der Magnet wäre demnach mit dem Nordpol nach oben so unter dem Kompasse anzubringen, daß sein oberer Pol 36 cm von der Rose entfernt ist.

Soll die Entfernung des Magnets an Bord bestimmt werden, so ist zu berechnen:

$$\text{tang Ablenkungsw.} = \left(\mathfrak{D} + \frac{\mu}{\lambda} - 1\right) \text{tang}\, J .$$

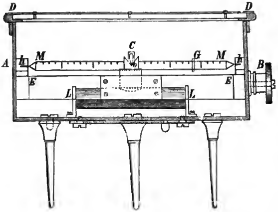
Mit Hilfe des Vertikalkraftmessers gestaltet sich die Beseitigung des Krängungsfehlers bei gerade liegendem Schiffe einfacher.

Der Gedanke, der diesem Instrumente zugrunde liegt, ist der, daß eine frei schwingende Vertikalnadel durch ein verschiebbares Gegengewicht auf dem nach oben zeigenden Ende der Nadel horizontal gestellt wird. Je nachdem die Vertikalkraft am Beobachtungsorte stärker oder schwächer ist, muß das Laufgewicht mehr oder weniger von der Mitte der Nadel entfernt werden.

Das Instrument, von dem Fig. 118 einen vertikalen Durchschnitt zeigt, besteht aus einem zylindrischen, auf drei Füßen stehenden und mit einem Glasdeckel DD verschlossenen Gehäuse aus Messing, AB, worin in halber Höhe zwei parallele Stege EE in gleicher Entfernung von der Achse des Gehäuses angebracht sind. Diese Stege tragen je ein Achatlager o, die zur Aufnahme der unten mit einer Schneide versehenen horizontalen Drehungsachse C dienen, um die die stricknadelförmige Magnetnadel MM in vertikaler Ebene frei schwingt. Die Magnetnadel trägt auf ihrer oberen Seite eine Teilung, über welche das Laufgewicht hin und her geschoben werden kann, und ist an ihren Enden kegelförmig zugespitzt. Diese Enden passieren beim Schwingen der Nadel zwei Marken hh, die an zwei an die innere Wand des Gehäuses befestigten Ansatzstücken angebracht sind und dazu dienen, die

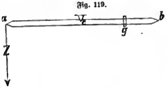
horizontale Lage der frei beweglichen Nadel bestimmen zu können. Zu diesem Zweck wird zunächst das Instrument mittels einer Röhrenlibelle LL horizontal gestellt und dann das Laufgewicht G so verschoben, daß die Nadelenden genau auf beide Horizontalmarken einspielen. Wird das Instrument nicht benutzt, so wird vermittels Drehens an der bei B befindlichen Schraube die Achse der Magnetnadel und diese selbst aus ihren Lagern emporgehoben, um die Lager und die Schneide der Achse möglichst zu schonen.

Fig. 118.



Der Schwerpunkt der Magnetnadel befindet sich etwas unterhalb ihrer Drehungsachse, und daher wird die Nadel ebenso wie eine Wage in die Gleichgewichtslage kommen, wenn der Schwerpunkt vertikal unter der Drehungsachse liegt. Stellt nun ab (Fig. 119) die in c unterstützte Magnetnadel vor, g das Laufgewicht und Z die Vertikalkraft der Erde, deren Angriffspunkt der Pol a der Nadel sei, so ist Gleichgewicht vorhanden, wenn die Produkte aus den Kräften in ihre bezüglichen Hebelarme einander gleich sind. Setzt man die halbe Länge der Nadel, $ac = bc = 1$, und bezeichnet s die Entfernung cg, so steht demnach die Nadel horizontal, wenn

Fig. 119.



$$Z = s \cdot g \text{ ist.}$$

Ist nun μZ die Vertikalkraft am Kompaßorte an Bord, so wird das Laufgewicht g der an Bord aufgestellten Nadel in eine andere Entfernung, die durch x bezeichnet werde, gebracht werden müssen, um wieder Gleichgewicht herzustellen, was eintritt, wenn

$$\mu \cdot Z = x \cdot g \text{ ist.}$$

Dividiert man diese Gleichung durch die vorige, so ergibt sich

$$\mu = \frac{x}{s}, \text{ also } x = s \cdot \mu \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1).$$

Soll nun der Krängungsfehler gleich Null werden, so muß μ einen bestimmten Wert annehmen, der sich aus der bekannten Gleichung

$$K = \left(\mathfrak{D} + \frac{\mu}{\lambda} - 1\right) \cdot \operatorname{tang} J$$

ergibt. Nach dieser Gleichung wird K gleich Null, wenn der Faktor

$$\mathfrak{D} + \frac{\mu}{\lambda} - 1 = 0 \quad \text{ist;}$$

$$\text{also } \lambda \cdot \mathfrak{D} + \mu - \lambda = 0$$

$$\text{oder} \qquad \mu = \lambda - \lambda \cdot \mathfrak{D},$$

$$\text{mithin} \qquad \mu = \lambda\,(1 - \mathfrak{D}).$$

Setzt man diesen Wert für μ in Gleichung 1) ein, so erhält man

$$x = s \cdot \lambda \cdot (1 - \mathfrak{D}) \quad \ldots \ldots \quad 2).$$

Zur bequemen Bestimmung der Entfernungen s und x dient die Teilung auf der Magnetnadel. Bezeichnet s die Anzahl der Teile, um die das Laufgewicht von der Mitte der Nadel entfernt ist, damit die Nadel am Lande sich genau horizontal stellt, so muß sich, wenn der Krängungsfehler des Kompasses

gleich Null werden soll, die Nadel am Kompaßorte horizontal einstellen, wenn das Laufgewicht um eine Anzahl Teile von der Mitte der Nadel entfernt ist, die

$= s \cdot \lambda \cdot (1 - \mathfrak{D})$ ist.

Der Gebrauch des Instruments ist demnach folgender. Man stelle das Instrument am Lande, wo kein Eisen in der Nähe ist, vermittels der Libelle horizontal und bringe die Nadelenden durch Verschieben des Laufgewichts zum genauen Einspielen auf die Horizontalmarken. Dann lese man den Stand des Laufgewichts auf der Teilung ab, multipliziere die abgelesene Anzahl Teile mit $\lambda (1 - \mathfrak{D})$ und stelle das Laufgewicht auf den sich ergebenden Teil ein. Mit dem so eingestellten Instrument begibt man sich an Bord, entfernt die Kompaßrose, und stellt das Instrument im Kompaßkessel mit Hilfe von geeigneten Holzunterlagen horizontal so auf, daß die Nadel in gleicher Höhe mit den Nadeln der Kompaßrose liegt und sich ungefähr in der Nordsüdrichtung befindet. Ist dann das Nordende der Nadel nach unten geneigt, so hat man den Nordpol des Krängungsmagnets nach oben zu nehmen und diesen der Nadel so lange zu nähern, bis sie sich genau horizontal einstellt. Ist dagegen das Nordende der Nadel aufwärts gerichtet, so hat man den Südpol des Krängungsmagnets nach oben zu nehmen und diesen der Nadel zu nähern, bis sie horizontal einspielt.

Wenn das Schiff Ost oder West anliegt, so ist nur eine einmalige Beobachtung nötig, ebenso auch dann auf irgend einem Kurse, wenn längsschiffs liegendes horizontales weiches Eisen bei Entstehung des Krängungsfehlers unbeteiligt ist.

Die Benutzung des Vertikalkraftmessers macht sonach die Schwingungsbeobachtungen der Vertikalnadel entbehrlich und erfordert nur die Kenntnis der Koeffizienten λ und $\mathfrak{D}$.

VI. Einwirkung des elektrischen Betriebs auf den Kompaß und Kompaßbuch.

§ 141. Bestimmung der durch elektrischen Betrieb verursachten Ablenkung. Bevor die vorstehend besprochene Ausgleichung und die damit verbundene Bestimmung der Kompaßablenkung vorgenommen wird, müssen, sofern elektrischer Betrieb an Bord ist, die zur Erzeugung der Elektrizität dienenden Dynamomaschinen mindestens einen halben Tag lang außer Betrieb gewesen sein, damit der durch den elektrischen Strom im Eisen des Schiffs erregte flüchtige Magnetismus völlig verschwindet.

Nachdem dann die Ablenkung des Kompasses bestimmt ist, müssen die Dynamomaschinen in Betrieb und sämtliche Lampen der elektrischen Beleuchtungsanlage eingeschaltet wie auch alle übrigen durch Elektrizität getriebenen Maschinen in Tätigkeit gesetzt werden. Nach etwa einer halben Stunde wird, wenn durch den elektrischen Strom überhaupt eine Ablenkung des Kompasses bewirkt wird, diese ihren größten Wert erreicht haben, und nun muß während des vollen Betriebes wieder die Ablenkung des Kompasses bestimmt werden. Wenn diese sich geändert hat, also eine Wirkung des elektrischen Stroms auf den Kompaß wahrnehmbar ist, so muß seine Ablenkung, die der Stärke des an dem Kompasse vorbeigeführten elektrischen Stroms proportional ist, d. h. um so größer oder kleiner wird, je mehr oder weniger Lampen eingeschaltet sind, bei verschiedener Stromstärke bestimmt werden.

Wenn die volle Beleuchtung des Schiffs, nachdem sie mehrere Stunden in Betrieb gewesen ist, ausgeschaltet wird, so nimmt die Kompaßablenkung nicht plötzlich sondern allmählich ab, und es kann einige Stunden dauern, bis sie nicht mehr wahrnehmbar ist. Das Verschwinden dieser Ablenkung wird durch die Erschütterungen der Dampfmaschine, der Schraube, des Stampfens und Schlingerns des Schiffs in See beschleunigt.

Demnach muß man auch die einzelnen Bestimmungen der Ablenkung durch angemessene Zeiträume trennen, um bei der jeweiligen Stromstärke die richtige Ablenkung des Kompasses zu erhalten.

Hauptsächlich werden die Ablenkungskoeffizienten B und C durch die Einwirkung des elektrischen Stroms geändert, während A, D und E nach den bisherigen Beobachtungen

nur in äußerst geringem Maße beeinflußt werden. Deshalb wird es in den meisten Fällen genügen, Tabellen anzufertigen, aus denen für die vollen Kompaßstriche die durch die Beobachtung ermittelten Veränderungen der Koeffizienten *B* und *C* bei den verschiedenen in Betracht kommenden Stromstärken entnommen werden können.

Nach dem, was in § 124 über die Veränderung der Koeffizienten *B* und *C* in verschiedenen magnetischen Breiten gesagt ist, müssen auch die durch den elektrischen Strom in *B* und *C* hervorgerufenen Änderungen sich mit der magnetischen Breite ändern und folglich immer von neuem durch Beobachtung bestimmt werden.

Falls der Schiffskörper nicht als Rückleiter für den zurückkehrenden elektrischen Strom benutzt wird, sondern Hin- und Rückleitungsdrähte ganz nahe aneinander gelegt werden, ist die Einwirkung auf den Kompaß fast verschwindend. Die Leitungsdrähte werden gut isoliert, d. h. mit Stoffen umkleidet, die die Elektrizität nicht leiten. Wird jedoch diese Isolierung der Drähte an irgend einer Stelle schadhaft und kommt das Metall des Drahts mit dem eisernen Schiffskörper in Berührung, so wird hierdurch zwar die Beleuchtung nicht beeinträchtigt, wohl aber kann eine erhebliche Ablenkung des Kompasses hervorgerufen werden, da dann das Eisen im Schiffe durch die Einwirkung des elektrischen Stroms magnetisch wird.

Die Dynamomaschinen sowie auch die durch Elektrizität getriebenen Maschinen sollen mindestens 12 Meter vom Kompasse entfernt sein, auch ist zu verhüten, daß von den Dynamomaschinen zu viel Magnetismus auf das Schiff übergeht. Die Hauptleitungsdrähte, die den gesamten Strom zu den Lampen und von ihnen zurück zur Dynamomaschine führen, sollten vom Kompasse einen Abstand von mindestens 5 Meter haben; kleinere Nebenleitungen zu einer Lampe lenken den Kompaß nicht ab, selbst die Beleuchtung des Kompasses durch elektrisches Licht hat keine in Betracht kommende Wirkung.

Aus den vorstehenden Andeutungen geht hervor, daß die Führer solcher Schiffe, auf denen elektrischer Betrieb ist, ganz besonders auf das Verhalten der Kompasse zu achten haben. Es können Umstände eintreten, die plötzlich beträchtliche Änderungen in der Kompaßablenkung verursachen und sich jeglicher Voraussicht entziehen.

§ 142. Kompaßbuch. Bei der Wichtigkeit, die die Veränderungen der Kompaßablenkung für die Führer eiserner Schiffe haben, ist es notwendig, ein Buch anzulegen, worin alle Ablenkungsbeobachtungen und deren Ergebnisse nebst den Umständen, unter welchen die Beobachtungen gemacht wurden, und unter Angabe der Breite und Länge des Beobachtungsorts einzutragen sind. Nur durch häufiges Beobachten im Verein mit sorgfältiger Führung eines solchen Buchs wird man instand gesetzt, das magnetische Verhalten seines Schiffs unter den verschiedenen Umständen und in verschiedener magnetischer Breite kennen zu lernen, und es ist besonders wertvoll, eine Übersicht über die mit der Breite sich fortwährend ändernden Koeffizienten *B*, *C* und *K* zu erhalten. Die auf früheren Reisen beobachteten Werte dieser Koeffizienten können auf späteren Reisen, wenn diese durch dieselben Meeresgegenden führen, zur Berechnung der Ablenkung benutzt werden, wobei natürlich auch der jedesmalige vorhergesteuerte Kurs wegen der Wirkung des halbfesten Magnetismus zu berücksichtigen ist.

Aber nicht allein zur Sicherheit der Schiffsführung sind solche regelmäßigen Eintragungen in das Kompaßbuch zu machen, sondern auch zur Erforschung einiger noch nicht aufgeklärter Punkte in der Lehre von der Ablenkung des Kompasses, wie z. B. über die Zeitdauer, die der halbfeste Magnetismus gebraucht, um seine größte Stärke zu erhalten und nach einem Kurswechsel wieder zu verschwinden, welche Wirkung dabei den Er-

schütterungen des Schiffs zuzuschreiben ist u. dgl. mehr. Hierüber können nur fleißige und mit größter Sorgfalt angestellte Beobachtungen Klarheit verschaffen und hierzu nach Kräften beizutragen, sollte für jeden, der ein eisernes Schiff führt, Ehrensache sein.

Die Deutsche Seewarte liefert den Kapitänen auf Wunsch zweckmäßig eingerichtete Kompaßbücher, die in vorgeschriebener Weise zu führen und nach der Rückkehr an die Seewarte abzuliefern sind.

Diese eingelieferten Beobachtungen werden auf der Seewarte bearbeitet und liefern den Stoff, woraus einerseits neue Erfahrungen zur Förderung der Lehre von der Kompaßablenkung gewonnen werden, anderseits aber auch die unveränderlichen Koeffizienten *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *k* berechnet werden und der Einfluß festgestellt wird, den der halbfeste Magnetismus auf die Ablenkung des Kompasses ausübt. Diese Ergebnisse werden dann dem Kapitän zugestellt, so daß dieser imstande ist, die Ablenkung seines Kompasses jederzeit und allerorten mit genügender Sicherheit berechnen zu können, wenn es die Umstände verhindern, Ablenkungsbeobachtungen anzustellen.

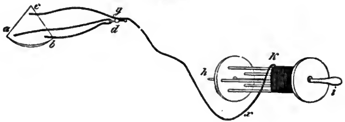
Vierter Abschnitt.

Das Log.

§ 143. **Das gewöhnliche Log.** Das Log dient zur Messung der Fahrt des Schiffs. Unter Fahrt versteht man die Anzahl Seemeilen, die das Schiff in einer Stunde zurücklegt, und die Ermittelung der Fahrt durch das Log heißt loggen. Die Einrichtung des gewöhnlichen Logs beruht darauf, mittels einer dünnen Leine den in einigen Sekunden vom Schiffe zurückgelegten Weg unmittelbar zu messen. Das Ende dieser Logleine wird an einem Brettchen derart befestigt, daß dieses, wenn es im Wasser schwimmt, dem Zuge der vom Schiffe auslaufenden Leine die breite Fläche und folglich den größten Widerstand entgegensetzt. Das Brettchen, Logscheit oder Logschifschen genannt, wird als fester Punkt im Wasser angesehen, der während des Loggens seinen Ort nicht verändert. Zum Log sind demnach erforderlich das Logscheit, die Logleine und ein Zeitmesser, gewöhnlich eine Sanduhr, die man das Logglas nennt.

Das Logscheit *abc* (Fig. 120) wird aus einem 7 bis 9 Millimeter dicken Brettchen aus Eichenholz gefertigt; es hat die Form eines Kreisausschnitts, dessen Halbmesser

Fig. 120.



16 bis 24 Zentimeter und dessen Zentriwinkel 70° bis 90° beträgt. Der Bogen *ab* ist etwas flacher als der zugehörige Kreisbogen und wird durch einen eingelassenen Streifen

Blei so beschwert, daß das Logscheit im Wasser aufrecht schwimmt und seine Spitze *c* nur eben aus dem Wasser hervorragt. Hierdurch wird die Wirkung des Windes auf das Logscheit möglichst beseitigt.

Die Logleine wird im Punkte *c*, am Mittelpunkte des Kreisausschnitts, an dem Logscheite befestigt. Durch die an den beiden anderen Ecken *a* und *b* befindlichen Löcher werden die Enden einer Bucht, *adb* gesteckt und befestigt, auf die ein kleiner runder Holzstöpsel gestreift wird. Dieser Stöpsel paßt in einen kleinen ausgehöhlten hölzernen Kegel *g*, der an die Logleine in derselben Entfernung wie der Stöpsel vom Logscheit befestigt wird. Auf der Leine sind durch eingesteckte Knoten bestimmte Längen abgeteilt, die **Knotenlängen** genannt werden.

Um während des Loggens das Logscheit aus dem Kielwasser des Schiffs zu bringen, läßt man, ehe die eigentliche Messung der Fahrt beginnt, erst 30 bis 40 Meter von der Leine auslaufen. Dieser Teil der Leine heißt der **Vorlauf** und ist gewöhnlich auf größeren Schiffen gleich der Schiffslänge, jedoch nicht über 60 Meter, auf kleineren Schiffen $1\frac{1}{2}$mal so lang als das Schiff. Der Endpunkt *x* des Vorlaufs wird durch ein Läppchen gemarkt, und von diesem beginnt die Einteilung der Logleine.

Diese Einteilung beruht auf dem Schlusse, daß wenn das Schiff bei gleichmäßiger Fahrt in einer Stunde eine Seemeile zurücklegt, es in einer Sekunde den 3600sten Teil einer Seemeile zurücklegen muß, da eine Sekunde der 3600ste Teil einer Stunde ist. Nun ist die Seemeile gleich einer Meridianminute, folglich auch ihr 3600ster Teil gleich einer Meridiantertie, deren Länge man gleich 0,514 m findet, indem man 1852 m, die Länge der Seemeile, durch 3600 dividiert.

Durchläuft nun umgekehrt ein Schiff in **1** Sekunde 0,514 m, oder in **10** Sekunden 5,14 m, so ist seine Fahrt gleich **1** Seemeile. Man braucht also nur die Länge einer Meridiantertie mit der Anzahl der verflossenen Sekunden zu multiplizieren, um die Länge zu erhalten, die das Schiff in jenen Sekunden bei einer Fahrt von einer Seemeile durchläuft. Diese Länge ist die Knotenlänge der Leine. Legt aber das Schiff in derselben Zeit 2, 3, 10 Knotenlängen zurück, so ist natürlich seine Fahrt auch 2, 3 und 10mal so groß als eine Seemeile, also gleich 2, 3 und 10 Seemeilen oder **Knoten**, wie man sagt.

Das jetzt fast allgemein gebräuchliche Logglas läuft 14 Sekunden, so daß die zu diesem Glase gehörige Knotenlänge gleich 14 Meridiantertien oder gleich 7,2 m ist. Diese Länge wird von der Marke des Vorlaufs so oft abgetragen als nötig ist, um noch bequem die größte Fahrt des betreffenden Schiffs messen zu können. Die Endpunkte der Knotenlängen werden der Reihe nach durch eingebundenes Garn mit 1, 2, 3 usw. Knoten bezeichnet und die einzelnen Knotenlängen noch durch in die Leine gesteckte Lederstreifen halbiert.

Da das Logscheit durch die Spannung der Leine etwas mitgeschleppt wird, wodurch die Fahrt zu klein gefunden würde, wird fast allgemein die Knotenlänge um ihren zwanzigsten Teil verkürzt. Es ist dann die zu einem 14 Sekundenglase gehörige Knotenlänge gleich

$$7{,}2 - \frac{7{,}2}{20} = 6{,}84 \text{ Meter},$$

wie sie auch bei der Kaiserlichen Marine im Gebrauch ist.

Das Loggen ist vom Achterdecke aus an der Leeseite des Schiffs vorzunehmen. Ein Mann nimmt die Logrolle *k*, worauf die Leine gewickelt ist, und hält sie an den Verlängerungen der Achse *h* und *i* horizontal und querschiffs. Nachdem man den Stöpsel bei

d eingesteckt hat, wirft man das Logscheit übers Heck ins Wasser und läßt die Leine durch die eine Hand laufen, während man in der anderen Hand das Logglas hält, von dem der ganz leere Teil nach oben zu kehren ist. Sowie dann die Marke des Vorlaufs durch die Hand geht, kehrt man das Glas um, hält es lotrecht und durch leises Schütteln die Oberfläche des Sandes nahezu eben. In dem Augenblicke, in dem das Glas ausgelaufen ist, hält man die Leine fest und liest die ausgelaufenen Knotenlängen ab, deren Zehntel nach Schätzung berücksichtigend. Durch den Ruck, den das plötzliche Anhalten der Leine verursacht, fliegt der Stöpsel aus dem hohlen Kegel *g* heraus, das Logscheit legt sich dadurch flach und läßt sich so am leichtesten einholen.

Sehr hinderlich ist es, wenn die Logleine, zu der man gewöhnlich eine 6 Garn starke, ungeteerte und aus bestem Hanf verfertigte Leine nimmt, Kinken wirft. Eine neue Leine muß daher vor ihrer Einteilung in Knotenlängen erst zur Logleine tauglich gemacht werden. Zu diesem Zweck bindet man das eine Ende der Leine an einen Dreher, macht einen Kopfschlag um ein Ende des Drehers und wirft ihn dann bei mäßiger Fahrt des Schiffs über Bord. Das andere Ende der Leine befestigt man an Bord und läßt die ganze Leine auslaufen. Nach einer Stunde etwa holt man die Leine ein und wickelt sie straff um zwei Poller oder Belegnägel. Noch ehe die Leine ganz trocken ist, werden die Knotenlängen abgemessen und gemarkt. Am besten läßt sich die Einteilung ausführen, wenn man die halbe Knotenlänge auf glattem Deck abmißt und die Endpunkte dieser Länge durch kleine Kupferstifte bezeichnet, die man ins Deck einschlägt. Hierdurch wird es zugleich möglich, ein öfteres Nachmessen der Knotenlängen schnell und sicher auszuführen.

§ 144. Prüfung des Logs und Berichtigung der gemessenen Fahrt. Wie die Richtigkeit der Knotenlängen, die sich durch das Naß- und Trockenwerden der Leine verändern können, geprüft wird, ist vorhin schon angedeutet. Abweichungen von der richtigen Länge müssen entweder berichtigt oder in Rechnung gebracht werden, wobei man zu bedenken hat, daß Knotenlänge und Fahrt in umgekehrtem Verhältnis zueinander stehen. Ist nämlich die Knotenlänge zu groß, so werden in einer bestimmten Zeit zu wenig Knoten auslaufen, die Fahrt wird also zu klein gefunden werden; dagegen erhält man die Fahrt zu groß, wenn die Knotenlänge der Leine zu klein ist. Sind z. B. 8,6 Knoten geloggt, und man findet beim Nachmessen der Knotenlänge, daß diese nicht 6,84 m, wie sie mit Rücksicht auf das Mitschleppen zu nehmen ist, sondern 6,5 m beträgt, so ist die aufzustellende Proportion:

$$6{,}84 : 6{,}5 = 8{,}6 : x \quad (x = 8{,}2)\,,$$

nach welcher x, die richtige Fahrt, kleiner als die geloggte Fahrt gefunden werden muß, da wegen der zu kleinen Knotenlänge zu viel Knoten ausgelaufen sind. Es verhält sich demnach die richtige Knotenlänge zur fehlerhaften, wie die geloggte Fahrt zur richtigen Fahrt.

Das Logglas wird mit Hilfe einer Uhr, die Sekunden angibt, untersucht. Gibt das Glas nicht genau die Zeitdauer an, für die das Log eingerichtet ist, so muß man entweder die dem Glase entsprechende Knotenlänge berechnen und diese auf der Logleine abtragen, oder die gemessene Fahrt wegen des Logglasfehlers verbessern. Fahrt und Zeitdauer stehen in geradem Verhältnis zueinander, denn die Fahrt wird zu groß oder zu klein gefunden, je nachdem das Logglas zu viel oder zu wenig Sekunden läuft. Sind daher z. B. 9 Knoten geloggt nach einem Logglase, das statt 14 nur 12,5 Sekunden läuft, so findet man die richtige Fahrt durch die Proportion:

$$12{,}5 : 14 = 9 : x \quad (x = 10{,}1)\,,$$

worin x die richtige Fahrt bezeichnet, die größer als die geloggte werden muß, da das Glas zu wenig Sekunden lief.

Sind sowohl Logglas wie Knotenlänge falsch, so findet man die richtige Fahrt, indem man erst die dem Logglase entsprechende Knotenlänge berechnet und dann mittels der ersten der obigen Proportionen die richtige Fahrt bestimmt.

Man habe z. B. 11 Knoten geloggt, wobei die Knotenlänge gleich 7,3 m war und das Logglas 16 Sekunden lief, so ist die dem 16 Sekundenglase entsprechende Knotenlänge $= 0{,}514 \cdot 16 = 8{,}22\,\text{m} - \frac{8{,}22}{20}\,\text{m} = 7{,}81\,\text{m}$. Man erhält also die richtige Fahrt durch die Proportion:

$$7{,}81 : 7{,}3 = 11 : x\,,$$

woraus sich x, die richtige Fahrt, $= 10{,}3$ Knoten ergibt.

§ 145. Das Relingslog. Um mittels dieses Logs die Fahrt des Schiffs zu ermitteln, beobachtet man, in wieviel Sekunden das Schiff eine bestimmte, genau gemessene Strecke zurücklegt. Während bei dem gewöhnlichen Log die Zeitdauer des Loggens eine unveränderliche Größe, dagegen die mit der Leine gemessene Strecke je nach der Fahrt des Schiffs veränderlich ist, so ist bei dem Relingslog das Umgekehrte der Fall. Die an Bord abgemessene Strecke ist hier die unveränderliche Größe, während die Zeitdauer des Loggens je nach der Fahrt des Schiffs verschieden ist. Zum Relingslog braucht man daher keine Leine, wohl aber eine Uhr, die Sekunden zeigt.

Man läßt ein Stückchen Holz vorn über Bord werfen und ein Zeichen geben, wenn dies Holzstück querab von irgend einer Marke, z. B. von dem ersten Fockwanttau, ist. Von diesem Augenblicke ab zählt man, auf dem Achterdeck stehend, nach einer Uhr die Sekunden und zehntel Sekunden, bis das Holzstück sich querab von einer achter angenommenen Marke befindet. Drückt man die Entfernung beider Marken voneinander in Meridiantertien aus und dividiert diese Anzahl Meridiantertien durch die Anzahl der verflossenen Sekunden, so gibt der Quotient die Fahrt des Schiffs an unter der Voraussetzung, daß das schwimmende Holzstückchen während des Loggens als fester Punkt angesehen werden darf. Wie bei der Einrichtung des gewöhnlichen Logs ausgeführt ist, verhält sich nämlich:

$$1 \text{ Sekunde} : 1 \text{ Stunde} = 1 \text{ Meridiantertie} : 1 \text{ Seemeile}.$$

Sind nun in n Sekunden m Meridiantertien vom Schiffe durchlaufen, so hat man demnach, wenn x die Anzahl der in einer Stunde zurückgelegten Seemeilen bezeichnet:

$$n \text{ Sekunden} : 1 \text{ Stunde} = m \text{ Meridiantertien} : x \text{ Seemeilen},$$

also

$$x = \frac{m}{n}\,.$$

Ist z. B. die Entfernung der beiden Marken voneinander $= 21{,}6$ m und die verflossene Zeit $= 6$ Sekunden, so ist die gesuchte Fahrt $= \frac{21{,}6}{0{,}514} : 6 = 42{,}0 : 6 = 7{,}0$ Seemeilen. Die Zahl 0,514 ist die Länge der Meridiantertie in Metern, mit der in die gegebene Länge, die ebenfalls in Metern ausgedrückt wird, zu dividieren ist, um die in dieser Länge enthaltenen Meridiantertien zu finden.

Benutzt man jedesmal dieselben Marken, so braucht man deren Entfernung voneinander nur einmal zu bestimmen. Diese Entfernung ist längs der Reling in gerader Linie zu messen, und man wählt sie am besten so, daß die Anzahl der darin enthaltenen Meridiantertien eine ganze Zahl wird, die sich durch möglichst viele Zahlen ohne Rest teilen läßt; z. B. 48, 60, 72 usw.

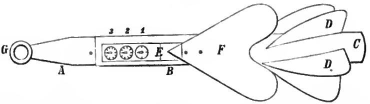
Weniger als 16 Meridiantertien darf man aber nicht nehmen, da sonst die verflossene Zeit zu klein wird, und ein kleiner Fehler in dieser Zeit das Loggen sehr ungenau macht. Ist die abgemessene Strecke ziemlich groß, — auf größeren Schiffen wird man 100 und mehr Meridiantertien abtragen können, — und sind die Marken an den Enden mit geeigneten Visiervorrichtungen versehen, so gibt das Relingslog die Fahrt des Schiffs durchs Wasser mit hinreichender Genauigkeit an.

Mit dem Relingslog kann sowohl an der Luv- wie Leeseite geloggt werden, doch muß auf der Leeseite das Holzstück so weit vom Schiffe abgeworfen werden, daß es mit diesem nicht in Berührung kommt und mitgeschleppt wird.

Während des Loggens, sowohl mit dem Relings- als mit dem gewöhnlichen Log, muß das Schiff, wenn Kurs gesteuert wird, richtig anliegen, und segelt es beim Winde, so ist es ebenso wie in der vergangenen Stunde zu steuern. In der Regel wird am Ende jeder Stunde geloggt; wenn aber der Kurs innerhalb einer Stunde geändert wird, oder wenn der Wind sich ändert, wenn Segel gesetzt oder weggenommen werden, so muß geloggt werden, da sonst die am Ende der Stunde geloggte Fahrt nicht für die Dauer der ganzen Stunde gültig sein kann.

§ 146. Logge mit Zählwerk (Patentlogge). Diese messen den vom Schiffe zurückgelegten Weg durch die Anzahl der Umdrehungen einer Schraube, die an einer Leine vom Schiff durchs Wasser nachgeschleppt wird. Wenn solche Schraube, wie sie unter *CD* in Fig. 121 abgebildet ist, in der Richtung ihrer Achse mit der Spitze voran

Fig. 121.



durchs Wasser gezogen wird, so müssen die Flügel der Schraube, damit das Wasser ungehindert vorbeifließen kann, seitlich ausweichen und dadurch die Schraube in Drehung versetzen. Je schneller die Vorwärtsbewegung der Schraube im Wasser ist, um so schneller muß sie sich drehen, und nach Zurücklegung einer bestimmten Strecke muß die Schraube auch unabhängig von der Geschwindigkeit der Vorwärtsbewegung stets dieselbe Anzahl von Umdrehungen gemacht haben. Daher wird man aus der Anzahl der Umdrehungen nicht allein die Fahrt des Schiffs ermitteln können, mit der die Schraube durchs Wasser gezogen wurde, sondern auch den Weg, den das Schiff während der Tätigkeit der Schraube zurückgelegt hat.

Die Umdrehungen der Schraube werden auf ein Räderwerk übertragen, das Zeiger in Bewegung setzt, die sich über Zifferblättern bewegen und die gemachte Meilenzahl angeben. Gewöhnlich ist die Steigung der Schraube oder die schräge Stellung der Schraubenflügel und das Zählwerk so eingerichtet, daß wenn die vom Schiffe nachgeschleppte Schraube eine Seemeile zurückgelegt hat, der Zeiger auf dem ersten Zifferblatte eine ganze Umdrehung, der Zeiger auf dem zweiten Zifferblatte $\frac{1}{10}$ Umdrehung und der über dem dritten Zifferblatte befindliche Zeiger $\frac{1}{100}$ Umdrehung gemacht hat. Das erste Zifferblatt

ist in 4 gleiche Teile, jedes der beiden anderen Zifferblätter in 10 gleiche Teile geteilt, so daß der erste Zeiger die Viertel, der zweite die Einer und der dritte die Zehner der Anzahl Seemeilen angibt, die das Schiff zurückgelegt hat. Sind also, ehe das Log ins Wasser gelassen wurde, alle drei Zeiger auf ihre Nullstellung gedreht, so wird man nach einiger Zeit die vom Schiffe zurückgelegte Anzahl von Seemeilen unmittelbar von den drei Zifferblättern ablesen können; stände z. B. der dritte Zeiger zwischen den Teilstrichen 60 und 70, der zweite zwischen 2 und 3 und der erste auf $\frac{1}{4}$, so hätte das Schiff $60 + 2 + \frac{1}{4} = 62\frac{1}{4}$ Seemeilen zurückgelegt.

Das Zählwerk befindet sich in einem Messinggehäuse, das bei einigen Loggen ebenfalls im Wasser nachgeschleppt wird, bei anderen, den sogenannten Deckloggen, auf der Heckreling zu befestigen ist.

Bei dem von Massey erfundenen Patentlog ist die Schraube mit dem das Zählwerk bergenden Gehäuse durch eine 1,5 Meter lange Leine verbunden, die durch die Umdrehungen der Schraube gedreht wird und diese Bewegung vermöge ihres Dralls auf das Räderwerk überträgt. Diese Übertragung der Schraubenbewegung auf das Zählwerk kann jedoch nicht gleichmäßig erfolgen, da die Leine sich mehrere Male drehen lassen wird, ehe sie das Räderwerk in Gang setzt. Die Bewegung der Räder erfolgt dann ruckweise und um so ungleichmäßiger, je kleiner die Fahrt des Schiffs ist.

Das Walkersche Log ist von dem erwähnten Übelstande frei. Bei diesem Log (Fig. 121) läuft die Schraubenwelle *C* in dem das Zählwerk enthaltenden Hohlzylinder ***AB*** und überträgt ihre Umdrehungen unmittelbar auf das Räderwerk. Der Zylinder ***AB*** selbst dreht sich bei den Umdrehungen der Schraube und des Zählwerks nicht, sondern ist als wagerecht liegend anzunehmen. Diese Ruhelage des Hohlzylinders wird erzielt einmal durch den Widerstand, den die in *G* befestigte Schleppleine vermöge ihres Dralls den Umdrehungen durch die Schraube entgegensetzt, hauptsächlich aber durch die herzförmige Platte *F*, die dem Zylinder ***AB*** bei jeder Fahrt die wagerechte Vorwärtsbewegung sichert. Da bei diesem Logge die Schraubenwelle sich innerhalb des Zylinders ***AB*** dreht, so nimmt dieser den durch das Nachschleppen verursachten Wasserdruck auf, und die hierdurch entstehende Reibung wird durch Friktionsrollen möglichst beseitigt. Das Zähl- und Zeigerwerk ist in vorerwähnter Weise angeordnet, so daß der erste, zweite und dritte Zeiger je eine Umdrehung vollenden, nachdem das Schiff eine, zehn und hundert Seemeilen zurückgelegt hat.

Über den Zifferblättern befindet sich zu ihrem Schutze eine um ***E*** seitlich drehbare Klappe, die zugleich die Öffnungen bedeckt, durch die das Räderwerk mit Öl zu versehen ist. Hierzu ist bestes Olivenöl oder Klauenfett zu verwenden, und wenn das Log im Gebrauche ist, so muß es wöchentlich zweimal gehörig geölt werden.

Zur Schleppleine benutzt man eine nach Art des runden Plattings hart geschlagene Leine, die gleich der Länge des Vorlaufs eines gewöhnlichen Logs zu nehmen ist.

Soll das Log gebraucht werden, so befestigt man die Schleppleine in *G*, schiebt die Klappe bei ***E*** zurück, stellt den ersten Zeiger auf die Zahl 1, den zweiten auf 10 und den dritten auf 100. Die Zeiger können leicht gedreht werden, da sie auf die Achsen der Räder gestreift sind und nur vermöge der Reibung auf diesen Achsen festsitzen. Dann schließt man den Deckel, wirft das Log übers Heck und läßt es nachschleppen. Auf Dampfern läßt man es nicht gerade achteraus schleppen sondern an Steuerbord oder Backbord, je nachdem die Schraube links oder rechts herum schlägt. Beim Einholen und Auswerfen des Logs ist sorgfältig darauf zu achten, daß die Schraubenflügel nicht an das Schiff

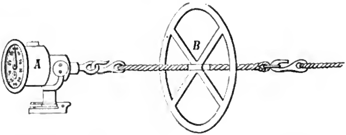
stoßen und verbogen werden, da hierdurch die Steigung der Schraube verändert und folglich die Angabe des Logs unrichtig wird.

Da das Log, solange es im Wasser nachgeschleppt wird, den ganzen während dieser Zeit vom Schiffe zurückgelegten Weg angibt, so muß jedesmal die Zeit angeschrieben werden, wann das Log ausgeworfen und wann es eingeholt ist. Bei einer Kursänderung muß das Log eingeholt und abgelesen werden, um zu erfahren, wieviel Seemeilen auf den verschiedenen Kursen zurückgelegt sind.

Bei den Deckloggen befindet sich nur die Schraube im Wasser, deren Umdrehungen durch die Schleppleine auf das auf der Heckreling befestigte Zählwerk übertragen werden. Dieses Zählwerk ist in eine runde Metallbüchse eingeschlossen, die vorn mit einem Glasdeckel versehen ist, unter dem sich das Zifferblatt mit den Zeigern befindet. Der größere Zeiger gibt die vom Schiffe zurückgelegte Distanz in Seemeilen an, während der kleinere die viertel Seemeilen anzeigt.

Bei dem Walkerschen Decklog (Fig. 122) befindet sich in der das Zählwerk ent-

Fig. 122.



haltenden Büchse *A* eine kleine Glocke, die sechsmal während der Zurücklegung einer Seemeile ertönt und so die ununterbrochene Tätigkeit des Logs, sowie die jeweilige Fahrt des Schiffs anzeigt.

Um die Übertragung der Schraubenumdrehungen auf das Zählwerk möglichst gleichmäßig zu machen, ist auf der Schleppleine ein Schwungrad *B* angebracht, durch dessen Wirkung die wegen der Länge der Schleppleine ruckartig erfolgenden Bewegungen des Zählwerks möglichst beseitigt werden und ein gleichmäßigerer Gang des Werks erzielt wird.

Da das Decklog jederzeit abgelesen werden kann und das Einholen wie bei dem Log mit nachgeschlepptem Zählwerk nicht nötig ist, so sind gute Decklogge allen anderen Loggen vorzuziehen. Daß das Räderwerk des Decklogs ebenfalls öfter mit gutem Öle zu versehen und nach längerem Gebrauche zu reinigen ist, versteht sich von selbst. Je nachdem die Fahrt des Schiffs klein oder groß ist, nimmt man die Schleppleine 60 bis 120 Meter lang.

§ 147. Prüfung des Patentlogs. Auf die Angaben des Patentlogs darf man sich nur dann verlassen, wenn es bei verschiedener Fahrt geprüft ist. Fast bei jedem dieser Logge wird sich herausstellen, daß die von ihm angegebene Wegstrecke mehr oder weniger von der wirklich durchlaufenen abweicht. Bleibt alles am Log unverändert, werden die Schraubenflügel nicht verbogen und wird das Zählwerk stets gut geölt, so wird das Verhältnis zwischen der wirklich durchlaufenen und der vom Logge angegebenen Strecke unveränderlich bleiben, wenigstens bei derselben Fahrt, bei der dies Verhältnis ermittelt

wurde. Mit der Zahl, die dieses Verhältnis angibt, sind dann die Angaben des Logs zu multiplizieren, um die richtigen Entfernungen zu erhalten, und man ermittelt diesen Faktor, indem man mit dem Schiffe eine genau bestimmte Strecke durchläuft und die Angabe des Logs mit der wirklichen Entfernung vergleicht. Ist Strömung vorhanden, so muß diese genau in Rechnung gebracht werden, da das Log die Fahrt durchs Wasser anzeigt, nicht aber die über Grund. Wenn es sich ausführen läßt, so fährt man dieselbe bekannte Strecke hin und zurück und nimmt aus den beiden Angaben des Logs das Mittel. Dieses Mittel ist dann die Entfernung, die das Log angeben würde, wenn keine Strömung vorhanden wäre, vorausgesetzt, daß diese bei der Hin- und Rückfahrt unverändert geblieben ist.

Gesetzt nun, das Log gäbe eine Entfernung, die in Wirklichkeit 10 Seemeilen beträgt, gleich 11,5 Seemeilen an. Dann ist das Verhältnis der richtigen Entfernung zu der vom Log angegebenen $= 10 : 11{,}5 = 0{,}865$. Mit dem Faktor 0,865 sind dann die Angaben dieses Logs jedesmal zu multiplizieren, um die richtigen Entfernungen zu erhalten. Wären z. B. nach diesem Logge 70 Seemeilen zurückgelegt, so wäre die durchlaufene Strecke $= 70 \cdot 0{,}865 = 60{,}55$ Seemeilen.

Beispiel. Auf dem Postdampfer Oscar zeigt Masseys Decklog bei Hiddensoe Glockentonne um $7^h\,35^m$ morgens 81,2 und bei Falsterbo Feuerschiff, das 45,05 Sm. von jener Tonne entfernt liegt, um $11^h\,21{,}5^m$ morgens 129,8. Welcher Faktor ergibt sich hieraus für das Log?

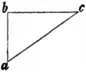
Es ist $$\frac{\text{Richtige Distanz}}{\text{Geloggte Distanz}} = \frac{45{,}05}{48{,}6} = 0{,}927\,.$$

Hiernach sind die Angaben dieses Logs mit 0,927 zu multiplizieren, oder der Fehler des Logs beträgt $-7{,}3\,\%$.

Es ist von vornherein nicht anzunehmen, daß dieser Faktor bei verschiedener Fahrt des Schiffs und bei verschiedenem Seegange derselbe bleibt. Daher muß das Patentlog bei verschiedener Fahrt mit der See sowohl wie gegen die See geprüft und der jedesmalige Faktor ermittelt werden. Bei der Berechnung des Schiffsweges ist dann der den Umständen entsprechende Faktor in Anwendung zu bringen.

§ 148. Das Grundlog. Dies dient zur Messung der Fahrt, mit der das Schiff sich über Grund fortbewegt. Diese Fahrt ist es, die eigentlich der Berechnung des vom Schiffe zurückgelegten Weges zugrunde gelegt werden sollte; sie ist aber auf freiem Meere nur mit Hilfe des Lots zu ermitteln, also nur dann, wenn man vom Lote Gebrauch machen kann. In diesem Falle kann häufig mit der Lotung auch zugleich eine Messung der Fahrt über Grund verbunden werden. Man braucht nur ermitteln, nachdem das Lot den Grund erreicht hat und die Wassertiefe abgelesen worden ist, wieviel Meter oder Faden der Lotleine in einer bestimmten Zeit auslaufen. Bezeichnet nämlich a (Fig. 123) die Stelle des Grundes, wo das Lot liegt, so ist ab gleich der Wassertiefe vermehrt um die Höhe der Reling über Wasser, ac bezeichnet die Richtung der Lotleine nach Beendigung des Loggens und bc die Horizontallinie, worin das Schiff sich fortbewegt hat. Es ist also Dreieck abc bei b rechtwinklig und folglich

Fig. 123.



$$bc = \sqrt{ac^2 - ab^2} = \sqrt{(ac + ab)(ac - ab)}\,.$$

Drückt man nun bc in Meridiantertien aus und dividiert deren Anzahl durch die Anzahl der während des Loggens verflossenen Sekunden, so gibt der Quotient die Fahrt über Grund an.

Beispiel. Man lotet 32 m Wassertiefe, sieht nach der Uhr und findet, daß nach 25 Sekunden 61,5 m von der Leine im ganzen ausgelaufen sind; die Höhe der Reling über Wasser beträgt 4 m. Wie groß ist die Fahrt über Grund?

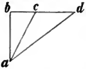
Es ist	$ac =$	61,5 m,
	$ab = 32 + 4 =$	36 m,
also	$ac + ab =$	97,5
und	$ac - ab =$	25,5.
	Produkt $=$	2486,25;

hieraus die Quadratwurzel $= 49{,}8\text{ m} = bc$.

Dividiert man 49,8 m durch 0,514 m, die Länge der Meridiantertie, so erhält man $bc = 96{,}9$ Meridiantertien; mithin ist die Fahrt über Grund $= \frac{96{,}9}{25} = 3{,}9$ Seemeilen.

Hat man es versäumt, in dem Augenblicke, als das Lot den Grund erreichte, nach der Uhr zu sehen, so tut man dies oder kehrt das Logglas um, wenn eine Knotenmarke von der Lotleine durch die Hand geht. Von dieser Marke ab zählt man, wieviel Meter von der Leine in einer genau zu beobachtenden Zeit auslaufen und sieht dann zu, wieviel Meter Leine im ganzen ausgelaufen sind.

Fig. 124.



Es betrage z. B. die durchs Lot ermittelte Wassertiefe 61 m; als die nächste Knotenmarke durch die Hand ging, wurde das Logglas gekehrt und gefunden, daß in 14 Sekunden 29,3 m und im ganzen 99,3 m von der Leine ausgelaufen waren. Die Höhe der Reling über Wasser war 3,5 m.

Nach Erklärung der vorigen Figur bedeutet in Fig. 124 ac die Richtung der Leine beim Beginn und ad die bei Beendigung des Loggens. Es kommt also darauf an, die Länge cd zu berechnen. Nun ist

$$cd = bd - bc,$$

also

$$cd = \sqrt{ad^2 - ab^2} - \sqrt{ac^2 - ab^2}.$$

Es ist	$ad =$ 99,3 m	und	$ac = 99{,}3 - 29{,}3 =$	70 m
	$ab =$ 64,5 m	„	ab . . . . $=$	64,5 m.
	$ad + ab =$ 163,8.		$ac + ab$	$=$ 134,5.
	$ad - ab =$ 34,8.		$ac - ab$	$=$ 5,5.
	Produkt $=$ 5700,24.		Produkt	$=$ 739,75.
	Quadratwurzel $=$ 75,5 m,		Quadratwurzel	$=$ 27,2 m,

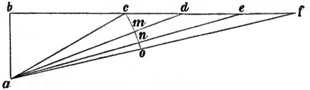
mithin $cd = 75{,}5\text{ m} - 27{,}2\text{ m} = 48{,}3\text{ m}$.

Folglich wird die Fahrt über Grund $= \frac{48{,}3}{0{,}514 \cdot 14} = \frac{48{,}3}{7{,}2} = 6{,}7$ Seemeilen.

Wenn man häufig auf demselben flachen Wasser, bis zu 5 Faden etwa, zu fahren hat, wie z. B. auf dem La-Plata-Strome oder bei Küstenfahrt, so kann man sich ein dem gewöhnlichen Logge ähnliches Grundlog einrichten. Man ersetzt das Logscheit durch das Handlot und befestigt dieses an eine etwas stärkere Leine als die Logleine. Den Vorlauf macht man etwa 30 Meter lang und teilt vom Endpunkte dieses Vorlaufs die Leine in Knotenlängen, die dem Logglase entsprechen. Nur darf natürlich fürs Mitschleppen kein Abzug gemacht werden, aber die Knotenlängen sind wegen des Schrägestehens der Leine etwas zu verkürzen. Die Verkürzung ist nicht für alle Knotenlängen die gleiche, läßt sich aber für eine bestimmte Wassertiefe leicht berechnen. Ist nämlich (Fig. 125) ab die Wassertiefe vermehrt um die Höhe des Hecks über dem Wasserspiegel, ac die Länge des Vorlaufs, $cd = de = ef$ die aufeinander folgenden, dem Logglase entsprechenden Knotenlängen des gewöhnlichen Logs, so ist ohne weiteres klar, daß wenn Bogen $cmno$ mit der Länge des Vorlaufs als Halbmesser beschrieben ist, die erste Knotenlänge der

Grundlogleine gleich md, die beiden ersten zusammen gleich ne, die drei ersten zusammen gleich of sein müssen.

Fig. 125.



Berechnet man nun aus den gegebenen Seiten ab und ac des rechtwinkligen Dreiecks abc die Kathete

$$bc = \sqrt{ac^2 - ab^2},$$

so kennt man in dem bei b rechtwinkligen Dreieck abd außer ab die Kathete bd, die $= bc + cd$ ist. Es ist aber für ein 14 Sekundenglas $cd = 7{,}2$ m, und

$$ad = \sqrt{ab^2 + bd^2}.$$

Zieht man dann von ad die Länge des Vorlaufs, ac, ab, so ist der Rest md die erste Knotenlänge für die Grundlogleine. Legt man ferner ce, also $2 \cdot 7{,}2$ m $= 14{,}4$ m zu bc, so findet man aus dem Dreieck abe die Seite

$$ae = \sqrt{ab^2 + be^2};$$

$ae - ac$ gibt ne, und hiervon die erste Knotenlänge md abgezogen, ergibt die zweite Knotenlänge für das Grundlog. Auf dieselbe Weise werden die übrigen Knotenlängen berechnet.

Mit dem so eingerichteten Grundlog wird auf dieselbe Weise geloggt wie mit dem gewöhnlichen Log. Peilt man die Leine des Grundlogs mit dem Kompasse, ehe man sie einholt, so gibt das Entgegengesetzte dieser Peilung den Kurs des Schiffs über Grund an, also den von Abtrift und Strömung unabhängigen Kurs. Das gewöhnliche Log dagegen gibt die Fahrt des Schiffs durchs Wasser an, und peilt man die Leine dieses Logs, so ist das Entgegengesetzte dieser Peilung der Kurs des Schiffs durchs Wasser. Denn das Logscheit ist zwar als ein im Wasser festliegender Punkt während des Loggens anzusehen, muß aber, wenn Strömung vorhanden ist, seinen Ort in bezug auf den Grund verändern.

Fünfter Abschnitt.

Das Lot.

§ 149. Nutzen des Lots. Das Lot dient hauptsächlich zur Messung der Meerestiefe und das hierbei einzuschlagende Verfahren heißt loten oder das Lot werfen. In einem von Sandbänken umgebenen Fahrwasser ist das Lot zur sicheren Fahrt unentbehrlich, da der Kompaß wohl den Weg des Schiffs durchs Wasser angibt, nicht aber den Weg, den es infolge von Meeresströmungen wirklich über Grund zurücklegt. Auch auf Peilungen von in Sicht befindlichen Seezeichen darf man sich nicht sicher verlassen,

da einmal der Kompaß plötzlich auftretenden Störungen ausgesetzt sein kann, und anderseits jene Seezeichen aus ihrer Lage vertrieben sein können. Wenn ferner bei tagelang andauerndem Nebel oder bedecktem Himmel kein Gestirn beobachtet werden kann, so ist oft nur das Lot imstande, Auskunft über den Schiffsort zu geben. Denn da die Seekarten sowohl die Meerestiefen als auch die Beschaffenheit des Meeresgrundes angeben, so bedarf es häufig nur einiger Lotungen, um mit Hilfe der Karte feststellen zu können, wo man sich befindet. Man hat in solchem Falle nur nötig, die durch das Lot ermittelten Wassertiefen nebst der Beschaffenheit des Grundes in der Richtung des gesegelten Kurses in der Karte aufzusuchen und die zwischen den einzelnen Lotungen zurückgelegten Distanzen zu berücksichtigen, um den Schiffsort zu bestimmen. Oft gewährt schon eine einzige Lotung die gewünschte Beruhigung, wie z. B. beim Einsegeln in das Skagerack von der Nordsee her. An der norwegischen Küste ist nämlich das Meer sehr tief, während es gegen Jütland hin bedeutend abflacht. Findet man nun mit dem Lote keinen Grund, so folgt daraus, daß man der norwegischen Küste näher ist als Jütlands gefährlichem Strande.

Weder die geographische Breite allein noch die bloße Länge genügen zur Bestimmung des Schiffsorts; ist man aber in solchen Meeresteilen, wo das Lot gebraucht werden kann, so genügt meistens eine einzige Lotung, um in Verbindung mit der bekannten Breite, Länge oder Standlinie eine sichere Ortsbestimmung zu erhalten.

Auf noch unbekannten Reeden findet man nur mit Hilfe des Lots geeigneten Ankergrund, und liegt man auf unsicherer Reede vor Anker, so tut man gut, bei stürmischem Wetter oder starker Strömung das an seine Leine befestigte Lot auf den Grund fallen zu lassen. Indem man dann die Lotleine in die Hand nimmt und straff zieht, wird man mit Sicherheit erkennen, wenn das Schiff vor dem Anker treibt.

Sonach ist das Lot von außerordentlichem Nutzen für den Seemann und sollte recht häufig gebraucht werden. Manches Schiff wäre vor dem Untergange bewahrt geblieben, wenn sein Führer das Loten nicht vernachlässigt hätte.

§ 150. Beschreibung des Lots und des Lotens. Das gewöhnliche Bleilot hat die Form einer abgestumpften Pyramide oder eines Kegels; die untere Grundfläche ist vertieft, um Grundproben des Meeresbodens aufnehmen zu können. Je nachdem man auf flachem oder tieferem Wasser segelt, wird ein kleineres, 3 bis 4 Kilogramm schweres oder ein größeres, 15 bis 25 Kilogramm schweres Lot benutzt. Das erste heißt Handlot und das zweite das große Lot. Beide Lote sollten auf jedem Schiffe vorhanden sein. Oft ist noch ein Mittellot von 6 bis 8 Kilogramm Gewicht im Gebrauch.

Für das Handlot genügt eine 25 Faden oder 50 Meter lange, ungeteerte Leine. Diese darf, um sie bequem mit der Hand fassen zu können, nicht zu dünn sein; anderseits darf sie auch im Verhältnis zum Gewicht des Lots nicht zu schwer sein, da sich sonst der Augenblick, in dem das Lot den Grund berührt, schwierig bestimmen läßt. Eine Leine von 2 Zentimeter Umfang, wovon der Faden etwa 0,4 Kilogramm wiegt, ist zur Handlotleine am geeignetsten.

Um die Lotleine bequem und sicher mit dem Lote zu verbinden, wird das Ende der Leine zu einem Auge verspleißt, das durch den mit Leder benähten Lotstropp gesteckt und dann über das Lot gestreift wird. Von diesem Auge ab wird die Leine eingeteilt; entweder in Faden oder in Meter, wobei einzelne Teilpunkte durch Marken kenntlich gemacht werden. Gewöhnlich steckt man in 2 Faden einen kleinen Lederstreifen durch die

Kardeele der Leine, in 3 und 13 Faden ein schwarzes, in 5 und 15 Faden ein weißes und in 7 und 17 Faden ein rotes Läppchen, in 10 und 20 Faden ein Garn mit einem und zwei Knoten.

Die große Lotleine wird meistens von 5 zu 5 Faden oder Meter gemarkt. In 10 Faden (Meter) befindet sich ein Garn mit einem Knoten, in 20 Faden (Meter) mit zwei Knoten usw., während die Fünfer durch Lederstreifen bezeichnet sind. Die Leine muß ebenfalls ungeteert sein und ist gewöhnlich 120 Faden oder 220 bis 250 Meter lang.

Wenn das Schiff keine Fahrt macht und starke Strömung nicht vorhanden ist, so ist das Loten sehr einfach. Man läßt das Lot an seiner Leine ins Wasser herab, läßt die Leine durch die Hand laufen und fühlt sofort, wenn das Lot den Grund erreicht hat. Dann hält man die Leine straff, so daß das Lot nur eben auf den Grund stößt, und sieht dann an der über dem Wasser befindlichen Marke, wieviel Faden ausgelaufen sind. Ist z. B. die zweite weiße Marke der Handlotleine 1 Faden über der Wasserfläche, so wäre die Tiefe 14 Faden, da jene Marke 15 Faden bezeichnet.

Will man die Beschaffenheit des Meeresgrundes kennen lernen, so drückt man vor dem Lotwerfen in die Vertiefung der untern Lotfläche reinen und gut durchkneteten Talg. Hat dann das Lot den Grund erreicht, so hebt man es einige Male in die Höhe und läßt es wieder fallen, damit Teile des Bodens am Talge kleben bleiben. Ist das Lot eingeholt, so wird die Talgschicht mit der Grundprobe mittels eines Messers glatt abgeschnitten und dann getrocknet, um die Beschaffenheit des Bodens besser unterscheiden zu können.

Macht das Schiff Fahrt, so ist das Lot so weit voraus zu werfen, daß es bei senkrecht stehender Leine Grund findet. Auf Meerestiefen bis zu 15 Faden etwa wendet man das Handlot an, wenn nicht die Fahrt des Schiffs zu groß ist. Gewöhnlich auf der Reling im Luv-Großwant stehend, hält man in der einen Hand die Buchten der Leine klar zum Laufen und schwingt mit der anderen Hand das Lot einige Male im Kreise von ungefähr einem Faden Halbmesser herum, um es möglichst weit voraus schleudern zu können. Erreicht das Lot den Grund, ehe die Leine senkrecht steht, so holt man ihre Lose ein, bis man sich gerade über dem Lote befindet, und liest die Tiefe ab; steht aber die Leine schon achteraus, als das Lot Grund hatte, so muß man für das Schrägestehen der Leine nach Schätzung etwas von der abgelesenen Wassertiefe in Abzug bringen.

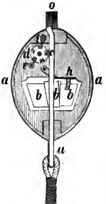
Die zum Loten erforderliche Geschicklichkeit kann nur durch Übung erworben werden.

Um mit dem großen Lote größere Wassertiefen zu ermitteln, muß die Fahrt des Schiffs durch Beidrehen oder Backbrassen gehemmt werden. Die Leine wird an der Luvseite vom Achterdeck außerhalb alles Tauwerks nach vorn gemannt und dort mit dem Lote zusammengesteckt. Mittschiffs nimmt jemand noch einige Buchten der Leine in die Hand und läßt sie frei außenbords hängen. Nachdem alles klar ist und man sich vergewissert hat, daß der Rest der Leine ordentlich aufgeschossen liegt, nimmt man, auf dem Achterdeck stehend, die Leine in die Hand und ruft: „Wirf!“ Sofort hat der Mann, der vorn das Lot hält, dieses frei von allem über Bord zu werfen und der mittschiffs stehende Mann die Buchten der Leine, dem Zuge nachgebend, nacheinander fallen zu lassen. Man läßt dann die Leine durch die Hand laufen, bis das Lot auf dem Grunde liegt. In diesem Augenblicke hält man die Leine fest, zieht sie straff und bestimmt nach der nächsten Marke die Tiefe. Sehr selten wird die Leine senkrecht stehen, wenn das große Lot den Grund erreicht hat, und man hat daher das Schrägestehen der Leine zu berücksichtigen, wie oben schon angegeben ist.

Um dem Übelstande, daß die Fahrt des Schiffs beim Gebrauche des großen Lots in der Regel gehemmt werden muß, abzuhelfen, sind verschiedene Lotvorrichtungen erfunden, von denen die Burtsche die einfachste und billigste ist und bei mittleren Tiefen und nicht zu großer Fahrt des Schiffs das Hemmen der Fahrt unnötig macht. Burts Vorrichtung besteht aus einem Luftsack, der eine Messingrolle schwimmend erhält, worüber die Lotleine gelegt wird. Die Leine kann nur nach einer Richtung über die Rolle gezogen werden, da eine Klemmfeder sie an der entgegengesetzten Bewegung hindert. Beim Gebrauche bläst man durch eine Röhre den zuvor angefeuchteten Luftsack auf, verschließt die Röhre mit einem Stöpsel und legt die Lotleine mit einem Vorlaufe von ungefähr der halben Wassertiefe über die Rolle. Nachdem das Lot wie gewöhnlich geworfen ist, wirft man den aufgeblasenen Luftsack mit der Rolle über Bord und steckt von der Leine nach, bis das Lot den Grund berührt. Sobald dies geschehen ist, läuft die Leine minder schnell aus, entsprechend der Fahrt des Schiffs, wird aber durch die Reibung an der Klemmfeder verhindert, noch weiter über die Rolle zu laufen, da das Gewicht der Leine allein diese Reibung zu überwinden nicht imstande ist. Der Luftsack mit der Rolle schwimmt demnach nahe vertikal über dem auf dem Grunde liegenden Lot, so daß die zwischen Rolle und Lot befindliche Leine die Wassertiefe angibt. Beim Einholen der Leine wird diese an die Rolle festgeklemmt, so daß die an dieser Stelle abgelesene Zahl von Faden oder Metern die Wassertiefe angibt.

§ 151. **Lote mit Zählwerk.** Bei diesen wird eine mit dem Lote verbundene Schraube oder ein Flügelrad durch die Abwärtsbewegung des vertikal fallenden Lots in Umdrehungen versetzt, die auf ein Räderwerk übertragen und durch dieses gezählt werden. Die Stellung der Schraubenflügel ist eine derartige, daß die Schraube nach einer bestimmten Strecke, die das Lot im Wasser zurückgelegt hat, eine Umdrehung macht, wobei die Geschwindigkeit des Falls ganz gleichgültig ist. Hat das Lot den Grund erreicht, so wird die Schraube durch eine selbsttätige Hemmvorrichtung an weiteren Umdrehungen, auch während des Einholens des Lots, gehindert, und der Stand des Zählwerks gibt die vom Lote durchlaufene Wassertiefe an.

Fig. 126.



Das älteste Lot dieser Art wurde von Massey erfunden und für Tiefen bis zu 3000 m mit gutem Erfolge angewandt.

Ein neueres Lot dieser Art ist das Walkersche, dessen Einrichtung aus Fig. 126 ersichtlich ist. In einer durchbrochenen Metallscheibe *a* befindet sich die Schraube *b*, deren Welle mittels einer Schnecke bei *c* in das Räderwerk eingreift. Das Zählwerk ist so eingerichtet, daß das erste Rad, das sich an der Rückseite der Figur befindet, eine Umdrehung macht, wenn das Lot eine Tiefe von 30 Faden durchlaufen hat, während das zweite, durch den Trieb *e* in Verbindung mit dem ersten stehende Rad *d* eine Umdrehung in 150 Faden vollendet. Beim Fallen des Lots wird der Hemmzahn *h*, der an einer breiten Platte befestigt ist, durch den gegen deren untere Fläche gerichteten Wasserdruck gehoben, so daß sich die Schraube ungehindert drehen kann. Sowie das Lot den Grund berührt, hört die Wirkung des Wasserdrucks auf die untere Fläche der Hemmplatte auf, der Zahn *h* fällt zwischen die Flügel der Schraube und wird hier

während des Einholens des Lots durch den jetzt gegen die obere Fläche der Hemmplatte wirkenden Wasserdruck festgehalten.

Der Gebrauch des Lots ist folgender. Das Ende der Lotleine wird durch das bei *o* befindliche Loch gesteckt und befestigt, und ein etwa ein halber Faden langer Stropp *u* in bekannter Weise mit einem gewöhnlichen Bleilot verbunden. Dann dreht man an einem auf dem ersten Rade sitzenden Knopfe, bis die Zahl 30 des ersten Rades auf den zugehörigen Zeiger und die Zahl 150 des zweiten Rades auf den Zeiger *i* eingestellt ist. Hierauf lotet man in gewöhnlicher Weise, ohne die Fahrt des Schiffs zu hemmen, doch muß man willig Leine geben, damit die Schraubenwelle in vertikaler Stellung bleibt. Sehr zu achten ist darauf, daß die Flügel der Schraube beim Werfen oder Einholen des Lots nicht gegen das Schiff stoßen und verbogen werden, da hierdurch die Steigung der Schraube verändert und folglich auch die Angabe der Wassertiefe unrichtig wird.

Um die Richtigkeit dieses Lots zu prüfen, muß man mit ihm auf genau bekannten Wassertiefen loten und die Angaben des Lots mit den richtigen aus einer zuverlässigen Karte entnommenen oder durch das gewöhnliche Lot ermittelten Tiefen vergleichen; etwaige Unterschiede müssen dann bei späteren Lotungen stets in Rechnung gebracht werden (vgl. § 147).

§ 152. **Messung der Tiefe durch den Druck des Wassers.** Bei diesen Lotvorrichtungen wird die Wassertiefe aus dem in der geloteten Tiefe herrschenden Wasserdruck abgeleitet. Es ist nämlich der in einer bestimmten Tiefe vorhandene Druck gleich dem vereinigten Gewichte der darüber stehenden Wasser- und Luftsäule. Dieser Druck läßt sich für jede Tiefe und für einen bestimmten Barometerstand berechnen, und umgekehrt kann also die Tiefe des Wassers gefunden werden, wenn sein Druck in dieser Tiefe bekannt ist.

Die meisten älteren Lotvorrichtungen dieser Art haben sich nicht bewährt. In neuerer Zeit hat Professor W. Thomson eine Lotmaschine erfunden, mittels der bei jeder Fahrt des Schiffs Wassertiefen bis zu 150 Faden gemessen werden können. W. Thomson ersetzt die Hanfleine durch feinen Klaviersaitendraht. Dieser erfährt nur sehr geringen Reibungswiderstand, und das Lot erreicht daher in so kurzer Zeit den Grund, daß selbst bei großer Fahrt des Schiffs gelotet werden kann.

Fig. 127.



Der Draht ist mit dem Bleilot durch eine 3 Meter lange Hanfleine verbunden, woran ein Tiefenmesser befestigt ist, der unabhängig von der Länge des abgelaufenen Drahts die Wassertiefe angibt, während ein mit der Drahtrolle in Verbindung stehender Umdrehungszähler einen ungefähren Schluß auf die Tiefe gestattet. Der Tiefenmesser besteht aus der unten offenen Glasröhre *a* (Fig. 127), die durch die enge Röhre *b* mit der Messingröhre *c* in Verbindung steht. Über die untere Öffnung *d* der Messingröhre wird ein Stück sehr feines aber starkes Baumwollen- oder Leinenzeug gelegt und festgebunden. Das Zeug läßt das Wasser durch, ist aber in nassem Zustande für die Luft undurchdringlich. Die untere Öffnung der Glasröhre *a* wird durch ein Kautschukstück *e* wasserdicht geschlossen.

Während des Sinkens des Lots tritt das Wasser, dem Druck entsprechend, durch das Zeug bei *d* in die Röhre *c* und durch die Verbindung *b* in die Glasröhre *a*. Die Menge des hier eingedrungenen Wassers ist das Maß für die erreichte Tiefe, die von einem auf der Glasröhre angebrachten Maßstabe abgelesen werden kann.

Anfänglich wurde zur Ermittelung der Wassertiefe eine oben luftdicht verschlossene, unten offene Glasröhre verwandt, deren innere Wandung mit Silberchromat bestrichen war. Das bei dem Loten in diese Röhre eindringende Wasser steigt, indem es die in der Röhre befindliche Luft zusammenpreßt, bis zu dem Punkte, der dem in der erreichten Tiefe vorhandenen Drucke entspricht. Soweit das Wasser in der Röhre gestiegen ist, verwandelt sich die rote Farbe des Silberchromats in eine gelblich weiße, und durch diese Veränderung der Farbe kann nach dem Einholen des Lots der Stand des eingedrungenen Wassers und somit die erreichte Tiefe bestimmt werden.

Ein ähnliches Lot ist das Bassnettsche Patentlot. Dieses Lot besteht aus zwei ineinander geschobenen Röhren *c* und *d* (Fig. 128a), von denen die innere von Messing und die äußere, bedeutend weitere Röhre von Glas ist. Während die innere Röhre sowohl unten bei *a* wie oben bei *c* offen ist, ist die Glasröhre oben geschlossen. Mit dem offenen unteren Ende steht die Glasröhre auf einem Gummiringe *m*, der auf einem messingenen und an der inneren Röhre befindlichen Verschlußstück *n* liegt. Schraubt man dann dieses mit einem Gewinde versehene Verschlußstück in die das Instrument umgebende Messinghülse *b* (Fig. 128b) ein, so wird der unter der Glasröhre liegende Gummiring zusammengepreßt und dadurch ein dichter Verschluß der Glasröhre hergestellt. Unterhalb der Verschlußschraube befindet sich ein kegelförmig abgestumpfter Ansatz *e*, in den zwei Löcher *o*, *o* gebohrt sind, die durch die beiden Kanäle *i* mit dem inneren Raume der Glasröhre in Verbindung stehen. Durch eine auf den Ansatz *e* gestreifte drehbare Messinghülse *r*, in der sich zwei Öffnungen, den Löchern *o* entsprechend, befinden, können diese Löcher verschlossen und geöffnet werden.

Fig. 128a. Fig. 128b.



Wird das unten geschlossene Instrument ins Wasser gesenkt, so tritt das Wasser durch die Röhre *ac* und ergießt sich in die Glasröhre, indem es die darin befindliche Luft in den oberen Teil der Röhre drängt. Je größer die Wassertiefe, je größer also auch der Druck des Wassers ist, um so mehr wird die Luft in der Glasröhre durch das eindringende Wasser verdichtet, und einen um so höheren Stand nimmt folglich das Wasser in der Glasröhre ein. Wird das Lot eingeholt, so bleibt, da das Wasser aus der Röhre nicht entweichen kann, der Stand des Wassers im Inneren unveränderlich und kann auf der an der Glasröhre befindlichen Teilung, die die gemessene Wassertiefe in englischen Faden angibt, abgelesen werden.

Ehe man lotet, taucht man das Instrument einige Minuten ins Wasser, damit die in der Glasröhre befindliche Luft die Temperatur des Meerwassers annimmt. Dann verschließt man durch Drehen des Rings *r* die unteren Öffnungen *o* und befestigt beide Enden des Instruments an die Lotleine, so daß es sich 1 bis 2 Faden über dem Bleilote befindet, wirft aber nicht das Lot, sondern fiert es zunächst herunter, ohne die Fahrt des Schiffs weiter zu hemmen. Nach ausgeführter Lotung wird die Wassertiefe abgelesen und dann der Ring *r* nach der entgegengesetzten Richtung herumgedreht, so daß das in der Glasröhre befindliche Wasser ablaufen kann.

Die Prüfung dieser Tiefenmesser ist in derselben Weise auszuführen, wie es am Schlusse des vorigen Paragraphen angegeben ist.

Sechster Abschnitt.

Die Seekarte.

§ 153. Zweck der Seekarte. Die Seekarten sollen in verkleinertem Maßstabe ein möglichst getreues Abbild von Teilen der Erdoberfläche geben. Sie dienen als Mittel, um sich mit den örtlichen Verhältnissen der Gegend, in der das Schiff sich befindet, vertraut zu machen und müssen so eingerichtet sein, daß man zur Bestimmung des Schiffsorts den Kurs und die gesegelte Distanz schnell und sicher in die Karte eintragen kann. Demnach sind in die Seekarten aufzunehmen: Der Verlauf der Küsten, die Beschaffenheit des Meeresbodens, die Wassertiefen, Untiefen, Sände, Klippen, die Landzeichen, wie Leuchttürme, Baken, Kirchen, Mühlen usw., Seezeichen, wie Feuerschiffe, Tonnen u. dgl., die Zeiten des Hochwassers bei Neu- und Vollmond, die Mißweisung nebst ihrer jährlichen Änderung und an freien Stellen der Karte einige Windrosen, Kompasse genannt.

Um die Tiefenverhältnisse mehr hervorzuheben, sind die gleichen Tiefen von 2, 4, 6, 10, 20, 40 und 100 Meter durch punktierte oder gestrichelte Linien miteinander verbunden. Die Tiefen bis zur 2, 4 und 6 Metergrenze sind angelegt oder schraffiert. Einzelne Klippen sind durch Kreuze bezeichnet, Anker, ⚓, bezeichnen Ankerplätze.

Die Tiefen- und Höhenangaben sind auf einen bestimmten Wasserstand bezogen und zwar bei den Ostseekarten auf den mittleren Wasserstand, bei den übrigen deutschen und englischen Karten auf das mittlere Springniedrigwasser, bei den amerikanischen auf mittleres Niedrigwasser und bei den französischen Karten auf den niedrigsten überhaupt beobachteten Wasserstand.

Die an freien Stellen eingezeichneten Kompasse sind gewöhnlich mißweisend und rechtweisend. Neuere französische und italienische Karten enthalten keine Kompasse, sondern die Mißweisung wird durch Pfeilstriche an den Meridianen bezeichnet. Bei einigen Karten sind nur rechtweisende Kompasse eingezeichnet. In diese Karten sind die Linien gleicher Mißweisung, die Isogonen, von Grad zu Grad mit ihrer jährlichen Änderung eingetragen.

Die schwimmenden Seezeichen liegen über ihrem Anker mit dem Toppzeichen nach Ost, die Feuerschiffe auf ihrem Breitenparallel; ein Kreis in der Wasserlinie bezeichnet ihre richtige Lage.

Um die Leuchttürme und Feuerschiffe ist auf einigen Karten der Feuerkreis, die Sichtweite des Feuers, für 5 Meter Augeshöhe und die Beschaffenheit des Feuers entsprechend eingezeichnet.

An einer freien Stelle sind die Bezeichnung der Karte, ihr Maßstab, die benutzten Abkürzungen und sonstige wissenswerte Angaben eingetragen.

Am unteren Rande außerhalb des Gradnetzes steht die Zeitangabe, bis zu der die Druckplatte berichtigt ist. Durch einen unten links befindlichen Stempel wird angegeben, bis zu welcher Nummer der „Nachrichten für Seefahrer“ die betreffende deutsche Admiralitätskarte berichtigt ist.

§ 154. Die Einrichtung der Seekarte. Da die Oberfläche der Erde nicht abwickelbar ist, so kann ein getreues Abbild dieser Fläche nur auf einer ihr ähnlichen, also

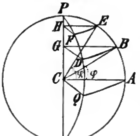
auf einer Kugelfläche gegeben werden. Eine solche Darstellung ist der Erdglobus. Darstellungen einzelner Teile der Erdoberfläche auf einer Ebene müssen um so mehr von der naturgetreuen Darstellung abweichen, je größer die dargestellte Fläche ist. Nur in dem Falle, wo der zur Abbildung gebrachte Teil so klein ist, daß man ihn als eben ansehen kann, läßt sich dieser Teil auf einer Karte so zur Darstellung bringen, daß er mit dem Urbilde übereinstimmt. Eine solche Darstellung, etwa eines Hafens oder Fahrwassers, nennt man Plan.

Um den bei Darstellung größerer Flächen auftretenden Schwierigkeiten teilweise zu begegnen, beschränkt man sich auf die Wiedergabe der Eigenschaften der Kugelfläche, die für den Zweck der Seekarte erforderlich sind. Diese muß, wie im § 153 angedeutet wurde, so beschaffen sein, daß erstens die Kurslinien als gerade Linien eingetragen werden können, zweitens die Kurse den entsprechenden Winkeln auf der Erdoberfläche gleich sind und drittens die gesegelten Distanzen leicht auf einer Skala der Karte abgemessen werden können.

Da der Weg des nach dem Kompasse gesteuerten Schiffs eine loxodromische Linie ist (§ 77), und diese die Meridiane unter gleichen Winkeln schneidet, so muß die Darstellung der Loxodrome in der Seekarte eine gerade Linie sein, die die Meridiane der Karte ebenfalls unter gleichen Winkeln schneidet. Daraus folgt, daß die Meridiane der Karte gerade und unter sich parallele Linien sein müssen. Sind aber die Meridiane gerade Linien, so müssen auch die Breitenparallele der Karte durch gerade und unter sich parallele Linien dargestellt werden, die die Meridiane rechtwinklig schneiden. Demnach muß die Seekarte die Form eines Rechtecks haben, da nur diese Figur den gestellten Bedingungen genügen kann, und folglich müssen sämtliche Breitenparallele der Karte gleich lang gemacht werden. Da diese aber in Wirklichkeit nach den Polen zu kleiner werden, so werden sie und folglich auch ihre einzelnen Grade und Minuten, die man als Längengrade und Längenminuten bezeichnet, in der Karte vergrößert. Soll also die Karte dem Urbilde ähnlich werden, so müssen auch die Meridiangrade und deren Minuten in demselben Verhältnis vergrößert werden, in welchem die Grade der Parallelkreise vergrößert sind, damit das auf der Erde bestehende Verhältnis zwischen den Meridianminuten und Längenminuten gewahrt bleibt.

Um das Verhältnis, in dem die Breitenparallele und ihre Grade nach den Polen hin abnehmen, zu ermitteln, sei in Fig. 129 C der Mittelpunkt und P ein Pol der Erde, EF und BD seien die Bogen zweier Breitenparallelen, AQ ein Bogen des Äquators, sämtlich zwischen denselben Meridianen PA und PQ.

Fig. 129.



Es sind also diese drei Bogen EF, BD und AQ, da sie einen gleich großen Teil ihrer Kreise ausmachen, einander ähnlich und verhalten sich zueinander wie die ganzen Umfänge, also auch wie die zugehörigen Halbmesser EH, BG und AC. Zieht man noch die Erdhalbmesser CE und CB, so ist $\angle ACB = \varphi$ die Breite des Parallelkreises BD und $\angle ACE = \varphi'$ die des Parallelkreises EF. Da $\angle CBG$ ebenfalls $= \varphi$ und $\angle CEH = \varphi'$ ist, so ist, wenn der Erdhalbmesser $= 1$ gesetzt wird, $EH = \cos\varphi'$, $BG = \cos\varphi$ und $AC = 1$; folglich verhält sich

$$\text{Bog. } EF : \text{Bog. } BD : \text{Bog. } AQ = \cos\varphi' : \cos\varphi : 1$$

und es ist $\text{Bog. } BD = AQ \cdot \cos\varphi$

und $\text{Bog. } EF = AQ \cdot \cos\varphi'$.

Hiernach nimmt die Länge der Breitenparallele und ihrer Grade ab wie der Kosinus der Breite, und da aus beiden Gleichungen sich die folgende ergibt:

$$\text{Bog. } AQ = BD \cdot \sec\varphi = EF \cdot \sec\varphi' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I}),$$

so hat man einen in Seemeilen oder Äquatorminuten gemessenen Breitenparallelgrad mit der Sekante seiner Breite zu multiplizieren, um ihn dem Äquatorgrad gleich zu machen.

Wenn man nun in der Karte sämtliche Breitenparallele und folglich auch deren Grade unter sich gleich macht, so werden sie nach den Polen hin in demselben Verhältnisse vergrößert, in welchem die Sekanten ihrer Breite zunehmen.

Soll also das auf der Erdkugel zwischen den Breiten- und Längengraden bestehende Verhältnis in der Karte zum Ausdruck kommen, so müssen auch die Breitengrade der Karte mit der Sekante ihrer Breite multipliziert werden. Auf der Kugel hat jeder Breitengrad die Länge von 60 Äquatorminuten, während in der Karte der Breitengrad z. B. auf 60° Breite $= 60 \cdot 2 = 120$ Äquatorminuten wird, weil $\sec 60° = 2$ ist.

Damit nun die kleinsten Teile der Karte ihrem Urbilde ähnlich werden, und also zwei Linien auf der Karte denselben Winkel miteinander bilden, wie die entsprechenden Linien auf der Erdkugel, müßte jedes kleinste Meridianteilchen der Karte zu dem entsprechenden Teilchen des Breitenparallels in dem oben angegebenen Verhältnisse stehen. Jedoch genügt es vollkommen, wenn man den Meridian in Minuten teilt und die Länge des Kartenmeridians vom Äquator ab bis zur größten Breite in der Weise berechnet, daß man jede Minute des Meridians mit der Sekante ihrer Breite multipliziert und die Summe dieser vergrößerten Breitenminuten bildet. So ist z. B. die Länge des Kartenmeridians bis zu 20° Breite

$$= 1' \cdot \sec 0°\,1' + 1' \cdot \sec 0°\,2' + \ldots + 1' \cdot \sec 1°\,0' + 1' \cdot \sec 1°\,1' + \ldots$$

$$\ldots + 1' \cdot \sec 2°\,0' + 1' \cdot \sec 2°\,1' + \ldots + 1' \cdot \sec 20°.$$

$$= 1'(\sec 1' + \sec 2' + \ldots + \sec 1°\,0' + \sec 1°\,1' + \ldots + \sec 20°)$$

$= 1225'$, also um 25 Äquatorminuten länger als der 20° betragende Äquatorbogen.

Da die Sekante von $90° = \infty$ ist, so folgt hieraus wie auch aus der Parallelität der Kartenmeridiane, daß diese Karte nicht bis zu den Polen ausgedehnt werden kann.

Die dritte an die Seekarte zu stellende Bedingung war, daß die gesegelten Distanzen leicht auf einer Skala der Karte abgemessen werden können. Da die Seemeile gleich der Meridianminute ist, so können die Distanzen unmittelbar von der Einteilung des Kartenmeridians, der **Breitenskala**, entnommen werden. Dabei ist aber zu beachten, daß mit der Meridianminute auch die Seemeile nach den Polen hin größer wird, und man daher jede Distanz in der Karte mit **den** Seemeilen auszumessen hat, die zwischen den Breitenparallelen enthalten sind, innerhalb welcher die auszumessende Distanz liegt.

Karten, deren Gradnetz auf die beschriebene Weise eingerichtet ist, heißen nach ihrem Erfinder, dem deutschen Geographen **Gerhard Kremer** genannt **Merkator**, **Merkatorsche Karten** oder **Karten in Merkators Projektion**, und weil in diesen die Breitenminuten nach den Polen hin immer größer werden, so nennt man sie auch **wachsende Karten**.

Die in Äquatorminuten ausgedrückte Entfernung eines Breitenparallels vom Äquator in einer Merkatorschen Karte nennt man die Meridionalteile der Breite oder die vergrößerte Breite. Diese können in der oben angedeuteten Weise gefunden oder nach der folgenden Formel, deren Entwickelung hier übergangen werden muß, berechnet werden:

$$\text{Meridionalteile} = 7915{,}7 \cdot \log\operatorname{tang}\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right).$$

Tafel 3, deren Eingang die Breite ist, enthält diese Meridionalteile.

Die Entfernung zweier Breitenparallele in der Merkatorschen Karte heißt Meridionaldifferenz oder der vergrößerte Breitenunterschied.

§ 155. Das Gradnetz der Seekarte zu zeichnen. Man ziehe zuerst — für nördliche Breiten am unteren, für südliche Breiten am oberen Rande des Kartenblatts — den dem Äquator nächsten Breitenparallel und trage auf diesem die Längenskala nach dem gewünschten Maßstabe ab, zu welchem Zweck die Größe der Längenminute in der Karte zu berechnen ist. Die Längenminute beträgt auf dem Äquator der Erdkugel 1852 Meter, folglich ist auf dem Parallel der Breite φ eine Minute dieses Parallels $= 1852 \cdot \cos\varphi$. Will man die Karte nun z. B. im Maßstabe $= \frac{1}{200000}$ der natürlichen Größe entwerfen, so wird die Minute des Parallels auf der Breite $\varphi = \frac{1852 \cdot \cos\varphi}{200000}$ Meter oder $= \frac{1852 \cdot \cos\varphi}{200}$ Millimeter zu machen sein.

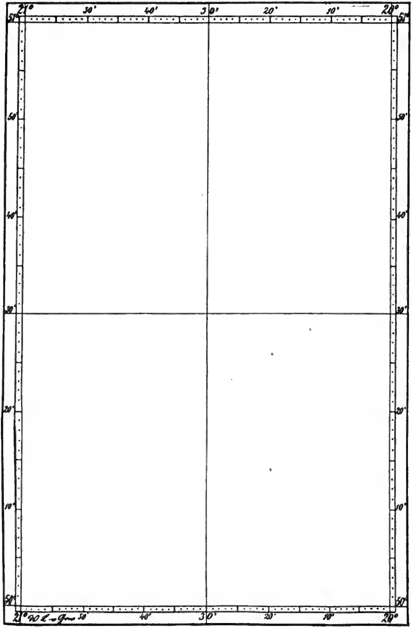
Sind Grade und Minuten der Längenskala aufgetragen, so errichtet man in jedem Endpunkte dieser Linie eine Senkrechte, um die die Karte begrenzenden Meridiane zu erhalten. Dann bildet man die Unterschiede der der Tafel 3 für jeden halben oder drittel Grad der Breite entnommenen Meridionalteile und trägt diese Unterschiede, auf der Längenskala gemessen, von dieser aus der Reihe nach auf beiden Meridianen ab, so erhält man die halben oder drittel Breitengrade. Teilt man diese dann je in 30 oder 20 gleiche Teile, so erhält man die Minuten und dadurch die Breitenskala der Karte. Nachdem man dann durch die Endpunkte der beiden Breitenskalen eine gerade Linie gezogen und auf dieser die Längenskala ebenfalls abgetragen hat, zeichne man die erforderliche Anzahl der Meridiane und Breitenparallele ein, indem man durch die gleichen Grade der Länge auf dem oberen und unteren Rande sowie durch die gleichen Grade der Breite auf dem rechten und linken Rande gerade Linien legt.

Je nach dem Maßstabe der Seekarten unterscheidet man Generalkarten, Segelkarten und Küstenkarten. Die ersten umfassen einen großen Teil der Erdoberfläche, während die anderen kleinere Teile zur Darstellung bringen. Der Maßstab der Generalkarten ist in der Regel $\frac{1}{1000000}$ bis $\frac{1}{800000}$, der der Segelkarten zwischen $\frac{1}{600000}$ und $\frac{1}{400000}$ und der der Küstenkarten zwischen $\frac{1}{200000}$ und $\frac{1}{100000}$ der natürlichen Größe.

Beispiel. Das Netz einer Merkatorkarte von 50°—51° N Br. und 20°—21° W Lg. von Greenwich im Maßstabe $\frac{1}{600000}$ der natürlichen Größe zu zeichnen.

Auf 50° Breite ist die Längenminute der Karte $= \frac{1852 \cdot \cos 50^\circ}{600} = 1{,}984$ mm, folglich der Längengrad $= 1{,}984 \cdot 60 = 119$ mm.

Fig. 180.



Nach Tafel 3 sind für die Breite von

50° 0′ die Meridionalteile	= 3474,5		
		31,2	Meridionaldifferenz.
50° 20′ „ „	= 3505,7		
		31,4	„
50° 40′ „ „	= 3537,1		
		31,7	„
51° 0′ „ „	= 3568,8		

Mit diesen Werten erhält man auf die beschriebene Weise das umstehende Netz der Karte (Fig. 130).

Will man die Karte so einrichten, daß die Seemeile eine bestimmte Länge erhält, so läßt sich dies nur in angenäherter Weise ausführen, da die Meridianminuten nicht unter sich gleich sind sondern nach den Polen zu wachsen. Man ermittelt in diesem Falle zunächst die der gegebenen Länge der Seemeile entsprechende Größe einer Minute des Breitenparallels, der in der Mitte zwischen den Endbreiten der Karte liegt, indem man die gegebene Länge der Seemeile mit dem Kosinus der mittleren Breite multipliziert. Die so erhaltene Längenminute legt man der Längenskala zugrunde und verfährt dann weiter, wie oben angegeben ist.

§ 156. Gebrauch der Seekarte. Beim Gebrauch der Seekarte kommen hauptsächlich folgende vier Aufgaben in Betracht, bei deren Lösung man sich des Bleistifts, Zirkels und Parallellineals oder zweier rechtwinkliger Dreiecke bedient.

1. Den Schiffsort, dessen Breite und Länge gegeben ist, in die Karte einzutragen.

Man legt das Parallellineal an einen Breitenparallel, verschiebt es bis zur gegebenen Breite und zieht in der gegebenen Länge eine Linie. Dann legt man das Parallellineal an einen Meridian, verschiebt es bis zur gegebenen Länge und zieht ebenfalls eine Linie. Der Schnittpunkt beider Linien ist der Schiffsort.

2. Die Breite und Länge eines in der Karte gegebenen Punkts zu finden.

Man mißt mit dem Zirkel den Abstand des gegebenen Punkts vom nächsten Breitenparallel und trägt diesen Abstand auf der Breitenskala von demselben Breitenparallel nach der Richtung ab, in der der gegebene Punkt von diesem Parallel gelegen ist, so erhält man die gesuchte Breite. Dann mißt man den Abstand des gegebenen Punkts vom nächsten Meridian, trägt diesen Abstand auf der Längenskala von diesem Meridian nach der Richtung ab, in der der gegebene Punkt von diesem Meridian gelegen ist, und erhält dadurch die gesuchte Länge des Punkts.

3. Von einem Punkte in der Karte Kurs und Distanz einzutragen.

Der Kurs ist für Ablenkung des Kompasses und, wenn die Karte nur rechtweisende Kompasse hat, auch für Mißweisung zu verbessern. Man lege das Parallellineal an den gegebenen Strich oder Grad des zunächst liegenden Kompasses und übertrage diese Linie auf den gegebenen Punkt in der Karte, den Abfahrtsort. Die Distanz entnimmt man mit dem Zirkel auf der Breitenskala und zwar so, daß die beiden Zirkelspitzen gleich weit von dem Breitenparallel entfernt sind, der in der Mitte zwischen der Breite des Abfahrtsorts und der des erreichten Orts, in der sogenannten Mittelbreite, liegt. Die so erhaltene Distanz trägt man dann auf der gezogenen Kurslinie vom Abfahrtsorte aus ab.

Ist die Distanz so groß, daß der Zirkel sie nicht umfaßt, so trägt man die einzelnen Teile der Distanz in der beschriebenen Weise der Reihe nach auf der Kurslinie ab.

4. Kurs und Distanz zwischen zwei Punkten in der Karte zu ermitteln.

Man legt das Parallellineal an die beiden Punkte, verschiebt es auf den Mittelpunkt des zunächst liegenden Kompasses und liest auf diesem den Kurs ab. Hierauf nimmt man die Entfernung der beiden Punkte voneinander in den Zirkel und setzt die Zirkelspitzen so auf die Breitenskala, daß sie gleich weit von der Mittelbreite zwischen beiden gegebenen Punkten abstehen, so ist die Anzahl der vom Zirkel umfaßten Breitenminuten die gesuchte Distanz in Seemeilen. Ist die Distanz zu groß, so nimmt man zu beiden Seiten der Mittelbreite zwischen den gegebenen Punkten eine gleiche Anzahl von Minuten der Breitenskala und trägt diese auf der Verbindungslinie der beiden Punkte von einem dieser Punkte aus so oft als möglich hintereinander ab. Das noch übrig bleibende Stück messe man in der vorhin angegebenen Mittelbreite, so ist die Summe der einzelnen Distanzen die gesuchte Distanz.

5. Das Segeln nach der Karte.

Nachdem der Abfahrtsort des Schiffs in der Karte bestimmt ist, kommt es zunächst darauf an, Kurs und Distanz zu ermitteln, die das Schiff segeln muß, um den Bestimmungsort zu erreichen. Selten wird dieser auf einem Kurse erreicht werden können, weil in den meisten Fällen zwischen beiden Orten Land, Inseln und Untiefen liegen, von denen das Schiff in angemessener Entfernung gehalten werden muß. In diesem Falle sind in der Karte zwischen beiden Orten zweckmäßige Zwischenpunkte zu wählen. Diese müssen so liegen, daß, wenn sie miteinander und mit dem Abfahrts- und Bestimmungsorte durch gerade Linien verbunden werden, diese gebrochene Linie überall von Inseln, Klippen, Untiefen und dem Lande mindestens einige Seemeilen entfernt ist. Man entnimmt von der Karte den Kurs und die Distanz vom Abfahrtsorte nach dem nächsten Zwischenpunkte usw. Aus der Fahrt des Schiffs wird sich leicht bestimmen lassen, wie lange jeder Kurs gesteuert werden muß, bis dieser zu ändern ist. Auf diese Weise verfährt man auf Dampfschiffen und, wenn der Wind günstig ist, auch auf Segelschiffen. Für Segelschiffe bedingt der ungünstige Wind den Kurs, und man muß in diesem Falle den Bug wählen, über dem man sich dem Bestimmungsorte am meisten nähert; kommt man aber über diesem Buge dem Lande oder Untiefen zu nahe, so muß man wenden und so lange über dem weniger vorteilhaften Buge liegen, bis man das Schiff wieder über den anderen Bug legen kann, um sich frei segeln zu können, oder bis man genötigt wird, der Untiefen wegen wieder zu wenden.

Siebenter Abschnitt.

Die Besteckrechnung.

I. Die Besteckrechnung nach einzelnen Kursen.

§ 157. **Erklärungen.** Wenn das Schiff in engen Gewässern segelt, so werden die nacheinander gesegelten Kurse und Distanzen in die Karte eingetragen, um jederzeit beurteilen zu können, ob der bisher gesteuerte Kurs beizubehalten oder zu verändern ist, damit das Schiff frei vom Lande und Untiefen bleibt.

Wenn man aber außer Sicht des Landes und frei von Untiefen ist, so ist das Absetzen der einzelnen Kurse in der Karte nicht notwendig, sondern es genügt, den Schiffsort von Zeit zu Zeit, in der Regel Mittags, in die Karte einzutragen. In diesem Falle wird die Breite und Länge des Schiffsorts durch Rechnung gefunden.

Aus Breite und Länge eines Abfahrtsorts und aus den von diesem Orte aus gesegelten Kursen und Distanzen die Breite und Länge des Orts zu berechnen, an dem das Schiff sich zurzeit befindet, heißt Besteckrechnung. Die durch diese Rechnung ermittelte Breite und Länge des Schiffsorts wird das Besteck genannt.

§ 158. Abtrift. Der Weg, den ein beim Winde segelndes Schiff durch das Wasser nimmt, fällt nicht mit der Kielrichtung zusammen, da das Schiff durch den seitlichen Druck des Windes mehr oder weniger abgetrieben wird.

Der Winkel, den der Weg des Schiffs durch das Wasser mit der Kielrichtung des Schiffs bildet, heißt Abtrift. Da der Kompaß die Kielrichtung angibt, so muß folglich der vom Kompaß abgelesene Kurs wegen Abtrift verbessert werden, um den wirklich gesegelten Kurs zu erhalten, und zwar ist, wie leicht erklärlich, die Abtrift auf den gesteuerten Kurs stets nach der Leeseite hin anzubringen.

Die Größe der Abtrift findet man durch Peilen der Richtung des Kielwassers, indem man den Winkel zwischen dieser Richtung und der über das Heck hinaus verlängert gedachten Kielrichtung auf viertel Strich genau schätzt. Die folgenden Beispiele werden die Anwendung der Abtrift veranschaulichen.

Das Schiff segelt mit	Gesteuerter Kurs	Abtrift	Gesegelter Kurs
Steuerbordhalsen,	SSW ¾ W	1¼ Strich	SzW ½ W
desgl.	SO ¼ O	2 „	OSO ¼ O
Backbordhalsen,	NNO ¼ O	1¾ „	NO
desgl.	NW ½ N	1½ „	NNW

§ 159. Das Segeln im Meridian. Wenn ein Schiff rechtweisend Nord oder Süd segelt, so segelt es im Meridian. Es verändert also nur seine Breite und zwar um die gesegelte Distanz, nicht aber seine Länge. Die Distanz ist in diesem Falle gleich dem Breitenunterschiede, der den Namen des Kurses erhält. Ist der Breitenunterschied gleichnamig mit der Absahrtsbreite, so ist die Summe beider die erreichte Breite, im entgegengesetzten Falle ist der Unterschied beider die erreichte Breite mit dem Namen des Größeren.

Beispiel 1. Von 48° 10′ N Breite und 18° 10′ W Länge von Greenwich segelt ein Schiff rechtweisend *N* 18,4 Seemeilen. Auf welcher Breite und Länge befindet es sich hiernach?

Br. U. = 0° 18′,4 N
Verlassene Breite = 48° 10′,0 N

Erreichte Breite = 48° 28′,4 N.

Das Schiff befindet sich daher auf 48° 28′,4 N Br. und 18° 10′ W Lg. von Grw.

Beispiel 2. Von 0° 17′,5 N Br. und 16° 18′ W Lg. von Grw. segelt ein Schiff rw. *S* 45,6 Sm. Wo steht das Besteck?

Br. U. = 0° 45′,6 S
Verlassene Breite = 0° 17′,5 N

Erreichte Breite = 0° 28′,1 S.

Das Besteck steht demnach auf 0° 28′,1 S Br. und 16° 18′ W Lg. von Grw.

§ 160. Das Segeln im Breitenparallel. Wenn der rechtweisende Kurs des Schiffs Ost oder West ist, so segelt es in einem Breitenparallel, verändert also seine Breite nicht, sondern nur die Länge. Es ist aber nur in dem Falle, wenn das Schiff auf dem Äquator segelt, die gesegelte Distanz gleich der Veränderung seiner Länge, in allen übrigen Fällen muß die Längenänderung aus der gesegelten Distanz ermittelt werden. Da die Distanz der in Seemeilen ausgedrückte Bogen eines Breitenparallels und der entsprechende Längenunterschied der in Seemeilen oder Minuten ausgedrückte Bogen des Äquators ist, der zwischen denselben beiden Meridianen, wie der Breitenparallelbogen liegt, so verhält sich nach § 154, wenn man den letzten Bogen mit Abweichung bezeichnet,

$$\text{Abweichung} : \text{Längenunterschied} = \cos\varphi : 1,$$

worin φ die Breite des Parallelkreises bedeutet. Man erhält also zur Verwandlung der beiden Größen die Gleichungen:

$$\text{Längenunterschied} = \text{Abweichung} \cdot \sec\varphi \quad \text{I).}$$

$$\text{Abweichung} = \text{Längenunterschied} \cdot \cos\varphi \quad \text{II).}$$

Mittels der zur Erleichterung der Besteckrechnung gegebenen Tafeln 1 und 2, die die Seiten der ebenen rechtwinkligen Dreiecke für alle Werte der Hypotenuse von 1 bis 300, in der Tafel 2, der Gradtafel, für jeden Grad der spitzen Winkel enthalten, findet man den Längenunterschied, indem man mit der Breite eingeht, die Abweichung in der Br.U. Spalte aufsucht und den daneben stehenden Wert aus der Dist. Spalte entnimmt. Man hat sich hierbei ein ebenes rechtwinkliges Dreieck zu denken, worin die eine Kathete die Abweichung, der daran liegende Winkel die Breite φ und die Hypotenuse den Längenunterschied darstellt.

Nachdem man den Längenunterschied gefunden hat, gibt man ihm den Namen des Kurses und addiert ihn zur Abfahrtslänge, wenn beide gleichnamig sind, um die erreichte Länge desselben Namens zu erhalten. Im umgekehrten Falle ist der Unterschied beider die erreichte Länge mit dem Namen des Größeren.

Beispiel 1. Von 51° 10′ N Br. und 41° 50′ W Lg. von Grw. segelt ein Schiff rechtweisend West 31 Seemeilen.

Auf welcher Breite und Länge wird es sein?

Mittels der Gradtafel findet man nach obiger Anweisung für 51° 10′ Breite und 31 Sm. Abweichung:

Längenunterschied = 0° 49′,5 W
Verlassene Länge = 41° 50′,0 W

Erreichte Länge = 42° 39′,5 W.

Das Schiff befindet sich daher auf 51° 10′ N Br. und 42° 39′,5 W Lg. v. Grw.

Beispiel 2. Von 32° 30′ S Br. und 0° 18′ W Lg. von Grw. segelt ein Schiff rechtweisend Ost 42,5 Seemeilen.

Auf welche Breite und Länge ist es gekommen?

Für 32° 30′ Breite und 42,5 Sm. Abw. gibt die Gradtafel:

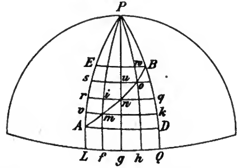
Lg. U. = 0° 50′,4 O
Verl. Lg. = 0° 18′,0 W

Err. Lg. = 0° 32′,4 O.

Das Schiff befindet sich also in 32° 30′ S Br. und 0° 32′,4 O Lg. v. Grw.

§ 161. **Das Segeln auf einem Zwischenstrich.** Wenn das Schiff weder auf einem Meridian noch Breitenparallel segelt, so segelt es auf der Loxodrome und verändert sowohl die Breite wie auch die Länge.

Fig. 131.



Angenommen, ein Schiff segele von A nach B (Fig. 131) auf der Loxodrome $AmnoB$, indem es die Meridiane PL, Pf, Pg, Ph, PQ unter demselben Kurse, K, schneide. Legt man durch diese Schnittpunkte Breitenparallele und nimmt an, diese Punkte lägen so nahe aneinander, daß man die Dreiecke Avm, min, nuo und Bwo als eben ansehen kann, so nennt man die Summe $vm + in + uo + wB$ die Abweichung. Diese gibt hiernach an, wieviel Seemeilen das Schiff bei demselben Kurse nach rechtweisend Ost oder West gekommen ist.

Ferner ergibt die Figur

$$Av + mi + nu + ow = \text{Breitenunterschied}.$$

Da nun die kleinen als eben anzusehenden Dreiecke rechtwinklig sind, so ist

$$Av = Am \cdot \cos K$$
$$mi = mn \cdot \cos K$$
$$nu = no \cdot \cos K$$
$$ow = oB \cdot \cos K,$$

also $$Av + mi + nu + ow = (Am + mn + no + oB) \cdot \cos K,$$

oder **Breitenunterschied = Distanz · cos Kurs** . . . . I).

Ebenso ist:

$$vm + in + uo + wB = (Am + mn + no + oB) \cdot \sin K,$$

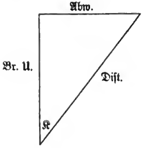
oder **Abweichung = Distanz · sin Kurs** . . . . II).

Dividiert man Gleichung II) durch I), so ergibt sich

$$\frac{\textbf{Abweichung}}{\textbf{Breitenunterschied}} = \textbf{tang K} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{III}).$$

Aus diesen Gleichungen ersieht man, daß die Aufgaben der Besteckrechnung auf die Auflösung eines ebenen rechtwinkligen Dreiecks, das man **Kursdreieck** nennt, zurückgeführt werden können.

Fig. 132.



Ist nebenstehendes Dreieck ein rechtwinkliges, worin ∠ K den Kurs bezeichnet, so ist die anliegende Kathete der Breitenunterschied, die gegenüberliegende die Abweichung und die Hypotenuse die Distanz.

Die Eingänge der schon erwähnten Tafeln 1 und 2 entsprechen den Bezeichnungen des Kursdreiecks.

Indem man nun den der Tafel entnommenen Breitenunterschied auf die Breite des Abfahrtsorts nach der in § 159 gegebenen Regel anbringt, erhält man die erreichte Breite.

Da aber die aus dem Kursdreieck erhaltene Abweichung nicht auf demselben Breitenparallel gut gemacht ist, also auch nicht ohne weiteres nach § 160 in den Längenunterschied verwandelt werden kann, so fragt es sich, welche Breite man der Berechnung des Längenunterschieds zugrunde legen soll. Es gibt zur Berechnung des Längenunterschieds in diesem Falle zwei Verfahren, die Rechnung nach Mittelbreite und die nach vergrößerter Breite.

1. Rechnung nach Mittelbreite.

Wenn das Schiff von A nach B (Fig. 131) segelt, wo beide Orte auf derselben Seite des Äquators liegen, so ist ersichtlich, daß die Abweichung kleiner als der Bogen AD und größer als Bogen BE sein muß. Man denke sich den Äquatorbogen LQ, den Längenunterschied zwischen den Orten A und B, in sehr kleine und gleiche Teile geteilt, $Lf = fg = gh$ usw. und bezeichne die Anzahl dieser Teile mit n. Die durch diese Teilpunkte gedachten Meridiane teilen dann die Distanz AB ebenfalls in n Teile, die im allgemeinen einander ungleich sind und hier der Reihe nach mit $d_1, d_2, \ldots\ldots d_n$ bezeichnet werden sollen. Bezeichnen ferner $\mathfrak{a}_1, \mathfrak{a}_2, \mathfrak{a}_3, \ldots\ldots \mathfrak{a}_n$ die kleinen und ebenfalls gleichen Stücke vm, in usw. der durch die Schnittpunkte der Distanz mit den Meridianen gelegten Breitenparallelbogen vk, rq usw., so ist, wenn diese letzten n Bogen der Reihe nach mit $a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots a_n$ bezeichnet werden,

$$a_1 = n\,\mathfrak{a}_1$$
$$a_2 = n\,\mathfrak{a}_2$$
$$\vdots$$
$$a_n = n\,\mathfrak{a}_n$$

durch Addition: $$a_1 + a_2 + \ldots\ldots a_n = n\,\mathfrak{a}_1 + n\,\mathfrak{a}_2 + \ldots\ldots n\,\mathfrak{a}_n.$$

Durch Division mit n ergibt sich:

$$\frac{a_1 + a_2 + \ldots\ldots a_n}{n} = \mathfrak{a}_1 + \mathfrak{a}_2 + \ldots\ldots \mathfrak{a}_n.$$

Da nun $\mathfrak{a}_1 + \mathfrak{a}_2 \ldots\ldots \mathfrak{a}_n$ gleich der Abweichung ist, so ist diese auch

$$= \frac{a_1 + a_2 + \ldots\ldots a_n}{n},$$

d. h. die Abweichung ist gleich dem arithmetischen Mittel aller zwischen den beiden Meridianen und Parallelkreisen der Orte A und B befindlichen Breitenparallelbogen, die man sich dicht aneinander liegend zu denken hat.

Ist nun das Flächenstück $AEBD$ auf der Erde nicht von bedeutender nordsüdlicher Ausdehnung, so kann man dieses als ein Trapez ansehen, und es fällt dann die Abweichung mit der Mittellinie des Trapezes zusammen, deren Lage durch die Halbierung seiner Höhe gefunden wird. Bei dieser Annahme, die bei der Besteckrechnung in den weitaus meisten Fällen zulässig ist, liegt also die Abweichung in der Mitte zwischen der Breite des Abfahrts- und erreichten Orts. Bezeichnet man die erste Breite mit φ und

die zweite mit φ', so ist die Breite, in der die Abweichung liegt, die sogenannte **Mittelbreite**, $= \frac{\varphi + \varphi'}{2}$ und folglich nach Gleichung I) in § 160

Längenunterschied = Abweichung · sec Mittelbreite . . . . I).

Indem man den so berechneten oder aus Tafel 2 entnommenen Längenunterschied auf die Länge des Abfahrtsorts nach der in § 160 gegebenen Regel anwendet, erhält man die Länge des erreichten Orts.

Wenn aber die Mittelbreite größer als 60° und der Breitenunterschied größer als 3° ist, so ist die obige Annahme nicht mehr zulässig; es fällt dann die Abweichung nicht in die Mittelbreite, sondern polwärts von der Mittelbreite, wovon man sich auf folgende Weise überzeugen kann.

Sind a_1 und a_2 Breitenparallelbogen in den Breiten φ_1 und φ_2 und l der zugehörige Äquatorbogen oder Längenunterschied, so ist

$$a_1 = l \cdot \cos \varphi_1$$

und $$a_2 = l \cdot \cos \varphi_2$$

folglich $$a_1 + a_2 = l \cdot (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2)$$

und $$\frac{a_1 + a_2}{2} = l \cdot \cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \cdot \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}.$$

Bezeichnet x die Breite, in der die Abweichung $\frac{a_1 + a_2}{2}$ liegt, so ist

$$\frac{a_1 + a_2}{2} = l \cdot \cos x$$

Aus beiden Gleichungen folgt $$\cos x = \cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \cdot \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2},$$

mithin, da $\cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}$ ein echter Bruch ist,

$\cos x$ kleiner als $\cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$

und deshalb x größer als $\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$.

Wenn auch die vorstehende Gleichung zur Berechnung der auf die Mittelbreite anzuwendenden Berichtigung nicht geeignet ist, so zeigt sie doch, daß diese Berichtigung stets zur Mittelbreite zu addieren ist, um die Breite, in der die Abweichung liegt, zu erhalten. Die Tafel 4, aus der man diese Berichtigung entnehmen kann, ist nach der weiterhin entwickelten Formel III) berechnet.

In den vorstehenden Entwickelungen wurde von der Annahme ausgegangen, daß Abfahrts- und erreichter Ort auf derselben Seite des Äquators liegen. Sind die Breiten dieser beiden Orte ungleichnamig, so läßt sich zur Berechnung des Längenunterschiedes die Mittelbreite nicht benutzen. Handelt es sich in diesem Falle um die Berechnung des vom Schiffe in etwa einem Tage gemachten Weges, auf dem der Äquator geschnitten wurde, so ist die Abweichung gleich dem Längenunterschiede zu nehmen. Wenn aber der gutgemachte Breitenunterschied ein sehr bedeutender sein sollte, so muß die Rechnung nach vergrößerter Breite ausgeführt werden.

Beispiel. Von 42° 10′ N Br. und 18° 30′ W Lg. von Grw. segelt ein Schiff rechtweisend *SSO½O* 174 Seemeilen.

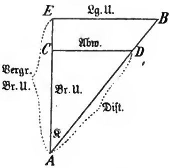
Auf welcher Breite und Länge befindet es sich hiernach?

		Abw. = 74,4 Sm. O.
Br. U. = 2° 37′,3 S	Mittel-	Lg. U. = 1° 38′,4 O
Verl. Breite = 42° 10′,0 N	breite =	Verl. Länge = 18° 30′,0 W
Err. Breite = 39° 32′,7 N	40° 51′	Err. Länge = 16° 51′,6 W von Grw.

2. Rechnung nach vergrößerter Breite.

Auf der Merkatorschen Karte erscheinen die Linien *AB*, *AE* und *BE* in der Fig. 131 als gerade Linien, die mithin ein ebenes bei *E* rechtwinkliges Dreieck bilden. Stellt Fig. 133 dieses Dreieck dar, so ist der Winkel bei *A* der Kurs *K*, die anliegende Kathete *AE* der vergrößerte Breitenunterschied und die gegenüberliegende Kathete *EB* der Längenunterschied. Man erhält aus diesem Dreieck die Gleichungen:

Fig. 133.



$$\text{tang}\,K = \frac{\text{Längenunterschied}}{\text{Vergr. Breitenunterschied}}$$

und hieraus:

Längenunterschied = Vergr. Br. U. · tang Kurs II).

Die Distanz kann man aus diesem Dreieck, das man das Merkatorsche Dreieck nennt, nicht berechnen, da die Hypotenuse *AB* wohl die Distanz in der Karte ist, diese aber durch die vergrößerten Breitenminuten gemessen wird.

Das Kursdreieck zu den Orten *A* und *B* sei $\triangle ACD$ in Fig. 133. Da beiden rechtwinkligen Dreiecken der Kurs *K* gemeinschaftlich ist, so sind sie einander ähnlich, und es verhält sich, wenn man den Breitenunterschied mit b, die Abweichung mit a, den vergrößerten Breitenunterschied oder die Differenz der Meridionalteile M und M' mit $M - M'$ und den Längenunterschied mit l bezeichnet,

$$b : a = M - M' : l\,,$$

also

$$l = \frac{a}{b} \cdot (M - M')\,.$$

Bezeichnet man die zur Mittelbreite zu addierende Berichtigung, um die Breite zu erhalten, in der die Abweichung liegt, mit v, so ist nach Gleichung I)

$$l = a \cdot \sec\left(\frac{\varphi + \varphi'}{2} + v\right),$$

folglich ist

$$a \cdot \sec\left(\frac{\varphi + \varphi'}{2} + v\right) = \frac{a}{b} \cdot (M - M')$$

und

$$\sec\left(\frac{\varphi + \varphi'}{2} + v\right) = \frac{M - M'}{b} \quad \text{III)}.$$

Aus dieser Gleichung läßt sich die in Tafel 4 niedergelegte Berichtigung v ermitteln.

Um nach Gleichung II) den Längenunterschied zu berechnen, entnehme man aus Tafel 3 die Meridionalteile für die Breite des Abfahrts- und für die des erreichten Orts; der Unterschied oder die Summe dieser Meridionalteile, je nachdem die beiden Breiten gleichnamig oder ungleichnamig sind, ist der vergrößerte Breitenunterschied, der mit der

Tangente des Kurses multipliziert, den Längenunterschied ergibt. Geht man mit dem Kurse in Tafel 1 oder 2 ein und sucht den vergrößerten Breitenunterschied in der Br. U. Spalte auf, so ist der daneben in der Abw. Spalte stehende Wert der gesuchte Längenunterschied.

Beispiel. Von 64° 10′ N Br. und 5° 40′ W Lg. von Grw. segelt ein Schiff rechtweisend $NWzW\frac{1}{2}W$ 201,7 Seemeilen; auf welcher Breite und Länge wird es sein?

Br. U. = 1° 35′,1 N		Lg. U. = 7° 0′,4 W
Verl. Br. = 64° 10′,0 N	Mer. Teile = 5062,3	Verl. Lg. = 5° 40′,0 W
Err. Br. = 65° 45′,1 N	Mer. Teile = 5287,0	Err. Lg. = 12° 40′,4 W v. Grw.
	Vergr. Br. U. = 224,7.	

II. Die Besteckrechnung nach Koppelkursen.

§ 162. Koppeln der rechtweisenden Kurse. Das Besteck wird in offener See für jeden Mittag, wenn erforderlich, jedoch auch für andere Zeitpunkte bestimmt und in der Karte abgesetzt. Sind nun mehrere verschiedene Kurse hintereinander gesegelt, und man will die Breite und Länge des Orts berechnen, wo das Schiff sich am Ende des letzten Kurses befindet, so kann dies in der Weise geschehen, daß man nacheinander die Breite und Länge berechnet, auf der das Schiff am Ende des ersten, zweiten, dritten Kurses usw. gewesen ist. Sind die gesegelten Distanzen groß und besonders auf hohen Breiten die Kurse sehr verschieden, so muß auch in der angegebenen Weise verfahren werden, um zu einem richtigen Ergebnisse zu gelangen; wenn aber auf nicht zu hohen Breiten die Distanzen nicht bedeutend sind, so kann man ein abgekürztes Verfahren, das sogenannte Kurskoppeln, einschlagen, indem man die Breitenunterschiede und Abweichungen der einzelnen Kurse algebraisch addiert und mit dem so erhaltenen Gesamtbreitenunterschied und der Gesamtabweichung ebenso verfährt, als wenn beide aus einem einzigen Kurse und einer einzigen Distanz entstanden wären. Diesen Kurs nennt man den General- oder Gesamtkurs und die ihm zugehörige Distanz die General- oder Gesamtdistanz.

Bei diesem Verfahren kann man gleichzeitig die Peilung eines nach Breite und Länge bekannten Gegenstandes und seinen Abstand, sowie eine bekannte Strömung unmittelbar in Rechnung bringen.

Die Peilung wird im entgegengesetzten Sinne als Kurs und der berechnete oder geschätzte Abstand als zugehörige Distanz angesehen. Als Breite und Länge des Abfahrtsorts ist in diesem Falle die des gepeilten Gegenstandes zu betrachten. Da hier zunächst rechtweisende Kurse angenommen werden, so ist auch die Peilung rechtweisend zu machen.

Die Strömung wird als Kurs und die Anzahl der von ihr während der ganzen Segelung gemachten Seemeilen als Distanz in Rechnung gebracht, da es für die Ortsveränderung des Schiffs gleichgültig ist, ob es diesen Kurs segelt oder treibt.

Zum Kurskoppeln ist folgende Tabelle zweckmäßig.

Rechtweisender Kurs.	Distanz.	Breitenunterschied.		Abweichung.	
		N	S	O	W

In die Kursspalte schreibt man alle zu koppelnden Kurse und daneben in die Distanzspalte die den Kursen zugehörigen Distanzen. Dann macht man neben jedem Kurse in den mit N, S, O, W bezeichneten Spalten, worin kein Breitenunterschied und keine Abweichung kommt, einen Querstrich. Nun entnimmt man aus Tafel 1 oder 2, je nachdem der Kurs in Strich oder Grad gegeben ist, für jeden Kurs und die zugehörige Distanz den Breitenunterschied und die Abweichung und trägt den Breitenunterschied in die nicht ausgefüllte N- oder S-Spalte, je nachdem der Kurs N oder S ist, die Abweichung in die nicht ausgefüllte O- oder W-Spalte, je nachdem der Kurs O oder W ist, ein. Hierauf bilde man die Summe jeder dieser vier Spalten, nehme den Unterschied der Summen in der N- und S-Spalte, ebenso den der Summen in der O- und W-Spalte, gebe diesen beiden Unterschieden das Zeichen des Größeren, so ist der erste Unterschied der Gesamtbreitenunterschied und der letzte die Gesamtabweichung. Indem man dann den Gesamtbreitenunterschied auf die Breite des Abfahrtsorts oder auf die verlassene Breite und den aus der Gesamtabweichung ermittelten Längenunterschied auf die verlassene Länge anbringt, erhält man die erreichte Breite und Länge.

Beispiel. Von 54° 18′ N Br. und 17° 46′ W Lg. von Grw. segelt ein Schiff rechtweisend: *NW ¼ W* 31,5 Seemeilen, *NNO* 42 Sm., *O* 46 Sm. und *S ¼ W* 16 Sm.

Was ist die Breite und Länge, auf der sich das Schiff am Ende des letzten Kurses befindet?

Rechtweisender Kurs.	Distanz.	Breitenunterschied.		Abweichung.	
		N	S	O	W
NW ¼ W	31,5	20,0	—	—	24,4
NNO	42	38,8	—	16,1	—
O	46	—	—	46,0	—
S ¼ W	16	—	15,9	—	1,6
		58,8	15,9	62,1	26,0
		15,9		26,0	
		42,9 N		36,1 O	

Abw. = 36,1 Sm. O.

Br. U. = 0° 42′,9 N	Mittel-	Lg. U. = 1° 2′,4 O
Verlassene Br. = 54° 18′,0 N	breite:	Verl. Lg. = 17° 46′,0 W
Erreichte Br. = 55° 0′,9 N	54° 39′	Err. Lg. = 16° 43′,6 W v. Grw.

§ 163. **Koppeln der mißweisenden Kurse.** Wenn für die durchsegelte Strecke dieselbe Ortsmißweisung angenommen werden kann, so koppelt man die mißweisenden Kurse und verwandelt den mißweisenden Generalkurs in den rechtweisenden. Auf diese Weise ist nur eine einmalige Berichtigung für Mißweisung vorzunehmen, während bei dem vorigen Verfahren jeder einzelne Kurs für Mißweisung verbessert werden muß.

Nachdem man durch Koppeln den mißweisenden Gesamtbreitenunterschied und die Gesamtabweichung gefunden hat, sucht man in der Gradtafel mit beiden den Generalkurs und die Gesamtdistanz. Je nachdem die Abweichung kleiner oder größer als der Breitenunterschied ist, ist der oben oder unten angegebene Grad in Tafel 2 als Kurs zu nehmen. Man geht bei dem Aufsuchen des Kurses und der Distanz stets mit der größeren der beiden Größen, Br. U. und Abw., in die Tafel ein und sieht nach, auf welcher Seite der

Tafel beide Werte genau oder nahezu in derselben Zeile stehen. Um in zweifelhaften Fällen zu bestimmen, welcher Grad dem gesuchten Kurse am nächsten liegt, dividiere man die Gesamtabweichung durch den Gesamtbreitenunterschied, um nach § 161 Gl. III die Tangente des gesuchten Kurses zu erhalten. Da die Tangenten der vollen Grade neben diesen in der Tafel 2 angegeben sind, so nehme man den Kurs, dessen Tangente der berechneten am nächsten kommt.

Durch Anwendung der Ortsmißweisung auf den so ermittelten Generalkurs erhält man den rechtweisenden Generalkurs und mit diesem und der Gesamtdistanz führt man die Rechnung wie bei einem einzelnen Kurse weiter.

Beispiel. Mocha Insel (38° 24′ S Br. und 73° 54′ W Lg. v. Grw.) wird bei 11° östlicher örtlicher Ablenkung in *O ¼ S* 28 Seemeilen ab gepeilt. Dann werden bei 17° O Mißweisung die unten folgenden Kurse und Distanzen gesegelt, während der Strom 24 Seemeilen nach rw. *NzW* setzt.

Was ist die erreichte Breite und Länge?

Wind.	Gesteuerter Kurs.	Abtrift.	Örtl. Ablenkung. Grad.	Örtl. Ablenkung. Strich.	Gesegelter mw. Kurs.	Distanz Sm.	Br. U. N	Br. U. S	Abw. O	Abw. W
Umgek. Peilung	W ¼ N	—	11 O	1 O	WNW ¾ W	28	6,8	—	—	27,2
WNW	N ¾ O	¼	11 O	1 O	NNO	10	9,2	—	3,8	—
NW	NNO	2¼	14 O	1¼ O	NOzO ½ O	16	6,8	—	14,5	—
WzS	S ½ W	4	3 O	¼ O	SO ¾ S	4	—	3,2	2,4	—
WNW	SW	2½	3 W	¼ W	SzW ¼ W	6	—	5,7	—	1,7
WNW	SW	2	3 W	¼ W	SzW ¾ W	22	—	20,7	—	7,4
WNW	SW	1½	3 W	¼ W	SSW ¼ W	13,5	—	11,9	—	6,4
Strom = rw. NzW, das ist bei 1½ Str. O Mißw. = mw.					NNW ½ W	24	21,2	—	—	11,3
							44,0	41,5	20,7	54,0
							41,5			20,7
							2,5 N			33,3 W

Mißw. Generalkurs = N 86° W Gesamtdistanz = 33 Sm.
Mißw. = 17° O
Rechtw. Generalkurs = N 69° W

	Mittelbreite:	
		Abw. = 30,8 Sm. W.
Br. U. = 0° 11′,8 N		Lg. U. = 0° 39′,3 W
Mocha Br. = 38° 24′,0 S		Mocha Lg. = 73° 54′,0 W
Err. Br. = 38° 12′,2 S	38° 18′	Err. Lg. = 74° 33′,3 W von Grw.

§ 164. Die Zuverlässigkeit der Besteckrechnung. Die Besteckrechnung wird hauptsächlich durch die Ungenauigkeit der Kurse und der durch das Log bestimmten Fahrt oder Distanz häufig recht unzuverlässig. Die Ungenauigkeit im Kurse wird einmal durch mangelhaftes Steuern und dann auch dadurch verursacht, daß man, falls das Schiff in einer Stunde verschiedene Kurse angelegen hat, den mittleren Kurs für diese Stunde durch Schätzung ermittelt und in Rechnung bringt. Fehler bei der Schätzung der Abtrift sowie die nicht immer genau zu bestimmende Kompaßablenkung vermehren die Unsicherheit des in Rechnung zu nehmenden Kurses, so daß dieser mit einem Fehler von ¼ bis ½ Strich und in ungünstigen Fällen mit einem noch größeren Fehler behaftet sein kann.

Nach der Beschreibung des Logs in § 143 ist es erklärlich, daß die ermittelte Fahrt oder Distanz mit Fehlern behaftet sein wird, die in der Gesamtdistanz einen Fehler von 5 bis 10 Prozent ihres Betrages hervorrufen können.

Endlich ist noch zu bedenken, daß Kompaß und Log nur den Weg des Schiffs durchs Wasser angeben. Wenn also das Schiff in einer unbekannten Strömung segelt, so kann die berechnete Breite und Länge des erreichten Orts nicht die richtige sein, selbst dann nicht, wenn man die einer Stromkarte oder einer Segelanweisung entnommene Richtung und Stärke der Strömung in Rechnung bringt, da in diesen Werken immer nur Mittelwerte angegeben werden können.

Aus diesen Gründen folgt, daß es unbedingt notwendig ist, das Besteck durch astronomische Beobachtungen zu berichtigen. Vergleicht man dann den durch die Besteckrechnung ermittelten Ort mit dem, wo sich das Schiff den astronomischen Beobachtungen zufolge wirklich befunden hat, so ergibt sich die durch obige Ursachen bewirkte **Besteckversetzung**, deren Berechnung in § 167 gezeigt werden wird.

III. Kurs und Distanz zwischen zwei Orten zu finden.

§ 165. Rechnung mit Mittelbreite. Aus der bekannten Breite und Länge der beiden Orte suche man zunächst den Breiten- und Längenunterschied sowie die Mittelbreite. Mit dieser Mittelbreite verwandelt man den Längenunterschied in Abweichung nach der Formel

$$\text{Abw.} = \text{Lg. U. mal} \cos \text{Mittelbr.} \quad (\text{vgl. § 161})$$

oder mittels der Tafel 2, indem man in diese mit der Mittelbreite als Kurs und mit dem Längenunterschied als Distanz eingeht und den der Distanz entsprechenden Breitenunterschied entnimmt. Mit dem Breitenunterschied und der Abweichung berechnet man nach den Formeln

$$\tan K = \frac{\text{Abw.}}{\text{Br. U.}} \qquad (\text{vgl. § 161})$$

$$\text{Dist.} = \text{Br. U.} \cdot \sec K$$

den Kurs und die Distanz, oder auch, wenn die Orte nicht weit auseinander liegen, mittels Tafel 2 nach dem in § 163 angegebenen Verfahren. Der Kurs erhält die Benennungen des Breiten- und Längenunterschiedes. Aus dem so gefundenen rechtweisenden Kurs findet man durch Anwendung der Mißweisung nach links oder rechts, je nachdem die Mißweisung Ost oder West ist, den mißweisenden Kurs.

Beispiel. Was ist der rechtweisende und mißweisende Kurs und die Distanz von 48° 16′ N Br. und 14° 10′ W Lg. nach 46° 1′ N Br. und 16° 3′ W Lg. von Grw., wenn die Mißweisung = 22° W ist?

Abfahrtsort : Br. = 48° 16′ N	Mittel-	Lg. = 14° 10′ W
Bestimmungsort : Br. = 46° 1′ N	breite:	Lg. = 16° 3′ W
Br. U. = 2° 15′ S	47° 9′	Lg. U. = 1° 53′ W
= 135′ S		= 113′ W.

Mit 47° Mittelbreite und 113′ Längenunterschied findet man in der Gradtafel in der Br. U. Spalte die Abw. = 77,1 Sm. W. Für 135′ Br. U. und 77,1 Sm. Abw. gibt die Gradtafel:

Rw. Kurs = S 30° W Distanz = 156 Sm.
Mißw. = 22° W
Mw. Kurs = S 52° W.

§ 166. Rechnung nach vergrößerter Breite. Nachdem man zunächst den Breiten- und Längenunterschied der beiden Orte ermittelt hat, entnimmt man der Tafel 3 die Meridionalteile der beiden gegebenen Breiten. Sind diese gleichnamig, so bildet man

die Differenz, im umgekehrten Falle aber die Summe der entnommenen Meridionalteile, um den vergrößerten Breitenunterschied zu erhalten. Dann berechnet man Kurs und Distanz nach den Formeln

$$\text{tang } K = \frac{\text{Lg. U.}}{\text{Vergr. Br. U.}} \qquad \text{(vgl. § 161.2)}$$

$$\text{Distanz} = \text{Br. U. mal sec } K$$

oder, wenn die beiden Orte nicht weit voneinander entfernt sind, mittels Tafel 2, indem man den vergrößerten Breitenunterschied in der Br. U.- und den Längenunterschied in der Abw.-Spalte aufsucht. Hierdurch erhält man den Kurs; die Distanz ist der neben dem **wahren** Breitenunterschied beider Orte stehende Wert in der Dist.-Spalte auf derselben Blattseite.

Beispiel 1. Kurs und Distanz
von 59° 33′ N Br. und 1° 38′ W Lg. von Grw. (Fair Island)
nach 46° 39′ N Br. und 53° 3′ W Lg. von Grw. (Kap Race) zu finden.

Fair Island : Breite = 59° 33′ N	Mer. Teile = 4478,7	Länge = 1° 38′ W
Kap Race : Breite = 46° 39′ N	Mer. Teile = 3172,0	Länge = 53° 3′ W
Br. U. = 12° 54′ S	Vergr. Br. U. = 1301,7.	Lg. U. = 51° 25′ W
= 774′ S.		= 3085′ W.

$$\text{tang } K = \frac{\text{Lg. U.}}{\text{Vergr. Br. U.}}$$

$$\text{Dist.} = \text{Br. U.} \cdot \sec K.$$

Lg. U. = 3085′ log = 3,48926
Vergr. Br. U. = 1301,7 log = 3,11451
K = 67° 7′ log tang = 0,37475 log sec = 0,41021
Br. U. = 774′ log = 2,88874
Dist. = 1990 log = 3,29895

Es ist also der gesuchte rechtw. Kurs = S 67° W und die Distanz = 1990 Seem.

Beispiel 2. Es ist Kurs und Distanz von 39° 53′ S Br. und 73° 31′ W Lg. v. Grw. (Valdivia) nach 34° 50′ N Br. und 139° 50′ O Lg. v. Grw. (Kap Erratatsi in Japan) zu berechnen.

Valdivia : Br. = 39° 53′ S	Mer. Teile = 2613,6	Länge = 73° 31′ W
Kap Erratatsi : Br. = 34° 50′ N	Mer. Teile = 2232,1	Länge = 139° 50′ O
Br. U. = 74° 43′ N	Vergr. Br. U. = 4845,7.	Lg. U. = 213° 21′ O
= 4483′ N .		= 146° 39′ W
		= 8799′ W.

Lg. U. . . . = 8799′ log = 3,94443
Vergr. Br. U. = 4845,7 log = 3,68535
K = 61° 10′ log tang = 0,25908 log sec = 0,31672
Br. U. = 4483′ log = 3,65157
Dist. = 9296 log = 3,96829

Es ist somit der rw. Kurs = N 61° W, die Distanz = 9296 Sm.

§ 167. Berechnung der Besteckversetzung. Nach der am Ende des § 164 gegebenen Erklärung findet man die Besteckversetzung, indem man Kurs und Distanz vom Besteckorte nach dem Orte berechnet, wo sich das Schiff sicheren Beobachtungen zufolge tatsächlich befindet.

In offener See bestimmt man täglich die Besteckversetzung, einmal um auf die Ursachen der die Besteckrechnung fälschenden Fehler Schlüsse machen zu können, wenn man sich in Gewässern befindet, wo keine Strömung ist oder wo deren Richtung und Stärke

genau bekannt ist, dann aber auch, um unsere Kenntnis der Meeresströmungen zu vervollständigen. Denn es ist klar, daß wenn die Besteckrechnung richtig ist, die Besteckversetzung die Richtung und Stärke der unbekannten Strömung ergibt.

Beispiel. Man findet des Mittags den Schiffsort nach Besteck in 18° 43′ N Br. und 20° 12′ W Lg. von Grw., nach astronomischen Beobachtungen in 18° 32′ N Br. und 20° 39′ W Lg. von Grw.

Was ist die Besteckversetzung?

Nach Besteck . . . .: Br. = 18° 43′ N	Mittel-	Länge = 20° 12′ W
Nach astron. Beob.: Br. = 18° 32′ N	breite:	Länge = 20° 39′ W
Br. U. = 11′ S.	18° 38′	Lg. U. = 27′ W.

Mit 19° Mittelbr. und 27′ Lg. U. findet man in der Gradtafel in der Br. U. Spalte die Abw. = 25,5 Sm. W. Für 11′ Br. U. und 25,5 Sm. Abw. gibt die Gradtafel;

Besteckversetzung = rw. S 67° W 28 Seemeilen.

Achter Abschnitt.

Bestimmung des Schiffsorts in Sicht von Landmarken und Seezeichen.

§ 168. **Vorbemerkungen.** Wenn ein Schiff den Hafen, die Reede oder irgend einen anderen Ankerplatz in der Nähe der Küste verläßt und seinem Bestimmungsorte zusteuert, so muß der Ort des Schiffs, ehe von diesem aus die in der Karte verzeichneten kenntlichen Landmarken verschwinden, bestimmt werden. Dasselbe ist zu tun, so oft im Verlaufe der Reise die Gelegenheit sich dazu bietet, um die stets fehlerhafte Besteckrechnung berichtigen und den Stand des Chronometers, wie weiterhin gezeigt werden wird, prüfen zu können.

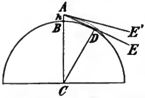
Um den durch Peilung und Abstand von einer Landmarke bestimmten Schiffsort in die Karte einzutragen, ziehe man in der Karte von dem gepeilten Gegenstande aus eine Linie in der entgegengesetzten Richtung der für Ablenkung des Peilkompasses berichtigten Peilung und trage auf dieser vom Gegenstande aus den Abstand ab, so ist der Endpunkt der Schiffsort.

Wollte man diesen durch Rechnung finden, so betrachte man die entgegengesetzte rechtweisende Peilung als Kurs, den Abstand als gesegelte Distanz und finde hieraus und aus der Breite und Länge des gepeilten Gegenstandes die erreichte Breite und Länge.

I. Mit Hilfe eines Gegenstandes.

§ 169. **Durch Peilung und Schätzung des Abstandes.** Die einfachste aber auch ungenaueste Bestimmung des Schiffsorts ist die, daß man mit dem Kompasse den Gegenstand peilt und gleichzeitig seinen Abstand vom Schiffe nach Seemeilen schätzt. Zur richtigen Schätzung dieses Abstandes gehört große Übung, und selbst wenn man sich diese erworben hat, werden ungünstige atmosphärische Verhältnisse diese Schätzung oft sehr ungenau machen. Als Anhalt kann hierbei die Entfernung des Seehorizonts dienen, die man auf folgende Weise finden kann.

Fig. 134.



Es sei in Fig. 134 C der Mittelpunkt der Erdkugel und in A befinde sich das Auge eines Beobachters in der Höhe BA über der Meeresfläche; diese Höhe, die mit h bezeichnet werde, nennt man die **Augeshöhe**. Denkt man sich nun von A eine Tangente AE an die Erdkugel gelegt, so ist ihr Berührungspunkt D ein Punkt des Seehorizonts oder der Kimm und der Bogen BD die Entfernung der Kimm vom Beobachter.

Bei den auf See in Betracht kommenden Augeshöhen kann man AD gleich dem Bogen BD setzen; nun ist nach Pythagoras, wenn der Erdhalbmesser $CD = CB = r$ gesetzt wird,

$$AD = \sqrt{(r+h)^2 - r^2} = \sqrt{2rh + h^2}.$$

Im Vergleich zu dem Produkt $2rh$ ist h^2 so klein, daß man es vernachlässigen kann; demnach wird

$$AD = \sqrt{2rh}.$$

Bezeichnet man mit k die in Seemeilen ausgedrückte Entfernung AD, so wird, wenn r und h in Metern gegeben sind,

$$k = \frac{\sqrt{2r}}{1852} \cdot \sqrt{h} = 1{,}927 \cdot \sqrt{h} \; ^{*})$$

Nun ist aber wegen der Strahlenbrechung (vgl. § 289) der Weg eines Lichtstrahls in der Erdatmosphäre keine gerade sondern eine krumme Linie, wie in der Figur angedeutet ist. Infolgedessen sieht man den Punkt D nicht in der Kimm sondern etwas höher, und die Kimm selbst erscheint etwas weiter entfernt, so daß man noch Teile der Erdoberfläche sieht, die man ohne die Wirkung der Strahlenbrechung nicht sehen würde. Diese vergrößert den Abstand k um etwa 8%, und so wird die berichtigte, die sogenannte scheinbare Entfernung der Kimm in Seemeilen $= 1{,}08 \cdot 1{,}927 \cdot \sqrt{h}$

$$= 2{,}081 \cdot \sqrt{h}$$

oder nahe $$= \frac{25}{12}\sqrt{h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I)}.$$

Die scheinbare Entfernung der Kimm kann mit der Augeshöhe in Metern als Eingang aus Tafel 5 entnommen werden.

§ 170. Durch Peilung eines Feuers in der Kimm. In Fig. 135 sei A das Auge des Beobachters in der Augeshöhe h, in B befinde sich ein Feuer in der Höhe H über der Meeresfläche, und die Linie AB sei die von A an die Meeresoberfläche gedachte Tangente, so ist $AB = AD + BD$ und folglich nach Gleichung I, § 169:

Fig. 135.



*)

$$\begin{aligned} \log 2 &= 0{,}30103 \\ \log r &= 6{,}80392 \\ &\ 7{,}10495 \\ \log \sqrt{2r} &= 3{,}55248 \\ \log 1852 &= 3{,}26764 \\ 1{,}927 \log &= 0{,}28484. \end{aligned}$$

$$\text{Abstand des Feuers} = \frac{25}{12} \cdot \sqrt{h} + \frac{25}{12} \cdot \sqrt{H} = \frac{25}{12}(\sqrt{h} + \sqrt{H}), \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

worin h und H in Metern ausgedrückt sind.

Aus Tafel 5 findet man den Abstand, wenn man einmal mit der Augeshöhe, ein zweites Mal mit der Höhe des Leuchtfeuers eingeht und die beiden Tafelwerte addiert.

Bei dieser Abstandsbestimmung kommt es darauf an, die Augeshöhe zu ermitteln, in der man das Feuer in der Kimm erblickt. Zu dem Zwecke steige man, wenn das Feuer von Deck aus nicht mehr oder noch nicht zu sehen ist, so weit nach oben, bis man es deutlich sieht, und nähere sich dann allmählich dem Deck, bis das Feuer verschwindet, so ist dies der Punkt, von dem aus es in der Kimm erscheint und dessen Höhe über der Meeresfläche als Augeshöhe h in Rechnung zu nehmen ist.

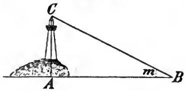
Von einer genauen Peilung des Feuers kann unter diesen Umständen natürlich nicht die Rede sein, und man tut am besten, das Schiff anluven oder abfallen zu lassen, bis das Feuer recht voraus oder dwars ist. Im ersten Falle ist der anliegende Kurs die Peilung und im anderen Falle zählt man 8 Strich nach rechts oder links vom Kurse, je nachdem das Feuer an Steuerbord- oder Backbordseite ist, um die Peilung zu erhalten.

Beispiel. Insel May Feuer, 73,1 m hoch, verschwindet bei klarer Luft aus 5,7 m Augeshöhe in der Kimm. Wie weit war das Schiff davon entfernt?

$$\begin{aligned} \text{Abst.} &= \frac{25}{12} \cdot (\sqrt{h} + \sqrt{H}) \\ &= \frac{25}{12} \cdot (\sqrt{5{,}7} + \sqrt{73{,}1}) \\ &= \frac{25}{12} \cdot (2{,}39 + 8{,}55) \\ &= \frac{25}{12} \cdot 10{,}94 \\ &= 22{,}8 \text{ Seemeilen.} \end{aligned}$$

§ 171. Durch Peilung und Messung des Höhenwinkels, wenn der Gegenstand innerhalb der Kimm liegt. Ist in Fig. 136 $AC = h$ die Höhe des Gegenstandes über der Meeresfläche bekannt, so messe man mit dem Oktanten den Höhenwinkel $ABC = m$ über der Kimm und peile gleichzeitig den Gegenstand mit dem Kompasse.

Fig. 136.



Da das Dreieck BAC als ein ebenes und bei A rechtwinkliges angesehen werden kann, so ist

$$AB = \frac{h}{\operatorname{tang} m}.$$

Da in der Praxis m fast immer kleiner als 100 Minuten sein wird, so kann man $\operatorname{tang} m = \sin m = m \cdot \sin 1'$ setzen, und um den Abstand AB in Seemeilen zu erhalten, hat man die in Metern angegebene Höhe des Gegenstandes durch 1852 zu dividieren. Man erhält demnach

$$\begin{aligned} \text{Abstand in Seemeilen} &= \frac{h}{m \cdot \sin 1' \cdot 1852} \\ &= \frac{h}{m} \cdot \frac{1}{\sin 1' \cdot 1852} \end{aligned}$$

$$\text{Abstand in Seemeilen} = \frac{h}{m} \cdot 1{,}856 \;^{*})$$

und da 1,856 nahe $= \frac{13}{7}$ ist, so wird mit hinreichender Genauigkeit

$$\text{Abstand in Seemeilen} = \frac{13}{7} \cdot \frac{h}{m} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{I}).$$

Die Genauigkeit dieses Verfahrens ist abhängig von dem Messen des Höhenwinkels; außerdem hat ein gleicher Fehler in diesem bei einem kleinen Winkel einen größeren Einfluß auf den berechneten Abstand als bei einem größeren, weshalb kleine Winkel sehr genau gemessen werden müssen. Wenn ferner die von dem Fuße und der Spitze des Gegenstandes nach dem Beobachter gehenden Lichtstrahlen durch die Wirkung der Strahlenbrechung nicht gleichmäßig gebrochen werden, so muß man bei Barometer- und Thermometerständen, die bedeutend von dem mittleren Stande abweichen, auf erhebliche Fehler in dem gefundenen Abstande rechnen.

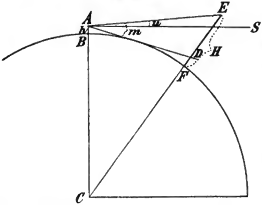
Beispiel. Die Höhe eines Turms, innerhalb des Seehorizonts gelegen, sei 40 m über dem Meere und sein Höhenwinkel vom Schiffe aus 15′30″ gemessen.

Wie weit ist das Schiff vom Turm entfernt?

$$\text{Abstand} = \frac{13}{7} \cdot \frac{h}{m}$$
$$= \frac{13}{7} \cdot \frac{40}{15{,}5}$$
$$= 4{,}8 \text{ Seemeilen.}$$

§ 172. Durch Peilung und Messung des Höhenwinkels, wenn der Gegenstand teilweise durch die Kimm verdeckt ist. Man messe (Fig. 137) den Höhenwinkel EAD des sichtbaren Teils DE des Gegenstandes, dessen Höhe über der Meeresfläche $FE = H$ sei und peile diesen Gegenstand. Die Augeshöhe BA des Beobachters sei $= h$ und der in Minuten ausgedrückte Höhenwinkel $DAE = m$. Ist AS rechtwinklig zu AC, der Richtung der Schwere des Orts B, so ist $\angle SAD$ die sogenannte Kimmtiefe, die vom $\angle m$ subtrahiert, den Winkel $EAS = u$ gibt.

Fig. 137.



Nun ist BF in Minuten der gesuchte Abstand in Seemeilen, der dem in Minuten ausgedrückten Winkel C gleich ist.

*) log sin 1′ = 6,46373
log 1852 = 3,26764
9,73137
1,856 log = 0,26863.

Im Dreieck ACE ist $\angle A = 90° + u$ und $\angle E = 180° - (90° + u + C) = 90° - (u + C)$. Bezeichnet r den Erdhalbmesser, so verhält sich

$$r + H : r + h = \sin(90° + u) \quad : \sin(90° - [u + C])$$
$$= \cos u \quad : \cos(u + C),$$

also auch $\quad 2r + H + h : H - h = \cos u + \cos(u + C) : \cos u - \cos(u + C)$

und
$$\frac{H - h}{2r + H + h} = \frac{2 \sin \frac{1}{2}(2u + C) \cdot \sin \frac{1}{2} C}{2 \cos \frac{1}{2}(2u + C) \cdot \cos \frac{1}{2}(-C)}.$$

Da $H + h$ im Vergleich zu $2r$ verschwindend klein ist, so daß man es vernachlässigen kann, und $\cos \frac{1}{2}(-C) = \cos \frac{1}{2} C$ ist, so erhält man

$$\frac{H - h}{2r} = \operatorname{tang}\left(u + \frac{C}{2}\right) \cdot \operatorname{tang} \frac{C}{2}.$$

Die Größen u und C sind in der Praxis immer nur kleine Winkel, so daß man sie der Tangente proportional setzen kann, folglich wird

$$\frac{H - h}{2r} = \left(u + \frac{C}{2}\right) \cdot \operatorname{tang} 1' \cdot \frac{C}{2} \cdot \operatorname{tang} 1',$$

also
$$\frac{H - h}{2r \cdot \operatorname{tang}^2 1'} = \frac{1}{2} u \cdot C + \frac{1}{4} C^2$$

oder
$$C^2 + 2uC = \frac{2}{r \cdot \operatorname{tang}^2 1'} \cdot (H - h).$$

Indem man den Erdhalbmesser r in Metern nimmt, ergibt sich der Wert von $\frac{2}{r \cdot \operatorname{tang}^2 1'}$ sehr nahe $= 3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$; setzt man diesen Wert ein, addiert auf beiden Seiten u^2 und zieht dann die Quadratwurzel aus beiden Seiten der Gleichung, so ergibt sich

$$C + u = \sqrt{\tfrac{15}{4}(H - h) + u^2},$$

folglich Abstand in Seemeilen $= -u + \sqrt{\frac{15}{4}(H - h) + u^2}$ . . . . I).

Hierin ist die Wirkung der Strahlenbrechung noch nicht berücksichtigt, die wie in § 169 angegeben ist, die Tangente AD etwas hebt, so daß nicht der Winkel SAD sondern ein um die Strahlenbrechung verkleinerter Winkel, der die **scheinbare Kimmtiefe** heißt, von dem Höhenwinkel m zu subtrahieren ist, um u zu erhalten. Die scheinbare Kimmtiefe, deren Berechnung in § 288 gezeigt ist, entnimmt man aus der Tafel 7 mit der in Metern gegebenen Augeshöhe h als Eingang.

Falls der gemessene Höhenwinkel kleiner als die Kimmtiefe sein sollte, ist u zur Quadratwurzel in Gl. I zu addieren, um den Abstand zu erhalten.

Das über die Zuverlässigkeit des in § 171 beschriebenen Verfahrens Gesagte gilt auch für diese Methode.

Beispiel. Der Höhenwinkel eines Berges, der 1166 m hoch über der Meeresfläche ist, wird aus 3 m Augeshöhe $= 42'$ über der Kimm gemessen.

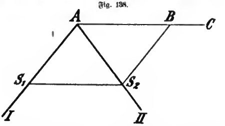
In welchem Abstande befand sich das Schiff?

Es ist der Höhenwinkel $m = 42'$ und die Höhe $H = 1166$ m
Für 3 m Augeshöhe gibt Taf. 7 die Kimmtiefe $= 3'$ $\quad h = 3$ m
$u = 39' \quad H - h = 1163$ m.

$$\text{also Abstand} = -39 + \sqrt{\frac{15 \cdot 1163}{4} + 39^2}$$
$$= -39 + 77$$
$$= 38 \text{ Seemeilen.}$$

§ 173. Durch zweimaliges Peilen eines Gegenstandes und die inzwischen abgelaufene Distanz. Man peile den Gegenstand mit dem Kompasse, segele nach diesem Kompasse einen Kurs, der nicht in oder nahe an der Peilungslinie liegt, so lange, bis sich die Peilung des Gegenstandes 4 bis 8 Strich geändert hat, peile dann den Gegenstand zum zweiten Male und bestimme die gesegelte Distanz.

Fig. 138.



Ist A (Fig. 138) der in der Karte angegebene und gepeilte Gegenstand, so ziehe man von diesem die Peilungslinien AI und AII entgegengesetzt, lege durch A die gesegelte Kurslinie, hier AC, trage auf ihr von A aus die gesegelte Distanz AB ab und ziehe durch B eine Parallele zur ersten Peilung AI. Der Schnittpunkt S_2 dieser Parallelen mit der zweiten Peilungslinie AII ist der Schiffsort bei der zweiten Peilung. Legt man noch durch den zweiten Schiffsort S_2 eine Parallele zu AC, der gesegelten Kurslinie, so ist deren Schnittpunkt S_1 mit der ersten Peilung AI der Schiffsort bei der ersten Peilung. Die in der Karte gemessenen Distanzen AS_1 und AS_2 sind die Abstände des Schiffs von dem Gegenstande zur Zeit der Peilungen.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens ergibt sich daraus, daß ABS_2S_1 ein Parallelogramm ist. Der günstigste Fall ist der, wenn das Dreieck S_1AS_2 gleichseitig ist.

Wollte man die Abstände berechnen, so sind in dem Dreieck S_1AS_2 die Seite S_1S_2 und die Winkel bekannt, indem $\angle S_1$ gleich dem Winkel zwischen Kurs und der ersten Peilung und $\angle S_2$ gleich dem Winkel zwischen dem entgegengesetzten Kurs und der zweiten Peilung ist.

Denkt man sich im Dreieck S_1AS_2 eine Distanz von 1 Seemeile parallel zur Kurslinie S_1S_2 abgetragen, so ist das hierdurch entstandene Dreieck dem $\triangle S_1AS_2$ ähnlich. Wenn also die Distanz S_1S_2 z. B. 10mal größer ist als eine Seemeile, so ist auch der Abstand AS_2 10mal größer als bei der Distanz von 1 Seemeile. Hierauf beruht die Einrichtung der Tafel 6, worin die Abstände bei der zweiten Peilung für 1 Seemeile Distanz und für die verschiedenen Peilungs- und Kurswinkel gegeben sind. Man bestimme den Winkel zwischen Kurs und der ersten wie der zweiten Peilung; dann gehe man mit dem ersten Winkel von oben, mit dem zweiten von links in die Tafel ein und entnehme hier die Zahl, die mit der gesegelten Distanz multipliziert, den Abstand zur Zeit der zweiten Peilung ergibt.

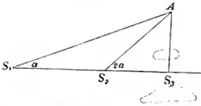
Beispiel. Man peilt einen Leuchtturm mw. $S\,10°\,O$, segelt darauf mw. $S\,60°\,O$ 13 Seemeilen und peilt nun denselben Leuchtturm mw. $S\,60°\,W$.

Wie groß ist der Abstand bei der zweiten Peilung?

Es ist der Winkel zwischen Kurs und erster Peilung = 50°
und „ „ „ „ „ zweiter „ = 120°;
hierfür gibt Tafel 6 die Zahl 0,82 und man hat
Abst. bei der zweiten Peilung = 0,82 · 13
= 10,7 Seemeilen.

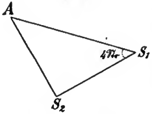
Wenn der Winkel zwischen dem gesegelten Kurse und der zweiten Peilung doppelt so groß ist wie der Winkel zwischen diesem Kurse und der ersten Peilung, so ist der Abstand bei der zweiten Peilung gleich der zwischen beiden Peilungen zurückgelegten Distanz. Ist

nämlich in nebenstehender Figur A der gepeilte Gegenstand, α der Winkel zwischen der Kurslinie $S_1S_2S_3$ und der ersten Peilung S_1A, und der doppelt so große Winkel $2\,\alpha$ der Winkel zwischen Kurs und der zweiten Peilung S_2A, so ist das Dreieck S_1S_2A gleichschenklig, weil $\angle 2\,\alpha$ als Außenwinkel an diesem Dreieck gleich der Summe der Winkel α und S_1AS_2 und folglich $\angle S_1AS_2$ gleich α ist. Mithin ist der Abstand bei der zweiten Peilung AS_2 gleich der zwischen beiden Peilungen zurückgelegten Distanz S_1S_2. In solchem Falle kann man ohne weitere Rechnung oder Konstruktion im voraus den Abstand bestimmen, in welchem man auf demselben Kurse den Gegenstand A passieren wird, wenn man in Tafel 1 oder 2 mit dem Winkel $2\,\alpha$ als Kurs und mit der zwischen beiden Peilungen zurückgelegten Distanz eingeht und aus der Abweichungsspalte den Dwarsabstand AS_3 entnimmt. Dieses Verfahren ist besonders dann zu empfehlen, wenn das zu nehmende Fahrwasser, wie in der Figur angedeutet ist, zwischen Untiefen hindurchführt.



Die Vierstrichpeilung ist die einfachste Art der Abstandsbestimmung. Man peilt den Gegenstand, wenn er vier Strich vom Kurse voraus und wenn er dwars ist, so ist der Abstand vom Gegenstand bei der Dwarspeilung gleich der in der Zwischenzeit abgelaufenen Distanz.

Fig. 139.



Ist A der Gegenstand, $\angle S_1 = 4$ Strich und AS_2 rechtwinklig zur Kurslinie S_1S_2, so ist das Dreieck AS_1S_2 ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck und $AS_2 = S_1S_2$.

Wird derselbe Kurs weiter gesteuert, so peilt man den Gegenstand wieder, wenn er vier Strich achteraus ist, und erhält so eine Kontrolle für den Dwarsabstand.

Dieses Verfahren gibt nur dann zuverlässige Ergebnisse, wenn das Schiff in strömungslosen Gewässern segelt oder wenn man Richtung und Stärke der bekannten Strömung in Rechnung zieht.

§ 174. Durch Peilung und Lotung. Man peilt einen Gegenstand und lotet gleichzeitig. Nachdem man in der Karte die entgegengesetzte Peilung von dem Gegenstande aus gezogen hat, sucht man in dieser Linie die gelotete und auf Niedrigwasser berichtigte Wassertiefe (vgl. § 381). Hierbei wird vorausgesetzt, daß auf der Karte hinreichend viele Wassertiefen angegeben oder mehrere Linien gleicher Tiefe gezogen sind.

II. Mit Hilfe von zwei Gegenständen.

§ 175. Kreuzpeilung. Man peilt beide Gegenstände schnell hintereinander, wenn der Winkel zwischen ihnen größer als 3 Strich und kleiner als 13 Strich, am besten, wenn er = 8 Strich ist.

Um hiernach den Schiffsort zu bestimmen, ziehe man von den gepeilten Gegenständen aus die entgegengesetzten Peilungslinien, so ist deren Durchschnittspunkt der gesuchte Schiffsort, dessen Abstand von den beiden Gegenständen auf der Breitenskala der Karte gemessen werden kann.

Wollte man diese Abstände durch Rechnung ermitteln, so sind in dem Dreieck zwischen beiden Gegenständen und dem Schiffsort die Entfernung der beiden Gegenstände voneinander und die dieser Dreieckseite anliegenden Winkel als gegeben anzusehen.

§ 176. **Peilung und Messung des Horizontalwinkels.** Man peile den näheren Gegenstand und messe möglichst gleichzeitig mit dem Oktanten den Horizontalwinkel zwischen diesem und einem anderen Gegenstande.

Nachdem man in der Karte die entgegengesetzte Peilung von dem gepeilten Gegenstande aus gezogen hat, trage man in einem beliebigen Punkte der Peilungslinie an diese den gemessenen Winkel an nach der Seite des nicht gepeilten Gegenstandes hin und ziehe durch diesen Gegenstand eine Parallele mit dem angetragenen Schenkel, so ist deren Durchschnittspunkt mit der Peilungslinie der gesuchte Schiffsort.

Man kann diese Bestimmung auf die Kreuzpeilung zurückführen, indem man von der Peilung des näheren Gegenstandes um den gemessenen Winkel rechts oder links auf dem Kompasse herumgeht, je nachdem der andere Gegenstand rechts oder links von dem ersten liegt, um die Peilung des nicht gepeilten Gegenstandes zu erhalten.

§ 177. **Durch Messung eines Horizontal- und Höhenwinkels. Gefahrwinkel.** Man messe den Horizontalwinkel zwischen zwei Gegenständen und möglichst gleichzeitig den Höhenwinkel des Gegenstandes, dessen Höhe über der Meeresfläche bekannt ist.

Fig. 139a.

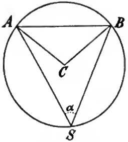
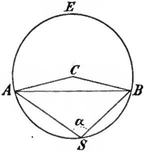


Fig. 139b.



Der Horizontalwinkel kann als Peripheriewinkel des Kreises betrachtet werden, der durch die beiden Gegenstände und den Schiffsort geht, und zwar ist die Verbindungslinie beider Gegenstände die Sehne, worauf dieser Peripheriewinkel steht. Mithin wird durch einen Horizontalwinkel ein Kreis bestimmt, in dem sich das Schiff zur Zeit der Winkelmessung befunden haben muß. Nimmt man dann den aus der Messung des Höhenwinkels sich ergebenden Abstand in den Zirkel, setzt dessen eine Spitze in den Punkt, dessen Höhenwinkel gemessen ist, und schneidet mit dem anderen Zirkelfuß jenen Kreis nach der Seite, auf der das Schiff steht, so ist der Schnittpunkt der gesuchte Schiffsort.

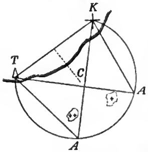
Um den Kreis, in dem irgendwo das Schiff zur Zeit der Beobachtung sich befunden haben muß, zu beschreiben, ziehe man die Verbindungslinie der beiden Gegenstände A und B in Fig. 139 und trage an diese Linie in A und B das Komplement des gemessenen Horizontalwinkels nach derselben Seite an, auf der das Schiff steht, wenn der gemessene Winkel spitz ist; ist dieser stumpf, so hat man seinen Überschuß über 90° nach der entgegengesetzten Seite von AB anzutragen. Der Schnittpunkt der angetragenen Schenkel AC und BC ist der Mittelpunkt und $AC = BC$ der Halbmesser des zu bestimmenden Kreises. Bezeichnet nämlich α den gemessenen Winkel, so ist im Dreieck ABC jeder der Winkel A und B in Fig. 139a $= 90° - \alpha$, also der Zentriwinkel $ACB = 180° - (180° - 2\alpha) = 2\alpha$, mithin jeder Peripheriewinkel, wie z. B. $\angle S$, auf der Sehne $AB = \alpha =$ dem gemessenen Winkel.

Falls der gemessene Winkel stumpf ist, so ist der erhabene Winkel ACB in Fig. 139b $= 2\alpha$, da im Dreieck ABC jeder der Winkel A und $B = \alpha - 90°$ ist, folglich ist jeder auf dem Bogen AEB stehende Peripheriewinkel, wie z. B. $ASB = \alpha$.

Anmerkung. Wenn der gemessene Horizontalwinkel spitz und die Entfernung der beiden Gegenstände kleiner ist als der aus der Messung des Höhenwinkels sich ergebende Abstand, so gibt es zwei Punkte in dem Kreise, die den gemessenen Winkeln entsprechen, weil dann im Dreieck ABS zwei Seiten und der der kleineren Seite gegenüberliegende Winkel gegeben sind, das Dreieck also ein zweideutiges ist. Man tut daher gut, einen der beiden Gegenstände mit dem Kompasse zu peilen, um von den beiden möglichen Orten den richtigen Schiffsort bestimmen zu können. Es empfiehlt sich das Peilen auch deshalb, um gleichzeitig die Ablenkung des Kompasses zu bestimmen, indem man die Kompaßpeilung mit der aus der Karte zu entnehmenden mißweisenden Richtung des gepeilten Gegenstandes vergleicht.

Die Messung des Horizontalwinkels zwischen zwei Gegenständen bietet ein einfaches Mittel, um von den in der Nähe der Küste befindlichen Untiefen frei zu bleiben. Man ziehe in der Karte die Verbindungslinie der beiden Gegenstände K und T in Fig. 139c, halbiere diese Linie und errichte im Halbierungspunkte eine Senkrechte auf KT, in der man den Mittelpunkt C des durch K und T zu legenden Kreises so wählt, daß die zu vermeidenden Untiefen innerhalb dieses Kreises liegen. Dann entnimmt man aus der Figur die Größe des Peripheriewinkels A über der Sehne KT und mißt nun bei der Annäherung an die Untiefen mit dem Oktanten fortlaufend den Horizontalwinkel zwischen den Gegenständen K und T. Man muß jetzt so steuern, daß der mit dem Oktanten gemessene Winkel nicht größer wird als der durch Konstruktion ermittelte Peripheriewinkel A, der sogenannte Gefahrwinkel, um von den Untiefen frei zu bleiben.

Fig. 139c.

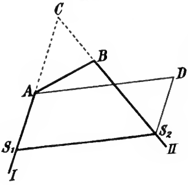


§ 178. Durch Peilung zweier Gegenstände und die inzwischen abgelaufene Distanz.

Diese Aufgabe entspricht der in § 173 beschriebenen, und man wendet sie an, wenn der zuerst gepeilte Gegenstand während der Segelung aus Sicht gekommen ist.

Man zieht in der Karte (Fig. 140) die entgegengesetzten Peilungslinien AI und BII von den gepeilten Gegenständen A und B aus, durch den ersten Gegenstand A die Kurslinie und gesegelte Distanz AD und durch den Endpunkt der Distanz, D, eine Parallele mit der ersten Peilung. Der Schnittpunkt S_2 dieser Parallelen mit der zweiten Peilungslinie ist der Schiffsort bei der zweiten Peilung, durch den man eine Parallele S_1S_2 zur Kurslinie legt, um in dem Schnittpunkt dieser Linie mit der ersten Peilungslinie den Schiffsort S_1 bei der ersten Peilung zu erhalten.

Fig. 140.



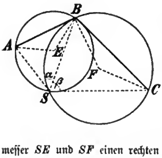
Wollte man die Abstände AS_1 und BS_2 durch Rechnung finden, so verlängere man die Peilungslinien bis zu ihrem Durchschnittspunkte C; dann sind sowohl in dem Dreieck ABC wie auch im Dreieck S_1CS_2 sämtliche Winkel und eine Seite bekannt. Die Unterschiede der zu berechnenden Seiten S_1C und AC sowie S_2C und BC ergeben dann die gesuchten Abstände.

Man hat bei diesem Verfahren ebenfalls darauf zu achten, daß der von beiden Peilungslinien gebildete Winkel zwischen 4 bis 8 Strich beträgt. Sind beide Peilungslinien miteinander parallel, so schneiden sie sich nicht, und folglich ist die Bestimmung des Schiffsorts nicht möglich.

III. Mit Hilfe von drei Gegenständen.

§ 179. **Aufgabe der vier Punkte.** Man mißt mit dem Oktanten die beiden Horizontalwinkel zwischen den drei Gegenständen möglichst gleichzeitig.

Fig. 141.



Sind in Fig. 141 A, B und C die drei Gegenstände in der Karte, zwischen denen man die Winkel α und β gemessen hat, so konstruiere man die beiden Kreise, die diese Winkel als Peripheriewinkel auf den Sehnen AB und BC fassen. Der Durchschnittspunkt S dieser beiden Kreise ist der zu bestimmende Schiffsort.

Wie man diese Aufgabe, die als Pothenotsche oder Aufgabe der vier Punkte bezeichnet wird, durch Rechnung löst, ist in § 23 erklärt.

Am günstigsten ist es, wenn die beiden Kreise sich rechtwinklig schneiden, wenn also die Halbmesser SE und SF einen rechten Winkel bilden. Unbrauchbar wird dieses Verfahren in dem Falle, wenn der Schiffsort S in dem durch die drei Punkte A, B und C gehenden Kreise liegt, da dann die gemessenen Winkel α und β Peripheriewinkel in diesem Kreise sind, mit dem die beiden über AB und BC beschriebenen Kreise zusammenfallen und folglich keinen Schnittpunkt ergeben.

Dieses Verfahren zur Bestimmung des Schiffsorts ist das genaueste, und da der Kompaß hierbei nicht verwandt wird, zur Bestimmung seiner Ablenkung sehr geeignet.

Neunter Abschnitt.

Die Stromschiffahrt.

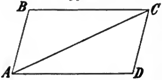
§ 180. **Vorbemerkungen.** Der Kompaß und das Log geben den Weg des Schiffs durchs Wasser an. Findet nun in der ganzen Wassermasse oder deren oberen Schichten keine nach einer bestimmten Richtung fortschreitende Bewegung (Strömung) statt, so sind die durch Kompaß und Log bestimmten, nötigenfalls für Abtrift berichtigten Kurse und Distanzen auch die über Grund; ist aber Strömung vorhanden, so wird der nach

diesen Kursen und Distanzen berechnete Schiffsort so viel von dem wirklichen abweichen, als der Strom das Schiff während der Segelung versetzt hat.

Will man den Strom in Rechnung bringen, so muß seine Richtung und Fahrt bekannt sein. Die Richtung des Stromes ist die, wohin er setzt, seine Bezeichnung ist also der des Windes entgegengesetzt. Unter Fahrt des Stromes versteht man die Anzahl Seemeilen, die dieser in einer Stunde durchläuft.

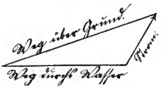
Die Art und Weise, wie die in der Stromschiffahrt vorkommenden Aufgaben gelöst werden, beruht auf der Lehre vom Kräfteparallelogramm. Nach § 89 wird der Weg eines Schiffs über Grund durch die Diagonale eines Parallelogramms dargestellt, dessen Seiten den Weg des Schiffs durchs Wasser und Richtung und Fahrt des Stromes bezeichnen.

Fig. 142.



Stellt also in Fig. 142 AD den Weg des durch Segel oder Maschine fortbewegten Schiffs und AB den während derselben Zeit setzenden Strom dar, so ist AC der Weg des Schiffs über Grund. Das Dreieck ABC oder auch ADC nennt man das Stromdreieck, das der Lösung der Aufgaben in der Stromschiffahrt zugrunde gelegt wird. Sind also drei Stücke dieses Dreiecks bekannt, so läßt sich das gesuchte vierte Stück finden.

§ 181. Richtung und Fahrt des Stromes zu bestimmen. In diesem Falle ist der Weg des Schiffs durch das Wasser und über Grund bekannt.



1. Wenn ein Schiff in der Nähe der Küste fährt und kenntliche, in der Karte niedergelegte Gegenstände sichtbar sind, so kann Richtung und Fahrt des Stromes durch Vergleichung des Orts, wo das Schiff wirklich ist, mit dem, wo es den gesegelten Kursen und Distanzen nach sein sollte, bestimmt werden wie folgt:

Man peilt einen Landgegenstand oder ein Seezeichen und bestimmt dessen Abstand, segelt dann einen oder mehrere Kurse, ermittelt mit dem Log die entsprechenden Distanzen und bestimmt am Ende dieser Segelung wieder den Schiffsort durch Peilung und Abstand von demselben oder einem anderen Gegenstande. Setzt man nun in der Karte den durch die erste Peilung bestimmten Schiffsort, von diesem die gesegelten Kurse und Distanzen und schließlich den durch die zweite Peilung ermittelten Schiffsort ab, so setzt der Strom von dem durch Kompaß und Log gegebenen Orte nach dem durch die zweite Peilung bestimmten Schiffsorte, und die Distanz dieser beiden Punkte voneinander dividiert durch die Anzahl der während der Segelung verflossenen Stunden gibt die Fahrt des Stromes.

Treibt das Schiff in Stille, so ist offenbar die Richtung vom Schiffsorte bei der ersten Peilung nach dem bei der zweiten Peilung der Kurs des Stromes und die Distanz zwischen jenen beiden Schiffsorten, dividiert durch die zwischen beiden Peilungen verflossene Anzahl von Stunden, die Fahrt des Stromes.

Beispiel 1. Man peilt auf einem in Stille treibenden Schiffe um 7 Uhr abends Anholt Leuchtturm, dessen Höhe über Hochwasser 40,8 m beträgt, in mw. $S\frac{1}{2}W$ und mißt gleichzeitig den Vertikalwinkel des Turms 13′ 30″. Um 12 Uhr nachts verschwindet das Feuer dieses Turmes aus 4,5 m Augeshöhe in der Kimm in mw. $S\frac{1}{2}O$. Es ist Kurs und Fahrt des Stromes zu bestimmen.

Lösung: Der Abstand des Schiffs vom Leuchtturm zue Zeit dee ersten Peilung ist

$$= \frac{13}{7} \cdot \frac{40,8}{13,5} \text{ nach § 171.}$$

$= 5,6$ Seemeilen, und zur Zeit der zweiten Peilung

$$= \frac{25}{12} (\sqrt{4,5} + \sqrt{40,8}) \text{ nach § 170.}$$

$= 17,7$ Seemeilen.

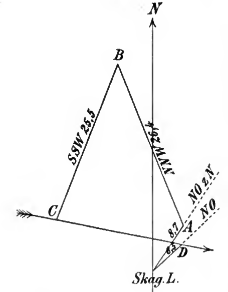
Zieht man nun in der Karte von Anholt Leuchtturm aus die Richtungslinien *N ½ O* und *N ½ W*, trägt auf der ersten 5,6 und auf der zweiten 17,7 Sm. ab, legt das Paeallellineal auf die so erhaltenen Punkte an und verschiebt es auf den Mittelpunkt der nächsten Windeose, so erhält man *NzW* als Richtung vom ersten nach dem zweiten Schiffsorte und die Distanz zwischen beiden Orten = 12,2 Sm., die durch 5, die Anzahl der verflossenen Stunden dividiert, die Fahrt des Stromes = 2,4 Sm. ergibt.

Um durch Rechnung Kurs und Fahrt des Stromes zu erhalten, hat man zu koppeln:

	Sm.	N	S	W
S ½ W . . .	5,6	—	5,6	0,6
und N ½ W . . .	17,7	17,6	—	1,7
		17,6		2,3
		5,6		
		12,0		

Mit 12,0 in der Br. U.- und 2,3 in der Abw.-Spalte findet man in der Gradtafel den entsprechenden Winkel 11° und die zugehörige Distanz = 12,2 Sm., mithin ist der Kurs des Stromes = N 11° W und seine Fahrt $= \frac{12,2}{5} = 2,4$ Sm.

Fig. 143.



Beispiel 2. Um 10 Uhr morgens wird mit dem Steuerkompaß ohne örtliche Ablenkung Skagen Leuchtturm *SWzS* 8,7 Sm. entfernt gepeilt, dann nach Kompaß gesegelt *NNW* 26,4 Sm. und *SSW* 25,5 Sm. bis 5 Uhr nachm., zu welcher Zeit Skagen Leuchtturm *SW* 6,5 Sm. entfernt gepeilt wird; wie ist der Strom während dieser Zeit gewesen?

Lösung in der Karte.

Man ziehe in der Karte von Skagen Leuchtturm aus die entgegengesetzte erste Peilungslinie, also mißw. *NOzN*, und trage hierauf 8,7 Sm. ab, so erhält man den Ort des Schiffs bei der ersten Peilung, *A*. Von *A* aus werden die beiden Segelungen, mw. *NNW* 26,4 Sm. und mw. *SSW* 25,5 Sm. abgetragen, wodurch man den Punkt *C* bekommt, in dem sich das Schiff nun befinden sollte. Zieht man jetzt die zweite entgegengesetzte Peilungslinie, nämlich mw. *NO* und trägt auf dieser 6,5 Sm. ab, so eegibt sich in *D* der wirkliche Ort des Schiffs bei dee zweiten Peilung. Man erkennt, daß der Strom von *C* nach *D* gesetzt haben muß, und die Ausmessung in der Karte zeigt, daß die Versetzung durch den Strom nach mw. *OzS* 20 Sm. gewesen ist.

Lösung durch Rechnung.

Da es darauf ankommt, die Richtung und Entfernung von *C* nach *D* zu ermitteln, hat man nur nötig, die Strecken *CB*, *BA*, *AS* und *SD* als Segelungen zu koppeln.

Kurs	Dist.	N	S	O	W
NNO	25,5	23,6	—	9,8	—
SSO	26,4	—	24,4	10,1	—
SWzS	8,7	—	7,2	—	4,8
NO	6,5	4,6	—	4,6	—
		28,2	31,6	24,5	4,8
			28,2	4,8	
			3,4	19,7	

Diesen 3,4 S und 19,7 O entspricht S 80° O 20 Sm.

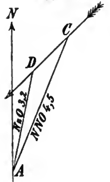
2. Auf geringer Wassertiefe kann man Richtung und Fahrt des Stromes ermitteln, wenn man mit dem Grundlog und gleichzeitig mit dem gewöhnlichen Log loggt und die Richtung beider Leinen mit dem Kompasse peilt. Zieht man nun von einem Punkte aus die entgegengesetzten Peilungslinien beider Logleinen und trägt von diesem Punkte aus auf jeder die geloggte Fahrt des Schiffes ab, so setzt der Strom vom Endpunkte der dem gewöhnlichen Log entsprechenden Fahrt nach jenem des Grundlogs, und die Distanz zwischen diesen beiden Endpunkten ist die Fahrt des Stromes.

Beispiel. Mit dem gewöhnlichen Log loggt man 4,5 Knoten, gleichzeitig mit dem Grundlog 3,2 Knoten, peilt das Scheit des ersten in *SSW* und die Leine des letzten in *SzW*; was ist die Richtung und Fahrt des Stromes?

Lösung durch Konstruktion.

Von einem Punkte *A* (Fig. 144) ziehe man die den gegebenen entgegengesetzten Peilungslinien und trage die zugehörige Fahrt auf diesen ab, so daß also *AC* = *NNO* 4,5 Sm., *AD* = *NzO* 3,2 Sm. ist. Die Richtung von *C* nach *D* und die Länge von *CD* gibt die Richtung und Fahrt des Stromes = *SW* 1,5 Sm.

Fig. 144.



Lösung durch Koppelung.

Man wird *SSW* 4,5 Sm. und *NzO* 3,2 Sm., also die Peilung der gewöhnlichen und die entgegengesetzte der Grundlogleine dabei als Kurse nehmen und koppeln müssen. Das gibt

	N	S	O	W
SSW 4,5 Sm.	—	4,2	—	1,7
NzO 3,2 „	3,1	—	0,6	—
		1,1		1,1

Diesen 1,1 S und 1,1 W entspricht SW 1,5 Sm., wie schon oben gefunden.

3. Auf offener See gibt nach § 167 die Besteckversetzung die Richtung und Stärke des Stromes an, wenn Log, Mißweisung und Ablenkung des Kompasses richtig, die Abtrift richtig geschätzt und das Steuern fehlerfrei war. Mit Sorgfalt ausgeführte Bestimmungen der Besteckversetzungen sind auch heute noch ein wichtiges Mittel zur Erforschung der Meeresströmungen.

§ 182. Kurs und Distanz des Schiffs über Grund zu bestimmen. In diesem Falle ist Kurs und Distanz des Schiffs durch das Wasser und Richtung und Stärke des Stromes gegeben. Man setzt in der Karte vom gegebenen Abfahrtspunkt den Weg des Schiffs durch das Wasser und vom Endpunkte dieses Weges den Strom ab, so ist die Linie vom Abfahrtspunkte nach dem Endpunkte des Stroms der Weg des Schiffes über Grund.

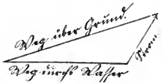
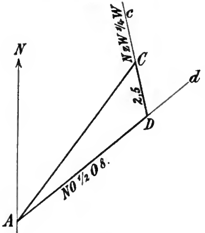


Fig. 145.



Beispiel. Die Fahrt des Schiffs sei 8 Sm., der gesegelte Kurs $NO\frac{1}{2}O$ nach Kompaß, der Strom setze stündlich 2,5 Sm. nach $NzW\frac{1}{4}W$ nach Kompaß; was ist der Kurs und die Fahrt des Schiffs über Grund?

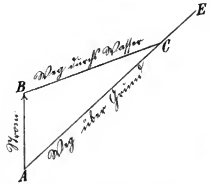
Man ziehe von einem Punkte A (Fig. 145) die Kurslinie $Ad = NO\frac{1}{2}O$ und trage auf ihr von A aus die Fahrt des Schiffs $AD = 8$ Sm. ab. Durch den Punkt D ziehe man die Richtung des Stromes $Dc = NzW\frac{1}{4}W$ und mache $DC = 2{,}5$ Sm. = der Fahrt des Stromes. Dann ist AC die Kurslinie und Fahrt des Schiffs über Grund, die in der Karte $= N\,37^\circ\,O$ 9,3 Sm. gefunden werden.

Lösung durch Koppelung.

Wie aus der Fig. 145 folgt, ist Kurs und Fahrt des Schiffs durch das Wasser mit Richtung und Fahrt des Stromes zu koppeln, so ist der Generalkurs und die Distanz der Kurs und die Fahrt des Schiffs über Grund.

Fig. 146

Kurs	Dist.	N	O	W
NO ½ O	8	5,1	6,2	—
NzW ¼ W	2,5	2,4	—	0,6
		7,5	6,2	
			0,6	
			5,6	



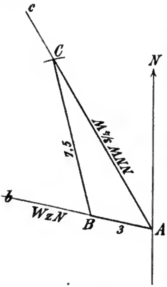
Das gibt, wie die erste Lösung, N 37° O und 9,3 Knoten Fahrt.

§ 183. Kurs des Schiffs durch das Wasser und die Fahrt über Grund zu bestimmen. In diesem Falle handelt es sich in erster Linie um die Bestimmung des Kurses, den ein Schiff zu steuern hat, um mit einer gegebenen Fahrt durch das Wasser und bei bekannter Strömung in einer bestimmten Richtung über Grund zu kommen.

Man zieht in der Karte vom Abfahrtspunkte A (Fig. 146) die gegebene Richtungslinie AE, in der man über den Grund hinkommen will, und die Richtung des Stroms.

Auf dieser trage man die Fahrt des Stroms, AB ab, nehme die Fahrt des Schiffs durch das Wasser in den Zirkel und beschreibe mit ihr von B aus einen Bogen, der die Linie AE schneidet, hier in C, so ist BC der durch das Wasser zu segelnde Kurs und AC die Fahrt des Schiffs über Grund.

Fig. 147.



Um zu wissen, in wieviel Stunden man den Bestimmungsort erreicht haben wird, dividiere man die ganze über Grund zurückzulegende Distanz durch die ermittelte Fahrt über Grund, so gibt der Quotient die gesuchte Anzahl der Stunden. Multipliziert man diese mit der stündlichen Fahrt durch das Wasser, so bekommt man die durch das Wasser zu segelnde Distanz.

Sind bis zum Bestimmungsorte verschiedene Kurse über Grund gutzumachen, so ist natürlich für jeden einzelnen Kurs der Kurs durch das Wasser und die Fahrt über Grund von neuem zu ermitteln.

Da in vorliegendem Falle zwei Seiten und der Gegenwinkel A gegeben sind, so wird das Dreieck zweideutig, wenn die Fahrt des Stromes größer ist als die des Schiffs durch das Wasser.

Beispiel. Von einem Schiffe befindet sich ein Hafen in mw. $NNW\frac{3}{4}W$, die Fahrt des Schiffs ist 7,5 Sm.; was muß gesteuert werden, um jenen Hafen zu erreichen, wenn der Strom mw. WzN 3 Sm. stündlich setzt?

Man ziehe vom Schiffsorte A die über Grund gutzumachende Kurslinie Ac = mw. $NNW\frac{3}{4}W$ und die Richtung des Stromes Ab = mw. WzN. Auf der letzten Linie trage man $AB = 3$ Sm. ab, nehme dann die Fahrt des Schiffs, 7,5 Sm. in den Zirkel, setze dessen eine Spitze in den Punkt B und schneide mit der anderen die Linie Ac, hier in C, so ist BC die Richtung des zu steuernden Kurses und AC die Fahrt über Grund. Durch Konstruktion in der Karte findet man den zu steuernden Kurs mw. $N\ 14°\ W$ und die Fahrt über Grund = 9,2 Sm.

Zehnter Abschnitt.

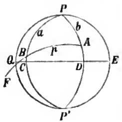
Die Schiffahrt im größten Kreise.

§ 184. Vorbemerkungen. Unter den Fragen, die der Schiffer sich vor Beginn einer Reise in großer Fahrt vorzulegen hat, ist als erste zu erwägen: Welches ist der kürzeste Schiffsweg zwischen dem Abfahrts- und Bestimmungsorte? Erst nach Feststellung dieses Weges und nachdem dieser in der Karte verzeichnet ist, kann mit Rücksicht auf die vorherrschenden Winde und Strömungen der vorteilhafteste Reiseweg bestimmt werden, auf dem der Bestimmungsort in der kürzesten Zeit zu erreichen ist. Je mehr der unter sorgfältiger Berücksichtigung aller einschlägigen Verhältnisse gewählte Reiseweg sich dem kürzesten Wege anschmiegt, um so mehr wird die Dauer der Reise verkürzt werden.

Der kürzeste Weg zwischen zwei Punkten der Kugel- also auch der Erdoberfläche ist der durch beide Punkte gehende größte Kreisbogen (§ 40). Sind beide Punkte nicht Endpunkte desselben Kugeldurchmessers, so läßt sich durch sie nur ein größter Kreis legen, dessen kleinerer Bogen sonach der kürzeste Weg zwischen beiden Punkten ist. Während aber beim Segeln in der Loxodrome ein einziger Kurs vom Abfahrts- nach dem Bestimmungsorte führt, sofern nur freies Wasser vorhanden ist, erfordert das Segeln im größten Kreise eine fortwährende Änderung des Kurses. Nur wenn dieser größte Kreis ein Meridian oder der Äquator ist, bleibt der Kurs ebenfalls unveränderlich; im ersten Falle nämlich rechtweisend Nord oder Süd, im letzten Falle Ost oder West. In diesen Fällen ist natürlich auch die nautische Distanz zwischen beiden Orten gleich ihrer im größten Kreise gemessenen Entfernung. Jeder andere größte Kreis dagegen wird von den Meridianen unter ungleichen Winkeln geschnitten, wovon man sich leicht durch einen Blick auf den Globus überzeugen kann. Aus diesem Grunde muß der in eine Merkatorsche Karte eingetragene Bogen eines größten Kreises eine krumme Linie sein, während der Bogen der Loxodrome zur geraden Linie wird, weil alle Meridiane jener Karte gerade und miteinander parallele Linien sind.

Da nun nicht genauer als auf viertel Striche gesteuert werden kann, so ist es streng genommen nicht möglich, vollständig im größten Kreise zu segeln. Es fällt aber zwischen zwei Orten, deren Längenunterschied nicht größer als 5 bis 10 Grad ist, der loxodromische Bogen mit dem Bogen des größten Kreises durch diese Orte nahe zusammen, und man folgt daher dem kürzesten Wege durch Segeln in der Loxodrome, indem man von 10° zu 10° Länge die Punkte des größten Kreises ansegelt, wo dieser von den betreffenden Meridianen geschnitten wird. Daß man hierbei keine wesentlich größere Distanz zurückzulegen hat, als die Distanz im größten Kreise beträgt, ergibt sich aus den nachfolgenden Rechnungen, und deshalb wird auch bei kleineren Entfernungen durch Segeln im größten Kreise eine nennenswerte Abkürzung nicht gewonnen. Dagegen wird diese Abkürzung bei großen Entfernungen eine recht beträchtliche und um so größer, je größer der Längenunterschied beider Orte ist und je weiter diese vom Äquator entfernt liegen. So ist z. B. der Weg zwischen Fair Island und Kap Race im größten Kreise um 43 Seemeilen kürzer als in der Loxodrome, zwischen Kap Horn und Kap der guten Hoffnung um 200 Seemeilen, zwischen Yokohama und San Francisco um 240 und zwischen Kap der guten Hoffnung und der Baß-Straße um 650 Seemeilen. Diese Zahlen zeigen zur Genüge, welchen Nutzen das Segeln im größten Kreise gewährt, und wenn auch mancherlei Umstände, wie widrige Winde und Strömungen oder Eis in hohen Breiten, ein zeitweiliges Verlassen des größten Kreises erzwingen, so sollte dieser doch, sobald es möglich wird, wieder angesegelt und weiter verfolgt werden.

Fig. 148.



§ 185. Berechnung des Weges im größten Kreise. In Fig. 148 sei P der Nord- und P' der Südpol der Erde, EQ der Äquator, PEP' der erste Meridian, PAP' und PBP' die Meridiane der beiden Orte A und B und AB der durch diese Orte gehende größte Kreisbogen, dessen Länge zu bestimmen ist. Dieser Bogen bildet mit den Meridianbogen PA und PB das sphärische Dreieck ABP, in dem die Seiten AP und BP als Komplemente der geographischen Breiten AD und BC bekannt sind und außerdem der Winkel P am Pol gleich dem Unterschiede der geographischen Längen von A und B ist.

Betrachtet man den Punkt A als Abfahrts- und B als Bestimmungsort, so ist der Winkel PAB der erste im größten Kreise zu segelnde Kurs, während PBA der Nebenwinkel des letzten Kurses PBF ist. Liegen beide Orte hier auf westlicher Länge, so sind beide Kurse mit Nord und West zu benennen; da aber in der Figur der letzte Kurs PBF stumpf ist, so ist sein Supplement $P'BF$ oder der Scheitelwinkel von PBA zu nehmen, der mit Süd und West zu benennen ist.

Bezeichnet man die Seiten BP, AP und AB mit a, b und p, so ist nach § 59

$$\sin\tfrac{1}{2}(a+b) : \sin\tfrac{1}{2}(a-b) = \operatorname{cotg}\tfrac{1}{2}P : \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(A-B)\,,$$
$$\cos\tfrac{1}{2}(a+b) : \cos\tfrac{1}{2}(a-b) = \operatorname{cotg}\tfrac{1}{2}P : \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(A+B)\,.$$

Nach diesen Formeln berechnet man in bekannter Weise die halbe Summe und halbe Differenz der Winkel A und B und findet daraus diese Winkel selbst. Darnach berechnet man die Seite p nach der Sinusregel, oder wenn p nahe oder mehr als 90 Grad beträgt, nach der bekannten Gleichung:

$$\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}p = \frac{\sin\tfrac{1}{2}(A+B)\cdot\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(a-b)}{\sin\tfrac{1}{2}(A-B)}\,.$$

Beispiel 1. Kurs und Distanz im größten Kreise von Fair Island nach Kap Race zu berechnen.

Fair Island { Breite = 59° 33′ N., Länge = 1° 38′ W v. Grw. } Kap Race { Breite = 46° 39′ N., Länge = 53° 3′ W v. Grw. }

Es bezeichne in Fig. 148 A den ersten und B den zweiten Ort. Mit obigen Bezeichnungen wird a, das Komplement der Breite von Kap Race, = 43° 21′, b als Komplement der Breite von Fair Island = 30° 27′ und der Längenunterschied, Winkel P, = 51° 25′. Nach obigen Formeln ist nun folgende Rechnung auszuführen.

$a = 43°\,21'$
$b = 30°\,27'$

$\tfrac{1}{2}(a+b) = 36°\,54'$	$\log\operatorname{cosec} = 0{,}22155$	$\log\sec = 0{,}09708$
$\tfrac{1}{2}(a-b) = 6°\,27'$	$\log\sin = 9{,}05052$	$\log\cos = 9{,}99724$
$\tfrac{1}{2}P = 25°\,42',5$	$\log\operatorname{cotg} = 0{,}31745$	$\log\operatorname{cotg} = 0{,}31745$
	$\log\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(A-B) = 9{,}58952$	$\log\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(A+B) = 0{,}41177$
	$\tfrac{1}{2}(A-B) = 21°\,14'$	$\tfrac{1}{2}(A+B) = 68°\,49'$
		$\tfrac{1}{2}(A-B) = 21°\,14'$
		$\angle A = 90°\,3'$
		$\angle B = 47°\,35'$.

Demnach ist der erste im größten Kreise zu segelnde Kurs von Fair Island nach Kap Race rw. $N\,90°{,}1\,W$, nahe W, der letzte Kurs rw. $S\,47°{,}6\,W$, nahe $SW\tfrac{1}{4}W$.

Zur Berechnung der Distanz ist $\sin B : \sin P = \sin b : \sin p$.

$\log\operatorname{cosec} B = 0{,}13179$
$\log\sin b \quad = 9{,}70483$
$\log\sin P \quad = 9{,}89304$
$\log\sin p \quad = 9{,}72966$

Distanz = p = 32° 27′ = 1947′ oder Seemeilen.

Die loxodromische Distanz ist = 1990 Sm. nach § 166 Beispiel 1.

Hiernach beträgt die Abkürzung . . . . 43 Seemeilen, die dadurch noch etwas größer wird, daß wegen des Landes erst 40 bis 50 Seemeilen rechtweisend West in der Loxodrome gesegelt werden müssen, ehe der gerade Kurs WSW eingeschlagen werden kann.

Wenn man aber die Verschiedenheit des ersten Kurses im größten Kreise von dem Kurse in der Loxodrome berücksichtigt, so ergibt sich häufig ein weiterer nicht zu unterschätzender Vorteil aus der Kenntnis des Kurses im größten Kreise. Gesetzt nämlich, ein unweit Kap Race befindliches Segelschiff will nördlich um England herum nach einem

deutschen Hafen. Der Wind ist rechtweisend *ONO* und es fragt sich nun, über welchen Bug das Schiff am vorteilhaftesten zu legen ist. Nach voriger Rechnung ist der loxodromische Kurs von Fair Island nach Kap Race *WSW*, also der entgegengesetzte *ONO*. Demnach ist der Wind recht von vorn. Liegt das Schiff nun auf sechs Strich am Winde, so segelt es mit Steuerbordhalsen Nord, die Abtrift ungerechnet, und mit Backbordhalsen *SO*. Es ist aber der erste Kurs im größten Kreise rw. *N* 47°,6 *O* oder *NO* ¼ *O*; würde nun das Schiff mit Backbordhalsen an den Wind gelegt, so würde sein Kurs, nämlich *SO*, 7¾ Strich vom kürzesten Wege abweichen, und bei etwas mehr als ¼ Strich Abtrift würde es nicht nur nichts gewinnen sondern die Entfernung von Fair Island noch vergrößern. Mit Steuerbordhalsen dagegen liegt das Schiff nur 4¼ Strich vom kürzesten Wege ab, so daß es hiermit einen Streckbug macht.

Der folgende Fall macht diesen Vorteil noch augensichtlicher. Ein Schiff sei vom Kap der guten Hoffnung nach der Ostküste Australiens bestimmt, so ist der loxodromische Kurs nach dem Südkap von Van Diemens-Land nahe *O* ½ *S*, während der erste Kurs im größten Kreise nahe *SOzS* ist. Wäre nun der Wind *OSO*, so würde ein Schiffer, der von der Lage des größten Kreises zwischen den angenommenen Punkten keine Kenntnis hätte, ganz sicher das Schiff mit Steuerbordhalsen anlegen, um am wenigsten von dem loxodromischen Kurse *O* ½ *S* abzuweichen. Das Schiff würde also *NO* anliegen, und da der Kurs im größten Kreise *SOzS* ist, von diesem um 9 Strich abweichen, sich daher über diesem Buge vom Bestimmungsorte entfernen, während der mit Backbordhalsen verfolgte Südkurs nur 3 Strich vom kürzesten Wege abwiche.

Es ist vielleicht nicht überflüssig, das berechnete Beispiel 1 zu benutzen, um den Vorteil des nördlichen Weges zwischen deutschen und nordamerikanischen Häfen gegenüber dem durch den Englischen Kanal zu berechnen.

Nimmt man für aus der Ostsee kommende Schiffe als Ausgangspunkt dieser Rechnung 57° 20′ N Br. und 8° O Lg. v. Grw. und als Bestimmungsort New-York, so ist nach Rechnung mit vergrößerter Breite der loxodromische Kurs vom Skagerrack nach Fair Island rw. *N* 67° 49′ *W* und die Distanz 326 Seemeilen. Von Fair Island nach Sandy Hook, in 40° 28′ N Br. und 74° W Lg. im größten Kreise zu segeln, ist ebenso wenig möglich, als vom Englischen Kanal nach Sandy Hook, da beide größte Kreise Neufundland schneiden. Man segelt daher in beiden Fällen im größten Kreise bis auf die Höhe von Kap Race und von da in der Loxodrome weiter.

Da es sich hier nur um die Vergleichung beider Wege handelt, so sind zwischen den angegebenen Punkten stets die geraden Kurse und Distanzen berechnet, die in Wirklichkeit wegen des Landes nicht immer innegehalten werden können. Es ist aber der Unterschied zwischen diesen Distanzen und den wirklich zu segelnden so unbedeutend, daß er hier nicht in Betracht kommt.

Es ist nun die Distanz

vom Skagerrack nach Fair Island in der Loxodrome	326 Sm.
von Fair Island nach Kap Race im größten Kreise	1947 „
von Kap Race nach Sandy Hook in der Loxodrome	983 „
Länge des ganzen Weges =	3256 Sm.

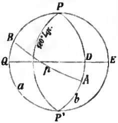
Für den Weg durch den Englischen Kanal ergibt sich:

Vom Skagerrack nach S. Foreland in der Loxodrome	447 Sm.
von S. Foreland nach den Scilly-Inseln in der Loxodrome	313 „
von den Scilly-Inseln nach Kap Race im größten Kreise	1843 „
von Kap Race nach Sandy Hook, wie vorhin	983 „
Länge des ganzen Weges =	3586 Sm.

Mithin ist der erste Weg, nördlich um England, 330 Seemeilen kürzer. Selbst von deutschen Nordseehäfen ist der Weg nach New-York nördlich um England noch etwa 20 Seemeilen kürzer als der durch den Kanal.

Beispiel 2. Kurs und Distanz im größten Kreise von Valdivia (39° 53′ S Br., 73° 31′ W Lg. v. Grw.) nach Yokohama (Kap Erratatsi in 34° 50′ N Br., 139° 50′ O Lg. v. Grw.) zu finden.

Fig. 149.



In Fig. 149 haben die Buchstaben dieselbe Bedeutung wie in Fig. 148. A sei der Abfahrtsort, Valdivia, und B der Bestimmungsort. Da beide Orte ungleichnamige Breite haben, so schneidet der größte Kreis AB den Äquator, und man könnte zur Berechnung der Kurswinkel und der Distanz ebensowohl das sphärische Dreieck ABP, wie das Dreieck ABP' nehmen. Es empfiehlt sich aber, stets das Dreieck zu benutzen, in dem der mit der größeren Breite gleichnamige Pol liegt, hier also ABP'. Es ist nun $AP' = 90° - 39° 53' = 50° 7' = b$, und $BP' = 90° + 34° 50' = 124° 50' = a$.

Ferner ist die Länge von Valdivia = 73° 31′ W
und die Länge von Kap Erratatsi = 139° 50′ O
Längenunterschied = 213° 21′ O
folglich $\angle P' = 146° 39' W$.

$a = 124° 50'$
$b = 50° 7'$

$\frac{1}{2}(a+b) =$ 87° 28′,5	log cosec = 0,00042	log sec		= 1,35600
$\frac{1}{2}(a-b) =$ 37° 21′,5	log sin = 9,78304	log cos		= 9,90029
$\frac{1}{2}P' =$ 73° 19′,5	log cotg = 9,47645	log cotg		= 9,47645
	log tang $\frac{1}{2}(A-B)$ = 9,25991	log tang	$\frac{1}{2}(A+B)$	= 0,73274
			$\frac{1}{2}(A+B)$	= 79° 31′
			$\frac{1}{2}(A-B)$	= 10° 19′

Rechtw. erster Kurs im größten Kreise = $\angle A = S\ 89° 50' W$, nahe W.
Rechtw. letzter Kurs, der Scheitelwinkel zu $\angle B$, = $N\ 69° 12' W$, nahe $WNW \frac{1}{4} W$.

Berechnung der Distanz p.

$\frac{1}{2}(A+B) =$ 79° 31′	log sin	= 9,99269
$\frac{1}{2}(a-b) =$ 37° 21′,5	log tang	= 9,88276
$\frac{1}{2}(A-B) =$ 10° 19′	log cosec	= 0,74693
	log tang $\frac{1}{2}p$	= 0,62238
	$\frac{1}{2}p$	= 76° 35′
	p	= 153° 10′

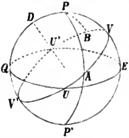
Distanz im größten Kreise = 9190 Seemeilen.
Die loxodromische Distanz ist = 9296 Seemeilen nach § 166 Beispiel 2.
Abkürzung im größten Kreise = 106 Seemeilen.

Daß diese Abkürzung nicht bedeutender ist, wie man bei der Länge des Weges vermuten könnte, kommt daher, daß beide Breiten ungleichnamig und nicht groß sind. In der Äquatorgegend fällt der größte Kreis mit der entsprechenden Loxodrome nahe zusammen. Der Unterschied zwischen beiden wird am erheblichsten, wenn beide Orte bei bedeutendem Längenunterschiede auf demselben Breitenparallel und in hohen Breiten liegen.

§ 186. Bestimmung der Lage des größten Kreises. Um über die Lage des größten Kreises zwischen zwei gegebenen Orten ein Bild zu erhalten, muß man die geographische Breite und Länge mehrerer Punkte dieses Bogens berechnen, diese dann in die Karte eintragen und durch einen Zug aus freier Hand verbinden.

1. Ist in Fig. 150 P der Nord- und P' der Südpol der Erde, EQ der Äquator und $AVBV'$ der durch die beiden Orte A und B gehende größte Kreis, so muß dieser den Äquator in zwei Punkten, U und U', schneiden, die um 180° in Länge voneinander entfernt sind, weil zwei größte Kreise einer Kugel sich gegenseitig halbieren. Ist nun D der Pol des durch A und B gehenden größten Kreises, so schneidet der durch diesen Punkt gedachte Erdmeridian $PEP'Q$ den größten Kreis bei V und V' rechtwinklig. Beide Punkte, V und V' liegen demnach 90° von den Punkten U und U' entfernt; V ist der nördlichste, V' der südlichste Punkt des größten Kreises durch A und B. Diese Punkte, V und V', heißen die Scheitelpunkte des größten Kreises, während U und U' seine Übergangspunkte genannt werden. Man findet hiernach den Scheitelpunkt V, indem man vom Pol die Senkrechte PV auf den größten Kreis fällt. Da diese Senkrechte gleichzeitig der Bogen des Meridians ist, der durch den Scheitelpunkt geht, so ist der Kurs des größten Kreises im Scheitelpunkte rechtweisend Ost oder West.

Fig. 150.

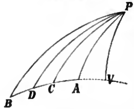


Der Scheitelpunkt V des größten Kreises kann sowohl innerhalb des Dreiecks ABP (Fig. 151a), wie auch außerhalb fallen (Fig. 151b), je nachdem die beiden Winkel A und B spitz sind oder der eine von ihnen, z. B. $\angle A$, stumpf ist. In diesem Falle fällt die Senkrechte PV stets zur Seite des stumpfen Winkels. Ist nun das Dreieck ABP berechnet, so kann man den Bogen PV und den Winkel APV oder BPV bestimmen. Es ist PV das Komplement der Breite des Scheitelpunkts V und $\angle BPV$ ist der Längenunterschied zwischen den Punkten B und V, sowie $\angle APV$ gleich dem Längenunterschiede zwischen den Punkten A und V ist. Um nicht mit einem stumpfen Winkel rechnen zu müssen, kann man von den beiden rechtwinkligen Dreiecken APV und BPV stets das benutzen, worin der Ort mit der kleineren Breite gelegen ist. An diesem Orte liegt stets der kleinere von beiden Kurswinkeln, weil zu der kleineren Breite die größere Poldistanz gehört und in jedem Dreieck der größeren Seite auch der größere Winkel gegenüberliegt. Es ist nun in dem bei V rechtwinkligen Dreieck BPV, worin die Seite BP und der $\angle B$ bekannt sind, nach § 49

Fig. 151a.



Fig. 151b.



$$\sin PV = \sin BP \cdot \sin B$$

und

$$\cos BP = \operatorname{cotg} B \cdot \operatorname{cotg} BPV,$$

hieraus

$$\operatorname{tang} BPV = \sec BP \cdot \operatorname{cotg} B .$$

Bezeichnet man die Breite des Punktes B mit φ, die des Punktes V mit φ_0, so ist $\sin PV = \cos \varphi_0$, $\sin BP = \cos \varphi$ und $\sec BP = \operatorname{cosec} \varphi$. Durch Einsetzen dieser Werte in obige Gleichungen erhält man zur Bestimmung des Punktes V:

$$\cos \varphi_0 = \cos \varphi \cdot \sin B \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

und

$$\operatorname{tang} BPV = \operatorname{cosec} \varphi \cdot \operatorname{cotg} B \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2).$$

Nachdem mittels dieser Gleichungen die Lage des Scheitelpunkts berechnet ist, bestimmt man die Lage der Punkte des größten Kreisbogens, wo dieser von den Meridianen der Karte geschnitten wird. In der Regel ist auf den großen Segelkarten durch jeden zehnten Längengrad ein Meridian gelegt, und wenn PC (Fig. 151) einen solchen Meridian vorstellt, so läßt sich aus dem bei V rechtwinkligen Dreieck PVC die Breite und Länge des Punktes C ermitteln, wo der größte Kreisbogen AB durch diesen Meridian geschnitten wird. Es ist nämlich PV nach Gl. 1) bekannt und $\angle CPV$ ist der Längenunterschied zwischen dem Scheitelpunkte V und dem Meridian PC. Da nach Gl. 2) die Länge des Scheitels V bekannt ist, so ist auch der $\angle VPC$ bestimmt. Es ist nun

$$\cos VPC = \operatorname{tang} PV \cdot \operatorname{cotg} PC,$$

also

$$\operatorname{cotg} PC = \cos VPC \cdot \operatorname{cotg} PV.$$

PC ist das Komplement der Breite des Punktes C, die mit φ_1 bezeichnet werde, dann ist

$$\operatorname{tang} \varphi_1 = \operatorname{tang} \varphi_0 \cdot \cos VPC \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3).$$

Bezeichnet φ_2 die Breite des Punktes D, wo der folgende Meridian der Karte den Bogen AB schneidet, so ist ebenso

$$\operatorname{tang} \varphi_2 = \operatorname{tang} \varphi_0 \cdot \cos VPD \text{ usw.}$$

Beispiel 1. Breite und Länge der Punkte zu berechnen, in welchen der Bogen des größten Kreises zwischen Fair Island und Kap Race die Meridiane von 10 zu 10 Grad Länge schneidet.

Der Ort mit der kleineren Breite ist Kap Race, in 46° 39′ N Br. u. 53° 3′ W Lg. v. Grw. Der Kurswinkel B an diesem Orte ist $= 47° 35'$ und $\angle A = 90° 3'$ berechnet (§ 185 Beisp. 1); die Senkrechte PV fällt also außerhalb des Dreiecks ABP etwas östlich von Fair Island. Nun ist (Fig. 151 b) nach den Gleichungen 1) und 2)

$$\cos \varphi_0 = \cos \varphi \cdot \sin B$$

und

$$\operatorname{tang} BPV = \operatorname{cosec} \varphi \cdot \operatorname{cotg} B.$$

$\varphi = 46° 39'$ log cos $= 9{,}83661$ log cosec $= 0{,}13836$
$B = 47° 35'$ log sin $= 9{,}86821$ log cotg $= 9{,}96078$
log cos $\varphi_0 = 9{,}70482$ log tang $BPV = 0{,}09914$
$\varphi_0 = 59° 33'$. $\angle BPV = 51° 29'$.
Länge von Kap Race $= 53°\ 3'$ W v. Grw.
Scheitelpunktsbreite $= 59° 33'$ N, Länge $= 1° 34'$ W v. Grw.
Der nächste Meridian ist der von 10° W Lg.

zu φ_1 ist $\angle VPC$, der Längenunterschied $= 8° 26'$
zu φ_2 " " " $= 18° 26'$
zu φ_3 " " " $= 28° 26'$
zu φ_4 " " " $= 38° 26'$
zu φ_5 " " " $= 48° 26'$.

Nach Gl. 3) ist $\operatorname{tang} \varphi_1 = \operatorname{tang} \varphi_0 \cdot \cos VPC$.

log tang 59° 33′ $= 0{,}23072$

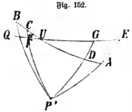
log cos 8° 26′ $= 9{,}99528$
log cos 18° 26′ $= 9{,}97713$
log cos 28° 26′ $= 9{,}94417$
log cos 38° 26′ $= 9{,}89395$
log cos 48° 26′ $= 9{,}82184$

log tang $\varphi_1 = 0{,}22600$; $\varphi_1 = 59° 17'$ N zu 10° W Lg.
log tang $\varphi_2 = 0{,}20785$; $\varphi_2 = 58° 13'$ N zu 20° W Lg.
log tang $\varphi_3 = 0{,}17489$; $\varphi_3 = 56° 14'$ N zu 30° W Lg.
log tang $\varphi_4 = 0{,}12567$; $\varphi_4 = 53°\ 7'$ N zu 40° W Lg.
log tang $\varphi_5 = 0{,}05256$; $\varphi_5 = 48° 28'$ N zu 50° W Lg.

Diese Punkte setzt man in der Karte ab und zieht durch sie und durch die gegebenen Endpunkte eine ununterbrochene krumme Linie, so stellt diese den größten Kreisbogen zwischen Fair Island und Kap Race dar. Die zwischen beiden Orten gezogene gerade Linie in der Merkatorschen Karte zeigt den Weg in der Loxodrome, der auf den ersten Blick kürzer erscheint als der Weg im größten Kreise. Dies scheint indessen nur so, weil die Meridiane der Karte nicht wie in der Wirklichkeit nach dem Pole zu konvergieren sondern einander parallel sind. Mißt man in der Karte den Weg im größten Kreise richtig nach, wie es in § 156 unter 4 angegeben ist, so findet man auch, da der größte Kreis sich stets dem nächsten Pole zu krümmt, die Distanz in ihm kleiner als in der Loxodrome.

2. Sind die Breiten der beiden gegebenen Orte ungleichnamig, so kann man die Länge des Übergangspunktes berechnen und diesen Punkt der weiteren Rechnung zugrunde legen.

Fig. 152.



A und B (Fig. 152) seien wieder die gegebenen Orte, P' der Südpol, EQ der Äquator, so wird dieser von dem größten Kreisbogen AB im Punkte U geschnitten. $P'A$ und $P'B$ sind die Meridiane der Orte A und B, folglich sind die sphärischen Dreiecke AEU und BQU bei E und Q rechtwinklig. Nachdem das Dreieck ABP' berechnet ist, kennt man die Winkel A und B und da AE und BQ die Breiten der Orte A und B darstellen, so sind in diesen rechtwinkligen Dreiecken je ein Winkel und eine Seite bekannt. Nimmt man nun wie vorher das Dreieck am Orte der kleineren Breite und ist B hier dieser Ort, so erhält man aus dem Dreieck BQU

$$\sin BQ = \operatorname{cotg} B \cdot \operatorname{tang} QU,$$

folglich
$$\operatorname{tang} QU = \sin BQ \cdot \operatorname{tang} B,$$

oder wenn man die Breite des Orts B, den Bogen BQ, mit φ bezeichnet und Bogen QU mit Lg. U. = Längenunterschied,

$$\operatorname{tang} \text{Lg. U.} = \sin \varphi \cdot \operatorname{tang} B \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4).$$

Hiernach kann der Längenunterschied zwischen dem Orte B und dem Übergangspunkte, also auch dessen Länge, berechnet werden.

Zur weiteren Rechnung ist noch der Winkel BUQ erforderlich; setzt man diesen $= \alpha$, so ist

$$\cos \alpha = \cos BQ \cdot \sin B$$

oder
$$\cos \alpha = \cos \varphi \cdot \sin B \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 5).$$

Bezeichnet nun wieder $P'C$ einen Meridian der Karte, dessen Schnittpunkt C mit dem größten Kreisbogen AB zu bestimmen ist, so ist der Längenunterschied UF bekannt, und da nach Gl. 5) der Winkel α ebenfalls gegeben ist, so erhält man aus dem sphärischen, bei F rechtwinkligen Dreieck CUF die Gleichung

$$\sin UF = \operatorname{cotg} \alpha \cdot \operatorname{tang} CF,$$

also
$$\operatorname{tang} CF = \sin UF \cdot \operatorname{tang} \alpha.$$

Wird die Breite CF des Punktes C wieder mit φ_1, der Längenunterschied UF mit Lg. U. bezeichnet, so geht die Gleichung über in

$$\operatorname{tang} \varphi_1 = \sin \text{Lg. U.}_1 \cdot \operatorname{tang} \alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 6).$$

Ist $P'DG$ ein anderer Meridian der Karte, dessen Schnittpunkt D mit dem Bogen AB zu bestimmen ist, so erhält man ebenso aus dem bei G rechtwinkligen Dreieck DGU, in

dem $\angle DUG = \angle \alpha$ als Scheitelwinkel ist,

$$\operatorname{tang} \varphi' = \sin \text{Lg. U.} \operatorname{tang} \alpha .$$

Sind aber die links von U liegenden Breiten nördlich, so sind die auf der rechten Seite von U gelegenen südlich.

Beispiel 2. Breite und Länge der Punkte zu berechnen, wo der größte Kreisbogen zwischen Valdivia und Kap Erratatsi den Äquator und jeden zehnten Längengrad schneidet.

Der Punkt B (Fig. 152), der die kleinere Breite hat, sei Kap Erratatsi in 34° 50′ N Br. und 139° 50′ O Lg. v. Grw. Nach dem in § 185 berechneten Beispiele 2 ist der Kurswinkel in diesem Punkte, $\angle B_{,} = 69° 12'$; hiermit erhält man nach den Gleichungen 4) und 5):

$$\operatorname{tang} \text{Lg. U.} = \sin \varphi \cdot \operatorname{tang} B; \quad \cos \alpha = \cos \varphi \cdot \sin B .$$

$\varphi = +34° 50'$ log sin $= 9{,}75678$			log cos $= 9{,}91425$
$B = 69° 12'$ log tang $= 0{,}42037$			log sin $= 9{,}97073$
Lg. U. $= 56° 22'$ log tang $= 0{,}17715$;		$\alpha = 39° 53'$	log cos $= 9{,}88498$.

Es ist die Länge vom Orte B = 139° 50′ O v. Grw.
Der berechnete Lg. U. = 56° 22′
Länge des Übergangspunktes = 196° 12′ O,
von 360° abgezogen,
" " " = 163° 48′ W v. Grw.
Mit dem Meridian von 170° 0′ W v. Grw.

ist zu φ_1 Lg. U. = 6° 12′ (170° W Lg.)	Zu φ_1' ist Lg. U. = 3° 48′ (160° W Lg.)
" " φ_2 " = 16° 12′ (180° Lg.)	" φ_2' " " = 13° 48′ (150° ")
" " φ_3 " = 26° 12′ (170° O Lg.)	" φ_3' " " = 23° 48′ (140° ")
" " φ_4 " = 36° 12′ (160° ")	" φ_4' " " = 33° 48′ (130° ")
" " φ_5 " = 46° 12′ (150° ")	" φ_5' " " = 43° 48′ (120° ")
	" φ_6' " " = 53° 48′ (110° ")
	" φ_7' " " = 63° 48′ (100° ")
	" φ_8' " " = 73° 48′ (90° ")
	" φ_9' " " = 83° 48′ (80° ")

Die Breite zu diesen Punkten findet man nach Gleichung 6):

$$\operatorname{tang} \varphi_1 = \sin \text{Lg. U.} \operatorname{tang} \alpha .$$

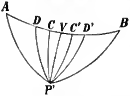
$\alpha = 39° 53'$ log tang $= 9{,}92202$	$= 9{,}92202$
Lg. U. = 6° 12′ log sin $= 9{,}03342$	Lg. U. = 3° 48′ log sin $= 8{,}82134$
" = 16° 12′ log sin $= 9{,}44559$	" = 13° 48′ log sin $= 9{,}37755$
" = 26° 12′ log sin $= 9{,}64494$	" = 23° 48′ log sin $= 9{,}60589$
" = 36° 12′ log sin $= 9{,}77130$	" = 33° 48′ log sin $= 9{,}74531$
" = 46° 12′ log sin $= 9{,}85839$	" = 43° 48′ log sin $= 9{,}84020$
φ_1 = 5° 10′ N log tang $= 8{,}95544$	" = 53° 48′ log sin $= 9{,}90685$
φ_2 = 13° 7′ N log tang $= 9{,}36761$	" = 63° 48′ log sin $= 9{,}95292$
φ_3 = 20° 15′ N log tang $= 9{,}56696$	" = 73° 48′ log sin $= 9{,}98240$
φ_4 = 26° 16′ N log tang $= 9{,}69332$	" = 83° 48′ log sin $= 9{,}99745$
φ_5 = 31° 6′ N log tang $= 9{,}78041$	φ_1' = 3° 10′ S log tang $= 8{,}74336$
	φ_2' = 11° 16′ S log tang $= 9{,}29957$
	φ_3' = 18° 38′ S log tang $= 9{,}52791$
	φ_4' = 24° 56′ S log tang $= 9{,}66733$
	φ_5' = 30° 3′ S log tang $= 9{,}76222$
	φ_6' = 34° 0′ S log tang $= 9{,}82887$
	φ_7' = 36° 52′ S log tang $= 9{,}87494$
	φ_8' = 38° 45′ S log tang $= 9{,}90442$
	φ_9' = 39° 43′ S log tang $= 9{,}91947$.

Mit Hilfe dieser 14 Punkte, deren Breite und Länge nun bekannt ist, kann der Bogen dieses größten Kreises bequem in die Karte eingetragen werden. Man sieht dann, daß der südlich vom Äquator liegende Teil, der den Tuamotu-Archipel schneidet, sich nach dem Südpol, und der nördliche Teil sich nach dem Nordpol zu krümmt.

3. Wenn die Breiten der beiden gegebenen Orte gleichnamig und nicht sehr verschieden voneinander sind, so fällt der Scheitelpunkt des größten Kreisbogens nahe in die Mitte dieses Bogens. In solchem Falle kann man sich die Rechnung wesentlich verkürzen, indem man zu beiden Seiten der von dem Pol auf den größten Kreis gefällten Senkrechten gleiche Längenunterschiede, etwa von 10° zu 10° annimmt. Man erhält dann gleich weit vom Scheitel entfernte Punkte des größten Kreises, deren Breiten einander gleich sind, so daß je zwei solcher Punkte durch dieselbe Rechnung bestimmt werden.

Beispiel 3. Die Lage des größten Kreisbogens von unweit Kap der guten Hoffnung (34° 10′ S Br. und 18° 30′ O Lg. v. Grw.) nach dem Südkap von Van Diemens-Land (43° 38′ S Br. und 146° 50′ O Lg. v. Grw.) zu bestimmen.

Fig. 153.



Durch Auflösung des Dreiecks ABP' (Fig. 153), in dem P' den Südpol der Erde, A den Abfahrts- und B den Bestimmungsort bezeichnet, erhält man

als ersten Kurs im größten Kreise $S\ 34°\ 36'\ O = \angle A$,
als letzten Kurs im größten Kreise $N\ 40°\ 29'\ O$.
Distanz im größten Kreise = 5344,6 Sm.
Ferner ist die Distanz in der Loxodrome = 6003,6 Sm.
Unterschied = 659,0 Sm.

Um die Lage des Scheitelpunkts V zu bestimmen, ist

$$\cos\varphi_0 = \cos\varphi \cdot \sin A \quad \text{und} \quad \operatorname{tang} AP'V = \operatorname{cosec}\varphi \cdot \operatorname{cotg} A.$$

$\varphi = 34°\ 10'$ S	log cos = 9,91772	log cosec = 0,25057	
$A = 34°\ 36'$	log sin = 9,75423	log cotg = 0,16124	
$\varphi_0 = 61°\ 59'$ S	log cos = 9,67195	log tang $AP'V$ = 0,41181	
		$AP'V$ = 68° 49′	
		Länge von A = 18° 30′ O v. Grw.	
		Länge von V = 87° 19′ O v. Grw.	

Denkt man sich nun zu beiden Seiten der Senkrechten $P'V$ Meridiane gezogen, die mit $P'V$ der Reihe nach Winkel von 10°, 20° usw. einschließen, so hat man nur sechs Schnittpunkte C, D usw. auf der einen Seite zu bestimmen, um auch zugleich die Breiten der auf der anderen Seite gleich weit von V entfernten Punkte C', D' usw. zu erhalten. Nach Gl. 3) ist

$$\operatorname{tang}\varphi_1 = \operatorname{tang}\varphi_0 \cdot \cos VP'C.$$

$\varphi_0 = 61°\ 59'$	log tang = 0,27402	
$\angle VP'C = 10°$	log cos = 9,99335	
$\angle VP'D = 20°$	log cos = 9,97299	
$\angle VP'E = 30°$	log cos = 9,93753	
$\angle VP'F = 40°$	log cos = 9,88425	
$\angle VP'G = 50°$	log cos = 9,80807	
$\angle VP'H = 60°$	log cos = 9,69897	Länge von V = 87° 19′ O v. Grw.
Breite von C = 61° 37′ S	log tang = 0,26737	Länge von C = 77° 19′ O
„ „ D = 60° 29′ S	log tang = 0,24701	„ „ D = 67° 19′ O
„ „ E = 58° 26′ S	log tang = 0,21155	„ „ E = 57° 19′ O
„ „ F = 55° 13′ S	log tang = 0,15827	„ „ F = 47° 19′ O
„ „ G = 50° 23′ S	log tang = 0,08209	„ „ G = 37° 19′ O
„ „ H = 43° 13′ S	log tang = 9,97299	„ „ H = 27° 19′ O
Breite von C' = 61° 37′ S	. . . .	Länge von C' = 97° 19′ O
„ „ D' = 60° 29′ S	. . . .	„ „ D' = 107° 19′ O
„ „ E' = 58° 26′ S	. . . .	„ „ E' = 117° 19′ O
„ „ F' = 55° 13′ S	. . . .	„ „ F' = 127° 19′ O
„ „ G' = 50° 23′ S	. . . .	„ „ G' = 137° 19′ O.

Diese Punkte nach Breite und Länge in die Karte eingetragen, bestimmen hinreichend genau die Lage des größten Kreises.

§ 187. Ausführung des Segelns im größten Kreise. Nachdem der größte Kreis zwischen dem Abfahrts- und Bestimmungsorte in die Karte eingetragen ist, handelt es sich darum, während der Reise dem größten Kreise möglichst nahe zu bleiben. Bei widrigem Winde ist daher das Schiff über den Bug zu legen, über dem es am wenigsten vom größten Kreisbogen abweicht. Mit günstigem Winde können Segelschiffe, Dampfschiffe immer, dem größten Kreise so nahe bleiben als es das Steuern auf viertel Strich genau zuläßt. Trägt man die von viertel zu viertel Strich sich ändernden Kurslinien nacheinander als Sehnen des größten Kreises in die Karte ein, so stellen diese Sehnen die auf den betreffenden Kursen abzulaufenden Distanzen dar, die in der Karte leicht gemessen werden können. Jedoch vergibt man nicht viel, wie in W. v. Freedens Handbuch der Nautik zuerst gezeigt ist und durch nachstehende Rechnung bestätigt wird, wenn man in loxodromischer Weise Punkte des größten Kreises nacheinander ansegelt, die um 5 bis 10 Längengrade voneinander entfernt liegen, wobei die zu segelnden rechtweisenden Kurse und Distanzen aus der Karte zu entnehmen sind. Selbstverständlich muß der jeweilige Schiffsort durch astronomische Beobachtungen täglich, wenn es angeht, bestimmt und hierdurch der Kurs zum größten Kreisbogen hin berichtigt werden. Macht das Schiff bedeutende Fahrt, so ist es am bequemsten, jeden Mittag die Änderung des Kurses vorzunehmen und diesen so anzulegen, daß man nach der in den nächsten 24 Stunden voraussichtlich zurückgelegten Distanz den größten Kreis wieder erreicht hat. Nur wenn die in 24 Stunden veränderte Länge über 10 Grad betragen sollte, muß man schon innerhalb dieser Zeit den Kurs ändern.

Um sich zu überzeugen, daß die von 10° zu 10° in Länge an den größten Kreisbogen gelegten loxodromischen Wege nahe mit diesem Bogen zusammenfallen, berechne man die Summe aller dieser loxodromischen Distanzen und vergleiche sie mit der Distanz im größten Kreise. Als Beispiel diene hier die Berechnung dieses Weges vom Kap der guten Hoffnung nach Van Diemens-Land, zwischen welchen Orten der sphärische Weg in § 186 Beispiel 3 berechnet ist. Danach liegen die Endpunkte dieses größten Kreisbogens in 34° 10′ S Br. und 18° 30′ O Lg. v. Grw. und in 43° 38′ S Br. und 146° 50′ O Lg. v. Grw. Der Scheitelpunkt wurde in 61° 59′ S Br. und 87° 19′ O Lg. gefunden. Die Distanzen zwischen den ersten fünf vom Scheitel aus gerechneten Punkten C, D, E, F, G sind auf beiden Seiten des Scheitels die gleichen, brauchen also nur einmal berechnet werden, wobei der Längenunterschied zwischen je zwei Punkten = 10° = 600′ ist. Es ist nun (§ 166):

Br. U.	Breite von:	Vergröß. Br. U.	log 600 = 2,77815	
	V = 61° 59′			
22′	C = 61° 37′	46,6	log = 1,66839;	log Br. U. = 1,34242
68′	D = 60° 29′	140,5	log = 2,14768;	„ „ = 1,83251
123′	E = 58° 26′	242,1	log = 2,38400;	„ „ = 2,08991
193′	F = 55° 13′	353,0	log = 2,54778;	„ „ = 2,28556
290′	G = 50° 23′	480,3	log = 2,68151;	„ „ = 2,46240
430′	H = 43° 13′	629,5	log = 2,79900;	„ „ = 2,63347

Kurs = 85° 34′	log tang = 1,10976	log sec = 1,11183
„ = 76° 49′	„ „ = 0,63047	„ „ = 0,64194
„ = 68° 1′	„ „ = 0,39415	„ „ = 0,42674
„ = 59° 32′	„ „ = 0,23037	„ „ = 0,29496
„ = 51° 19′	„ „ = 0,09664	„ „ = 0,20411
„ = 43° 37′	„ „ = 9,97915	„ „ = 0,14028

Distanz	= 284,6 Sm.	log	= 2,45425
„	= 298,2 „	„	= 2,47445
„	= 328,6 „	„	= 2,51665
„	= 380,6 „	„	= 2,58052
„	= 464,0 „	„	= 2,66651
„	= 594,0 „	„	= 2,77375.

Summe der 5 ersten Distanzen = 1756,0 „
Das Doppelte dieser Summe ist = 3512,0 „
Hierzu die 6. Distanz, nämlich = 594,0 „ addiert, gibt den
Weg vom Punkte *H* bis *G'* = 4106,0 Sm.

Punkt *H* in 43° 13′ S Br. und 27° 19′ O Lg
„ *A* in 34° 10′ S Br. „ 18° 30′ „ „
Br. U. = 9° 3′ Lg. U. = 8° 49′
= 543′ = 529′
log Lg. U. = 2,72346
Vergr. Br. U. = 697,3 log = 2,84342
Kurs = 37° 11′ . . . . . log tang = 9,88004
log sec Kurs = 0,09870
Br. U. = 543′ log = 2,73480
log Distanz = 2,83350

Vom Kap der guten Hoffnung nach Punkt *H* } Distanz = 681,6 Sm.

Punkt *G'* in 50° 23′ S Br. und 137° 19′ O Lg.
„ *B* in 43° 38′ S Br. „ 146° 50′ „ „
Br. U. = 6° 45′ Lg. U. = 9° 31′
= 405′ = 571′
log Lg. U. = 2,75664
Vergr. Br. U. = 595,1 log = 2,77459
Kurs = 43° 49′ log tang = 9,98205
log sec Kurs = 0,14173
Br. U. = 405′ log = 2,60746
log Distanz = 2,74919

Vom Punkte *G'* nach Van Diemens-Land } Distanz = 561,3 Sm.

Hiernach hat man zu addieren:

	681,6	Seemeilen,
	4106,0	„ ,
	561,3	„ .
Summe =	5348,9	„ .
Distanz im größten Kreise =	5344,6	„ .
Unterschied =	4,3	„ .

Dieser kaum in Betracht kommende Unterschied wird um so geringer, je näher der zu durchsegelnde Kreisbogen dem Äquator liegt oder je mehr er sich der Nordsüdrichtung nähert.

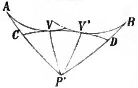
§ 188. Verbindung der Segelung im größten Kreise mit der im Breitenparallel. Eine Beschränkung erfährt das Segeln im größten Kreise, wenn dieser in zu hohe Breiten führt, die des Eises und schlechten Wetters wegen gemieden werden müssen. Der zuletzt berechnete größte Kreisbogen hat z. B. seinen Scheitelpunkt in 61° 59′ S Br., während 50° S Br. wohl die äußerste Grenze im indischen Ozean ist, die man aus oben angeführten Gründen in gewöhnlicher Fahrt nicht überschreiten wird. Man kann in diesem Falle zunächst im größten Kreise segeln bis zu der Breite, die man polwärts nicht überschreiten will, im vorliegenden Beispiele etwa 45 bis 50° S Breite, je nach der Jahreszeit, dann von hier auf dem Parallel der größten Breite segeln, bis man den größten Kreisbogen wieder erreicht hat, und diesem nun bis zum Bestimmungsorte folgen. Auf diese Weise werden im vorliegenden Falle immer noch 330 Seemeilen gewonnen, wenn man den Parallel von 50° S Breite als nicht zu überschreitende Grenze wählt.

Der kürzeste, in Wirklichkeit ausführbare Weg ist jedoch in diesem Falle der, der sich aus einem Teile jenes Breitenparallels und zwei größten Kreisbogen zusammensetzt, die diesen Parallel berühren, von denen der eine durch den Abfahrtsort, der andere durch den Bestimmungsort geht; denn der zwischen jenen Berührungspunkten liegende Teil des Parallels muß kleiner sein als die im Parallel zu segelnde Strecke, wenn dieser durch den

größten Kreisbogen geschnitten wird. Die Berechnung dieses Weges kann in folgender Weise ausgeführt werden.

Es sei (Fig. 154) A der Abfahrts- und B der Bestimmungsort, P' der Südpol und CD der polwärts nicht zu überschreitende Breitenparallel, AV der durch den Abfahrtsort gelegte größte Kreis, der den Parallel CD in V berührt und BV' der durch den Bestimmungsort gehende und den Parallel CD in V' berührende größte Kreis. Da der Meridianbogen $P'V$ den Parallelkreis rechtwinklig schneidet, so muß er auch den größten Kreis AV im Berührungspunkte V unter rechten Winkeln schneiden, mithin ist Punkt V der Scheitelpunkt des größten Kreisbogens AV. Aus demselben Grunde ist V' der Scheitelpunkt des größten Kreisbogens BV'. Zur Bestimmung der Lage beider Kreisbogen hat man also die bei V und V' rechtwinkligen sphärischen Dreiecke AVP' und $BV'P'$, in denen die Hypotenusen $P'A$ und $P'B$ und die Katheten $P'V$ und $P'V'$ bekannt sind. Diese Katheten sind gleich dem Komplemente der Breite, worin der Parallelkreis CD liegt. Es ergeben sich nun zur Bestimmung des ersten Kurses, nämlich des Winkels A, der Distanz AV und der Länge des Scheitels V die folgenden Gleichungen:

Fig. 154.



$$\sin A = \sin VP' \cdot \operatorname{cosec} AP'.$$
$$\cos AV = \sec VP' \cdot \cos AP'.$$
$$\cos AP'V = \operatorname{tang} VP' \cdot \operatorname{cotg} AP'.$$

Führt man die vorher gebrauchten Bezeichnungen auch hier ein, indem φ_0 die Breite des Scheitelpunkts V, φ die Breite des Abfahrtsorts A, p die Distanz AV im größten Kreise und Lg. U. den Winkel $AP'V$ bezeichnet, so gehen obige Gleichungen der Reihe nach über in

$$\sin A = \cos\varphi_0 \cdot \sec\varphi \quad . . . . 1)$$
$$\cos p = \operatorname{cosec}\varphi_0 \cdot \sin\varphi \quad . . . . 2)$$
$$\cos \text{Lg. U.} = \operatorname{cotg}\varphi_0 \cdot \operatorname{tang}\varphi \quad . . . . 3).$$

Nach denselben Gleichungen erhält man die gesuchten Stücke des Dreiecks $BP'V'$, wenn man statt der Breite von A die des Orts B in Rechnung zieht.

Dann bestimmt man in bekannter Weise andere Punkte der größten Kreisbogen AV und BV', indem man für AV vom Punkte V und für BV' von V' ausgeht, und trägt die erhaltenen Punkte in die Karte ein. Berechnet man schließlich das Stück VV' des Parallels CD, so stellt die Summe $AV + VV' + BV'$ den zurückzulegenden Weg dar.

Beispiel. Es bezeichne A in Fig. 154 das Kap der guten Hoffnung, B das Südkap von Van Diemens-Land und CD den Parallel von 50° S Br. Gesucht wird die Länge des Weges $AVV'B$, sowie der erste und letzte Kurs.

Es ist $\varphi(A)$, die Breite des Punktes A, = 34° 10′ S, die Länge = 18° 30′ O, und $\varphi(B)$, die Breite des Punktes B, = 43° 38′ S, die Länge = 146° 50′ O; die Breite der Scheitelpunkte, φ_0 = 50°.

$\sin A = \cos\varphi_0 \cdot \sec\varphi$; $\cos p = \operatorname{cosec}\varphi_0 \cdot \sin\varphi$; $\cos$ Lg. U. $= \operatorname{cotg}\varphi_0 \cdot \operatorname{tang}\varphi$.

$\varphi_0 = 50°$	log cos = 9,80807	log cosec = 0,11575	log cotg = 9,92381
$\varphi(A) = 34° 10'$	log sec = 0,08228	log sin = 9,74943	log tang = 9,83171
$\varphi(B) = 43° 38'$	log sec = 0,14040	log sin = 9,83888	log tang = 9,97927
	log sin A = 9,89035	log cos $p(A)$ = 9,86548	log cos Lg. U. (V) = 9,75552
	log sin B = 9,94847	log cos $p(B)$ = 9,95463	log cos Lg. U. (V') = 9,90308
Erster Kurs = $\angle A$ = S 50° 59′ O		AV = 42° 51′.	Lg. U. (V) = 55° 17′.
Letzter Kurs = $\angle B$ = N 62° 38′ O		BV' = 25° 44′.	Lg. U. (V') = 36° 52′.
		Summe = 68° 35′.	

Länge von $A = 18° 30' O$ v. Grw. Länge von $B = 146° 50' O$ v. Grw.
Lg. U. $(V) = 55° 17'$ Lg. U. $(V') = 36° 52'$
Länge von $V = 73° 47' O$. Länge von $V' = 109° 58' O$.
Bogen VV' = Unterschied dieser Längen $= 36° 11' = 2171'$.
Es ist die Abweichung $= 2171' \cdot \cos 50° = 1396$ Seemeilen und
die Summe der beiden Kreisbogen $= 68° 35' = 4115$ „ .
Also der ganze Weg $= 5511$ „ .
Die Distanz in der Loxodrome ist $= 6004$ „ .
Mithin Gewinn $= 493$ Seemeilen.

Diesem erheblichen Gewinne gegenüber kann die geringe Mühe, die die Rechnung verursacht, gar nicht in Betracht kommen.

§ 189. Schlußbemerkungen. Es soll nun noch angegeben werden, wie man mit Hilfe eines Erdglobus über die Lage des größten Kreises zwischen zwei Orten ohne jegliche Rechnung Aufschluß erhalten kann. Man neige oder erhebe die Polarachse, um die der Globus sich dreht, und drehe diesen gleichzeitig so herum, daß die beiden gegebenen Orte in der Oberfläche des den Globus umgebenden Horizontringes liegen. Längs dieses Ringes ziehe man dann mit einem Bleistifte eine Linie auf dem Globus von dem einen nach dem anderen Orte, so ist diese Linie der verlangte größte Kreisbogen, dessen Länge auf der Teilung des Horizonts abgelesen werden kann. Dann drehe man den Globus so, daß die auf ihm ausgezogenen Meridiane, die von dem größten Kreisbogen geschnitten werden, der Reihe nach unter den geteilten Messingring kommen und lese auf diesem die Breite der Durchschnittspunkte ab, während die Länge dieser Meridiane auf dem Äquator abgelesen wird. Ist der Globus gut gearbeitet und sein Durchmesser nicht unter 20 Zentimeter, so kann man die von ihm entnommenen Punkte nach Breite und Länge in die Karte eintragen, um eine Darstellung des größten Kreisbogens zu erhalten, die für die Zwecke der Schiffahrt hinreichend genau ist. Demselben Zweck dienen die von dem hydrographischen Amte der Vereinigten Staaten in Washington herausgegebenen fünf „Great Circle Sailing Charts" für die großen Ozeane. Diese Karten bringen die Erdoberfläche so zur Darstellung, wie sie einem im Erdmittelpunkte befindlichen Auge erscheinen würde, d. h. man projiziert die Oberfläche vom Erdmittelpunkte aus auf eine Ebene, die die Erdoberfläche in einem Punkte berührt. Da diese Projektionsart früher für die Einrichtung der Sonnenuhren verwendet wurde, so erhielt sie den Namen gnomonische Projektion, weshalb die Karten als gnomonische Karten bezeichnet werden. In diesen Karten erscheinen die größten Kreise als gerade Linien, so daß man nur den Abfahrts- und Bestimmungsort in diese Karten einzutragen und beide Punkte durch eine gerade Linie zu verbinden hat, um Breite und Länge der Schnittpunkte des größten Kreises mit den Meridianen zu erhalten.

Anmerkung. Gewöhnlich stellt man sich vor, daß wenn ein Ort z. B. NO von einem anderen Orte liegt, dieser SW von jenem liegen müsse. Daß diese Vorstellung eine irrige ist, folgt daraus, daß der Bogen des größten Kreises zwischen beiden Orten, der auf der Erde die gerade Linie vertritt, die Meridiane unter ungleichen Winkeln schneidet. So liegt nach dem ersten in § 185 berechneten Beispiele Kap Race von Fair Island nahe in der Richtung rechtw. West, während dieses von jenem nicht in Ost, sondern nahe in $NO\frac{1}{4}O$ liegt, da der erste Kurswinkel im größten Kreise $= 90° 3'$ und der letzte $= 47° 31'$ gefunden ist. Nur wenn beide Orte auf dem Äquator oder auf demselben Meridian liegen, sind die Richtungen von je einem nach dem anderen Orte einander entgegengesetzt. Wir sehen einen Gegenstand auf der Erde in der Richtung des größten

Kreises, der durch diesen Gegenstand und unser Auge gedacht wird, und daher kommt es, daß wir zwei mit uns auf demselben Breitenparallel befindliche Gegenstände nicht miteinander in Deckung sehen, da der Bogen des Breitenparallels nicht mit dem Bogen des entsprechenden größten Kreises zusammenfällt. Segelt man also im Breitenparallel oder in der Loxodrome immer denselben Kurs nach dem Bestimmungsorte, so ist in Wahrheit der Bug des Schiffs in einer langsamen aber stetigen Drehung begriffen. Segelt man dagegen genau im größten Kreise, wie es geschieht, wenn man einen irdischen Gegenstand in Sicht hat und nach diesem steuert, so behält der Bug des Schiffs stets dieselbe Richtung, und die hierbei stattfindende stetige Änderung des Kurses nach dem Kompasse zeigt nichts weiter an als die Änderung des Winkels, den der größte Kreisbogen mit dem jedesmaligen Meridian des Schiffsorts bildet.

Elfter Abschnitt.

Das Schiffstagebuch.

§ 190. Zweck des Tagebuchs. Das Tagebuch dient verschiedenen Zwecken. Einmal soll es in übersichtlicher Weise den Verlauf der Reise dartun und jederzeit Aufschluß über den jeweiligen Schiffsort geben. Dann dient es dem Kapitän nach Seeunfällen, die Schiff oder Ladung betroffen haben und im Tagebuch ausführlich und wahrheitsgetreu geschildert sein sollen, als Rechtfertigungsmittel gegenüber den Ansprüchen der Besitzer oder Versicherer des Schiffs oder der Ladung. Drittens wird es als Nachweisebuch zur Beurkundung von Todesfällen und Geburten sowie von den das Seeunfallversicherungsgesetz berührenden Unfällen benutzt, die sich während der Reise an Bord ereignet haben und gemäß den gesetzlichen Vorschriften in das Tagebuch einzutragen sind. Schließlich wird durch das Tagebuch eine gewisse Aufsicht über den Kapitän oder den Steuermann ausgeübt, indem es in der Regel die Grundlage für die Untersuchungen des Seeamts über Schiffsunfälle bildet.

Bei der hohen Bedeutung, die hiernach das Schiffstagebuch für den Kapitän und Steuermann hat, ist es einleuchtend, daß nur unter Anwendung der peinlichsten Sorgfalt eine unanfechtbare Glaubwürdigkeit des Tagebuchs erreicht werden kann. Stets muß sich der Steuermann, der das Tagebuch zu führen hat, ebenso auch der Kapitän, dem die Aufsicht darüber obliegt, vor Augen halten, daß sie in die Lage kommen können, die Richtigkeit der Angaben des Tagebuchs beschwören zu müssen.

Beim Verlassen des Schiffs in See sollte das Schiffstagebuch, wenn nur irgend möglich, geborgen werden, da ein Preisgeben dieses Buchs von vornherein einen Verdachtsgrund gegen den Kapitän und Steuermann bildet.

Es dürfte vielleicht erwünscht sein, hier kurz angegeben zu finden, was die Gesetze über die Führung des Tagebuchs und über verschiedene Eintragungen in dieses Buch vorschreiben. Die Paragraphen des Handelsgesetzbuches für das Deutsche Reich, die sich hierauf beziehen, sind:

§ 519. Auf jedem Schiffe muß ein Tagebuch geführt werden, in welches für jede Reise alle erheblichen Begebenheiten, seit mit dem Einnehmen der Ladung oder des Ballastes begonnen ist, einzutragen sind.

Das Tagebuch wird unter Aufsicht des Kapitäns von dem Steuermann und im Falle der Verhinderung des letzteren von dem Kapitän selbst oder unter seiner Aufsicht von einem durch ihn zu bestimmenden geeigneten Schiffsmann geführt.

§ 520. Von Tag zu Tag sind in das Tagebuch einzutragen: Die Beschaffenheit von Wind und Wetter; die vom Schiffe gehaltenen Kurse und zurückgelegten Entfernungen; die ermittelte Breite und Länge; der Wasserstand bei den Pumpen. Ferner sind in das Tagebuch einzutragen: Die durch das Lot ermittelte Wassertiefe; jedes Annehmen eines Lotsen und die Zeit seiner Ankunft und seines Abgangs; die Veränderungen im Personal der Schiffsbesatzung, die im Schiffsrat gefaßten Beschlüsse; alle Unfälle, die dem Schiffe oder der Ladung zustoßen und die Beschreibung dieser Unfälle.

Auch die auf dem Schiffe begangenen strafbaren Handlungen und die verhängten Disziplinarstrafen sowie die vorgekommenen Geburts- und Sterbefälle sind in das Tagebuch einzutragen.

Die Eintragungen müssen, soweit die Umstände nicht hindern, täglich geschehen.

Das Tagebuch ist von dem Kapitän und dem Steuermanne zu unterschreiben.

Als Ergänzung dieser Paragraphen des Handelsgesetzbuches ist am 1. April 1904 die folgende Polizeiverordnung in Kraft getreten:

§ 1. In das nach § 519 des Handelsgesetzbuches zu führende Tagebuch ist, außer den im § 520 ebenda und durch sonstige gesetzliche Bestimmungen vorgeschriebenen Eintragungen, nachstehendes einzutragen:

a) vor Beginn jeder Reise:

die zur Sicherung der Ladung, des Ballasts und der Pumpen getroffenen Vorrichtungen, der Tiefgang des Schiffs vorn und hinten;

b) von Tag zu Tag:

die bei Berichtigung der Kurse angewandte Mißweisung, Ablenkung und Abtrift;

c) im eintretenden Falle:

die durch das Lot ermittelte Bodenbeschaffenheit; die wichtigen Peilungen von Landmarken und Seezeichen; die Abgabe von Nebelsignalen und die Fahrt des Schiffs bei Nebel, dickem Wetter, Schneefall oder heftigen Regengüssen; jede Einnahme von Trinkwasser, tunlichst mit kurzer Angabe der Herkunft des Wassers; Erkrankungen, wenn sie bei einer auf dem Schiffe beschäftigten Person eine Arbeitsunfähigkeit von mehr als drei Tagen, oder wenn sie den Tod des Erkrankten oder dessen Ausschiffung zur Folge haben, nebst einer kurzen Beschreibung der Krankheitserscheinungen. Die Eintragung ist nicht erforderlich, wenn die Erkrankung von dem Schiffsarzt in das von ihm zu führende Tagebuch eingetragen ist. Alle an Bord ausgeführten, dem Auftreten von Aussatz Cholera, Fleckfieber, Gelbfieber, Pest und Pocken vorbeugenden Maßnahmen, sowie die gegen die Weiterverbreitung dieser Krankheiten gerichteten Vorkehrungen. Alle von den Gesundheitsbehörden der auf einer Reise berührten Hafenplätze vorgenommenen Besichtigungen, Untersuchungen, Desinfektionen, Ausschiffungen usw. Jede auf Grund des § 70 Nr. 10 der Vorschriften über Auswandererschiffe vom 14. März 1898 dem deutschen Konsul erstattete Meldung, betreffend die Verbringung von Frauenspersonen zu Unzuchtzwecken. Ein Vermerk, daß der Kapitän gemäß § 70 Nr. 11 der Vorschriften des Bundesrats über Auswandererschiffe vom 14. März 1898 die zur Sicherung des Nachlasses der an Bord verstorbenen Auswanderer erforderlichen Maßnahmen getroffen

und das vorgeschriebene Nachlaßverzeichnis aufgenommen hat, sowie ein Vermerk darüber, welchem Konsul das Nachlaßverzeichnis übergeben worden ist.

§ 2. Bei den Eintragungen von Geburten und Sterbefällen (§ 61 des Gesetzes über die Beurkundung des Personenstandes usw. vom 6. Februar 1875) sind die Zeitangaben nach der bürgerlichen mittleren Zeit des Orts zu machen, an welchem das Schiff zur Zeit der Geburt oder des Sterbefalls sich befand.

§ 3. Das Tagebuch ist nach einem Muster zu führen, welches den Zeitraum eines bürgerlichen Tages umfaßt und mindestens die Spalten einer der Anlagen I und II enthält.

Das Tagebuch muß, bevor es in Gebrauch genommen wird, mit fortlaufenden Seitenzahlen versehen sein. Das Herausreißen von Blättern, sowie Radierungen sind unstatthaft. Etwaige Änderungen der Eintragungen sind durch einfaches Durchstreichen so zu bewirken, daß das Durchstrichene leserlich bleibt. Nachträgliche Einschaltungen und Zusätze sind ausdrücklich als solche unter Beifügung des Datums zu bezeichnen.

§ 4. Das Tagebuch ist während fünf Jahre, von dem Tage der letzten Eintragung an gerechnet, aufzubewahren. Die Aufbewahrung kann an Bord oder am Lande erfolgen.

§ 5. Bei Seeunfällen hat der Kapitän, soweit es nach Lage der Umstände geschehen kann, für die Rettung des Tagebuchs zu sorgen.

§ 6. Der Kapitän ist verpflichtet, einen Abdruck der in der Anlage III enthaltenen „Zusammenstellung der Vorschriften über die Führung und Behandlung des Schiffstagebuchs" an Bord zu führen.

§ 7. Zuwiderhandlungen gegen die Vorschriften dieser Verordnung sowie gegen die Bestimmungen der Paragraphen 519 und 520 des Handelsgesetzbuchs werden, sofern die Zuwiderhandlung nicht durch eine andere Vorschrift mit Strafe bedroht ist, mit Geldstrafe bis zu einhundert Mark bestraft.

Die Seemannsordnung vom 2. Juni 1902 nimmt vielfach auf das Tagebuch Bezug und verpflichtet den Kapitän, die nach § 43 (Herabsetzung eines Schiffsmanns im Range und in der Heuer), § 57 (Kürzung der Rationen), § 70 (Entlassung eines Schiffsmannes), § 89 (Mitnehmen von Gütern seitens eines Schiffsmannes), § 92 (die zur Aufrechterhaltung der Ordnung getroffenen Verfügungen), § 98 (Verletzung der Dienstpflicht), § 99 (Beschwerden eines Schiffsmannes) vorgeschriebenen Eintragungen selbst zu machen. Unterläßt der Kapitän eine dieser in den §§ 70, 89, 92, 99 vorgeschriebenen Eintragungen, so wird er nach § 114 mit Geldstrafe bis zu 150 Mark oder mit Haft bestraft. Ferner sind nach § 13 die Gründe für eine Verzögerung oder Unterlassung der Anmusterung eines Schiffsmanns einzutragen; nach § 58 hat das Seemannsamt das Ergebnis der infolge der Beschwerde eines Schiffsoffiziers oder der Mannschaft vorzunehmenden Untersuchung über die Beschaffenheit des Schiffs oder dessen Ausrüstung in das Tagebuch einzutragen, und nach § 124 hat der Kapitän den bei ihm eingelegten Einspruch eines Schiffsmanns gegen den Strafbescheid des Seemannsamts in das Tagebuch einzutragen.

Auf Grund des Gesetzes über die Beurkundung des Personenstandes und die Eheschließung vom 6. Februar 1875 sind Geburten und Sterbefälle, die sich auf Seeschiffen während der Reise ereignen, den Vorschriften des § 61 gemäß in dem Tagebuche zu beurkunden. Eine ausführliche Anweisung, wie diese Eintragungen in das Tagebuch zu vollziehen sind, wird gewöhnlich jedem Tagebuche beigegeben; hiernach ist bei jedem während der Reise sich ereignenden Geburts- und Todesfalle der Schiffsort nach Breite und Länge sowie der Tag und die Stunde nach mittlerer bürgerlicher Ortszeit im Tagebuche genau anzugeben, und es ist zu beurkunden:

Bei Geburten:

Geschlecht des Kindes; Vornamen des Kindes; Vor- und Familiennamen, Religion, Stand oder Gewerbe und Wohnort der Eltern. Bei Mehrgeburten muß auch die Zeitfolge angegeben werden.

Bei Sterbefällen:

Vor- und Familiennamen, Religion, Alter, Stand oder Gewerbe, Wohnort und Geburtsort des Verstorbenen; Vor- und Familiennamen des Ehegatten oder Vermerk, daß der Verstorbene ledig gewesen sei; Vor- und Familiennamen, Stand oder Gewerbe und Wohnort der Eltern des Verstorbenen; mutmaßliche Ursache des Todes. Soweit diese Verhältnisse unbekannt sind, ist dies bei der Eintragung zu vermerken.

Die Eintragung ist vom Kapitän und zwei von ihm zugezogenen Schiffsoffizieren oder anderen glaubhaften Personen zu unterzeichnen. Von jeder der im Tagebuch eingetragenen Beurkundungen einschließlich der drei Unterschriften hat der Kapitän zwei von ihm beglaubigte Abschriften dem Seemannsamte (im Inlande die Musterungsbehörde, im Auslande das Kaiserlich Deutsche Konsulat), bei dem es zuerst geschehen kann, zu übergeben (§ 62). Falls der Kapitän verstorben oder verhindert ist, hat der Steuermann nach § 63 die Eintragungen ins Journal zu machen und jene beiden Abschriften zu beglaubigen, jedoch unter dem Vermerk: In Vertretung des verstorbenen (oder durch Krankheit verhinderten) Kapitäns.

Sobald das Schiff in den inländischen Hafen eingelaufen ist, wo es seine Reise beendet, ist das Tagebuch der für den Standesbeamten des Hafenorts zuständigen Aufsichtsbehörde vorzulegen (§ 64). Mit Geldstrafen bis 150 Mark oder Haft wird der Kapitän oder Steuermann, der den Vorschriften der §§ 61 bis 64 dieses Gesetzes zuwiderhandelt, nach § 68 bestraft.

Nach dem Seeunfallversicherungsgesetz vom 30. Juni 1900 ist laut § 65 jeder Unfall, durch welchen eine auf dem Fahrzeuge beschäftigte Person auf der Reise getötet wird oder eine Körperverletzung erleidet, die eine völlige oder teilweise Arbeitsunfähigkeit von mehr als drei Tagen oder den Tod zur Folge hat, in das Tagebuch einzutragen und in diesem oder einem besonderen Anhange zum Tagebuche kurz zu beschreiben.

Von jeder Eintragung eines Unfalls, den eine auf dem Fahrzeuge beschäftigte Person auf der Reise erleidet, hat der Schiffsführer dem Seemannsamte, bei dem es zuerst geschehen kann, eine von ihm beglaubigte Abschrift zu übergeben. Statt dessen kann das Tagebuch oder die Nachweisung dem Seemannsamte zur Entnahme einer Abschrift der Eintragung vorgelegt werden. Außer dieser Abschrift hat der Kapitän gleichzeitig eine gleichlautende Abschrift an den zuständigen Sektionsvorstand der Seeberufsgenossenschaft und an den Vertrauensmann des Bezirks, dem sein Schiff angehört, zu senden (nach § 41 des Statuts). Für den Anhang zum Tagebuch dürfen nur die vom Reichsversicherungsamte festgestellten Formulare zu den Eintragungen benutzt werden, ebenso hat sich der Kapitän zu den drei anzufertigenden Abschriften der vorgeschriebenen gelben Formulare zu bedienen.

Nach § 144 dieses Gesetzes kann der Kapitän und der Steuermann mit Ordnungsstrafe bis zu 300 Mark belegt werden, wenn er seinen Verpflichtungen bezüglich der Eintragungen in das Schiffstagebuch zuwiderhandelt.

Außer den angeführten Gesetzen und Verordnungen schreiben Eintragungen in das Tagebuch vor: Die Strandungsordnung vom 17. Mai 1874, die Unfallverhütungsvorschriften

der Seeberufsgenossenschaft, die Bekanntmachung, betreffend Krankenfürsorge auf Kauffahrteischiffen, vom 3. Juli 1905.

§ 191. Einrichtung des Tagebuchs. Damit die Eintragungen in übersichtlicher Weise und ohne großen Zeitaufwand gemacht werden können, sind die Blattseiten des Tagebuchs zweckentsprechend liniiert und mit Spalten versehen. Jede Spalte führt eine gedruckte Überschrift, die das in die Spalte Gehörige namhaft macht. Was außerdem auf jeder Seite zu vermerken ist, wird durch sachgemäßen Vordruck angedeutet. Jede Seite des Tagebuchs umfaßt einen Zeitraum von 24 Stunden oder ein Seeetmal, das von der wahren Mitternacht ab gerechnet wird.

Was die Form und Einrichtung des Tagebuchs betrifft, so ist zu beachten, daß dieses mindestens die Spalten des durch die oben erwähnte Polizeiverordnung vorgeschriebenen Formulars enthalten muß, doch bleibt es dem Kapitän unbenommen, noch mehr Spalten abzuteilen, um auch über Wetter, Barometer- und Thermometerstand u. dgl. übersichtliche Eintragungen machen zu können. Das erwähnte Formular (Seite 247) schließt sich der bürgerlichen Zeitrechnung an und enthält auf dem Titelblatte Vordrucke zum Eintragen der Gattung, des Heimathafens, des Unterscheidungssignals des Schiffs, sowie des Namens des Kapitäns.

§ 192. Führung des Tagebuchs. Die Angaben sind in deutlicher und leserlicher Schrift mit Tinte einzuschreiben. Soll nachträglich ein Satz eingeschaltet werden, so mache man an der betreffenden Stelle ein Zeichen und schreibe den Satz, mit demselben Hinweisungszeichen versehen, an einer freien Stelle derselben Blattseite nieder. Ebenso verfährt man, wenn für eine ausführlich und eingehend zu machende Beschreibung nicht Raum genug in der betreffenden Spalte vorhanden ist. In solchen Fällen kann auch die folgende Blattseite hierzu verwandt werden, doch ist diese dann bei den fortlaufenden Eintragungen zu überschlagen. Änderungen und Zusätze sollten möglichst vermieden werden, stets aber mit der Namensunterschrift desjenigen versehen sein, der sie gemacht hat. Wenn Abkürzungen, die nicht Jedem ohne weiteres verständlich sind, gebraucht werden, so müssen deren Bedeutungen auf einer der ersten Blattseiten des Tagebuchs angegeben sein. Sehr zu empfehlen ist es, daß der Kapitän täglich die vom Steuermann zu machenden Eintragungen prüft und sein Einverständnis mit diesem dadurch bezeugt, daß er jedes Etmal mit seiner Namensunterschrift versieht.

Damit das Tagebuch ordnungsgemäß geführt werden kann, schreibt man am Schlusse jeder Wache alles Nötige zunächst in eine Kladde, deren Angaben dann im Laufe des Tages in das Tagebuch zu übertragen sind. Der Kapitän ist berechtigt, jederzeit selbst Eintragungen in das Tagebuch zu machen.

Um die Spalten des Tagebuchs der Vorschrift gemäß auszufüllen, hat man folgendes zu beachten, wobei die auf Seite 247 gezeigte Einrichtung als Vorbild dienen mag.

1. In der Spalte links oben ist die Jahreszahl zu vervollständigen und das Datum des um Mitternacht beginnenden bürgerlichen Tages anzugeben. Als besonderer Fall ist zu merken, daß die fortlaufende Datumreihe beim Übersegeln des Meridians von 180° Länge zu unterbrechen ist, um mit dem Datum des Abfahrtsorts in Übereinstimmung zu bleiben. Es wird ja die Datumverschiedenheit auf der Erde durch deren Achsendrehung bedingt, vermöge der die Sonne sich täglich von Ost nach West um die Erde zu bewegen scheint. Denkt man sich, man mache von irgend einem Orte aus mit der Sonne zugleich deren Reise um die Erde mit, so hätte man während dieser 24stündigen Reise die Sonne stets über dem Horizont und behielte folglich auch dasselbe Datum. Man hätte also bei

der Rückkehr zum Abfahrtsorte noch das Datum des Abfahrtstages, das beispielsweise der 1. Juli sei, während für den Abfahrtsort die Sonne inzwischen unter- und wieder aufgegangen wäre, dieser also den 2. Juli schreiben würde. Man wäre also während dieser Reise um die Erde von Ost nach West um einen Tag zurückgeblieben. Würde man aber am 1. Juli in entgegengesetzter Richtung, nämlich von West nach Ost, um die Erde herum reisen, übrigens wieder mit derselben Geschwindigkeit, mit der die Sonne sich bewegt, so hätte man, nachdem man halb herum wäre, die Sonne von neuem über dem Horizont und würde also den 2. Juli schreiben. Bei der Zurückkunft sähe man die Sonne am Abfahrtsorte zum zweiten Male und schriebe folglich den 3. Juli, während es an diesem Orte erst der 2. Juli wäre. Da nun die geographische Länge sowohl nach Ost wie nach West herum gezählt wird, so ist der erste Meridian zugleich der, der auf der anderen Seite der Erde durch 180° Ost- und Westlänge geht. Beim Wechseln dieser Länge ist daher die Änderung des Datums vorzunehmen, um mit dem Datum des ersten Meridians in Übereinstimmung zu bleiben. Bei dem Überschreiten des Meridians von 180° Länge mit der Sonne ist also das Datum um 1 zu vergrößern, gegen die Sonne um 1 zu verkleinern. Kommt man z. B. am Montag den 1. Juli von 180° West- auf Ostlänge, also in der Richtung mit der Sonne, so führt man das Etmal für den 1. Juli mit Westlänge zu Ende und schreibt in das nächste nicht Dienstag den 2. sondern Mittwoch den 3. Juli unter Anwendung der Ostlänge. Wenn man dagegen am Montag den 1. Juli von 180° Ost- auf Westlänge übergeht, so führt man das Etmal für den 1. Juli mit Ostlänge zu Ende und schreibt ins nächste Etmal nochmals Montag den 1. Juli unter Anwendung von Westlänge.

2. Die neben der Datumspalte stehende Überschrift vervollständigt man, indem man den Namen des Schiffs, den des Abfahrthafens und den des Bestimmungshafens hinter den betreffenden Vordruck setzt.

3. Die mit „Stunde“ überschriebene Spalte enthält in der oberen Hälfte der Blattseite die Stunden von Mitternacht bis Mittag und in der unteren Hälfte die folgenden zwölf Stunden von Mittag bis Mitternacht. Die Angaben in den übrigen Spalten sind in gleicher Linie mit der Stunde zu setzen, wofür die betreffende Angabe gültig ist.

4. In der Spalte „Wind“ gibt man die Richtung des Windes in vollen Kompaßstrichen an; größere Genauigkeit läßt sich schwer erreichen, da der Wimpel eines in Fahrt befindlichen Schiffs nicht genau die Richtung des Windes anzeigt, sondern durch die Fahrt und Kielrichtung des Schiffs beeinflußt wird.

5. In die Spalte „Gesteuerter Kurs“ trägt man von Stunde zu Stunde, wenn nötig auch für Bruchteile der Stunde, den Kurs ein, den das Schiff nach Steuer- oder Regelkompaß angelegen hat. Hat das Schiff während einer Stunde mehrere nicht viel voneinander abweichende Kurse angelegen, so bestimmt man nach Schätzung den mittleren Kurs und trägt diesen als gesteuerten Kurs ein.

6. Die Abtrift gibt man in der folgenden Spalte auf viertel Strich genau an und schreibt sie an die linke oder rechte Linie, je nachdem sie nach links oder rechts auf den gesteuerten Kurs anzuwenden ist, um den gesegelten Kurs zu erhalten.

7. In die Spalte „Ablenkung“ trägt man die Ablenkung ein, die der Steuer- oder der Regelkompaß bei dem Kurse hat, den das Schiff während der betreffenden Stunde anlag.

8. Die Spalte „Mißweisender Kurs“ dient zur Aufnahme der Kurse, die sich ergeben, wenn man die gesteuerten Kurse für Abtrift und Ablenkung berichtigt. Hat diese

Anlage I.

19.....   Tagebuch des deutschen Schiffes ....

den ... ten ....   auf der Reise von .... nach ....

Stunden. Vm.	Wind.	Gesteuerter Kurs.	Abtrift.	Ablenkung.	Mißweisender Kurs.	Gesegelt.	Wasserstand bei den Pumpen.	Begebenheiten und Bemerkungen.
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								

Mißweisung: Schiffsort nach Logrechnung: ....

Schiffsort nach astronomischer Beobachtung: ....

Nm.								
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								

Anmerkung: Nach Anlage II. der oben angeführten Polizeiverordnung kann auch die 6. Spalte die Überschrift „Wahrer Kurs“ erhalten.

Spalte die Überschrift „Wahrer Kurs“, so ist auf die mißweisenden Kurse erst noch die Mißweisung anzuwenden.

9. In die Spalte „Seemeilen“ werden die durch das Log ermittelten Seemeilen eingetragen, die auf dem nebenstehenden Kurse vom Schiffe zurückgelegt sind.

10. In der Spalte „Wasserstand bei den Pumpen“ ist anzugeben, wie hoch das Wasser beim Peilen der Pumpen stand. Unter gewöhnlichen Verhältnissen sind die Pumpen am Schlusse jeder Wache zu peilen; macht aber das Schiff mehr Wasser als gewöhnlich, so ist der Wasserstand bei den Pumpen stündlich zu ermitteln und anzugeben.

11. Alles Übrige, was für die Reise, das Schiff, dessen Besatzung, Ladung und Passagiere von irgend welcher Bedeutung ist, wird in die Spalte „Begebenheiten und Bemerkungen“ eingetragen: Also das Beisetzen, Reefen und Festmachen von Segeln, Verlust und Wiederherstellung der Segel, die Stärke des Windes, Höhe und Richtung des Seegangs, ob das Schiff sehr arbeitet, schlingert oder stampft, Sturzseen übernimmt, sehr luv- oder leegierig ist, das Wenden des Schiffs u. dgl. Ferner Angaben über das Wetter, ob der Himmel klar, bewölkt oder bedeckt ist, über das gute Brennen der Signallaternen, ob andere Schiffe in Sicht kamen als Gegen- oder Mitsegler, ob ein Schiff angesprochen wurde, mündlich oder mittels Signalflaggen, und der Inhalt solcher wechselseitigen Mitteilungen; Bemerkungen über ungewöhnliche Naturerscheinungen, wie Gewitter, starke Blitzschläge, Elmsfeuer, Polarlichter und die dadurch vielleicht bewirkten Störungen des Kompasses, über Sternschnuppenfälle, leuchtende Meteore, Kometen usw. Dann die Angaben über ausgeführte astronomische Beobachtungen, über den Stand des Barometers und Thermometers, über die Annahme eines anderen Chronometergangs, sofern diese Instrumente an Bord sind, über Lotungen und Peilungen von Land- oder Seezeichen, über Meeresströmungen, über die Temperatur des Meerwassers u. dgl. mehr. Schließlich dürfen die Angaben über die Beschäftigungen der Mannschaft nicht fehlen, daß täglich nach Schamfilung gesehen, das Deck gereinigt wurde usw.

12. Dem in der Mitte des Blatts befindlichen Vordruck entsprechend schreibt man hinter „Mißweisung“ die zur Berechnung des Etmals benutzte Mißweisung.

Hinter „Schiffsort nach Logrechnung“ schreibt man die geographische Breite und Länge des Schiffsorts im Augenblicke des wahren Mittags, wie sie durch Koppelung der gesegelten Kurse und der zugehörigen geloggten Seemeilen gefunden wird, während hinter „nach astronomischer Beobachtung“ der aus diesen Beobachtungen sich ergebende Mittagsort nach Breite und Länge zu verzeichnen ist.

§ 193. Die bei Führung des Tagebuchs gebräuchlichen Zeichen und Abkürzungen. Die Kenntnis der verschiedenen vorteilhaftesten Seewege und alles dessen, was die Segelhandbücher enthalten, ist zum größten Teil aus tausenden von Schiffstagebüchern geschöpft, und noch heute sind die auf See gemachten Beobachtungen und Aufzeichnungen über die Witterungserscheinungen und über Versetzungen des Schiffs durch Strömungen ein Mittel, die Wind- und Stromkarten der Meere zu vervollständigen und zu berichtigen. Um aber eine irgendwo gemachte Beobachtung auch sofort mit allen ähnlichen Beobachtungen auf anderen Schiffen in allen Teilen der Erde vergleichen zu können, müssen sämtliche Angaben nach einem einheitlichen Plane gemacht werden. So wird die Stärke des Windes nach dem Vorgange des Admirals Beaufort durch Zahlen angegeben, wobei die geringeren Windstärken der Anzahl der Knoten, die ein Segelschiff beim Winde und bei glatter See zurücklegt, entsprechen, während die größeren Windstärken nach den Segeln, die das beim Winde segelnde Schiff gut führen kann, angegeben werden. Die folgende

Tafel enthält zugleich die Beaufortsche Bezeichnung des Wetters, die heute allgemein gebraucht wird.

Windstärke.	Bedeutung.		Geschwindigkeit in der Sekunde in Metern.	Wetter.	Bedeutung.
0	Keine Fahrt.	Stille.	0	b	Klarer Himmel.
1	Steuern im Schiff.	Leiser Zug.	1,5	c	Einzelne Wolken.
2	1 bis 2 Knoten.	Leichter Wind.	3,4	d	Staubregen.
3	2 bis 4 Knoten.	Schwacher Wind.	5,1	f	Nebelig.
4	4 bis 6 Knoten.	Mäßiger Wind.	7,1	g	Trübe.
5	Oberbramsegel.	Frischer Wind.	9,4	h	Hagel.
6	Bramsegel.	Starker Wind.	11,7	l	Blitz.
7	Volle Marssegel, Klüver usw.	Harter Wind.	14,2	m	Diesig.
				o	Bedeckter Himmel.
8	Gereefte Obermarssegel und Untersegel.	Stürmisch.	16,2	p	Regenschauer.
				q	Böig.
9	Untermarssegel und Untersegel.	Sturm.	20,0	r	Regen.
				s	Schnee.
10	Großuntermarssegel und gereefte Fock.	Starker Sturm.	25,0	t	Donner.
				u	Drohende Luft.
11	Sturmstagsegel.	Harter Sturm.	30,0	v	Sehr durchsichtige Luft.
12	Vor Topp und Takel.	Orkan.	40 u. mehr.	w	Tau.

Größere Stärke einer Erscheinung wird durch Striche unter den Buchstaben angezeigt, z. B. r̲ bedeutet: starker Regen, w̳ sehr starker Tau, q̲̳ sehr schwere Bö, usw.

Der Seegang wird bezeichnet mit:

0 = Vollkommen glatte See.
1 = Sehr ruhige See.
2 = Ruhige See.
3 = Leicht bewegte See (kleine Wellen).
4 = Mäßig bewegte See (mäßige Wellen).
5 = Ziemlich grobe See (ziemlich hohe Wellen).
6 = Grobe See (hohe Wellen).
7 = Hohe See (große Wellen).
8 = Sehr hohe See (sehr große Wellen).
9 = Gewaltige schwere See (große Wellenberge).

§ 194. **Aufmachung des Etmals.** Hierunter versteht man die Berechnung des Mittagsorts nach der Logrechnung. Es wird zunächst der zuletzt durch Peilung und Abstand von einem Land- oder Seezeichen bestimmte Schiffsort als Ausgangspunkt für die Logrechnung angenommen. Jede danach folgende sichere Bestimmung des Schiffsorts, sei es durch astronomische Beobachtungen, sei es durch Peilungen von Küstenpunkten oder durch Lotungen, ist als neuer Ausgangspunkt für die Logrechnung zu nehmen.

Nach der auf Seite 247 gezeigten Einrichtung des Tagebuchs hat man die zur Berechnung des Mittagsorts zu koppelnden Kurse und Distanzen von zwei Blattseiten zu entnehmen, erstens die während der Nachmittagsstunden des vorigen Tages und zweitens die während der Vormittagsstunden des in Rechnung zu nehmenden Tages gesegelten Kurse und zurückgelegten Seemeilen. Dabei ist zu bedenken, daß, wenn nach der Schiffsuhr von Stunde zu Stunde die Fahrt des Schiffs durch das Log ermittelt und in das Tagebuch eingetragen wurde, die für die letzte Stunde, von 11 bis 12 Uhr vormittags, eingetragene Fahrt nur dann die richtige Distanz ist, wenn die geographische Länge in den verflossenen 24 Stunden nicht verändert worden ist. Wurde aber die Länge, wie es in der Regel der

Fall ist, verändert, so wird auch dadurch die Zeitdauer des Etmals eine größere oder kleinere, je nachdem die Länge westlich oder östlich verändert wurde. Denn da die Sonne, je weiter man nach West oder Ost kommt, um so später oder früher kulminiert, so wird der Tag an Bord verlängert oder verkürzt, je nachdem man westwärts oder ostwärts segelt. Um nun die in der letzten Stunde vor dem Mittage zurückgelegten Seemeilen zu finden, berechnet man zunächst aus den Angaben des Etmals die vom vorigen Mittage ab veränderte Länge, drückt diese in Zeit aus und addiert sie zu 1^h, wenn die Länge westlich, subtrahiert sie dagegen von 1^h, wenn die Länge östlich verändert wurde. Auf diese Weise erhält man die von 11 Uhr bis zum Ortsmittage verflossene Zeit, und für diese Zeit ist mit der um 12 Uhr geloggten Fahrt die für die letzte Stunde gültige Distanz durch einfache Proportion zu berechnen. Ist z. B. die in 24 Stunden veränderte Länge $= 6° 18'$ West und die letzte um 12 Uhr geloggte Fahrt $= 12$ Seemeilen, so wird die in Zeit ausgedrückte Längenveränderung $= 25^m,2$, weil sie westlich ist, zu $1^h = 60^m$ addiert und nun die Proportion gebildet:

$$60^m : 85^m,2 = 12 \text{ Sm.} : x \text{ Sm.},$$

wodurch sich x, die für die letzte Stunde gültige Distanz, $= 17,0$ Seemeilen ergibt.

Hiernach ist die zuerst berechnete Breite des Mittagsorts sowie die veränderte Länge zu berichtigen und damit die Länge des Mittagsorts zu berechnen.

Besonders dann ist diese Wirkung der veränderten Länge in Rechnung zu ziehen, wenn man vormittags Sonnenhöhen zur Länge nach Chronometer etwas weit vom ersten Vertikal beobachtet hat und aus der beobachteten Mittagsbreite und den inzwischen gesegelten Kursen und Distanzen die Breite des Beobachtungsorts sucht.

Zur Berechnung des Etmals gehört auch die Angabe der Besteckversetzung, die nach § 167 gefunden wird.

§ 195. Führung des Tagebuchs im Hafen und auf Reeden. Im Hafen oder auf einer Reede genügt meistens ein Blattraum von je vier Stunden des Seeetmals für einen vollen Tag. In die Stundenspalte schreibt man das Datum und daneben quer über die vertikalen Linien hinweg die zu machenden Angaben über die Anmusterung der Schiffsmannschaft, über die Befestigung des Schiffs und dessen Freihalten vom Bohlwerk, von Bojen oder anderen Schiffen, über Laden oder Ausladen, über die Ausrüstung des Schiffs und dessen täglichen Tiefgang, über den Wasserstand bei den Pumpen, über die Beschäftigungen der Mannschaft, über Wind und Wetter u. dgl. Den Namen des Hafens, in dem das Schiff liegt, setzt man als Überschrift.

Sehr zu empfehlen ist es, auf einer der ersten Seiten des Tagebuchs die nautischen Instrumente anzugeben, die an Bord sind. Ist ein Chronometer vorhanden, so gibt man dessen Stand und täglichen Gang an und durch wen beides bestimmt ist. Vom Barometer (Quecksilber oder Aneroid?) und Thermometer sind die ständigen Fehler anzugeben, soweit sie durch Vergleichungen mit Normalinstrumenten bekannt sind. Wird ein Patentlog an Bord benutzt, so ist dessen Faktor zur Ermittelung der richtigen Fahrt (§ 147) anzugeben; ebenso sind die an Bord befindlichen Lote nebst der Länge und Einteilung ihrer Leinen zu verzeichnen. Auch die Seekarten, die auf der bevorstehenden Reise gebraucht werden, sind anzuführen, von wem und wann sie herausgegeben, ob sie recht- oder mißweisend oder beides sind. Daß man nur gute und neue Karten und wenn nötig eine Spezialkarte vom Bestimmungsorte anschaffe, ist dringend anzuraten. Die Anzahl der an Bord befindlichen Kompasse, deren Art und Beschaffenheit, daß der Steuer- und der Regelkompaß berichtigt

ist, wenn nötig, wird vermerkt, und ebenso, daß den Unfallverhütungsvorschriften der Seeberufsgenossenschaft in jeder Weise genügt ist.

Liegt man auf einer Reede vor Anker, so ist außer den täglich zu machenden Angaben die Wassertiefe anzugeben, wieviel Kette ausgesteckt ist, vor welchem Anker das Schiff liegt, und daß das Spill kreuzpall gehievt ist. Läuft Ebbe und Flut auf der Reede, so ist die Richtung und Geschwindigkeit dieser Strömungen zu vermerken, ob das Schiff verzeitet ist, wann es schwajt, was gemacht ist, um klar Anker zu behalten und ob andere Schiffe in der Nähe ankern. Ferner sind die Peilungen und Winkelmessungen zu verzeichnen, durch die der Ankerplatz bestimmt wird, und wenn ein Zeitball beobachtet werden kann, so ist die Chronometerzeit des Zeitsignals täglich in das Tagebuch einzutragen. Weiter ist anzuführen, wann und in welcher Höhe das Ankerlicht aufgebracht wurde, ob und wann es wegen mangelhaften Brennens etwa herunter geholt und frisch versehen werden mußte, daß es während dieser Zeit durch ein anderes ersetzt wurde, wann die Wache aufgesetzt und ob Anker- oder Seewache gegangen wurde.

Dritter Teil.

Die zur astronomischen Ortsbestimmung erforderlichen Instrumente.

Erster Abschnitt.

Das Fernrohr.

Einleitung. Bei genaueren Beobachtungen mit dem Sextanten benutzt man ein Fernrohr, um die zu beobachtenden Gegenstände scharf und deutlich sehen zu können.

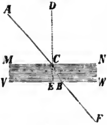
Die scheinbare Größe eines Gegenstandes hängt von dem Gesichtswinkel ab, unter dem man diesen Gegenstand sieht, d. h. von dem Winkel, den die von dem Auge nach den äußersten Grenzen des gesehenen Gegenstandes gedachten geraden Linien einschließen. Je kleiner ein Gegenstand und je weiter er entfernt ist, desto kleiner wird der Gesichtswinkel, und ein nur schwach beleuchteter Gegenstand verschwindet für unser Auge bei einem Gesichtswinkel von ungefähr einer Minute. Für sehr helle Gegenstände ist dieser Grenzwert jedoch viel kleiner, denn wir sehen z. B. die Fixsterne, trotzdem die Winkel, unter denen wir sie sehen, nur einige Bruchteile von einer Sekunde betragen.

Der Wert des Fernrohrs liegt nun darin, daß wir mit seiner Hilfe die Sterne heller sehen, und weit entfernte Gegenstände uns näher also auch größer und deutlicher erscheinen, wenn wir sie durch ein Fernrohr betrachten.

I. Brechung der Lichtstrahlen.

§ 196. Brechung des Lichts. Die wertvollen Eigenschaften des Fernrohrs beruhen auf der Brechung des Lichts. Wenn nämlich ein Lichtstrahl aus einem durchsichtigen Körper oder wie man sagt, aus einem Mittel in ein anderes, z. B. aus Luft in Wasser übergeht, so bildet der in das Wasser eingetretene Strahl mit der ursprünglichen Richtung keine gerade Linie sondern einen Winkel; diese Erscheinung nennt man die **Brechung des Lichts**, und man sagt: das Licht wird gebrochen. Taucht man z. B. einen Stock zum Teil ins Wasser, so erscheint dieser gebrochen; der im Wasser befindliche Teil des Stocks scheint höher zu liegen als es in Wirklichkeit der Fall ist.

Fig. 155.



Ein Linie MN (Fig. 155) bezeichne die Trennungsfläche beider Mittel, z. B. Luft und Glas; AC sei ein Lichtstrahl, der bei seinem Übergange aus der Luft in das Glas die Richtung CB verfolge, DCE sei die Senkrechte auf MN im Punkte C, so heißt diese das Einfallslot, der Winkel ACD, den der einfallende Strahl AC mit dem Einfallslote CD bildet, der Einfallswinkel, und der Winkel BCE, den der gebrochene Strahl CB mit dem Einfallslote CE bildet, der Brechungswinkel.

Mit diesen Bezeichnungen läßt sich das Brechungsgesetz in folgende Sätze fassen:

1. Das auf die Oberfläche eines durchsichtigen Körpers **senkrecht** auffallende Licht wird **nicht** gebrochen sondern geht in gerader Linie fort, nur ein schräge auffallender Lichtstrahl wird von der geraden Richtung abgelenkt, und um so mehr, je schräger er auffällt.

2. Der einfallende Strahl und der gebrochene Strahl liegen mit dem Einfallslote stets in **einer** Ebene.

3. Geht der Lichtstrahl aus einem dünneren in ein dichteres Mittel von derselben körperlichen Beschaffenheit, z. B. aus dünnerer Luft in dichtere über, so wird er dem Einfallslote **zu**, im entgegengesetzten Falle aber vom Einfallslote **weg** gebrochen.

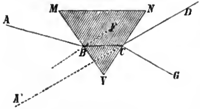
4. Für dieselben zwei Mittel stehen die Sinus des Einfalls- und des Brechungswinkels stets in demselben Verhältnisse zueinander. Für Luft und Wasser ist dieses Verhältnis nahe $4:3$, für Luft und Glas $3:2$; es ist also (Fig. 155) $\sin ACD : \sin BCE = 3:2$.

Demnach wird ein Lichtstrahl, der durch eine in der Luft befindliche Glasscheibe hindurch geht, die von parallelen Ebenen begrenzt wird, in derselben Richtung austreten, in der er eingetreten ist. Denn der Lichtstrahl AC wird, im Falle $MN \parallel VW$ ist (Fig. 155), in C bei seinem Eintritte in das Glas ebensoviel dem Einfallslote zu, als bei seinem Austritte in B von dem in B auf VW errichteten Einfallslote weg gebrochen. Da beide Einfallslote miteinander parallel sind, weil $MN \parallel VW$ ist, so wird auch $AC \parallel BF$.

Man sieht daher durch ein Glas, das von ebenen und parallelen Flächen begrenzt wird, die Gegenstände in derselben Richtung, in der sie sich wirklich von uns befinden, abgesehen von einer geringen Verrückung, die durch die Dicke des Glases verursacht wird und mit der Größe des Einfallswinkels wächst. Ein solches Glas wird ein Planglas genannt.

Wenn jedoch die Flächen des Glases nicht einander parallel sind, so sieht man durch das Glas die Gegenstände nicht an derselben Stelle, an der sie sich wirklich befinden.

Fig. 156.

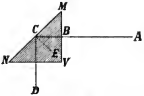


Denn wenn z. B. MNV (Fig. 156) den senkrechten Durchschnitt eines dreiseitigen Prismas aus Glas darstellt, und AB ist ein in der Ebene dieses Durchschnitts auffallender Lichtstrahl, so wird er nach seinem Eintritte in das Glas bei B zum Einfallslote BF gebrochen und bei seinem Austritte in C vom Einfallslote CG weg gebrochen, so daß sein Weg durch die gebrochene Linie $ABCD$ dargestellt wird. Demnach wird ein in D befindliches Auge den Punkt A durch das Prisma in der Richtung DC, in A', sehen. Mit dieser Brechung der Lichtstrahlen durch das Prisma ist noch die Erscheinung verbunden, daß weiße, vom Sonnenlichte stammende

Lichtstrahlen nach ihrer Brechung im Prisma nicht mehr weiß erscheinen sondern ein Regenbogenfarbenbild geben, so daß man durch ein Glasprisma beobachtete Gegenstände bunt gefärbt und mit farbigen Rändern umgeben sieht. Man sagt daher, der von der Sonne ausgehende Strahl ist nicht einfaches sondern zusammengesetztes Licht, das bei dem Durchgange durch einen lichtbrechenden Körper in seine einfachen Bestandteile, d. i. in das rote, orange, gelbe, grüne, blaue und violette Licht zerlegt wird. Diese Erscheinung bezeichnet man als Farbenzerstreuung des Lichts.

§ 197. Totale Reflexion. Es kann vorkommen, daß der in Fig. 156 betrachtete Lichtstrahl *ABC* nicht aus dem Prisma *MNV* bei *C* heraustritt sondern von der Fläche *NV* zurückprallt, oder, wie man sagt, zurückgeworfen oder reflektiert wird. Wenn nämlich ein Lichtstrahl aus einem dichteren Mittel in ein dünneres, z. B. aus Glas in Luft übergeht, so wird er nach vorigem bei seinem Eintritte in die Luft vom Einfallslote so weggebrochen, daß der Sinus des Brechungswinkels größer als der des Einfallswinkels wird. Ist dieser Einfallswinkel nun so groß, daß der von ihm abhängige Brechungswinkel größer als 90° wird, so tritt der Lichtstrahl nicht aus dem dichteren Mittel heraus sondern wird vollständig (total) reflektiert. Es gibt also für den Winkel, den der Lichtstrahl im dichteren Mittel mit dem Einfallslote bildet, einen Grenzwert, der für Glas und Luft durch das bekannte Brechungsverhältnis, nämlich 3 : 2, bestimmt wird; folglich sin Grenzwinkel = $\frac{2}{3}$, woraus sich dieser Winkel = 42° ergibt.

Fig. 157.



Ist demnach *MNV* (Fig. 157) der senkrechte Durchschnitt eines gleichschenkligen, rechtwinkligen Prismas aus Glas und ein in dieser Ebene befindlicher Lichtstrahl *AB* trifft senkrecht auf die Kathetenfläche *MV*, so geht er ungebrochen bis zur Hypotenusenfläche in *C*. Da er hier mit dem Einfallslote *CE* einen Winkel von 45° bildet, der den Grenzwert von 42° überschreitet, so geht er nicht bei *C* aus dem Glase heraus sondern wird von der Hypotenusenfläche *MN* unter demselben Winkel zurückgeworfen und tritt in der Richtung *CD*, rechtwinklig zu *AC*, durch die andere Kathetenfläche *NV* aus. Diese Erscheinung nennt man die totale Reflexion.

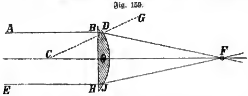
Fig. 158.



§ 198. Linsen. Die Hauptbestandteile des Fernrohrs sind durchsichtige Glaskörper, die von zwei Kugelflächen oder von einer Kugelfläche und einer Ebene begrenzt und Linsen genannt werden. Man unterscheidet Sammellinsen und Zerstreuungslinsen; zu den Sammellinsen, die in der Mitte dicker sind als am Rande, gehören (Fig. 158) *a* (bikonvexe) und *b* (plankonvexe), zu den Zerstreuungslinsen, die am Rande dicker als in der Mitte sind, *c* (bikonkave) und *d* (plankonkave). Die gerade Linie, die die den beiden Kugeloberflächen einer Linse zugehörigen Mittelpunkte verbindet, heißt die Achse der Linse; ist die eine Fläche eben, so versteht man unter Linsenachse die Linie, die vom Kugelmittelpunkte der anderen Fläche aus auf die ebene Fläche senkrecht gefällt ist. Die Achse muß stets senkrecht auf der Kreisfläche stehen, die als Durchschnittsfläche beiden Oberflächen gemeinschaftlich ist. In diesem Falle ist die Linse richtig zentriert. Der Punkt der Achse, der in der Mitte zwischen den beiden Oberflächen liegt, heißt der optische Mittelpunkt der Linse.

§ 199. Wirkung einer Sammellinse. 1. Eine Sammellinse macht parallele Lichtstrahlen konvergent und vereinigt sie in einem Punkte, den man den Brennpunkt der Linse nennt.

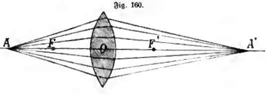
Fig. 159.



Ist nämlich (Fig. 159) *C* der Mittelpunkt der Kugeloberfläche und *O* der optische Mittelpunkt einer plankonvexen Linse, *COF* die Verlängerung ihrer Achse, so wird ein mit dieser Achse paralleler Lichtstrahl *AB*, indem er bei *B* die ebene Seite der Linse senkrecht trifft, ungebrochen bis *D* gehen, wird hier beim Austritte in die Luft vom Einfallslote *CDG* weg gebrochen und schneidet die Achse im Punkte *F*. Ebenso vereinigen sich alle Strahlen, die nahe der Achse und parallel zu ihr auf die Linse fallen, nach ihrer Brechung in demselben Punkte *F*. Dieser Punkt, der in der Linsenachse liegt, heißt der Brennpunkt, und sein Abstand vom Mittelpunkte *O* wird die Brennweite der Linse genannt.

2. Denkt man sich im Brennpunkte *F* einen leuchtenden Punkt, so ist klar, daß alle Strahlen, wie *FD*, *FJ* usw., die von diesem auf die Linse fallen, nach ihrem Durchgange durch die Linse einander parallel sein werden. Wenn demnach Lichtstrahlen auf eine Sammellinse fallen, die schwächer divergieren als vom Brennpunkte aus, so werden sie zwar auch durch die Linse konvergent gemacht, und sie werden sich ebenfalls in einem Punkte hinter der Linse vereinigen, aber der Abstand dieses Vereinigungspunkts von der Linse ist größer als ihre Brennweite. Sind *F* und *F'* (Fig. 160) die Brennpunkte einer bikonvexen Linse, und von *A*, einem in der Achse befindlichen leuchtenden Punkte, fallen Strahlen auf die Linse, so divergieren diese schwächer als wenn sie vom Brennpunkte *F* kämen. Sie werden daher nach ihrem Durchgange durch die Linse, wobei sie eine zweimalige Brechung erleiden, konvergieren und die Achse in einem Punkte *A'* schneiden, der weiter von der Linse entfernt ist als der Brennpunkt *F'*; in diesem Punkte *A'* entsteht durch die Vereinigung der Lichtstrahlen ein Bild des leuchtenden Punktes *A*. Je weiter der Punkt *A* von der Linse entfernt ist, desto mehr nähert sich sein Bild in *A'* dem Brennpunkte, und es fällt in diesen, wenn der Punkt *A* in unendlicher Entfernung sich befindet, da in diesem Falle die Lichtstrahlen parallel auf die Linse fallen.

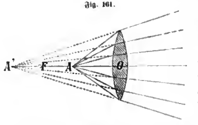
Fig. 160.



3. Wenn aber der leuchtende Punkt *A* sich näher an der Linse als der Brennpunkt *F* befindet, so bleiben auch die Lichtstrahlen nach ihrem Durchgange durch die Linse divergent, allerdings in schwächerem Maße, als sie auf die Linse fallen, so daß hinter der Linse kein Bild von *A* wie in den vorigen Fällen entstehen kann.

So sei (Fig. 161) *A* ein leuchtender Punkt in der Achse und innerhalb der Brennweite *OF* einer bikonvexen Linse. Die von *A* auf die Linse fallenden Strahlen bleiben nach ihrer Brechung durch die Linse noch divergent, und wenn man sie rückwärts verlängert, so schneiden diese Verlängerungen sich in einem Punkte *A'*, der in der Achse und weiter von der Linse entfernt ist als der Punkt *A*. Man sieht daher durch die Linse den

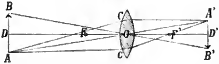
Fig. 161.



leuchtenden Punkt nicht in *A*, sondern in *A'*; aber da sich hier nicht die Strahlen selbst sondern nur ihre gedachten Verlängerungen vereinigen, so entsteht kein wirkliches oder wie man sagt, reelles Bild des Punktes *A*, das man wie in den vorigen Fällen auf einer weißen Fläche auffangen kann. Der Punkt *A* erscheint nur dem Auge im Punkte *A'*, weil die Richtungen der ins Auge tretenden Strahlen auf diesen Punkt hinführen. Man nennt *A'* das geometrische Bild des leuchtenden Punktes *A*.

4. Das Bild, das eine Sammellinse von einem außerhalb ihrer Brennweite aber in ihrer Achse gelegenen Gegenstande erzeugt, ist ein umgekehrtes Bild dieses Gegenstandes.

Fig. 162.

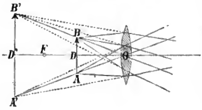


Sind nämlich *F* und *F'* (Fig. 162) die Brennpunkte und *O* der optische Mittelpunkt einer bikonvexen Linse, so werden die von dem in der Achse gelegenen Punkte *D* des Gegenstandes *AB* ausgehenden Strahlen nach ihrem Durchgange durch die Linse sich in einem Punkte *D'* vereinigen, der ebenfalls in der Achse, jedoch weiter von der Linse ab liegt als der Brennpunkt *F'* und hier ein Bild des Punktes *D* erzeugen. Der vom Punkte *A* kommende Strahl, der durch den optischen Mittelpunkt *O* der Linse geht, geht ungebrochen durch die Linse, weil in diesem Falle die gegenüberliegenden Flächenteilchen der Linse, durch die der Strahl seinen Weg nimmt, einander parallel sind. Ein solcher Strahl heißt ein Hauptstrahl, während die übrigen, die nicht durch den Mittelpunkt der Linse gehen, Nebenstrahlen genannt werden. Alle vom Punkte *A* ausgehenden Nebenstrahlen, wie z. B. *AC*, vereinigen sich in einem Punkte *A'* des Hauptstrahls *AOA'*, der denselben Abstand von der Linse hat wie der in der Achse gelegene Vereinigungspunkt *D'*. Ebenso kommt vom Punkte *B* und von jedem anderen Punkte des Gegenstandes *AB* ein Hauptstrahl durch die Linse, mit dem sich die zugehörigen Nebenstrahlen hinter der Linse im Abstande *OD'* vereinigen.

Auf diese Weise entsteht von dem Gegenstande *AB* ein deutliches, aber umgekehrtes Bild. Ob dieses Bild ein verkleinertes oder vergrößertes ist, hängt vom Verhältnis der Entfernung *OD* und *OD'* ab. In Fig. 162 ist *A'B'* ein verkleinertes Bild von *AB*; denkt man sich aber *A'B'* als den leuchtenden Gegenstand, so werden die von den Punkten *A'*, *D'*, *B'* ausgehenden Strahlen nach ihrem Durchgange durch die Linse sich in *A*, *D* und *B* vereinigen und das umgekehrte und vergrößerte Bild *AB* entstehen lassen.

5. Befindet sich aber der Gegenstand (Fig. 163) innerhalb der Brennweite *OF* einer bikonvexen Linse, so sieht das auf der anderen Seite befindliche Auge, indem es durch die Linse sieht, das geometrische Bild des in der Achse liegenden Punktes *D* in größerer Entfernung von der Linse, in *D'*; ebenso erblickt es die übrigen Punkte, *A* und *B*, in der Richtung der betreffenden Hauptstrahlen *OA* und *OB*, in den Punkten *A'* und *B'*, so daß statt des Gegenstandes *AB* das aufrecht

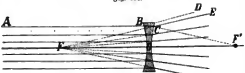
Fig. 163



stehende und vergrößerte Bild $A'B'$ gesehen wird. Je näher der Gegenstand AB innerhalb der Brennweite dem Brennpunkte F liegt, um so weiter rückt das Bild $A'B'$ von der Linse ab, und desto größer wird es. Betrachtet man z. B. eine Schrift durch eine Sammellinse, und hält diese so nahe, daß die Schrift innerhalb der Brennweite der Linse sich befindet, so sieht man die Schrift vergrößert und aufrecht. Bei einer gewissen Entfernung der Linse erscheint die Schrift am größten, und wenn man nun die Entfernung der Linse von der Schrift allmählich vergrößert, so verschwindet die Schrift, wenn sie sich im Brennpunkte der Linse befindet, weil in diesem Falle die Strahlen parallel aus der Linse treten, so daß das Bild der Schrift in unendlicher Entfernung liegt. Entfernt man dann die Linse noch weiter von der Schrift, so sieht man das reelle und umgekehrte Bild der Schrift, das um so kleiner wird, je mehr man die Entfernung der Linse von der Schrift vergrößert.

§ 200. Wirkung einer Zerstreuungslinse. Die Konkav- oder Hohllinsen wirken umgekehrt wie die Konvexlinsen. Während eine Konvexlinse die Lichtstrahlen, die durch sie hindurch gehen, konvergent macht, oder doch ihre Divergenz mindert, macht eine Zerstreuungslinse auf sie fallende Strahlen divergent und verstärkt, wenn sie divergierend auffallen, nach ihrem Austritte diese Divergenz. Ist FF' (Fig. 164) die Achse einer bikonkaven Linse, und es fällt der Strahl AB parallel zur Achse auf die Linse, so wird er bei B zum Einfallslote BD hin und bei C vom Einfallslote $F'C$ weggebrochen, so daß er den Weg $ABCE$ nimmt. Ebenso werden alle parallel zur Achse auffallenden Strahlen gebrochen, und wenn man ihre Richtungen nach dem Durchgange durch die Linse rückwärts verlängert, so schneiden sich diese Verlängerungen in einem Punkte F der Achse, den man den g e o m e t r i s c h e n Brennpunkt der Linse nennt. Eine Hohllinse kann hiernach von einem Gegenstande auch nur ein geometrisches Bild geben und zwar ein aufrechtes und verkleinertes; verkleinert deshalb, weil wegen der größeren Divergenz, die die Lichtstrahlen nach ihrem Durchgange durch die Linse erhalten, das Bild der Linse näher liegt als der Gegenstand.

Fig. 164.



§ 201. Berechnung der Bildweite. Wenn die Brennweite einer Linse und die Entfernung des leuchtenden Punktes von der Linse bekannt sind, so kann man daraus die Entfernung des durch die Linse erzeugten Bildes, die sogenannte B i l d w e i t e, auf folgende Weise bestimmen. Vorausgesetzt wird dabei, daß die Dicke der Linse im Vergleich zu dem Abstande des leuchtenden Punktes von der Linse vernachlässigt werden kann, daß der leuchtende Punkt sich in der Linsenachse befindet, und daß die Lichtstrahlen ganz nahe der Achse auf die Linse fallen.

Es seien M und M' (Fig. 165) die den Linsenflächen zugehörigen Kugelmittelpunkte, r und r' bezeichnen die Krümmungshalbmesser der Linse, deren Achse MM' ist, in der sich

Fig. 165.

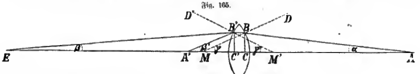
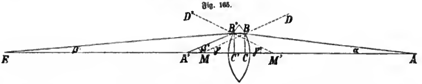


Fig. 165.



der leuchtende Punkt A befinde. Der von A ausgehende Hauptstrahl fällt mit der Achse zusammen und A' sei das durch die Linse erzeugte Bild des Punktes A. Der Abstand des Punktes A von der Linse werde mit a, und der des Punktes A' mit b bezeichnet.

Ein von A ausgehender Strahl AB wird bei seinem Eintritt in die Linse zum Einfallslote MB hin gebrochen und verfolge im Glase die Richtung BB', die verlängert die Achse in E schneidet. Man bestimme nun zunächst den Abstand dieses Punktes E von der Linse, der mit c bezeichnet werde. Es ist $\angle ABD$ der Einfalls- und $\angle EBM$ der Brechungswinkel, deren Sinus im bestimmten Verhältnis zueinander stehen, das $n:1$ sei. Dann ist

$$\sin ABD : \sin EBM = n : 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1).$$

Fällt man von B die Senkrechte BC auf die Achse, so erhält man aus den drei bei C rechtwinkligen Dreiecken ACB, BCE und MCB, indem man in jedem dieser Dreiecke die Kathete BC ausdrückt und die erhaltenen Werte einander gleich setzt,

$$AB \cdot \sin\alpha = BE \cdot \sin\beta = MB \cdot \sin\gamma \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2).$$

Unter der getroffenen Annahme, daß der Strahl AB nahe der Achse auf die Linse falle, sind die in 1) und 2) vorkommenden Winkel nur klein, so daß man statt ihrer Sinus die Bogen selbst setzen darf, und da ferner die Dicke der Linse als verschwindend klein angenommen wird, so kann $AB = a$ und $BE = c$ gesetzt werden. Ist nun MB der durch r bezeichnete Halbmesser, so erhält man aus Gl. 1):

$$\angle ABD = n \cdot EBM,$$

und aus Gl. 2):

$$a \cdot \alpha = c \cdot \beta = r \cdot \gamma,$$

folglich ist

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{c}{a} \cdot \beta \\ \gamma &= \frac{c}{r} \cdot \beta \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3).$$

und

Es ist als Außenwinkel am $\triangle ABM$

$$\angle ABD = \alpha + \gamma.$$

Da aber $\underline{\angle ABD = n \cdot EBM}$ ist,

so ist

$$\alpha + \gamma = n \cdot EBM.$$

Ferner ist als Außenwinkel am $\triangle BEM$

$$\angle\gamma = \angle\beta + \angle EBM, \quad \text{also} \quad \angle EBM = \gamma - \beta.$$

Diesen Wert in vorige Gleichung gesetzt, gibt:

$$\alpha + \gamma = n(\gamma - \beta).$$

Setzt man die Werte aus Gl. 3) für α und γ ein, so wird:

$$\frac{c}{a} \cdot \beta + \frac{c}{r} \cdot \beta = n\left(\frac{c}{r} \cdot \beta - \beta\right); \quad \text{durch } c \cdot \beta \text{ dividiert, wird}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{r} = n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{c}\right),$$

oder $$\frac{1}{a} + \frac{1}{r} = n \cdot \frac{1}{r} - n \cdot \frac{1}{c} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4).$$

Aus dieser Gleichung kann c bestimmt werden.

Um nun den Abstand b des Punktes A' von der Linse zu bestimmen, in dem die Achse von dem aus der Linse austretenden Strahle $B'A'$ geschnitten wird, sei der Krümmungshalbmesser $M'B' = r'$. Es ist wieder

$$\sin A'B'D' : \sin BB'M' = n : 1$$

und $$\angle A'B'D' = n \cdot BB'M' \quad \ldots\ldots\ldots \quad 5).$$

Fällt man die Senkrechte $B'C'$ auf die Achse, so erhält man aus den bei C' rechtwinkligen Dreiecken $B'C'E$, $A'C'B'$ und $M'C'B'$ ebenso wie vorhin:

$$B'E \cdot \sin\beta = A'B' \cdot \sin\beta' = B'M' \cdot \sin\gamma'$$

und $$c \cdot \beta = b \cdot \beta' = r' \cdot \gamma',$$

also $$\beta = \frac{b}{c} \cdot \beta' \quad \text{und} \quad \gamma' = \frac{b}{r'} \cdot \beta' \quad \ldots\ldots \quad 6).$$

Als Außenwinkel am Dreieck $A'B'M'$ ist

$$\angle A'B'D' = \beta' + \gamma'.$$

Da $\angle A'B'D' = n \cdot BB'M'$ ist nach 5),

so ist $$\beta' + \gamma' = n \cdot BB'M'.$$

Es ist aber $\angle BB'M'$ Scheitelwinkel von $\angle D'B'E$ und dieser ist als Außenwinkel am $\triangle B'EM' = \beta + \gamma'$, folglich ist auch $\angle BB'M' = \beta + \gamma'$; diesen Wert in die vorige Gleichung gesetzt, gibt:

$$\beta' + \gamma' = n(\beta + \gamma').$$

Setzt man nun für β und γ' die Werte aus 6) ein, so wird

$$\beta' + \frac{b}{r'} \cdot \beta' = n\left(\frac{b}{c} \cdot \beta' + \frac{b}{r'} \cdot \beta'\right); \quad \text{durch } \beta' \cdot b \text{ dividiert:}$$

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{r'} = n\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{r'}\right),$$

oder $$\frac{1}{b} + \frac{1}{r'} = \quad n \cdot \frac{1}{c} + n \cdot \frac{1}{r'}.$$

Nach Gl. 4) ist $$\frac{1}{a} + \frac{1}{r} = -n \cdot \frac{1}{c} + n \cdot \frac{1}{r}. \quad \text{Durch Addition:}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{r} + \frac{1}{r'} = n \cdot \frac{1}{r} + n \cdot \frac{1}{r'}$$

oder $$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = n \cdot \frac{1}{r} - \frac{1}{r} + n \cdot \frac{1}{r'} - \frac{1}{r'}$$

und $$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{I)}.$$

Nach dieser Gleichung kann der Abstand b berechnet werden.

Setzt man in Gleichung I) $a = \infty$, in welchem Falle die Lichtstrahlen parallel auf die Linse fallen, so ist b gleich der Brennweite der Linse, und wenn diese mit f bezeichnet wird, so ist, weil $\frac{1}{\infty} = 0$ ist,

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{II)}.$$

Ist die Linse plankonvex, so hat man einen der Halbmesser, z. B. $r' = \infty$ zu setzen, und nimmt man das Brechungsverhältnis $n = \frac{3}{2}$ an, so wird die Brennweite f solcher Linse nach Gl. II)

$$\frac{1}{f} = (1{,}5 - 1) \cdot \frac{1}{r} = \frac{1}{2r},$$

also $$f = 2r.$$

Für eine bikonvexe und gleichgewölbte Linse wird bei demselben Brechungsverhältnis die Brennweite nach Gl. II)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r}\right) = \frac{1}{r},$$

also $$f = r.$$

Um die Brennweite einer Sammellinse durch den Versuch zu bestimmen, mißt man den Abstand von der Linse, in dem sich das Bild eines weit entfernten Gegenstandes am deutlichsten zeigt.

Wenn man den Wert $\frac{1}{f}$ aus Gl. II) in I) einführt, so ergibt sich

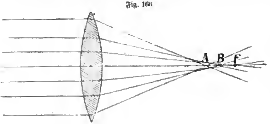
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \text{III)}.$$

Setzt man in dieser Gleichung $a = 2f$, so wird auch $b = 2f$. Wenn also der Gegenstand in der doppelten Entfernung der Brennweite von der Linse ist, so ist auch dessen Bild in der gleichen Entfernung und hat also auch dieselbe Größe wie der Gegenstand selbst. Ist aber die Entfernung des Gegenstandes größer als die doppelte Brennweite, so ist sein Bild der Linse näher und folglich verkleinert, und wenn der Gegenstand sich in einer Entfernung befindet, die kleiner als die doppelte aber noch größer als die einfache Brennweite der Linse ist, so ist das Bild weiter von der Linse entfernt und daher ein vergrößertes. Setzt man in Gl. III) $b = \infty$, so wird $a = f$; es sind also die beiden Brennpunkte einer Linse gleich weit von ihr entfernt, gleichviel ob die beiden Linsenflächen dieselbe oder verschiedene Krümmung haben.

Die Gleichungen II) und III) gelten auch für Zerstreuungslinsen, nur muß man in diesen Gleichungen wegen der entgegengesetzten Krümmung die Halbmesser r und r' und folglich auch die Brennweite f negativ setzen. Es wird dann auch b negativ, vorausgesetzt, daß das geometrische Bild, das eine Hohllinse von einem Gegenstande erzeugt, stets mit dem Gegenstande auf derselben Seite der Linse liegt.

§ 202. Sphärische Abweichung. Die vorige Entwickelung kam unter der Annahme zustande, daß die Lichtstrahlen nahe der Linsenachse auffallen, und nur diese Lichtstrahlen vereinigen sich in der Tat nach ihrem Durchgange durch die Linse in nahe demselben Punkte, den man den Brennpunkt oder den Fokus der Linse nennt. Strahlen, die nahe dem Rande einer stark gekrümmten Linse auffallen, schneiden die Achse in Punkten,

Fig. 166



die der Linse näher liegen als der Brennpunkt, wie Fig. 166 dies zur Anschauung bringt. Diese Abweichung der Vereinigungspunkte A, B usw. der Randstrahlen von dem Brennpunkte F, in dem sich die nahe der Achse auffallenden Strahlen vereinigen, nennt man **sphärische Abweichungen.** Diese sind um so stärker, je kleiner die Brennweite der Linse ist oder je stärker die Linsenflächen gekrümmt sind, so daß solche Linsen keine scharfen und reinen Bilder geben können. Um reine Bilder zu erhalten, darf deshalb die **Öffnung der Linse**, d. h. der Winkel, unter dem die Linse von ihrem Brennpunkte aus gesehen erscheint, nicht größer als 3 bis 5 Grad genommen werden.

Durch zweckmäßige Verbindung einer Sammellinse mit einer Hohllinse läßt sich die sphärische Abweichung für eine bestimmte Entfernung des leuchtenden Punktes beseitigen; ein solches Linsensystem nennt man **aplanatisch.** Auch dadurch, daß man der Vorderfläche einer bikonvexen Linse eine sechsmal stärkere Krümmung als der Rückfläche gibt, wird die Linse möglichst aplanatisch.

§ 203. Chromatische Abweichung. Ein anderer Übelstand besteht darin, daß die Linse ebenso wie ein Prisma (§ 196) das weiße Licht in verschiedenfarbige Strahlen zerlegt. Da nun solche Strahlen auch eine verschiedene Brechbarkeit haben, so vereinigen sie sich nach ihrem Durchgange durch die Linse in verschiedenen Punkten hinter der Linse. Die violetten Strahlen werden stärker gebrochen als die roten, und daher wird der Vereinigungspunkt der ersten näher an der Linse liegen als der der letzten, wie Fig. 167 veranschaulicht.

Fig. 167.



Zwar entsteht da, wo die von allen farbigen Strahlen erzeugten Bilder zusammenfallen, durch deren Vereinigung wieder ein Bild in weißem Lichte, aber dieses zeigt farbige Ränder, ist nicht scharf begrenzt und daher sehr undeutlich. Man nennt diese Erscheinung die **chromatische Abweichung.** Um diese möglichst zu beseitigen, wendet man zwei verschiedene Glassorten an, bei denen ein ungleiches Verhältnis zwischen der Brechungskraft und der Farbenzerstreuungskraft stattfindet.

Fig. 168.



Bleihaltiges Glas (Flintglas) bricht das Licht in nur wenig stärkerem Maße als Spiegelglas (Kronglas), dagegen ist seine Zerstreuungskraft nahe doppelt so groß als die des Kronglases. Eine solche Linse, die aus einem bikonvexen Kronglase (in Fig. 168 der schraffierte Teil) und einem konkavplanen Flintglase zusammengesetzt ist, indem beide Linsen vermittels eines durchsichtigen Lacks aneinander gekittet werden, bricht das Licht, ohne es in die farbigen Strahlen zu zerstreuen. Solche Linsen nennt man **achromatisch,** d. h. farblos. Durch die konkavplane Form des Flintglases wird zugleich die sphärische Abweichung der Linse gemindert. Beim Gebrauche ist das konvexe Kronglas dem Gegenstande zuzukehren.

Die Erfindung der achromatischen Linse wird dem Engländer Dollond (1757) zugeschrieben.

Fig. 169.

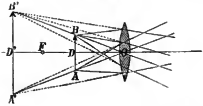


Die chromatische Abweichung kann auch durch Verbindung zweier Sammellinsen beseitigt werden. Fällt z. B. ein Lichtstrahl *s* (Fig. 169) auf die Linse A und wird durch diese in die farbigen

Strahlen *u* und *v* zerlegt, so wird der Strahl *u* durch die zweite Linse *B* stärker gebrochen als der Strahl *v*, da er näher am Rande auf die Linse fällt. Durch zweckmäßige Anordnung beider Linsen kann es erreicht werden, daß die durch Linse *A* bewirkte Farbenzerstreuung durch die Linse *B* aufgehoben wird.

§ 204. Die Lupe. In der Einleitung wurde erklärt, daß die scheinbare Größe eines Gegenstandes von dem Gesichtswinkel abhängt, unter dem man diesen Gegenstand sieht, und daß dieser Gesichtswinkel um so größer wird, je näher sich der Gegenstand dem Auge befindet. Nun gibt es aber für jedes Auge eine bestimmte kleinste Entfernung, in der es noch scharf und deutlich sieht, und wenn der Gegenstand noch mehr dem Auge genähert wird, so kann er nicht mehr deutlich erkannt werden. Diese Entfernung, die für ein gesundes Auge 20 bis 25 Zentimeter ist, nennt man die Sehweite, und man kann sie leicht bestimmen, indem man klein gedruckte Schrift so hält, daß man sie möglichst gut und deutlich sieht. Wenn man nun, um einen sehr kleinen Gegenstand deutlich zu sehen, diesen durch eine Sammellinse betrachtet, deren Brennweite bedeutend kleiner ist als die Sehweite des Auges, und sie so hält, daß der Gegenstand sich innerhalb der Brennweite der Linse befindet, so wird man dessen Bild, nach § 199, deutlich und vergrößert erblicken, wenn es sich in der Sehweite des Auges befindet. Je näher der Gegenstand dem Brennpunkte der Linse ist, desto weiter ist das Bild von der Linse entfernt, und wenn man demnach die Linse allmählich dem Gegenstande nähert oder von ihm entfernt, so wird sich leicht die Entfernung ermitteln lassen, in der man das Bild deutlich und scharf sieht. Eine zu solchem Zweck benutzte Linse nennt man Lupe.

Fig. 163.



Hält man die Linse dicht vor das Auge, und ist sie von nur geringer Dicke, so kann man das Auge in *O* (Fig. 163) annehmen und die Vergrößerung der Linse auf folgende Weise erhalten. Wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke *A'B'O* und *ABO* ist

$$A'B' : AB = OD' : OD \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1).$$

Zwischen der Entfernung des Bildes $OD' = b$, der Entfernung des Gegenstandes $OD = a$, und der Brennweite f besteht die Beziehung:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad (\S\ 201.\ \text{III});$$

hieraus wird
$$a = \frac{b \cdot f}{b + f} = OD.$$

Da nun *b* die deutliche Sehweite *OD'* bezeichnet, so wird demnach die Vergrößerung nach 1)

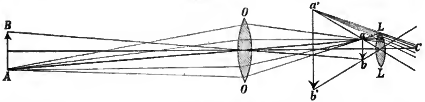
$$A'B' : AB = b : \frac{bf}{b + f},$$

also
$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{b + f}{f},$$ folglich gleich der Summe der Seh- und Brennweite dividiert durch die Brennweite der Linse. Die Lupe vergrößert daher um so stärker, je kleiner ihre Brennweite ist.

II. Das Fernrohr.

§ 205. Das astronomische oder Keplersche Fernrohr. Dieses besteht in seiner einfachsten Form aus der Verbindung zweier bikonvexen Linsen in zwei Röhren, die ineinander verschiebbar sind. Beide Linsen müssen so gestellt sein, daß ihre Achsen in der geraden Linie liegen, die die Mittelpunkte beider Linsen verbindet; diese Linie heißt die Achse des Fernrohrs. Die größere Linse *OO* (Fig. 170), die dem Gegenstande *AB* zugekehrt

Fig. 170.



und Objektiv genannt wird, macht vom Gegenstande *AB* das verkehrte und verkleinerte Bild *ab*, und dieses wird durch die zweite Linse, *LL*, die Okular- oder Augenglas heißt und als Lupe dient, in *a'b'* vergrößert gesehen.

Das astronomische Fernrohr gibt also ein verkehrtes Bild vom betrachteten Gegenstande.

In Fig. 170 ist ersichtlich, wie die vom Punkte *A* ausgehenden Lichtstrahlen durch das Fernrohr gehen; von den Strahlen, die vom Punkte *B* ausgehen, ist der besseren Übersicht wegen nur der Hauptstrahl verzeichnet.

Das Auge muß man an die Stelle *C* der Achse bringen, wo diese von den Strahlen geschnitten wird, die vom Rande des Okulars kommen, um alle Strahlen auffangen zu können. Würde das Auge in einem anderen Punkte als in *C* sich befinden, gleichviel ob näher an der Linse oder weiter von ihr entfernt, so können nicht alle Strahlen ins Auge gelangen, wodurch die Helligkeit des Bildes geschwächt und auch der auf einmal zu übersehende Raum, Gesichtsfeld genannt, verkleinert wird.

Ist der Gegenstand *AB* sehr weit entfernt, so entsteht das Bild *ab* im Brennpunkte der Objektivlinse, und da der Abstand des Bildes vom Okular ebenfalls sehr nahe gleich dessen Brennweite ist, so kann die Länge des Fernrohrs gleich der Summe der Brennweiten beider Linsen angenommen werden.

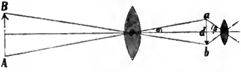
Richtet man das Fernrohr auf einen nahen Gegenstand, so entsteht dessen Bild hinter der Objektivlinse in einem größeren Abstande als die Brennweite dieser Linse beträgt, man muß also das Okular weiter herausziehen, um das Bild deutlich zu sehen; und da für kürzere Sehweiten das Okular jenem Bilde näher gebracht werden muß, so müssen Kurzsichtige das Okular hineinschieben, Weitsichtige dagegen herausziehen. Man nennt dies Verfahren das Einstellen des Fernrohrs.

An der Stelle, wo das Bild *ab* entsteht, bringt man im Innern des Rohrs einen geschwärzten Ring an, Blendung (Diaphragma) genannt, um das an den Rändern des Bildes befindliche zerstreute Licht abzuhalten und dadurch ein scharf begrenztes Bild zu erzielen. Die an den inneren Wandungen des Rohrs entstehenden Reflexe werden dadurch beseitigt, daß das Rohr inwendig geschwärzt wird.

§ 206. Die Vergrößerung des Fernrohrs. Unter Vergrößerung des Fernrohrs versteht man die Zahl, die angibt, wie oft der Winkel, unter dem ein Gegenstand in

einer gewissen Entfernung mit bloßem Auge gesehen wird, in dem Winkel enthalten ist, unter dem der Gegenstand durch das Fernrohr erscheint. Es ist (Fig. 171), in der AB den Gegenstand, o und c die Mittelpunkte beider Linsen, ab das vom Objektiv erzeugte Bild des Gegenstandes bezeichnen, $\angle AoB = \angle aob = 2\alpha$, der Gesichtswinkel, unter dem der Gegenstand AB mit bloßem Auge gesehen wird, indem man die Länge des Fernrohrs im Vergleich zur Entfernung des Gegenstandes vernachlässigen darf, während $\angle acb = 2\beta$ der Gesichtswinkel des durch das Fernrohr gesehenen Gegenstandes ist.

Fig. 171.



Demnach drückt $\frac{\beta}{\alpha}$ die Vergrößerung des Fernrohrs aus. In den bei d rechtwinkligen Dreiecken acd und aod ist:

$$\operatorname{tang}\beta = \frac{ad}{cd},$$

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{ad}{od}.$$

Durch Division, $\operatorname{tang}\beta : \operatorname{tang}\alpha = od : cd.$

Da die Winkel β und α nur klein sind, so auch:

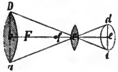
$$\beta : \alpha = od : cd.$$

Ist hiernach der Gegenstand AB in großer Entfernung, od also gleich der Brennweite des Objektivs, so ist die Vergrößerung des astronomischen Fernrohrs gleich dem Quotienten aus der Brennweite des Objektivs dividiert durch die Brennweite des Okulars. Je größer also die Brennweite des Objektivs und je kleiner die des Okulars ist, desto stärker ist die Vergrößerung des Fernrohrs.

Bei kleineren Fernröhren, wie sie bei Sextanten gebraucht werden, findet man nahezu die Vergrößerung auf einfache Weise, indem man gleich große Ziegel eines Daches mit einem Auge durch das Fernrohr und zugleich mit dem anderen bloßen Auge betrachtet und dann zählt, wie viele mit bloßem Auge gesehene Ziegel von einem durch das Fernrohr gesehenen vergrößerten Ziegel gedeckt werden. Die sich ergebende Zahl ist die Vergrößerung des Fernrohrs. Oder man kehrt das eingestellte Fernrohr um, indem man das Objektiv vor das Auge bringt, und vergleicht das nun verkleinerte Bild einer Fensterraute mit derselben mit bloßem Auge gesehenen Raute. So oft die Höhe oder die Breite jenes Bildes in der wirklichen Höhe oder Breite der Raute enthalten ist, so oft vergrößert auch nahezu das Fernrohr.

Genauer ist folgendes Verfahren, das auch bei größeren Fernröhren anzuwenden ist. Nachdem das Fernrohr auf einen sehr weit entfernten Gegenstand eingestellt ist, so daß die Brennpunkte beider Linsen sehr nahe zusammenfallen, richtet man das Objektiv gegen das Tageslicht. Man erblickt dann hinter dem Okular einen kleinen Lichtkreis, der das von der Okularlinse erzeugte Bild des Objektivs ist und der Ramsdensche Kreis genannt wird. Da dieser Kreis ein reelles Bild ist, so kann man ihn auf weißem, durchsichtigem Papier auffangen und seinen Durchmesser mit dem Zirkel messen. Dividiert man nun mit diesem Durchmesser in den auf demselben Maßstabe gemessenen Durchmesser des Objektivs, so ist der Quotient die Vergrößerung des Fernrohrs.

Fig. 172.



Es ist nämlich (Fig. 172), wenn D den Durchmesser des Objektivs, d den des Ramsdenschen Kreises, F und f die Brennweiten der Linsen bezeichnen, wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke Dac und dic,

$$Da : di = bc : ce,$$

oder

$$D : d = F + f : ce.$$

Der Abstand ce des Bildes von der Okularlinse ist nun nach § 201 $= \frac{(F+f)\cdot f}{F}$, indem man für a hier $F + f$ setzt und b bestimmt.

Setzt man diesen Wert für ce ein, so wird:

$$D : d = F + f : \frac{(F+f)\cdot f}{F}$$

oder

$$D : d = F : f.$$

Da nun die Vergrößerung des Fernrohrs gleich dem Quotienten aus den beiden Brennweiten ist, so ist sie hiernach auch gleich dem Quotienten aus jenen beiden Durchmessern, D und d. Die Genauigkeit dieser Bestimmung hängt von der Genauigkeit ab, womit der Durchmesser des Ramsdenschen Kreises gemessen wird.

§ 207. Die Helligkeit des Bildes. An der Stelle, wo der vorhin erwähnte kleine Lichtkreis hinter dem Okular entsteht, muß sich das Auge befinden, um das durchs Fernrohr hervorgebrachte Bild eines Gegenstandes am hellsten zu sehen, weil nur in diesem Falle sämtliche Lichtstrahlen nach ihrem Durchgange durch das Fernrohr in das Auge gelangen werden. Ist der Durchmesser dieses Kreises gleich dem unserer Pupille, so ist die größte Helligkeit des Bildes erreicht; denn wäre der Durchmesser des Kreises noch größer als der unserer Pupille, so gehen die äußeren Strahlen für das Auge verloren, und dieses empfängt dieselbe Lichtmenge wie bei der Gleichheit jener beiden Durchmesser. Hierdurch wird die Form der Einfassung des Okulars und die Öffnung des Okulardeckels bestimmt. Der Durchmesser unserer Pupille ist indessen veränderlich; er verkleinert sich bei sehr hellem Lichte und vergrößert sich im Dunkeln; für Tageslicht nimmt man ihn zu 4 Millimeter an.

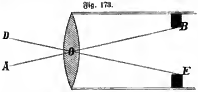
Denkt man sich zwei Fernröhre, die gleich stark vergrößern, so wird die Helligkeit der Bilder in beiden Fernröhren in demselben Verhältnis zueinander stehen wie die Lichtmengen, die auf die Oberflächen der Objekte fallen, und da diese Oberflächen sich zueinander wie die Quadrate der Durchmesser der Objektivlinsen verhalten, so ist die Helligkeit der Bilder den Quadraten dieser Durchmesser proportional. Nimmt man nun an, daß die beiden Fernröhre gleich große Objektive, aber verschiedene Vergrößerungen haben, so wird in diesem Falle die gleiche Lichtmenge einmal auf die Fläche des kleineren und das andere Mal auf die des größeren Bildes verteilt; das kleinere Bild muß also heller sein als das größere, und die Helligkeit beider Bilder muß sich verhalten umgekehrt wie die Flächen der Bilder. Diese Flächen verhalten sich wie die Quadrate der Vergrößerungszahlen, also ist die Helligkeit des Bildes dem Quadrate der Vergrößerung umgekehrt proportional. Hieraus folgt, daß bei demselben Fernrohr die Helligkeit des Bildes um so mehr abnimmt, je stärker die Vergrößerung ist, die man anwendet. Nur wenn man das Fernrohr auf einen Stern richtet, wird dieser um so heller gesehen, je stärker die Vergrößerung ist, und zwar deshalb, weil die scheinbare Größe des Sterns so außerordentlich gering ist, daß auch bei stärkster Vergrößerung sein durch das Fernrohr erzeugtes Bild nicht als Fläche,

sondern nur wieder als leuchtender Punkt erscheint, so daß die ganze durch das Objektiv eintretende Lichtmenge immer in einem Punkte vereinigt bleibt. Da die Menge der durch das Objektiv eintretenden Lichtstrahlen eine ungleich größere ist als die, die durch die Pupille des bloßen Auges tritt, so sieht man die Sterne auch in größerer Helligkeit durch das Fernrohr, und dieses ist um so vollkommener, je mehr das Bild eines Sterns einem leuchtenden Punkte ähnlich ist.

Die Helligkeit des Bildes im Fernrohr wird noch etwas dadurch beeinträchtigt, daß immer einige Strahlen, die auf die Linsen fallen, von deren Oberflächen zurückgeworfen werden und also nicht in das Auge gelangen. Aus diesem Grunde wird die Helligkeit um so mehr vermindert, je mehr Linsen zu einem Fernrohr vereinigt werden.

§ 208. Das Gesichtsfeld des Fernrohrs. Das Gesichtsfeld ist der durch das Fernrohr auf einmal zu übersehende Raum. Die Größe dieses Raumes ist abhängig von dem Winkel *BOE* (Fig. 173) zwischen den Strahlen *OB* und *OE*, die vom Mittelpunkte des Objektivs nach dem inneren Rande der ringförmigen Blendung im Brennpunkte des Okulars gehen (§ 205). Die Öffnung des Rings *BE* bestimmt zugleich die Öffnung der Okularlinse (§ 202), d. h. den Teil der Linse, auf den die Lichtstrahlen noch gelangen. Je größer demnach diese Öffnung des Okulars ist, und je näher dieses der Objektivlinse steht, desto größer ist das Gesichtsfeld. Da nun bei stärkerer Vergrößerung die Okularlinse eine größere Krümmung ihrer Flächen hat und demzufolge ihre Öffnung verkleinert werden muß, um die unregelmäßig gebrochenen Randstrahlen zu unterdrücken, so wird bei demselben Fernrohr durch eine stärkere Vergrößerung das Gesichtsfeld verkleinert.

Fig. 173.



Um die Größe des Gesichtsfeldes eines Fernrohrs zu bestimmen, richtet man das Fernrohr auf einen größeren Gegenstand und mißt dann mit dem Sextanten den Winkel, unter dem der durch das Fernrohr auf einmal zu übersehende Teil des Gegenstandes erscheint.

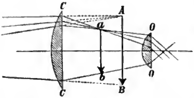
Hält man nun das, was über Vergrößerung, Helligkeit und Gesichtsfeld gesagt worden ist, zusammen, so erkennt man, daß diese Eigenschaften eines Fernrohrs sich nicht im höchsten Maße vereinigen lassen, daß vielmehr eine starke Vergrößerung eine verminderte Helligkeit und ein verkleinertes Gesichtsfeld bedingt. Man wird sich daher für den Seegebrauch verschiedener Fernröhre bedienen müssen, je nach dem Zwecke, zu dem man das Fernrohr benutzen will. Ein Nachtfernrohr muß eine größere Helligkeit und ein größeres Gesichtsfeld haben, kann also nur schwach vergrößern, während bei einem Tagfernrohr mehr Gewicht auf die Vergrößerung zu legen ist.

§ 209. Das Doppelokular. Die der Einfachheit wegen bisher angenommenen bikonvexen Linsen des Fernrohrs leiden an den in § 202 beschriebenen Mängeln. Bei den Objektivlinsen aller für den Schiffsgebrauch dienenden Fernrohre werden diese Mängel beseitigt, indem man eine achromatische Linse (§ 203) anwendet; bei den bedeutend kleineren Okularlinsen wird dies erreicht, indem man statt einer bikonvexen Linse zwei voneinander getrennte plankonvexe Linsen anwendet. Sind die konvexen Seiten beider Linsen dem Objektiv zugekehrt, so nennt man das Okular nach seinem Erfinder das Huyghensche; sind dagegen die konvexen Seiten beider Linsen einander zugekehrt, also die plane Seite

der einen Linse dem Objektiv, die andere dem Auge zugewendet, so heißt es nach dessen Erfinder das Ramsdensche Okular.

Das aus zwei plankonvexen Kronglaslinsen bestehende Huyghensche Okular (Fig. 174) ist so zusammengesetzt, daß, wenn die Brennweite der Linse *OO*, vor die man das Auge bringt, gleich 1 gesetzt wird, der Abstand beider Linsen voneinander gleich 2 und die Brennweite der Linse *CC* gleich 3 ist. Die größere und dem Objektiv zunächst stehende Linse *CC* ist so gestellt, daß sie die von der Objektivlinse kommenden Strahlen schon auffängt, ehe sie sich zu einem Bilde vereinigt haben; sie bringt also dieses Bild, das sonst in *AB* entstehen würde, näher zum Objektiv, nach *ab* hin. Man nennt diese Linse die Kollektivlinse, während die andere, *OO*, die als Lupe dient und das an ihrem Brennpunkte befindliche Bild *ab* vergrößert zeigt, das eigentliche Augenglas ist. Beide Linsen sind so geschliffen, daß durch ihre vereinigte Wirkung die sphärischen und chromatischen Abweichungen der Lichtstrahlen tunlichst verringert werden.

Fig. 174.



Obwohl die Kollektivlinse ihrer Wirkung nach zum Objektiv gehört, so ist sie doch mit dem Augenglase in eine Röhre gefaßt, die man die Okularröhre nennt.

Weitere Vorzüge dieses Okulars sind, daß es im Vergleich zu einer einfachen Okularlinse bei derselben Vergrößerung ein größeres Gesichtsfeld und dem Bilde größere Helligkeit gibt.

Das Ramsdensche Okular, bei dem die konvexen Seiten der beiden Linsen einander zugekehrt sind, wirkt als zusammengesetzte Lupe, indem das von dem Objektiv hervorgebrachte Bild vor der Kollektivlinse entsteht und in den Brennpunkt des eigentlichen Augenglases fällt. Beide Linsen sind in der Okularröhre so angeordnet, daß, wenn die Brennweite der vorderen gleich 9 gesetzt wird, die des Augenglases gleich 5 und ihr Abstand voneinander gleich 4 ist, so daß der gemeinschaftliche Brennpunkt beider Linsen, wie bei dem Huyghenschen Okular, hinter dem Okular liegt.

Beide Arten von Okularen zeigen den durch das Fernrohr betrachteten Gegenstand verkehrt. Für die Fernröhre, die man bei den an Bord gebräuchlichen Spiegelinstrumenten benutzt, wird sowohl das Huyghensche wie das Ramsdensche Okular angewendet.

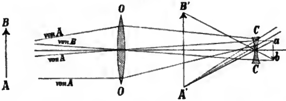
§ 210. Die Parallelfäden. Um die Fernrohrachse möglichst genau auf den zu beobachtenden Punkt richten zu können, sind im Rohre zwei einander parallele Silberfäden oder auch vier sich rechtwinklig schneidende Fäden in gleichem Abstande von der Fernrohrachse in einer Blendung aufgespannt (Fig. 175). Damit diese Fäden zugleich mit dem vom Objektiv erzeugten Bilde des durch das Fernrohr betrachteten Gegenstandes deutlich gesehen werden können, müssen sie an der Stelle, wo das Bild entsteht, angebracht sein, also bei dem Brennpunkte des eigentlichen Augenglases. Demnach findet man die Blendung, in der die Fäden aufgespannt sind, bei dem Huyghenschen Okular in der Mitte zwischen dessen beiden Linsen und bei dem Ramsdenschen Okular dicht vor der dem Objektiv zugewendeten Linse.

Fig. 175.



§ 211. **Das Galileische Fernrohr.** Dieses ist aus einer bikonvexen achromatischen Objektiv- und einer bikonkaven Okularlinse zusammengesetzt. Die konkave Okularlinse *CC* (Fig. 176) befindet sich innerhalb der Brennweite des Objektivs *OO*, so daß sie die von

Fig. 176.



diesem gebrochenen Strahlen schon vorher auffängt, ehe sie von dem Gegenstande *AB* das umgekehrte Bild *ab* erzeugen, und ist derart gestellt, daß *ab* etwas hinter dem geometrischen Brennpunkte der Hohllinse *CC* liegt. Demnach werden alle nach einem Punkte des Bildes *ab* vom Objektiv aus konvergierende Strahlen durch die Brechung in der Okularlinse divergent, und das vor ihr befindliche Auge sieht in der deutlichen Sehweite das aufrechte Bild *A'B'* (§ 200).

Die Länge des Galileischen Fernrohrs ist hiernach nahezu gleich der Differenz der Brennweiten beider Linsen, und die Vergrößerung ist wie bei dem astronomischen Fernrohr gleich dem Quotienten aus der Brennweite des Objektivs dividiert durch die des Okulars.

Weil die aus dem Okular austretenden Strahlen divergieren, so können nur die ins Auge gelangen, die von dem Teile des Objektivs kommen, der gerade der Pupille gegenüber liegt. Deshalb ist das Gesichtsfeld des Galileischen Fernrohrs nur klein und eine starke Vergrößerung, die das Gesichtsfeld noch mehr verkleinern würde, ausgeschlossen. Aus diesem Grunde genügt auch meistens eine einfache Okularlinse aus Kronglas, weil bei Hohllinsen die sphärische Abweichung unbedeutend und die chromatische um so geringer ist, je schwächer die Krümmungen der Linsenflächen sind, oder was hier dasselbe bedeutet, je geringer die Vergrößerung ist.

Die Oktanten sind meistens mit einem Galileischen Fernrohr ausgerüstet, und auch die Doppelgläser sind nach Art dieser Fernröhre zusammengesetzt. Diese Doppelgläser eignen sich deshalb besonders zu Nachtfernröhren, weil sie durch große Objektive und geringere Vergrößerung große Helligkeit gewähren und der Nachteil des kleineren Gesichtsfeldes durch den Vorteil des Sehens mit beiden Augen ausgeglichen wird.

§ 212. **Das Erdfernrohr.** Dieses ist wie das astronomische Fernrohr aus Sammellinsen zusammengesetzt, zeigt aber ein aufrechtes Bild des durch das Fernrohr betrachteten Gegenstandes. Dies wird dadurch erreicht, daß zwischen Objektiv und Doppelokular eines astronomischen Fernrohrs noch eine oder auch zwei Linsen angebracht werden, die das vom Objektiv erzeugte Bild wieder umkehren, so daß der beobachtete Gegenstand aufrecht gesehen wird.

Am meisten im Gebrauch ist das zuerst von Fraunhofer zusammengesetzte vierfache Okular, das aus vier plankonvexen Kronglaslinsen besteht, von denen die beiden dem Objektiv zunächst stehenden diesem die plane Seite zuwenden, während die beiden anderen ihre plane Seite dem Auge zukehren. Alle vier Linsen sind in der Okularröhre in bestimmten, von den Brennweiten abhängigen Abständen unverrückbar befestigt und so geschliffen, daß durch ihre Gesamtwirkung im Verein mit dem Objektiv die unregelmäßige

Brechung und Zerstreuung der Lichtstrahlen möglichst aufgehoben wird. Um dieses Fernrohr, das sich besonders als Tagfernrohr für den Schiffsgebrauch eignet, bequemer handhaben zu können, ist es aus mehreren ineinander verschiebbaren Röhren zusammengesetzt.

§ 213. Prüfung und Behandlung des Fernrohrs. Bei einem Fernrohr sollen die Linsenachsen mit der Fernrohrachse zusammenfallen. Um dies zu erkennen, richtet man das eingestellte Fernrohr auf einen leuchtenden Punkt und dreht es in fester Lage um seine Achse; verändert das Bild des leuchtenden Punktes seinen Ort im Fernrohr, so sind dessen Linsen nicht genau zentriert. Auch wenn man trotz möglichst guter Einstellung des Fernrohrs auf einen recht hellen Stern Lichtstreifen neben dem Bilde des Sterns sieht, ist das Objektiv nicht genau zentriert; ein Fehler, den nur ein Optiker berichtigen kann.

Nicht immer ist ein stärker vergrößerndes Fernrohr das bessere sondern das, wodurch ein Gegenstand schärfer und deutlicher gesehen wird. Sextantenfernröhre vergleicht man hinsichtlich ihrer Güte sehr leicht, indem man untersucht, durch welches Fernrohr man dieselbe Schrift in größerer Entfernung noch deutlich zu erkennen und zu lesen vermag.

Die Gläser müssen besonders vor Seewasser in acht genommen werden, da sonst leicht Flecken entstehen. Sind sie naß geworden, so müssen sie mit reinen und trockenen Leinwandlappen sorgsam getrocknet werden. Fettflecke auf den Gläsern putzt man mit in Spiritus oder Branntwein angefeuchteter Leinwand ab. Trockener Staub wird vermittels eines Haarpinsels beseitigt.

Bei längerem Gebrauche des Fernrohrs bilden sich zuweilen in der Objektivlinse trübe, blätterförmige Flecken, die, wenn sie in größerer Ausdehnung vorhanden sind, die Helligkeit des Bildes im Fernrohr beeinträchtigen. Diese rühren von dem Gerinnen des Lacks her, durch den die Kron- und Flintglaslinse aneinander gekittet sind. In diesem Falle muß man von einem Optiker die Linse reinigen und frisch zusammenkitten lassen.

Hat man einzelne Teile des Fernrohrs abgeschraubt, um sie zu reinigen, so drehe man bei der Wiederzusammensetzung die Schrauben zuerst ein wenig verkehrt, von rechts nach links herum, bis die Gewinde richtig ineinander fassen, und dann erst schraube man vorsichtig rechts herum. Fühlt man dabei einen Widerstand, so muß man dies Verfahren wiederholen.

Zweiter Abschnitt.

Der Nonius oder Vernier.

§ 214. Einrichtung und Gebrauch des Nonius. Der Nonius ist ein kleiner Maßstab, der mit einem größeren derart verbunden ist, daß er längs diesem hin und her bewegt werden kann. Die Teile des Nonius sind kleiner oder größer als die des größeren Maßstabs, stehen aber zu ihnen in einem bestimmten Verhältnis, so daß es möglich wird, Bruchteile der kleinsten Einheiten des größeren Maßstabs genau zu bestimmen. Um einen Nonius herzustellen, teilt man zwei gerade Linien oder Kreisbogen von gleicher Länge in eine Anzahl gleicher Teile und zwar so, daß die eine Linie einen Teil weniger enthält

als die andere. So nimmt man $(n-1)$ Teile des größeren Maßstabs zur Länge des Nonius und teilt diese Länge in n gleiche Teile; es ist dann:

$$n \text{ Noniusteile} = n - 1 \text{ Teilen}$$

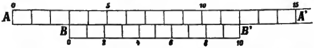
und

$$1 \text{ Noniusteil} = \frac{n-1}{n} = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \text{ Teilen}$$

des größeren Maßstabs.

Hiernach ist ein Noniusteil um $\frac{1}{n}$ kleiner als ein Teil des größeren Maßstabs. Sind z. B. (Fig. 177) 9 Teile des größeren Maßstabs AA' zur Länge des Nonius BB' genommen und in 10 gleiche Teile geteilt, so ist ein Noniusteil um $\frac{1}{10}$ kleiner als ein

Fig. 177.



Teil des größeren Maßstabs. Steht also der Nonius so, daß sein Nullstrich mit einem Teilstriche der Hauptteilung zusammenfällt, so steht der folgende erste Strich des Nonius um 0,1, der zweite Strich um 0,2, der dritte um 0,3 usw., von dem jedesmal unmittelbar folgenden Striche der Hauptteilung ab. Umgekehrt steht demnach der Nullstrich des Nonius um $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$ usw. von dem ihm unmittelbar vorangehenden Striche der Hauptteilung ab, je nachdem der erste, zweite, dritte Strich usw. des Nonius mit einem Striche der Hauptteilung zusammenfällt.

Soll z. B. (Fig. 178) die Strecke Ac gemessen werden, so ist der Nonius BB' so zu verschieben, daß sein Nullpunkt mit dem Punkte c zusammenfällt, so wie Fig. 178 es

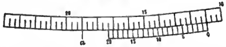
Fig. 178.



zeigt. Dann beträgt Ac 4 Teile, vermehrt um das Stück vom Teilstriche 4 bis c. Da nun der Teilstrich 7 des Nonius mit einem Striche der Hauptteilung zusammentrifft, so ist der Nullstrich des Nonius von dem Teilstriche 4 um 0,7 Teile der Hauptteilung entfernt, also ist $Ac = 4{,}7$.

2. Bei einem Oktanten findet man den Gradbogen oder Limbus in drittel Grade geteilt und 19 solcher Teile zur Länge des in 20 gleiche Teile geteilten Nonius genommen (Fig. 179). Demnach ist ein Noniusteil $= \frac{19}{20}$ eines Limbusteils und folglich um $\frac{1}{20}$ des

Fig. 179.



Limbusteils kürzer als ein solcher. Da $\frac{1}{3}° = 20'$ ist, so ist also der Unterschied zwischen einem Limbus- und einem Noniusteile $= \frac{1}{20}$ von $20' = 1'$. Mit Hilfe dieses Nonius kann man daher auf Minuten genau ablesen.

Auf dem Gradbogen findet man über den entsprechenden Strichen die Gradzahlen 0, 5, 10 usw.; die ganzen Grade sind durch längere und die drittel Grade durch kürzere Striche bezeichnet. Auf dem Nonius findet man die Zahlen 0, 5, 10, 15, 20. Dieser ist so eingerichtet, daß sein auf dem Limbus hingleitender Bogen dessen Teilung

sehr nahe berührt, und sein anderes Ende etwas dicker ist, also höher liegt, so daß die Teilstriche des Nonius von oben auf die Teilstriche des Limbus zulaufen, wodurch das Zusammentreffen zweier Striche schärfer beobachtet werden kann.

Steht nun der Nonius so, daß sein erster Teilstrich nächst dem Nullstriche mit dem ersten Striche des Limbus links von dessen Nullpunkte genau zusammentrifft, so steht der Nullpunkt des Nonius um 1 Minute vom Nullpunkte des Limbus ab; wird der Nonius so weit verschoben, daß sein zweiter Strich mit dem zweiten Striche des Limbus zusammenfällt, so ist die Entfernung beider Nullpunkte voneinander = 2 Minuten, usw. Wenn also der n^{te} Strich des Nonius mit einem Striche des Limbus zusammentrifft, so steht sein Nullpunkt um $n \cdot 1' = n'$ von dem zunächst rechts von ihm stehenden Striche des Limbus ab.

Angenommen, der Nullpunkt des Nonius stände in dem durch *a* angedeuteten Punkte in Fig. 179, und der vorletzte Strich des Nonius fiele genau mit einem Striche des Limbus zusammen, so wäre die abzulesende Entfernung beider Nullpunkte $= 18° 40' + 19' = 18° 59'$.

3. Will man einen rechts vom Nullpunkte des Limbus liegenden Bogen messen, z. B. in Fig. 180 die Entfernung beider Nullpunkte voneinander, so sieht man zunächst, daß der Bogen zwischen 0° 20′ und 40′ liegt. Wenn nun der mit der Zahl 5 bezeichnete Strich des Nonius mit einem Strich des Limbus zusammenfällt, so steht der Nullpunkt des Nonius von dem Striche *b* des Limbus um 5′ ab und von dem Striche *a* folglich um 15′. Der abzulesende Bogen ist demnach $= 0° 40' - 5' = 0° 20' + 15' = 0° 35'$. In solchem Falle ist es daher am bequemsten, vom linken Ende des Nonius aus die Anzahl der Striche zwischen dem mit der Zahl 20 bezeichneten Endstriche und dem maßgebenden Striche zu zählen, wobei dann statt der Zahl 15 die Zahl 5 und statt der Zahl 5 die Zahl 15 auf dem Nonius zu denken ist.

Fig. 180.



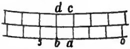
4. Ist der Limbus eines Sextanten in sechstel Grade geteilt, jeder Teil also = 10′ und findet man, daß 59 Teile die Länge des Nonius ausmachen, der selbst in 60 gleiche Teile geteilt ist, so ist jeder Noniusteil um $\frac{1}{60}$ kürzer als ein Limbusteil, also um $\frac{1}{60}$ von 10′, d. i. um 10″. Mit Hilfe dieses Nonius kann man demnach auf 10 Sekunden genau ablesen.

Bei einer Einteilung des Limbus in viertel Grade und derselben Einrichtung des Nonius wie vorher ist jeder Teil des Nonius um $\frac{1}{60}$ von 15′, also um 15 Sekunden kürzer als ein Limbusteil, so daß man damit auf 15 Sekunden genau ablesen kann.

5. Über dem Nonius des Sextanten befindet sich eine Lupe, die genaues Ablesen ermöglicht. Diese muß zunächst zum deutlichen Sehen gestellt werden, indem man sie so lange auf- und abwärts bewegt, bis man die Teilstriche scharf und deutlich erkennt. Dann führt man die Lupe seitwärts, um den Teilstrich des Nonius zu ermitteln, der mit einem Striche des Limbus genau zusammentrifft, und stellt sie so, daß dieser Strich durch die Mitte ihres Gesichtsfeldes geht.

Findet man, daß kein Teilstrich des Nonius genau mit einem Teilstrich des Limbus zusammenfällt, so werden zwei aufeinanderfolgende Striche des Nonius, wie die in Fig. 181 mit *a* und *b* bezeichneten, zwischen zwei benachbarten Strichen, *c* und *d*, des Limbus liegen. In solchem Falle legt man zu der Ablesung, die der Strich *a*, wenn er genau mit dem Striche *c* zusammenfiele, ergeben würde, die Hälfte von der Anzahl Sekunden zu, um die der Noniusteil kürzer als der Limbusteil ist, bei einer Ablesung auf 10 Sekunden genau also 5 Sekunden.

Fig. 181.



6. Um einen bestimmten Strich des Nonius auf einen bestimmten Strich des Limbus einzustellen, verschiebt man den Nonius so, daß zunächst beide Striche zusammenfallen, und berichtigt dann diese erste Einstellung dadurch, daß man durch leise Bewegung des Nonius die Abstände gleich macht, die die beiden, dem eingestellten Striche des Nonius benachbarten Striche von den ihnen zunächst stehenden Strichen des Limbus haben, daß also in Fig. 182 der Abstand $a = c$ wird. Um auch den Null- und Endstrich des Nonius auf diese Weise scharf einstellen zu können, ist die Teilung noch um einige Striche weiter an beiden Enden des Nonius fortgesetzt.

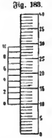
Fig. 182.



7. Man kann auch $(n + 1)$ Teile des größeren Maßstabs zur Länge des Nonius nehmen und diesen ebenfalls in n gleiche Teile teilen. Dann ist ein Noniusteil $= \left(1 + \frac{1}{n}\right)$ Teilen des größeren Maßstabs und um $\frac{1}{n}$ größer als ein Teil dieses Maßstabs. In diesem Falle ist aber, wenn die Hauptteilung von rechts nach links fortschreitet, der Nonius von links nach rechts zu beziffern. Man nennt diesen Nonius einen **nachtragenden**, während der zuerst beschriebene ein **vortragender** Nonius genannt wird.

8. Häufig findet man auch den Nonius derart eingerichtet, daß $(2n - 1)$ Teile des Maßstabs zur Länge des Nonius genommen sind, und dieser in n gleiche Teile geteilt ist. Man nennt diesen Nonius **überspringend**. Es ist dann ein Noniusteil $= \left(2 - \frac{1}{n}\right)$ Teilen des Maßstabs, also jeder Noniusteil um $\frac{1}{n}$ des Teils vom Maßstabe kleiner als zwei Teile dieses Maßstabs. Ist z. B. (Fig. 183) der Maßstab in Millimeter geteilt, und sind 19 mm zur Länge des Nonius genommen, der in 10 gleiche Teile geteilt ist, so ist jeder Noniusteil um 0,1 mm kürzer als 2 mm. Wenn demnach der Nullstrich des Nonius mit dem 10 mm Striche zusammenfällt, wie in Fig. 183, so stehen der erste, zweite, dritte, neunte Noniusstrich um $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{9}{10}$ mm unterhalb des 12., 14., 16., 28ten Millimeterstrichs des Maßstabs. Fällt also bei einer Ablesung z. B. der 7. Strich des Nonius mit einem Striche des Maßstabs zusammen, so steht der Nullpunkt von dem ihm unterhalb am nächsten stehenden Striche des Maßstabs um 0,7 mm ab.

Fig. 183.



§ 215. Prüfung des Nonius. Zur genauen Ablesung ist es notwendig, daß der Nonius bei seiner Bewegung überall sehr nahe die Hauptteilung berührt und bei Sextanten und Oktanten konzentrisch zum Gradbogen ist.

Um die richtige Länge des Nonius zu prüfen, stellt man seinen Nullstrich nacheinander auf verschiedene Teilstriche der Hauptteilung scharf ein und sieht jedesmal zu, ob auch der Endstrich des Nonius genau mit dem entsprechenden Striche der Hauptteilung zusammenfällt. Findet man bei dieser Untersuchung stets dieselbe Abweichung, so ist der Nonius falsch, unregelmäßige Abweichungen dagegen zeigen eine fehlerhafte Hauptteilung an.

Die Gleichmäßigkeit der Noniusteilung prüft man, indem man nacheinander jeden einzelnen Strich des Nonius auf denselben Strich der Hauptteilung einstellt, und dabei beobachtet, ob stets die beiden benachbarten Striche des Nonius gleichen Abstand von den ihnen zunächst liegenden Strichen der Hauptteilung haben.

Bei der heutigen Vollkommenheit der Teilmaschinen wird man indessen nur selten noch auf Teilungsfehler treffen, die auf die angegebene Weise entdeckt werden können.

Anmerkung. Die erste Einrichtung eines Maßstabs zum Messen kleiner Bogenteile wurde von Pedro Nunez (Petrus Nonius, † 1577) angegeben. Der Niederländer Vernier oder Werner († 1637) erfand den beweglichen Läufer zu diesem Maßstabe.

Dritter Abschnitt.

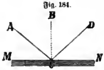
Der Spiegelsextant und Oktant.

Einleitung.

§ 216. Einige Sätze aus der Spiegellehre. Der von John Hadley erfundene Spiegelsextant sowie der Oktant dienen zur Messung von Winkeln. Um die Einrichtung dieser Instrumente zu verstehen, hat man die Kenntnis folgender Sätze aus der Spiegellehre nötig.

1. Wenn ein Lichtstrahl *AC* (Fig. 184) auf eine spiegelnde Fläche *MN* fällt, so wird er von ihr so zurückgeworfen (reflektiert), daß er vor und nach der Spiegelung mit dem Einfallslote *BC* (§ 196) einen gleichen Winkel bildet, so daß also der Winkel *ACB*, den der einfallende Strahl mit der Senkrechten *BC* bildet, dem Winkel *BCD*, den der ausfallende Strahl *DC* mit *BC* einschließt, gleich ist; die Winkel *ACM* und *DCN* sind als Komplementwinkel zu gleichen Winkeln ebenfalls gleich, wenn die spiegelnde Fläche *MN* eine Ebene ist. Ferner liegen der einfallende wie der zurückgeworfene Strahl und das Einfallslot stets in derselben Ebene.

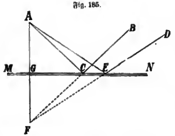
Fig. 184.



2. Das Spiegelbild eines Gegenstandes erscheint ebensoweit hinter der Spiegelebene als der Gegenstand vor dem Spiegel sich befindet.

Es sei *MN* (Fig. 185) der Durchschnitt eines ebenen Spiegels, senkrecht zu dessen spiegelnden Fläche, *A* der Gegenstand vor ihm, *AC* und *AE* seien Lichtstrahlen, die von *A* auf den Spiegel fallen, so werden diese nach 1. derart zurückgeworfen, daß Winkel *ACM* = *BCN* und *AEM* = *DEN* wird. Gelangen nun die zurückgeworfenen Strahlen *BC* und *DE* ins Auge, so erscheint es, als ob sie von dem hinter dem Spiegel befindlichen Punkte *F* kommen, in dem diese und alle von *A* auf den Spiegel fallenden Strahlen nach ihrer Spiegelung sich schneiden. Im Punkte *F* erscheint also das Spiegelbild von *A*. Nun sind die Dreiecke *ACE* und *FCE* aus Gleichheit der Seite *CE* und der an ihr liegenden Winkel einander kongruent, folglich *AC* = *FC*; zieht man *AF*, so sind die Dreiecke *ACG* und *FCG* aus Gleichheit zweier Seiten und des von ihnen eingeschlossenen Winkels kongruent, mithin *AG* = *GF* und Winkel *AGC* = *FGC*; da aber diese Winkel Nebenwinkel sind, jeder von ihnen also ein Rechter ist, so sind *AG* und *GF* die Abstände der Punkte *A* und *F* von der Spiegelebene *MN*.

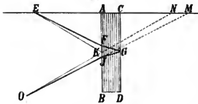
Fig. 185.



3. Ein plan geschliffener Glasspiegel, dessen vordere Fläche der mit Quecksilber belegten Rückseite parallel ist, gibt von nahen Gegenständen zwei Bilder.

Ist nämlich (Fig. 186) *ABDC* ein durch die belegte und unbelegte Fläche des Spiegels senkrecht gehender Durchschnitt, *E* ein Gegenstand, der von *O* aus im Spiegel gesehen wird, so ist der Weg eines von der belegten Fläche *CD* nach *O* zurückgeworfenen Strahls die gebrochene Linie *EFGJO*. Da dieser Strahl in der Richtung *JO* ins Auge gelangt, so sieht man von *O* aus das Spiegelbild von *E* in *M*. Es werden aber auch von der unbelegten vorderen Spiegelfläche *AB* Strahlen zurückgeworfen, und stellt *EK* einen solchen Strahl dar, der in der Richtung *KO* ins Auge gelangt, so sieht man auch in *N* ein Spiegelbild des Gegenstandes *E*, das aber viel lichtschwächer ist als das von der belegten Fläche *CD* erzeugte Bild.

Fig. 186.



Der Abstand *NM* der beiden Bilder voneinander bleibt ersichtlich derselbe, solange der Winkel *AFE*, unter dem der Strahl *EF* den Spiegel trifft, unveränderlich bleibt, und daher muß der Winkel *NOM*, unter dem man von *O* aus diesen Abstand *NM* sieht, um so kleiner werden, je größer *OM* wird, je weiter also der Gegenstand *E* vom Spiegel entfernt ist. Bei einer Entfernung, gegen die die Dicke des Spiegels verschwindend klein ist, fallen beide Bilder zusammen.

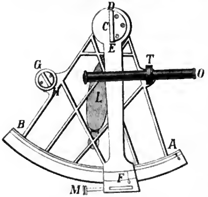
Die von beiden Spiegelflächen erzeugten Bilder eines nahen Gegenstandes dagegen fallen nur dann zusammen, wenn die vom Gegenstande kommenden Strahlen die Spiegelflächen senkrecht treffen; und der Winkelabstand der beiden Bilder, nämlich Winkel *NOM*, ist bei gleicher Entfernung des Gegenstandes am größten, wenn der Winkel, den der Strahl *EF* mit dem in *F* auf *AB* errichteten Einfallslote bildet, etwa 49° beträgt.

Die vollkommensten ebenen Spiegel sind die Metallspiegel; weil diese aber auf See durch den Einfluß der Feuchtigkeit leicht blind werden, so wendet man bei Sextanten und Oktanten nur Glasspiegel an, die vollkommen planparallel (§ 196) geschliffen sein müssen.

I. Der Sextant und Oktant.

§ 217. Beschreibung des Sextanten. Zwei Halbmesser, *AC* und *BC* (Fig. 187) eines Kreisausschnitts sind durch mehrere Streben und durch den zugehörigen Kreisbogen *AB* fest miteinander verbunden. Dieser Bogen ist mit einer Gradteilung versehen und hat beim Oktanten eine Länge von 45 Grad (⅛ des Kreisumfangs) und beim Sextanten von 60 Grad (⅙ des Umfangs). Die Gradteilung, zu der *C* als Mittelpunkt gehört, ist bei Sextanten auf einem Streifen von Silber, bei Oktanten gewöhnlich auf einem Streifen von Elfenbein ausgeführt, der in den Bogen *AB* eingelegt ist und **Limbus** genannt wird. Um den Mittelpunkt *C* ist eine Schiene *CF*, **Alhidade** genannt, drehbar, die bei *C* einen Planspiegel *DE* und bei *F* einen Nonius trägt. Der Spiegel, der als der **große Spiegel** bezeichnet wird, steht senkrecht zur

Fig. 187.



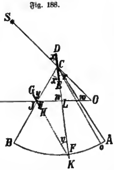
Ebene *ABC*, der sogenannten **Instrumentsebene**, und seine spiegelnde Fläche trifft den Mittelpunkt *C*. Durch Drehung der Alhidade *CF* kommt der große Spiegel in verschiedene Stellungen, während gleichzeitig der Nonius bei *F* mit dem auf ihm angebrachten Nullpunkte, der **Index** heißt, auf dem Limbus hin und her gleitet. Mittels einer Schraube kann die Alhidade an den Limbus festgeklemmt und dann durch eine zweite Schraube *M* langsam und gleichmäßig um etwa 2 Grad vorwärts und rückwärts bewegt werden, je nachdem man rechts oder links herumschraubt. Die erste Schraube heißt **Klemmschraube**, die zweite **Feinschraube**.

Ein zweiter, kleinerer Planspiegel, *GH*, ist auf dem Halbmesser *BC* ebenfalls senkrecht zur Instrumentsebene *ABC* so befestigt, daß er parallel zum großen Spiegel steht, wenn der Index der Alhidade auf dem Nullpunkte der Gradteilung steht. Von diesem kleinen Spiegel, der der **kleine** oder **Kimmspiegel** genannt wird, ist die obere Hälfte nicht belegt sondern durchsichtig, so daß von einem Gegenstande kommende Strahlen durch diesen unbelegten Teil des kleinen Spiegels in das bei *O* angebrachte Fernrohr und ins Auge des Beobachters gelangen können. Das Fernrohr, das 6 bis 10 Mal vergrößert, wird in den Träger *T* eingeschraubt, der senkrecht zur Instrumentsebene durch eine auf der Rückseite befindliche Schraube auf und nieder bewegt werden kann, wobei die optische Achse des in seinen Träger geschraubten Fernrohrs parallel zur Ebene des Sextanten bleiben soll. Bei Oktanten sind statt des Fernrohrs oft nur eine oder zwei kleine Sehöffnungen in einer runden Metallplatte. Zwischen beiden Spiegeln und vor dem kleinen Spiegel befinden sich farbige Gläser, die planparallel geschliffen sein müssen und bei Sonnen- und Mondbeobachtungen vor die Spiegel gelegt werden können, um grelles Licht zu dämpfen. Eine über dem Nonius des Sextanten angebrachte verstellbare Lupe ermöglicht ein genaues Ablesen der Teilung.

Die Sextanten werden aus Metall verfertigt, während die Oktanten meistens aus Ebenholz hergestellt werden. Das Instrument soll nicht schwer, aber stark gebaut sein, so daß die Fläche *ABC* in allen Lagen des Instruments eine Ebene bleibt. Auf der Rückseite des Instruments befindet sich ein Handgriff *L* zum Anfassen.

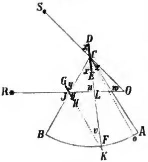
§ 218. Winkelmessung. Es sei der Winkel zwischen zwei hellen Sternen *R* und *S* (Fig. 188) zu messen. Man nehme den Sextanten an dem Handgriffe in die rechte Hand und halte ihn, die Spiegel nach oben, so, daß seine Ebene *ABC* parallel zu der Ebene ist, die durch die beiden Sterne und das Auge gedacht und als **Beobachtungsebene** bezeichnet wird. Stehen die Sterne in demselben Vertikalkreise, so ist also auch der Sextant vertikal zu halten, horizontal dagegen, wenn beide Sterne nahe am Horizonte stehen, und geneigt bei anderem Stande der Sterne. Man sieht dann durch die Öffnung des Fernrohrträgers und durch den unbelegten Teil des kleinen Spiegels nach dem links stehenden Sterne *R* und schiebt mit der linken Hand die Alhidade, deren Klemmschraube gelöst wird, von *A* langsam vorwärts nach *B* zu, bis man das von beiden Spiegeln zurückgeworfene Bild des Sterns *S* beim Sterne *R* erblickt. Es wird nämlich der von *S* auf den großen Spiegel fallende Lichtstrahl *SC* von diesem Spiegel unter gleichem Winkel zurückgeworfen, gelangt

Fig. 188.



dadurch in der Richtung CJ auf den belegten Teil des kleinen Spiegels und wird von diesem in der Richtung JO ins Auge des Beobachters geworfen, so daß man den Stern S in derselben Richtung OJ sieht, in der der Stern R unmittelbar gesehen wird. Nun setzt man die Klemmschraube fest, schraubt das zum scharfen Sehen eingestellte Fernrohr (§ 205) in seinen Träger, dreht die Okularröhre so, daß ein Paar der Fäden im Fernrohr parallel zur Sextantenebene ist, und sieht dann durch das Fernrohr nach dem Sterne R. Hält man dabei den Sextanten in der Beobachtungsebene, so erblickt man auch das Bild des Sterns S im Fernrohr, dem durch Auf- oder Niederschrauben des Fernrohrträgers dieselbe Helligkeit, wie der Stern R sie hat, verliehen wird. Je näher nämlich das Fernrohr an den Sextanten herangeschraubt wird, um so mehr Strahlen fallen vom belegten Teile des kleinen Spiegels in das Fernrohr, desto heller wird also das Spiegelbild des Sterns S, während die Helligkeit des unmittelbar gesehenen Sterns R vermindert wird, weil diesem der kleinere Teil des Objektivs zugekehrt ist, also auch weniger Strahlen von ihm ins Auge gelangen können. Schraubt man dagegen das Fernrohr weiter ab vom Sextanten, so findet natürlich das Umgekehrte statt: Das Spiegelbild wird schwächer, während der unmittelbar gesehene Stern um so heller erscheint.

Fig. 188.



Nachdem beide Bilder gleich hell gemacht sind, bringt man durch Drehung der Feinschraube das Spiegelbild des Sterns S mit dem Sterne R zur Deckung, so daß man nur einen Stern zu sehen glaubt und dieser in der Mitte der Fernrohrfäden erscheint. Dann liest man mittels des Nonius den Stand des Inderstrichs auf der Gradteilung ab, wobei man die Lupe in die deutliche Sehweite zu stellen hat und den Sextanten so hält, daß man den kleinen Spiegel links, den Fernrohrträger rechts von sich hat und Limbus wie Nonius möglichst günstig beleuchtet sind. Diese Ablesung gibt die Größe des eingestellten Winkels unter der Voraussetzung, daß beide Spiegel einander parallel sind, wenn der Inderstrich auf dem Nullpunkte der Teilung steht. Der Winkel ist jedoch doppelt so groß als der Bogen, um den die Alhidade vom Nullpunkte der Teilung ab vorwärts bewegt wurde. Es sind nämlich die mit x bezeichneten Winkel (Fig. 188) einander gleich, die beiden an der vorderen Fläche des großen Spiegels befindlichen nach § 216. 1) und der hinter dem Spiegel liegende als Scheitelwinkel zu SCD; ferner sind nach § 216. 1) die beiden mit y bezeichneten Winkel, die von dem auf den belegten Teil des kleinen Spiegels fallenden Strahle und der Spiegelebene, sowie von dieser und dem zurückgeworfenen Strahle gebildet werden, einander gleich. Bezeichnet v den Winkel, den die Ebenen der beiden Spiegel miteinander bilden, so ist der obere Winkel y als Außenwinkel am Dreieck CKJ

$$= x + v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1).$$

Es ist Winkel n Außenwinkel am Dreieck OCL und auch am Dreieck JKL,

also $\angle n = x + w = y + v$,

mithin ist $\angle x + w = y + v$; für $\angle y$ den Wert

aus 1) gesetzt, $\angle x + w = x + v + v$,

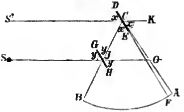
folglich $\angle w = 2v$.

Da nun Winkel v angibt, um wieviel der große Spiegel vermittels der Alhidade vom Nullpunkte ab gedreht ist, und diese Drehung durch den Bogen OF gemessen wird, so ist der gemessene Winkel w gleich dem doppelten Bogen vom Nullpunkte der Teilung bis zum Stande der Alhidade in F. Um nicht jedesmal den abgelesenen Bogen verdoppeln zu müssen, sind die halben Grade der Teilung als ganze bezeichnet, so daß der Limbus des Sextanten anscheinend 120 und der des Oktanten 90 Grad enthält. Gewöhnlich sind die Limbusgrade der Sextanten in sechs gleiche Teile geteilt, so daß jeder Teil gleich 10 Minuten zu rechnen ist, während der Limbus der Oktanten meistens in halbe oder drittel Grade eingeteilt wird. Die Nonien der meisten Sextanten ermöglichen eine Ablesung auf 10 Sekunden genau, während man bei Oktanten auf ganze und halbe Minuten genau ablesen kann (§ 214).

Man kann auch beim Beobachten den Sextanten so halten, daß die Spiegel nach unten gekehrt sind. Dann muß man aber, wie leicht erklärlich ist, nach dem rechts gelegenen Gegenstande sehen und mit diesem das Spiegelbild des links befindlichen Gegenstandes durch Bewegung der Alhidade zur Deckung bringen. Jedoch ist diese Haltung des Instruments unbequem, wodurch die Genauigkeit der Beobachtung beeinträchtigt wird. Nur bei Messung von Monddistanzen ist man zuweilen gezwungen, das Instrument umgekehrt zu halten, um den Bildern der beiden zu beobachtenden Gestirne gleiche Helligkeit verleihen zu können.

§ 219. Der Nullpunkt für die Winkelmessung. Der Nullpunkt der Teilung sollte, so war bisher angenommen, mit dem Indexstriche des Nonius zusammenfallen, wenn die Ebenen der beiden Spiegel miteinander parallel gestellt sind, ihr Neigungswinkel zueinander also gleich Null ist. In der Regel trifft dies nicht zu, und selbst wenn es auch der Fall wäre, so ist doch kurz vor oder nach jeder Winkelmessung die Lage des Nullpunkts zu bestimmen. Denn abgesehen von Stößen, vor denen man das Instrument sorgsam in acht zu nehmen hat, können schon Änderungen der Temperatur eine Verschiebung des Nullpunkts für die Winkelmessung herbeiführen.

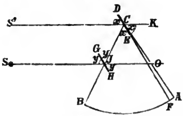
Fig. 189.



Richtet man das in seinen Träger eingeschraubte Fernrohr auf einen hellen Stern S (Fig. 189), so wird ein Strahl dieses Sterns durch den unbelegten Teil des kleinen Spiegels GH in der Richtung SJO ins Auge des Beobachters gelangen. Ein anderer Strahl wird auf den großen Spiegel DE fallen, und da gegen die Entfernung des Sterns der Abstand beider Spiegel voneinander gleich Null ist, so wird dieser Strahl die mit SJ parallele Richtung $S'C$ haben. Der Strahl $S'C$ wird, nachdem er zunächst vom großen auf den kleinen Spiegel geworfen ist, von diesem in das bei O befindliche Auge des Beobachters zurückgeworfen. Bewegt man nun die Alhidade so weit, daß das Spiegelbild des Sterns mit dem Sterne selber in Deckung gesehen wird, so sind bei diesem Stande der Alhidade die beiden Spiegel einander parallel. Denn da der zweimal zurückgeworfene Strahl $S'C$ in der Richtung JO ins Auge gelangt, in der man den Stern selbst sieht, so ist $\angle OJH = \angle SJG$ als Scheitelwinkel; es ist aber auch $\angle OJH = \angle CJG$ (§ 216. 1), also sind die drei mit y bezeichneten Winkel einander gleich und folglich $\angle SJC = 2y$.

Ferner sind die drei mit x bezeichneten Winkel einander gleich aus denselben Gründen,

Fig. 189.



folglich $\angle JCK = 2x$.
Da $SJ \parallel S'K$ ist, so ist $\angle SJC = JCK$,
also $2y = 2x$
und $y = x$;
mithin ist $\angle GJC = JCE$, und
da dies Wechselwinkel sind, so ist
$GH \parallel DE$.

Demnach stehen die beiden Spiegel miteinander parallel, wenn man die Bilder eines weit entfernten Gegenstandes in Deckung sieht, und die Ablesung dieses Standes der Alhidade ergibt, um wieviel der Nullpunkt der Teilung von dem Inder des Nonius absteht. Diese Abweichung beider Nullpunkte voneinander bei paralleler Spiegelstellung heißt die **Inderkorrektion** des Sextanten oder des Oktanten.

§ 220. Bezeichnung der Inderkorrektion. Nach Vorangehendem ist Inderkorrektion der Bogen, um den bei paralleler Stellung der Spiegel der Inder des Nonius links oder rechts vom Nullpunkte des Limbus steht. Im ersten Falle, wenn der Inder links steht, wird nach Einstellung eines Winkels die Ablesung um den Betrag der Inderkorrektion zu groß; diese ist also abzuziehen und daher durch — (minus) zu bezeichnen. Steht aber der Inder rechts vom Nullpunkte des Limbus bei paralleler Spiegelstellung, so ist die Ablesung jedes gemessenen Winkels zu klein, die Inderkorrektion muß folglich zur Ablesung zugelegt werden und ist daher mit + (plus) zu bezeichnen.

§ 221. Bestimmung der Inderkorrektion. 1. **An einem Stern.** Man hält den Sextanten oder Oktanten in bequemer Lage und sieht nach einem hellen Sterne, bewegt dann die Alhidade in der Nähe des Nullpunkts so lange hin und her, bis man das Spiegelbild des Sterns mit diesem selbst genau in Deckung sieht. Die Ablesung ergibt dann die Inderkorrektion. Hat der kleine Spiegel eine auch nur geringe Neigung zur Instrumentsebene, so läßt sich die Deckung der Bilder nicht herbeiführen. In diesem Falle hat man die Alhidade so zu stellen, daß die Verbindungslinie des Spiegelbildes mit dem Sterne selbst rechtwinklig zur Ebene des Instruments steht. Bei vertikaler Haltung des Sextanten müssen also die beiden Bilder in horizontaler Linie nebeneinander, bei horizontaler Haltung dagegen gerade übereinander stehen. Es läßt sich diese Stellung der Bilder sogar noch genauer beobachten als ihre Deckung, doch darf der Abstand beider Bilder, also die Neigung des kleinen Spiegels gegen die senkrechte Stellung nicht zu groß sein.

2. **An der Sonne.** Um das zu helle Sonnenlicht abzublenden, schraube man das zum Fernrohr gehörige Blendglas auf die Okularröhre. Indem man dann nach der Sonne sieht, könnte man ebenfalls wie beim Sterne durch die Deckung des Spiegelbildes der Sonne mit dieser selbst die Inderkorrektion bestimmen. Genauer aber erhält man sie auf folgende Weise. Steht die Sonne hoch, so bringt man bei vertikaler Haltung des Sextanten durch entsprechende Bewegung der Alhidade nacheinander den Ober- und den Unterrand des Spiegelbildes mit der Sonne selbst in genaue äußere Berührung und lese jede Einstellung ab. Fig. 190 veranschaulicht diese beiden Stellungen der Sonnenbilder, indem der ausgezogene Kreis die Sonne selbst und die punktierten Kreise ihr Spiegelbild bezeichnen. Die Ablesung bezeichnet man mit + oder —, je nachdem

Fig. 190.



der Inder rechts oder links vom Nullpunkte des Limbus steht. Nimmt man dann die halbe algebraische Summe beider Ablesungen, so hat man die Inderkorrektion, die natürlich das Zeichen der größeren Ablesung erhält. Die halbe algebraische Differenz beider Ablesungen ergibt bei senkrechter Spiegelstellung den Durchmesser der Sonne, dessen Hälfte mit dem im nautischen Jahrbuche angegebenen Halbmesser der Sonne am Beobachtungstage übereinstimmen wird, wenn die Beobachtung genau ausgeführt ist und man von unvermeidlichen kleinen Beobachtungsfehlern absieht. Bei niedrigem Stande der Sonne, wo ihr vertikaler Durchmesser eine veränderliche Größe ist, hält man den Sextanten horizontal und beobachtet die Berührung der Seitenränder in derselben Weise.

Beispiel 1.	Erste Ablesung	$= + 30' 20''$
	Zweite Ablesung	$= - 34' 10''$
	Algebraische Summe	$= - \ 3' 50''$
	Inderkorrektion	$= - \ 1' 55''$.
Beispiel 2.	Erste Ablesung	$= - \ 1' 40''$
	Zweite Ablesung	$= - 1° 5' \ 0''$
	Algebraische Summe	$= - 1° 6' 40''$
	Inderkorrektion	$= - \ 33' 20''$.

Auf dieselbe Weise kann am Monde die Inderkorrektion des Instruments bestimmt werden.

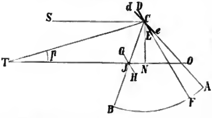
3. An der Kimm. Man bringt bei vertikaler Haltung des Oktanten das Spiegelbild der Kimm mit dieser selbst zur Deckung und liest ab.

Ebenso bestimmt man die Inderkorrektion an irdischen Gegenständen, nur muß man bei vertikal laufenden Kanten oder Linien das Instrument horizontal halten, um bei etwa vorhandener Neigung des kleinen Spiegels die Deckung beider Bilder bewerkstelligen zu können. Die Gegenstände müssen aber, wie sogleich gezeigt werden soll, mindestens drei Seemeilen vom Beobachter entfernt sein, andernfalls wird die Inderkorrektion ungenau.

Bei den meisten Sextanten und Oktanten befindet sich an der Rückseite des kleinen Spiegels in dessen Einfassung eine Schraube, womit der Spiegel um seine zur Ebene des Instruments senkrechte Achse gedreht, und folglich die Inderkorrektion auf Null gebracht werden kann. Es ist aber nicht ratsam, dies oft zu tun, da dadurch leicht der Spiegel wandelbar und folglich genaues Beobachten unmöglich wird.

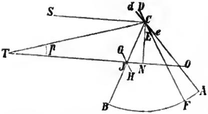
§ 222. Winkelmessung zwischen nahen Gegenständen. Es seien (Fig. 191) die beiden Spiegel *DE* und *GH* einander parallel gestellt, so daß wegen der Parallelität der Strahlen, die von einem weit entfernten Gegenstande nach dem großen und kleinen Spiegel gelangen, das Spiegelbild dieses Gegenstandes mit diesem selbst in Deckung gesehen wird. Wenn nun aber der Gegenstand *T* so nahe ist, daß die Strahlen *TJ* und *TC* nicht mehr als parallel angenommen werden dürfen, vielmehr den Winkel *p* einschließen, so wird das Spiegelbild des Gegenstandes *T* nicht mit diesem selbst in Deckung gesehen, trotzdem die Spiegel einander parallel stehen. Denn wenn *SC* ∥ *TJ* ist, also die Winkel *SCD* und *JCE* einander gleich sind, so ist Winkel *TCD* größer als *SCD*, folglich *CJ* nicht die

Fig. 191.



Richtung des von dem großen auf den kleinen Spiegel geworfenen Strahls. Damit CJ dies werde, ist der große Spiegel durch Rückwärtsbewegen der Alhidade nach A hin in die Lage de zu bringen, so daß die Winkel TCd und JCe einander gleich werden, in welchem Falle der vom großen Spiegel zurückgeworfene Strahl CJ vom kleinen Spiegel in die Richtung JO geworfen wird, in der man den Gegenstand T sieht. Wenn also das Spiegelbild eines nahen Gegenstandes mit diesem selbst in Deckung gesehen wird, so stehen die Spiegel nicht miteinander parallel, und die am nahen Gegenstande bestimmte Inderkorrektion ist um den Winkel p fehlerhaft, der das Doppelte des Winkels ECe, der Neigung beider Spiegel gegeneinander ist. Der Winkel p heißt die Spiegelparallaxe.

Fig. 191.



Denkt man sich vom Drehungspunkte C des großen Spiegels die Senkrechte CN auf die Gesichtslinie OT gefällt, so erhält man aus dem bei N rechtwinkligen Dreieck CNT die Gleichung

$$\sin p = \frac{CN}{CT}$$

und da p nur klein ist, $$p \cdot \sin 1'' = \frac{CN}{CT},$$

also $$p'' = \frac{CN}{CT \cdot \sin 1''}.$$

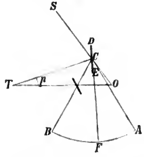
Es ist $$\sin 1'' = \frac{1}{206265} \quad . \quad . \quad . \quad (\S\ 10),$$

also $$p'' = 206265 \cdot \frac{CN}{CT}.$$

Hiernach ist die Parallaxe p hauptsächlich von der Entfernung des Gegenstandes abhängig; je größer diese ist, desto kleiner wird der Winkel p.

Um zu erfahren, wie weit der Gegenstand entfernt sein muß, damit die an ihm beobachtete Inderkorrektion nicht über 2 Sekunden falsch werde, hat man aus voriger Gleichung die Entfernung CT zu bestimmen. Nimmt man CN, den Abstand der Mitte des großen Spiegels von der Gesichtslinie zu 5 cm an und setzt $p = 2''$, so ergibt sich

Fig. 192.



$$CT = \frac{206265 \cdot 5}{2}\ \text{cm},$$

$$= 5156{,}6\ \text{m} = 2{,}8\ \text{Seemeilen}.$$

Da bei 3 Meter Augeshöhe die Kimm 3,6 Seemeilen vom Beobachter entfernt ist, so wird die an der Kimm beobachtete Inderkorrektion um weniger als 2 Sekunden fehlerhaft sein, ein Fehler, der im Vergleich zur Genauigkeit der Ablesung nicht in Betracht kommt.

Wenn nun der Winkel zwischen zwei irdischen Gegenständen T und S (Fig. 192) gemessen wird, von denen der unmittelbar gesehene, hier T, dem Beobachter nahe genug ist, um die Spiegel-

parallaxe nicht vernachlässigen zu dürfen, so liest man nach Einstellung dieses Winkels den Winkel *SOT* ab. Es ist aber der Drehpunkt *C* der Alhidade, oder die Mitte des großen Spiegels der Scheitelpunkt aller mit dem Sextanten zu beobachtenden Winkel, und um daher den Winkel *SCT* zu erhalten, der Außenwinkel am Dreieck *CTO* ist, hat man die Gleichung $\angle SCT = SOT + p$.

Hiernach müßte man also die Parallaxe p zur Ablesung zulegen, um den gemessenen Winkel zu erhalten. Aber man umgeht die Anwendung der Parallaxe p, indem man stets die am unmittelbar gesehenen Gegenstande bestimmte Indexkorrektion in Rechnung bringt. Denn in diesem Falle ist sowohl der gemessene Winkel wie auch die Indexkorrektion mit derselben Parallaxe behaftet, so daß diese durch die Verbindung jener beiden Größen beseitigt wird.

Auf die Entfernung des durch Spiegelung gesehenen Gegenstandes kommt es hierbei nicht an.

§ 223. Den Abstand der Fernrohrfäden voneinander zu bestimmen. Wenn das Fernrohr auf einen weit entfernten Gegenstand zum deutlichen Sehen eingestellt ist, befinden sich die beim Brennpunkte der Okularlinse angebrachten Parallelfäden im Brennpunkte der Objektivlinse (§ 210). Denkt man sich dann vom Mittelpunkte des Objektivs nach den Mitten zweier miteinander parallelen Fäden gerade Linien gezogen, so heißt der von diesen Linien gebildete Winkel die Fadenweite.

Die Größe dieses Winkels kann bei der Untersuchung der Fernrohrstellung in Frage kommen und wird auf folgende Weise erhalten. Man drehe die Okularröhre des in seinen Träger geschraubten Fernrohrs so, daß ein Paar der Fäden rechtwinklig zur Ebene des Sextanten steht, ohne dabei die Einstellung des Fernrohrs zu ändern. Nachdem man dann an einem Gegenstande, z. B. an der Kimm, die Indexkorrektion bestimmt hat, hält man den Sextanten so, daß die beiden in Deckung gesehenen Bilder der Kimm mit einem Faden zusammenfallen, und schraubt nun die Feinschraube so, daß das Spiegelbild der Kimm mit dem anderen Faden in Deckung gesehen wird. Liest man diese Einstellung ab und gibt der Ablesung das Zeichen + oder −, je nachdem der Index rechts oder links vom Limbus-Nullpunkte steht, so ist die algebraische Differenz dieser Ablesung und der Indexkorrektion die Fadenweite.

Es sei z. B. die Ablesung	=	−1° 50′ 10″
und die Indexkorrektion	=	+ 5′ 30″,
so ist die Fadenweite	=	1° 55′ 40″,
oder in Minuten	=	115′,7.

Man kann auch folgendermaßen verfahren. Indem man den Sextanten vertikal so hält, daß die Kimm mit einem Faden in Deckung ist, bringt man vermittels der Feinschraube das Spiegelbild der Kimm mit dem anderen Faden in Deckung und liest diese Einstellung ab. Dann vertauscht man die Bilder in bezug auf die Fäden, indem man durch passende Bewegung des Sextanten die Kimm mit dem Faden in Deckung hält, unter dem erst das Spiegelbild der Kimm war, und durch Drehung der Feinschraube das Spiegelbild jetzt hinter den anderen Faden bringt. Die halbe algebraische Differenz beider Ablesungen gibt in diesem Falle die Fadenweite.

Es sei z. B. die erste Ablesung	=	−1° 50′ 10″
und die zweite Ablesung	=	+2° 1′ 10″.
Algebraische Differenz	=	3° 51′ 20″
Fadenweite	=	1° 55′ 40″
	=	115′,7.

II. Prüfung und Berichtigung des Sextanten.

§ 224. **Durchbiegung des Sextanten.** Bei leicht gebauten Sextanten kann es vorkommen, daß die Limbus-Enden sich bei horizontaler Haltung des Instruments senken, und folglich die Fläche des Sextanten keine Ebene ist. Solche Sextanten sind natürlich zu genauen Beobachtungen völlig unbrauchbar.

Um sich von der erforderlichen Festigkeit des Instruments zu überzeugen, bringt man die Sonne mit ihrem Spiegelbilde in scharfe Berührung, indem man den Sextanten vertikal hält. Dann dreht man den Sextanten um die Achse des Fernrohrs in die horizontale Lage und beobachtet dabei, ob die Sonnenbilder stets in gleich scharfer Berührung bleiben. In diesem Falle biegt der Sextant nicht durch. Gehen aber die beiden Sonnenbilder bei der Drehung des Instruments aus- oder ineinander, so ist der Sextant nicht zu gebrauchen.

§ 225. **Untersuchung der Spiegelstellung.** Die Ebenen der beiden Spiegel müssen rechtwinklig zur Ebene des Instruments stehen. Man untersuche zunächst die Stellung des großen Spiegels, und steht dieser richtig, so stellt man den kleinen Spiegel parallel zum großen und damit ebenfalls senkrecht zur Instrumentsebene.

1. Um sich von der richtigen Stellung des großen Spiegels zu überzeugen, schiebt man die Alhidade nach der Mitte des Limbus hin und hält das Instrument horizontal, die Spiegel nach oben und den Limbus vom Auge abgewendet. Nun sieht man schräge in den großen Spiegel hinein und gleichzeitig nach dem von der Alhidade links befindlichen Limbusbogen; fällt das Spiegelbild des rechts von der Alhidade liegenden Limbusbogens mit dem links liegenden unmittelbar gesehenen Bogen genau zusammen, so steht der große Spiegel senkrecht zur Instrumentsebene. Denn bei dieser Stellung des Spiegels haben alle Punkte des Limbus gleichen Abstand von der Mitte des Spiegels und nach § 216. 2) erscheint das Spiegelbild eines Gegenstandes ebensoweit hinter der Spiegelebene als der Gegenstand selbst sich vor dem Spiegel befindet. Erscheint aber das Spiegelbild über dem unmittelbar gesehenen Limbusbogen, so steht der große Spiegel nach vorn geneigt; dagegen nach hinten, wenn das Spiegelbild unter dem Limbusbogen gesehen wird. Ist man noch ungeübt im Erkennen des Spiegelbildes, so braucht man nur einen Finger gegen den rechts gelegenen Limbusbogen zu legen, um mit dem Spiegelbilde des Fingers auch das des Limbusbogens sofort von diesem selbst unterscheiden zu können. Einer Neigung des Spiegels kann bei vielen Instrumenten durch eine an der Rückseite des Spiegelrahmens befindliche Schraube abgeholfen werden. Bei diesen Sextanten wird der große Spiegel in seinem Rahmen durch drei über den Spiegel greifende metallene Zungen gehalten, gegen die der Spiegel durch drei Schrauben gedrückt wird, deren Köpfe sich an der Rückseite des Rahmens befinden. Wird die obere dieser drei Schrauben etwas angezogen, so neigt sich der Spiegel nach vorn, dagegen nach hinten über, wenn die Schraube nach links herum gedreht wird. Man muß aber sehr vorsichtig mit diesen Schrauben umgehen, damit sie nicht locker werden und dadurch den Spiegel wandelbar machen.

Mittels des beschriebenen Verfahrens kann man den großen Spiegel auf etwa 5 Minuten genau senkrecht zur Instrumentsebene stellen. Eine 5 Minuten betragende Abweichung dieses Spiegels von seiner senkrechten Stellung hat aber auf die Winkelmessung keinen zu beachtenden Einfluß. Erst bei größerer Abweichung wird der hierdurch entstehende Fehler in der Winkelmessung, der mit der Größe des gemessenen Winkels wächst, von Bedeutung. So würde z. B. durch eine 40 Minuten betragende Abweichung dieses

Spiegels von der senkrechten Stellung zur Instrumentsebene ein 120° großer Winkel um eine halbe Minute etwa zu groß gemessen werden.

2. Um die Stellung des kleinen Spiegels zu prüfen, schraubt man das zum deutlichen Sehen eingestellte Fernrohr in seinen Träger und sieht nach einem hellen Stern. Läßt sich dann das Spiegelbild des Sterns mit dem Sterne selbst durch Bewegung der Alhidade in der Nähe des Nullpunkts zur Deckung bringen, so steht der kleine Spiegel mit dem großen parallel, also ebenfalls senkrecht zur Ebene des Instruments, wenn die Stellung des großen Spiegels berichtigt ist. Geht aber das Spiegelbild bei Bewegung der Alhidade stets am Stern vorbei, so steht der kleine Spiegel geneigt.

Statt eines Sterns kann man auch die Sonne und den Mond benutzen.

Ebenso eignet sich die Kimm zu dieser Untersuchung. Man bringt bei vertikaler Haltung des Instruments das Spiegelbild der Kimm mit dieser selbst genau zur Deckung und dreht dann das Instrument um die Achse des Fernrohrs in die horizontale Lage, so werden hierbei die beiden Kimmlinien in Deckung bleiben, wenn der kleine Spiegel dem großen parallel ist. Gehen dagegen bei der Drehung des Instruments die beiden Kimmlinien auseinander, so hat der kleine Spiegel eine Neigung zur Ebene des Instruments, die um so größer ist, je weiter die Bilder auseinander gehen. Erscheint dabei das Spiegelbild der Kimm über dieser selbst, so ist der kleine Spiegel nach vorn, dem großen Spiegel zu geneigt; er ist nach der entgegengesetzten Seite geneigt, wenn das Spiegelbild unterhalb der Kimm ist.

Auf dieselbe Weise läßt sich diese Untersuchung an jedem irdischen scharf begrenzten Gegenstande ausführen.

Die zur Berichtigung der Stellung des kleinen Spiegels dienende Stellschraube, oft sind deren zwei vorhanden, befindet sich gewöhnlich in der Fußplatte des Spiegelrahmens, mit dem Kopfe an der Rückseite des Instruments.

Ist die Neigung des kleinen Spiegels nur eine geringe, so lasse man die Stellschrauben unberührt, da eine kleine Neigung dieses Spiegels keinen beachtenswerten Einfluß auf die Winkelmessung hat.

§ 226. **Stellung des Fernrohrs.** Die Achse des in seinen Träger geschraubten Fernrohrs muß parallel zur Ebene des Sextanten sein.

Zu dieser Untersuchung bedient man sich am besten zweier Diopter, die in der Regel jedem Sextanten beigefügt werden und aus zwei gleich hohen rechtwinklig gebogenen Metallplatten bestehen. In dem einen dieser Diopter befindet sich ein kleines, rundes Loch zum Durchsehen, während in dem anderen der obere Teil rechtwinklig ausgeschnitten ist. In diesem Ausschnitte ist ein Faden ausgespannt, der parallel zur Grundebene des Diopters läuft und von dieser Ebene denselben Abstand hat, wie das Loch im ersten Diopter von dessen Grundebene. Um zunächst diese Diopter zu prüfen, stellt man sie mit ihrer Grundebene auf einen Tisch, mit ihren breiten Flächen dicht aneinander, und sieht, das Auge vor die Sehöffnung bringend, ob der Faden sich genau in der Mitte dieser Öffnung befindet. Ist dies der Fall, so ist die durch die Öffnung des einen und den Faden des anderen Diopters gedachte Gesichtslinie eine Parallele zu der Ebene, auf der die Diopter stehen. Dann stellt man den Sextanten mit seinen Füßen auf einen feststehenden Tisch, setzt das Lochdiopter neben den Fernrohrträger und das Fadendiopter neben den kleinen Spiegel auf den Sextanten, oder auch beide auf den Limbus, so, daß sie auf derselben Ebene stehen und die Gesichtslinie parallel zur Instruments-

ebene und in seitlicher Richtung auch nach Augenmaß parallel zur Fernrohrachse läuft. Nun sieht man durch das Lochdiopter und bringt durch geeignetes Verrücken des Sextanten diesen in solche Lage, daß der Faden des gegenüberstehenden Diopters eine scharf begrenzte horizontale Linie oder auch einen hervorragenden Punkt eines entfernten irdischen Gegenstandes deckt. Hierauf stellt man das Fernrohr auf diesen Gegenstand zum deutlichen Sehen ein, schraubt es in seinen Träger und dreht die Okularröhre so, daß ein Paar der Fernrohrfäden parallel zur Sextantenebene ist. Sieht man nun durch das Fernrohr und erblickt bei unveränderter Lage des Sextanten den durch die Diopter gesehenen Punkt des Gegenstandes in der Mitte zwischen beiden Fernrohrfäden, so ist die Achse des Fernrohrs parallel zur Instrumentsebene. Ob die Fernrohrachse in allen Stellungen des Fernrohrs die zur Instrumentsebene parallele Lage hat, erfährt man, wenn man das Fernrohr nach und nach auf und nieder schraubt und nachsieht, ob der durch die Diopter bestimmte Punkt stets in der Mitte zwischen den Fernrohrfäden bleibt. Selbstverständlich darf der Fernrohrträger in seiner Hülse nicht schlottern, da dadurch die Lage der Fernrohrachse eine veränderliche wird.

Ist jedoch jener durch die Diopter gesehene Punkt des Gegenstandes dem einen Fernrohrfaden näher als dem anderen, so hat die Fernrohrachse eine Neigung zur Sextantenebene. Diese Neigung wird beseitigt durch die beiden Schrauben, mit denen das zur Aufnahme des Fernrohrs dienende Gewinde an den Ring des Fernrohrträgers befestigt ist. Löst man die untere dieser beiden Schrauben etwas und zieht die obere an, so senkt sich das Objektivende des Fernrohrs, während es sich bei umgekehrtem Schrauben aufwärts neigt.

Macht man diese Untersuchung an einem nahen Gegenstande, so muß man durch Auf- oder Niederschrauben des Fernrohrträgers die Achse des Fernrohrs in denselben Abstand von der Ebene des Sextanten bringen, in dem sich die Gesichtslinie durch die Diopter befindet.

Es ist immer am besten, eine etwa vorhandene Neigung der Fernrohrachse zu beseitigen; sollte dies aber aus irgend einem Grunde nicht sofort geschehen können, so muß man die Größe der Neigung schätzen und die gemessenen Winkel wegen der Neigung der Fernrohrachse berichtigen. Als Maßstab bei dieser Schätzung dient die bekannte halbe Fadenweite, indem man den Abstand des durch die Diopter gesehenen Punktes von der Mitte der beiden Parallelfäden in Teilen der halben Fadenweite schätzt. Ist diese z. B. 58′, und man schätzt jenen Abstand auf $\frac{1}{3}$ der halben Fadenweite, so ist die Neigung des Fernrohrs $= 58' \cdot \frac{1}{3} = 19'$.

Sind keine Diopter vorhanden, so kann man die Lage der Fernrohrachse auf folgende Weise prüfen. Nachdem man das zum scharfen Sehen eingestellte Fernrohr in seinen Träger geschraubt und ein Paar der Fäden parallel zur Instrumentsebene gedreht hat, stellt man einen möglichst großen Winkel zwischen zwei gut sichtbaren Gegenständen, z. B. zwischen zwei hellen Sternen ein, indem man die Deckung der beiden Bilder an einem Faden beobachtet. Verändert man dann die Haltung des Sextanten derart, daß die beiden Bilder nun am anderen Faden sich befinden, so steht das Fernrohr richtig, wenn auch an diesem Faden die beiden Bilder sich genau decken. Gehen dieselben aber auseinander, so hat das Fernrohr eine Neigung und zwar ist das Objektiv des Fernrohrs der Sextantenebene zu nahe, wenn die Deckung der beiden Bilder an dem Faden, der von der Sextantenebene der entferntere ist, stattfindet, und die Bilder an dem näheren Faden auseinandergehen; findet das Umgekehrte statt, so ist das Objektiv zu weit ab vom Sextanten. Um

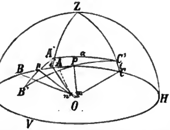
eine Neigung zu beseitigen, hat man die oben erwähnten Schrauben so zu drehen, daß die beiden Bilder der Sterne, deren Winkelabstand eingestellt ist, an beiden Fäden in Deckung bleiben. Es ist nämlich die Neigung der Gesichtslinie über jeden der beiden Fäden hinweg beide Male gleich groß, wenn die Achse des Fernrohrs parallel zur Sextantenebene ist, so daß der an einem Faden beobachtete Winkel ebenso fehlerhaft wird, wie am anderen Faden. Daß das eine Mal die Gesichtslinie dem Sextanten zugeneigt, das andere Mal entgegengesetzt geneigt ist, ist gleichgültig, da bei beiden Neigungen, wie sogleich gezeigt werden soll, der beobachtete Winkel stets zu groß wird.

In bezug auf die Größe des Fernrohrobjektivs ist zu bemerken, daß sein Durchmesser mindestens gleich der Breite des kleinen Spiegels sein muß.

§ 227. Bestimmung des durch die Neigung des Fernrohrs verursachten Fehlers.

Man denke sich (Fig. 193) O als Mittelpunkt der Himmelskugel, AHV sei der größte Kreis, worin die Beobachtungsebene die Himmelskugel schneidet, und Z sei der Pol dieses Kreises. Des leichteren Verständnisses wegen nehme man AHV als Horizont, Z also als Zenit des in O gedachten Beobachters an. Dieser habe einen Winkel zwischen zwei im Horizont gelegenen Gegenständen gemessen, wobei die Ebene des Sextanten Omn in der Ebene des Horizonts liegt. Wenn nun die beiden Spiegel m und n senkrecht zur Instrumentsebene stehen, und die Fernrohrachse On mit dieser Ebene parallel ist, so liegen die von den Gegenständen auf die Spiegel fallenden Strahlen, die zurückgeworfenen Strahlen, sowie die Einfallslote auf den Spiegeln alle in der Ebene des Horizonts, und die Winkel, die sie miteinander bilden, werden durch Bogen des größten Kreises AHV gemessen, da im Vergleich zur unermeßlichen Entfernung des Himmelsgewölbes das Dreieck Omn einem Punkte gleich zu achten ist. Nun sei OA die Gesichtslinie nach dem unmittelbar gesehenen Gegenstande A, und diese Linie bilde mit der Senkrechten np auf der Ebene des kleinen Spiegels den Winkel Anp. Macht man Winkel $Bnp = Anp$, so muß der vom zweiten Gegenstande auf den großen Spiegel m fallende Strahl in der Richtung mnB auf den kleinen Spiegel n geworfen werden, um die Bilder beider Gegenstände in Deckung zu sehen. Ist Pm die Senkrechte oder das Einfallslot auf dem großen Spiegel, und Winkel $PmC = PmB$, so ist C der zweite Gegenstand, dessen Spiegelbild sich mit dem Gegenstande A deckt. Bogen AC mißt also den beobachteten Winkel, dieser ist doppelt so groß als der Bogen Pp, der gleich dem Neigungswinkel beider Spiegel zueinander ist (§ 218).

Fig. 193.



Nimmt man jetzt an, die Fernrohrachse sei um den Winkel $AOA' = i$ gegen die Ebene des Sextanten geneigt, treffe mithin nicht den im Horizont liegenden Punkt A sondern den Punkt A' der Himmelskugel, der um den Bogen $AA' = i$ vertikal über A liegt, so ist der Bogen $A'p$ des durch A' und p gelegten größten Kreises gleich dem Winkel, den jetzt die Gesichtslinie OA' mit dem Einfallslot pn bildet, und wenn $B'p = A'p$ ist, so liegt B' ebenso tief unter dem Horizont als A' darüber. Verbindet man B' mit P, dem im Horizont liegenden Endpunkte des Einfallslots Pm auf dem großen Spiegel, durch den größten Kreisbogen $B'P$ und verlängert ihn, bis $PC' = PB'$ ist, so ist nun $C'm$ die Richtung des vom zweiten Gegenstande kommenden Strahls, der in der Richtung mB' auf den kleinen und von diesem in der Richtung $A'O$ ins Auge des Beobachters gelangt. Da $C'C = B'B$ ist, so liegt C' ebenfalls ebensoweit über dem Horizont als A'. Zieht man noch den größten Kreisbogen $A'C'$ sowie die Vertikalkreise ZA und ZC auf der Kugeloberfläche, so mißt $A'C'$ den beobachteten Winkel. Man liest aber den Winkel AOC oder den Bogen $AC = 2Pp$ ab, weil Pp gleich dem Neigungswinkel beider Spiegel ist.

Bezeichnet α den richtigen beobachteten Winkel, α' den abgelesenen Winkel, so ist im sphärischen Dreieck $ZA'C'$ der Winkel bei $Z = \alpha'$, die Seite $A'C' = \alpha$ und jede der Seiten ZA' und $ZC' = 90° - i$. Da Bogen AC größer ist als $A'C'$, so ist auch der abgelesene Winkel stets zu groß und die auf die Ablesung anzubringende Verbesserung abzuziehen.

Nach § 53 ist $\cos\alpha = \cos^2(90° - i) + \sin^2(90° - i)\cdot\cos\alpha'$

oder $\cos\alpha = \sin^2 i + \cos^2 i\cdot\cos\alpha'$.

Von $1 = 1$ subtrahiert und $1 - \sin^2 i = \cos^2 i$ gesetzt,

gibt $1 - \cos\alpha = \cos^2 i - \cos^2 i\cdot\cos\alpha'$

und $1 - \cos\alpha = \cos^2 i\,(1 - \cos\alpha')$,

oder $2\sin^2\tfrac{1}{2}\alpha = 2\cdot\cos^2 i\cdot\sin^2\tfrac{1}{2}\alpha'$; durch 2 gehoben und durch Ausziehen der Quadratwurzel,

$$\sin\tfrac{1}{2}\alpha = \sin\tfrac{1}{2}\alpha'\cdot\cos i \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1).$$

Nach dieser Gleichung könnte man den beobachteten Winkel α berechnen, wenn die Neigung des Fernrohrs, Winkel i, bekannt ist.

Setzt man statt $\cos i$ den gleichen Wert $1 - 2\sin^2\tfrac{1}{2} i$, so erhält man aus Gl. 1):

$$\sin\tfrac{1}{2}\alpha = \sin\tfrac{1}{2}\alpha' - 2\cdot\sin^2\tfrac{1}{2} i\cdot\sin\tfrac{1}{2}\alpha'$$

und $$\sin\tfrac{1}{2}\alpha - \sin\tfrac{1}{2}\alpha' = -2\sin^2\tfrac{1}{2} i\cdot\sin\tfrac{1}{2}\alpha',$$

oder $$2\cos\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha+\alpha'}{2}\right)\cdot\sin\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha-\alpha'}{2}\right) = -2\sin^2\tfrac{1}{2} i\cdot\sin\tfrac{1}{2}\alpha'.$$

Da die Neigung i nicht sehr groß werden kann, so können auch die Winkel α und α' nicht so verschieden voneinander sein, daß die Annahme

$$\cos\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha+\alpha'}{2}\right) = \cos\tfrac{1}{2}\alpha'$$

einen beachtenswerten Fehler hervorbringen wird; hebt man noch die Gleichung durch 2, so erhält man

$$\cos\tfrac{1}{2}\alpha'\cdot\sin\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha-\alpha'}{2}\right) = -\sin^2\tfrac{1}{2} i\cdot\sin\tfrac{1}{2}\alpha'.$$

Setzt man nun die kleinen Winkel $\alpha - \alpha'$ und i ihrem Sinus proportional und dividiert durch $\cos\tfrac{1}{2}\alpha'$, so wird

$$\tfrac{1}{4}(\alpha - \alpha')\cdot\sin 1'' = -\tfrac{1}{4} i^2\cdot\sin^2 1''\cdot\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\alpha',$$

also $$\alpha - \alpha' = -i^2\cdot\sin 1''\cdot\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\alpha'$$

und $$\alpha = \alpha' - i^2\cdot\sin 1''\cdot\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\alpha' \quad\ldots\ldots\ldots \quad 2).$$

Nach dieser Gleichung ist die nautische Tafel 23 berechnet, in die man mit dem abgelesenen Winkel α' und der Neigung des Fernrohrs, in Minuten ausgedrückt, eingeht, um die vom abgelesenen Winkel abzuziehende Berichtigung zu erhalten.

Beispiel. Der bei einer Neigung des Fernrohrs von 20′ beobachtete Winkel sei 115° gefunden; wie groß ist der richtige Winkel?

$$i = 20' = 1200'' \quad \log = 3{,}0792$$
$$2$$
$$\log i^2 = 6{,}1584$$
$$\log\sin 1'' = 4{,}6856 - 10$$
$$\tfrac{1}{2}\alpha' = 57°\,30' \quad \log\operatorname{tang} = 0{,}1958$$
$$\log(\alpha' - \alpha) = 1{,}0398$$
$$\alpha' - \alpha = 11'',$$

der berichtigte Winkel also $= 114°\,59'\,49''$.

Es ist nun klar, daß, wenn die Fernrohrachse parallel zur Instrumentsebene ist, man auch stets in der Richtung dieser Achse die Deckung beider Bilder beobachten muß. Deshalb dreht man beim Winkelmessen ein Paar der Fäden im Fernrohr parallel zur Ebene des Instruments und beobachtet die Deckung oder die Berührung der Bilder stets in der Mitte zwischen diesen beiden Fäden. Nebenbei hat man dann an diesen Fäden auch die Lage der Instrumentsebene vor Augen und kann diese Ebene um so leichter mit der Beobachtungsebene parallel halten.

§ 228. Durchbiegung der Alhidade. Wenn die Alhidade nicht stark genug ist, oder wenn sie sich nicht leicht genug bewegt, so wird man die Größe desselben Winkels verschieden finden, wenn man die Deckung der Bilder einmal durch Vorwärts-

schrauben und ein zweites Mal durch Rückwärtsschrauben der Feinschraube bewerkstelligt. Man kann diesen Fehler unschädlich machen, indem man sowohl den Winkel wie auch die Indexkorrektion durch dieselbe Bewegung der Feinschraube einstellt. Erfolgt also z. B. bei Einstellung des Winkels die Deckung der Bilder durch Vorwärtsschrauben der Alhidade, so ist auch die Indexkorrektion durch Vorwärtsschrauben einzustellen. Oder man mißt jeden Winkel und auch die Indexkorrektion einmal durch Vorwärts- und dann durch Rückwärtsschrauben und nimmt aus je zwei solchen Ablesungen das Mittel.

§ 229. Prüfung der Limbusteilung. Man stelle den Index des Nonius genau auf den Nullstrich des Limbus ein und sehe zu, ob der Endstrich der Noniusteilung ebenfalls mit dem zugehörigen Striche des Limbus genau zusammenfällt. Liest man mittels des vortragenden Nonius auf 10 Sekunden genau ab, und ist der Limbus in sechstel Grade geteilt, so muß also bei der erwähnten Einstellung der Endstrich des Nonius mit dem 9° 50′ angebenden Striche des Limbus zusammenfallen (§ 214). Sollte dies nicht der Fall sein, so schätzt man die Abweichung möglichst genau. Dann stellt man den Index der Reihe nach genau auf alle übrigen Striche des Limbus ein, und wenn dann jedesmal der Endstrich des Nonius mit dem entsprechenden Limbusstriche zusammenfällt, so ist die Teilung eine gleichförmige.

Findet man aber bei allen Einstellungen eine gleich große Abweichung des Nonius-Endstrichs vom entsprechenden Limbusstriche, so liegt der Nonius zu weit auf dem Limbus, wenn sich sein Endstrich links vom entsprechenden Limbusstriche befindet, und ein noch links vom Nonius-Endstriche befindlicher Strich mit einem Limbusstriche zusammenfällt. Befindet sich dagegen bei genauer Einstellung des Index auf einen Limbusstrich, z. B. auf den Nullpunkt des Limbus, der Endstrich des Nonius rechts vom 9° 50′ angebenden Teilstriche, so daß schon ein vorhergehender Noniusstrich mit einem Limbusstriche zusammenfällt, so liegt der Nonius nicht weit genug auf dem Limbus. Einen Fehler dieser Art läßt man von einem geschickten Mechaniker beseitigen, sonst müßte man ihn bei jeder Ablesung in Rechnung bringen.

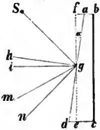
Wenn man aber bei dieser Untersuchung die besprochenen Abweichungen an verschiedenen Stellen des Limbusbogens unter sich verschieden findet, so ist entweder die Limbusteilung fehlerhaft, oder die Alhidade dreht sich nicht um den Mittelpunkt der Teilung. Das erste ist der Fall, wenn die Abweichungen ganz unregelmäßig sind; bemerkt man dagegen eine ziemlich regelmäßige Zu- oder Abnahme in jenen Abweichungen, so bewegt sich der Nonius auf der Alhidade nicht konzentrisch zur Teilung sondern um einen anderen Punkt als um den Mittelpunkt der Limbusteilung.

Bei der heutigen Vollkommenheit der Teilungsmaschinen hat man indessen keine Fehler in der Teilung zu befürchten, wenn man seinen Sextanten von einem anerkannt tüchtigen Mechaniker bezieht; auch muß die Exzentrizität der Alhidaden-Bewegung schon recht bedeutend sein, wenn sie bei obiger Untersuchung merkbar wird.

§ 230. Beschaffenheit der Spiegel. Die spiegelnden Flächen jedes der beiden Spiegel müssen eben und miteinander parallel sein. Ein solcher Spiegel macht von einem weit entfernten Gegenstande nur ein Bild, das scharf begrenzt ist und den Gegenstand so zeigt, wie man ihn in Wirklichkeit sieht (§ 216. 3). Sind die spiegelnden Flächen dagegen nicht eben, so erscheint das Spiegelbild des Gegenstandes verzerrt, von undeutlichen, verschwommenen Rändern umgeben, und sind die Spiegelflächen zwar eben, aber nicht parallel miteinander, so macht der Spiegel, den man in diesem Falle prismatisch gestaltet nennt,

auch von einem weit entfernten Gegenstande zwei Bilder. Um diese Erscheinung zu erklären, stelle *abcd* (Fig. 194) den Durchschnitt eines prismatisch gestalteten Spiegels dar, senkrecht zur belegten Fläche *bc* gedacht. Von einem hellen Sterne *S* gelange ein Lichtstrahl in der Richtung *Sg* auf den Spiegel, so wird dieser von der vorderen Fläche *ad* so zurückgeworfen, daß, wenn $hg \perp ad$ ist, die Winkel *Sgh* und *hgm* einander gleich sind, also *gm* die Richtung des zurückgeworfenen Strahls ist. Ein anderer in derselben Richtung *Sg* kommender Strahl dringt in das Glas ein, wird gebrochen, dann von der Fläche *bc* zurückgeworfen und beim Austritt aus dem Glase in die Luft wieder gebrochen (s. Fig. 186). Sieht man hier zunächst von dieser Brechung des Strahls ab und denkt sich, der zweite Strahl *Sg* fiele bei *g* sofort auf die belegte Fläche *fe*, die mit *bc* parallel sei, so wäre *ig* das Einfallslot, der Einfallswinkel *Sgi* also größer als der erste Winkel *Sgh*, und da die Winkel *Sgi* und *ign* gleich sind, so ist auch Winkel *ign* größer als *igm*, so daß die von beiden Spiegelflächen zurückgeworfenen Strahlen den Winkel *mgn* miteinander bilden. Dieser Winkel *mgn* ist doppelt so groß als der Winkel *hgi*, wie sich leicht aus der Figur ergibt. Man kann die Sache so ansehen, als sei die Spiegelfläche *ad* in die Lage *ef* gedreht; bezeichnet α den Neigungswinkel beider Spiegelflächen, also die Größe der Drehung, so ändert der zurückgeworfene Strahl seine Richtung um 2α. Wegen der Brechung des Strahls im Glase wird der Winkel *mgn* noch größer als 2α und er wächst, wenn der Einfallswinkel *Sgi* zunimmt, da dann die Strahlen um so schräger auf den Spiegel fallen, also bei ihrem Eintritte in das Glas sowie beim Austritte daraus um so stärker gebrochen werden. Da demnach die von beiden Flächen des Spiegels zurückgeworfenen Strahlen eines Sterns in verschiedenen Richtungen ins Auge gelangen, so muß man auch zwei Spiegelbilder desselben Sterns sehen, deren Abstand voneinander um so größer wird, je größer der Einfallswinkel *Sgi* ist.

Fig. 194.



Ist z. B. der Neigungswinkel der beiden Spiegelflächen gleich 5 Sekunden und der Einfallswinkel *Sgi* gleich 75°, so beträgt der Abstand beider Spiegelbilder nahe $^3/_4$ Minute.

Um nun die Güte des großen Spiegels zu prüfen, schraubt man vor das Okular des Fernrohrs das zugehörige Blendglas und stellt das Fernrohr nach der Sonne zum deutlichen Sehen ein. Dann hält man den Sextanten mit der linken Hand so, daß die Sonnenstrahlen möglichst schräge auf den großen Spiegel fallen, und richtet das mit der rechten Hand gehaltene Fernrohr auf das Spiegelbild der Sonne. Sieht man zwei Spiegelbilder der Sonne, so ist der Spiegel prismatisch und nicht zu gebrauchen; erscheint nur ein Bild, aber undeutlich und mit verschwommenen Rändern, so sind die Spiegelflächen zwar parallel miteinander, aber nicht eben geschliffen. Erblickt man dagegen auf allen Stellen des Spiegels immer nur ein rundes und scharf begrenztes Spiegelbild der Sonne, so ist der Spiegel brauchbar. Je stärker das Fernrohr vergrößert, desto leichter wird man Spiegelfehler erkennen.

Gewöhnlich vergrößern die Sextantenfernröhre sechs- bis zehnmal, und da man mit bloßem Auge noch einen Gegenstand sieht, dessen Gesichtswinkel nicht kleiner als etwa eine Minute ist, so wird man mit dem Sextantenfernrohr noch Gegenstände unterscheiden, deren Gesichtswinkel sechs- bis zehnmal kleiner sind als eine Minute, also 10 bis 6 Sekunden betragen. Man wird also nach obigem Beispiele die prismatische Gestalt eines Spiegels, dessen Flächen einen Winkel von nur 5 Sekunden miteinander bilden, noch recht gut wahrnehmen können.

Wollte man die Fehler bestimmen, die die prismatische Gestalt des großen Spiegels in den mit dem Sextanten gemessenen Winkeln verursacht, so müßte man erst alle übrigen Fehler des Sextanten berichtigen oder doch kennen und dann mehrere voneinander verschiedene Winkel so genau wie möglich messen. Dann hätte man den großen Spiegel aus seinem Rahmen herauszunehmen, ihn umgekehrt wieder einzusetzen, so daß das Ende, das erst dem Limbus zugekehrt war, nun von diesem abgekehrt ist, und nachdem er senkrecht zur Ebene des Sextanten gestellt ist, müßte man die vorher beobachteten Winkel wieder so genau wie möglich messen. Ergäbe sich ein Unterschied zwischen den ersten und letzten Messungen, so wäre die Hälfte dieses Unterschieds die Berichtigung für den betreffenden Winkel, und das arithmetische Mittel aus zwei Messungen desselben Winkels der vom Spiegelfehler befreite Winkel. Indessen ist dieses Verfahren nicht zu empfehlen, da es immerhin möglich ist, daß der Spiegel nach dem Herausnehmen und Wiedereinsetzen lose im Rahmen und dadurch wandelbar wird. Besser ist es, nachdem man den Spiegel auf oben angegebene Weise geprüft und ihn brauchbar gefunden hat, den etwa noch vorhandenen Spiegelfehler mit dem durch die Exzentrizität der Alhidadenbewegung hervorgerufenen Fehler zusammen zu bestimmen (§ 232).

Zu bemerken ist hier noch, daß die Art der Befestigung des Spiegels in seinem Rahmen keine Durchbiegung des Spiegels bewirken darf. Hierdurch würde die Ebenheit der Spiegelflächen aufgehoben und also das Spiegelbild des Gegenstandes verzerrt werden. Ist der Spiegel in der Art befestigt, wie es in § 225 beschrieben ist, so müssen die drei Schrauben, die den Spiegel gegen die Zungen vorne drücken, genau gegen die Stellen dieser Zungen gerichtet sein, die die Stützpunkte für den Spiegel bilden.

Den kleinen Spiegel prüft man auf dieselbe Weise wie den großen Spiegel. Man kann sich auch durch folgenden Versuch von der Brauchbarkeit beider Spiegel zugleich überzeugen. Nachdem das Blendglas vor das am stärksten vergrößernde Okular geschraubt und das Fernrohr nach der Sonne zum deutlichen Sehen eingestellt ist, schraubt man es in seinen Träger und diesen ganz nahe an das Instrument heran, sieht nach der Sonne und bewegt die Alhidade in der Nähe des Limbus-Nullpunkts, bis man das Spiegelbild der Sonne erblickt. Dann schiebt man die Alhidade langsam vorwärts, dabei das Spiegelbild der Sonne immer im Fernrohr behaltend, bis man am Ende des Limbusbogens angekommen ist, also den größtmöglichsten Winkel eingestellt hat. Bemerkt man nun immer ein rundes und scharf begrenztes Spiegelbild der Sonne, so sind beide Spiegel brauchbar. Erscheint dagegen das Spiegelbild doppelrandig, sind also zwei Spiegelbilder vorhanden, so taugt der große Spiegel nicht, wenn diese Doppelränder immer weiter auseinander gehen, je weiter man die Alhidade vorwärts bewegt. Bleibt aber das doppelrandige Spiegelbild unverändert, so ist der kleine Spiegel unbrauchbar.

Das Verhältnis zwischen der Breite des großen Spiegels und der des kleinen Spiegels muß derart sein, daß das vom großen auf den kleinen Spiegel geworfene Strahlenbündel auch bei der schrägsten Stellung des großen Spiegels den kleinen Spiegel möglichst ausfüllt. Schiebt man demnach die Alhidade an den kleinen Spiegel heran, und sieht nun dicht an den Rahmenkanten des großen Spiegels vorbei nach dem kleinen Spiegel, so müssen diese Kanten die äußeren Kanten des kleinen Spiegels decken.

§ 231. Prüfung der farbigen Gläser. Die Flächen dieser Gläser müssen ebenso wie die der Spiegel eben und einander parallel sein. Man untersucht dies in derselben Weise wie bei den Spiegeln, indem man die Sonnenstrahlen nacheinander auf jedes Glas

fallen läßt und zusieht, ob nur ein vom Glase erzeugtes Spiegelbild vorhanden ist und dieses rund und scharf begrenzt erscheint.

Um den Fehler des beobachteten Winkels zu bestimmen, der durch prismatisch gestaltete Gläser verursacht wird, bringt man bei niedrigem Sonnenstande die Seitenränder der Sonne und ihres Spiegelbildes in scharfe Berührung, und zwar ohne dabei die Blendgläser zu benutzen. Die sich ergebende Ablesung vergleicht man dann mit den Ablesungen, die man erhält, wenn man nach und nach die einzelnen Gläser vor die Spiegel legt und jedesmal so genau wie möglich die Berührung der Sonnenbilder wieder einstellt. Die Unterschiede zwischen diesen Ablesungen und der ohne Gläser gefundenen Ablesung ergeben die Fehler der einzelnen Gläser. Sind die Gläser um 180° drehbar, so lassen sich ihre Fehler schon besser bestimmen, da man in diesem Falle jedesmal zwei gleichfarbige Bilder beobachten kann, denen sich durch Auf- oder Niederschrauben des Fernrohrs gleiche Helligkeit geben läßt. Man lege vor jeden Spiegel das dunkelrote Glas, beobachte die Berührung der Sonne mit ihrem Spiegelbilde mehrere Male und nehme aus den erhaltenen Ablesungen das Mittel. Dann drehe man das vor dem großen Spiegel liegende Glas um 180° und beobachte dieselbe Randberührung ebenso oft wie vorhin. Der halbe Unterschied zwischen dem Mittel aus den letzten Ablesungen und dem ersten Mittel ist der Fehler des gedrehten Glases. Hierauf drehe man auch das vor dem kleinen Spiegel liegende Glas um 180° und beobachte nochmals dieselbe Randberührung ebenso oft wie zuvor. Das Mittel aus diesen Ablesungen mit dem durch die zweite Beobachtung gefundenen Mittel verglichen, gibt den doppelten Fehler des Glases vor dem kleinen Spiegel.

Beispiel. Erste Beobachtung	Nach Drehung des Glases vor dem großen Spiegel	Nach Drehung des Glases vor dem kleinen Spiegel
— 33′ 40″	— 33′ 10″	— 33′ 50″
33 35	33 5	34 0
33 50	33 20	33 50
33 45	33 20	33 55
33 40	33 5	33 50
I. Mittel = — 33′ 42″	II. Mittel = — 33′ 12″	III. Mittel = — 33′ 53″
II. Mittel = — 33′ 12″		II. Mittel = — 33′ 12″
Unterschied = 30″		Unterschied = 41″
Fehler = 15″		Fehler = 20″

Fehler des Glases vor dem großen Spiegel in der ersten Lage = — 15″
" " " " " " " " " zweiten " = + 15″
Fehler des Glases vor dem kleinen Spiegel in der ersten Lage = + 20″
" " " " " " " " " zweiten " = — 20″.

Auf dieselbe Weise bestimmt man die Fehler der hellroten und grünen Gläser, wenn die Sonne niedrig steht, muß dann aber wegen der Veränderlichkeit des vertikalen Sonnendurchmessers den Sextanten horizontal halten und die Berührung der Seitenränder beobachten; bei hohem Sonnenstande kann man auch das durch die hellen Gläser nicht stark genug gedämpfte Sonnenlicht durch das Okular-Blendglas abschwächen. Daß man die vorstehende Untersuchung auch am Vollmonde machen kann, ist selbstverständlich.

Bei vielen Sextanten sind nur die vor dem kleinen Spiegel befindlichen Gläser drehbar, die vor den großen Spiegel zu legenden Gläser dagegen nicht. Hat man mit solchen Sextanten Winkel gemessen und ein vor dem großen Spiegel befindliches Glas gebraucht, so muß man bei Bestimmung der Inderkorrektion dasselbe Glas benutzen. Dadurch wird der gemessene Winkel von einem etwa vorhandenen Fehler des Glases

befreit, weil bei jedem Winkel die Lichtstrahlen in derselben Richtung durch die Gläser gehen, also auch der durch ein Glas hervorgerufene Fehler in der Indexkorrektion ebenso groß ist als im gemessenen Winkel. Bei der Bestimmung der Indexkorrektion wird man dann auch vor den kleinen Spiegel das gleichfarbige Glas vorzulegen haben und das Mittel aus den in entgegengesetzten Lagen dieses Glases beobachteten Indexkorrektionen auf den gemessenen Winkel anwenden.

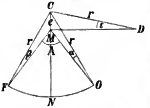
Um den Einfluß der Gläser auf die Winkelmessung möglichst zu verringern, sind die vor dem großen Spiegel befindlichen Gläser so gestellt, daß der zurückgeworfene Strahl senkrecht auf das Glas fällt, während die vor den kleinen Spiegel zu legenden Gläser senkrecht zur Achse des eingeschraubten Fernrohrs stehen sollen. Prismatisch gestaltete Gläser können in ihren Einfassungen auch so gestellt werden, daß der durch sie verursachte Fehler verschwindet. Es ist dies dann der Fall, wenn die Verbindungslinie zwischen dem dickeren und dünneren Teile des Glases die Instrumentsebene rechtwinklig trifft. Denn denkt man sich das Glas in dieser Lage parallel zur Instrumentsebene durchschnitten, so ist die Schnittfläche ein Rechteck, mithin werden die durchgehenden Strahlen nicht aus ihrer Richtung abgelenkt (§ 196).

§ 232. Abweichung des Alhidaden-Drehpunkts vom Mittelpunkte der Teilung (Exzentrizität). Es ist einleuchtend, daß der Gradbogen des Sextanten oder Oktanten den von der Alhidade durchlaufenen Winkel nur dann richtig angeben kann, wenn die Alhidade sich genau um den Mittelpunkt dieses Gradbogens bewegt. Trifft dies nicht zu, so sind alle mit dem Sextanten beobachteten Winkel mehr oder weniger fehlerhaft, und diese Fehler sind um so beträchtlicher, je weiter jene beiden Punkte voneinander entfernt sind. Um sich von dem Vorhandensein dieses Fehlers zu überzeugen, muß man den Sextanten zunächst von allen übrigen Fehlern befreit haben oder doch diese Fehler kennen, um sie in Rechnung bringen zu können. Die Spiegel müssen also senkrecht, die Fernrohrachse muß parallel zur Ebene des Sextanten stehen, etwaige Fehler in der Limbus- und Noniusteilung müssen bekannt sein, und die Spiegelflächen sollen plan und parallel sein. Mißt man dann von einem frei gelegenen Standorte aus Horizontalwinkel zwischen irdischen Gegenständen rund um den Horizont herum, wobei man für jeden Winkel die Indexkorrektion an dem jedesmaligen unmittelbar gesehenen Gegenstande bestimmt (§ 222), so muß die Summe aller berichtigten Winkel 360° betragen. Wiederholt man diese Messungen mehrere Male und nimmt aus den Ergebnissen das Mittel, so wird dieses aller Wahrscheinlichkeit nach von Beobachtungsfehlern frei sein (§ 234). Weicht dieses Mittel von 360° ab, so bewegt sich die Alhidade nicht um den Mittelpunkt der Teilung. Ist die Abweichung bedeutend, so schicke man das Instrument dem Mechaniker, von dem man es zu kaufen beabsichtigt, zurück und verlange ein besseres. Kleine Exzentrizitätsfehler, die aber bei Bestimmung der Länge durch Monddistanzen beträchtliche Fehler in der Länge hervorrufen können, sind bei sehr vielen Sextanten vorhanden, da es äußerst schwierig ist, das genaue Zusammenfallen des Drehpunkts der Alhidade mit dem Mittelpunkte der Teilung zu treffen. Es bleibt da weiter nichts übrig, als den Einfluß dieses Fehlers bei verschiedenen Winkeln zu bestimmen und dann in Rechnung zu bringen. Man überzeuge sich auch, indem man die Alhidade hin und her schiebt, ob die Bewegung eine völlig gleichmäßige ist. Hat der Zapfen, womit sich die Alhidade dreht, zu viel Spielraum in seiner Büchse, so wird die schlotternde Bewegung der Alhidade Exzentrizitätsfehler hervorbringen, die ganz unbestimmbar sind, weil sie sich bei jeder Bewegung der Alhidade verändern. Doch darf die Reibung des Zapfens in

seiner Büchse auch nicht zu stark sein, weil dadurch Durchbiegungsfehler der Alhidade entstehen, wenn diese bei festgesetzter Klemmschraube mittels der Feinschraube bewegt wird. Mittels einer kleinen Schraube an der Rückseite des Instruments, die den kegelförmigen Zapfen in der ebenso gestalteten Büchse festhält, kann die Bewegung der Alhidade geregelt werden. Diese Schraube ist gewöhnlich durch eine zylindrische Röhre, die auf die Büchse geschraubt ist, vor zufälligen Berührungen geschützt.

§ 233. Bestimmung der durch Exzentrizität hervorgerufenen Fehler. Man messe mit dem zu untersuchenden und bis auf diesen Fehler berichtigten Sextanten so genau wie möglich zwei einander sehr ungleiche Winkel, deren genaue Größe man kennt. Die Abweichungen der beobachteten Winkel von ihren wahren Werten sind die zu bestimmenden Fehler für diese Winkel, und aus diesen beiden ermittelten Fehlern lassen sich die Fehler für alle übrigen Winkel auf folgende Weise berechnen.

Fig. 195.



Es sei (Fig. 195) C der Mittelpunkt des Gradbogens OF und M der Drehpunkt der Alhidade, CN also die Stellung der Alhidade, wobei der Punkt M in der Linie vom Mittelpunkte C nach dem Index des Nonius liegt. Bei dieser Stellung ist ein eigentlicher Exzentrizitätsfehler nicht vorhanden; da jedoch der Nullpunkt für die Winkelmessung, hier O, durch das Parallelstellen der Spiegel jedesmal bestimmt wird, so wird auch der bei diesem Stande der Alhidade gemessene Winkel wegen der Indexkorrektion fehlerhaft. Steht nun die Alhidade in F, so mißt man den Winkel $2 \cdot OMF$, liest aber den Winkel $2 \cdot OCF$ ab. Der Unterschied beider Winkel ist also der für den Winkel $2 \cdot OCF$ gültige Fehler, da ja der Limbus in doppelt so viele Grade geteilt ist, als er enthält, und folglich Winkel OMF den halben gemessenen Winkel bezeichnet. Bezeichnen α und β die Winkel COM und CFM, so ist als Außenwinkel

$$\angle OMN = OCN + \alpha$$

und
$$\angle FMN = FCN + \beta .$$

Durch Addition
$$\angle OMF = OCF + \alpha + \beta .$$

Man setze $\angle OMF = A$, $\angle OCF = A'$, $\angle OCN = P$, $CM = e$, $CO = CF = r$, so ist

$$A = A' + \alpha + \beta ,$$

folglich
$$A - A' = \alpha + \beta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1).$$

Dreieck OCM liefert
$$\sin\alpha : \sin P = e : OM .$$

Dreieck FCM liefert
$$\sin\beta : \sin(A' - P) = e : FM .$$

Berücksichtigt man, daß e nur sehr klein ist im Vergleich zu CO, so darf man statt OM und FM den Halbmesser r setzen; es wird dann aus beiden Proportionen:

$$\sin\alpha = \frac{e}{r} \cdot \sin P$$

und
$$\sin\beta = \frac{e}{r} \cdot \sin(A' - P) ;$$

da die Winkel α und β nur klein sind,

so auch
$$\alpha \cdot \sin 1'' = \frac{e}{r} \cdot \sin P$$

und
$$\beta \cdot \sin 1'' = \frac{e}{r} \cdot \sin(A' - P) ,$$

folglich
$$\alpha = \frac{e}{r \cdot \sin 1''} \cdot \sin P$$

und
$$\beta = \frac{e}{r \cdot \sin 1''} \cdot \sin(A' - P) .$$

Man setze nun den Ausdruck $\frac{e}{r \cdot \sin 1''} = \varepsilon$, und um diese Größe ε zu veranschaulichen, errichte man in M auf CM eine Senkrechte und schneide diese von C aus mit dem Halbmesser r, so ist in dem bei M rechtwinkligen Dreieck CMD

$$\sin CDM = \frac{e}{r}$$

oder, da $\angle CDM$ nur klein ist, $CDM \cdot \sin 1'' = \frac{e}{r}$,

also $\angle CDM = \frac{e}{r \cdot \sin 1''} = \varepsilon$.

Durch Einsetzen dieses Werts in die vorigen Gleichungen erhält man:

$$\alpha = \varepsilon \cdot \sin P$$
$$\beta = \varepsilon \cdot \sin (A' - P) .$$

Durch Addition $\alpha + \beta = \varepsilon (\sin (A' - P) + \sin P)$.

Nach 1) ist $\alpha + \beta = A - A'$,

also $A - A' = \varepsilon (\sin (A' - P) + \sin P)$.

Da nun A die Hälfte des gemessenen und A' die Hälfte des abgelesenen Winkels bezeichnet, so ist die Gleichung mit 2 zu multiplizieren, um für den Winkel $2A'$ den Exzentrizitätsfehler zu erhalten, es wird also

$$2(A - A') = 2\varepsilon (\sin (A' - P) + \sin P) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2).$$

Bezeichnet man diesen für den Winkel $2A'$ gefundenen Fehler durch E, so ist

$$E = 2\varepsilon (\sin (A' - P) + \sin P)$$

oder $E = 2\varepsilon \cdot \sin A' \cdot \cos P - 2\varepsilon \cdot \cos A' \cdot \sin P + 2\varepsilon \cdot \sin P$.

Man setze $2\varepsilon \cdot \sin P = x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$

und $2\varepsilon \cdot \cos P = y, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4)$

dann wird $E = \sin A' \cdot y - \cos A' \cdot x + x$

oder $E = (1 - \cos A') x + \sin A' \cdot y \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 5).$

Nennt man den zweiten beobachteten Winkel $2B$, die Ablesung dieses Winkels $2B'$ und den Unterschied beider E', so erhält man auf dieselbe Weise die Gleichung:

$$E' = (1 - \cos B') x + \sin B' \cdot y \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 6).$$

Man hat nun zwei Gleichungen mit bestimmten Zahlen und den beiden Unbekannten x und y. Berechnet man x und y, so erhält man durch Division aus Gleichung 3) und 4)

$$\operatorname{tang} P = \frac{x}{y} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 7)$$

und darnach aus Gleichung 3) oder 4)

$$2\varepsilon = \frac{x}{\sin P} = \frac{y}{\cos P} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 8).$$

Der Winkel P oder OCN hat die Linie vom Mittelpunkte C nach dem Nullpunkte O zum festen Schenkel und wird bis 360° herum gezählt. Er liegt im ersten Quadranten, wenn x und y beide positiv sind, im zweiten, wenn x positiv und y negativ ist; im dritten Quadranten, wenn x und y beide negativ sind, und im vierten, wenn x negativ und y positiv ist. P und ε sind für denselben Sextanten unveränderliche Größen; man bezeichnet sie als Exzentrizitätskonstanten. Sind diese bekannt, so findet man für jeden anderen Winkel die anzubringende Berichtigung durch die Gleichung 2)

$$2(A - A') = E = 2\varepsilon (\sin (A' - P) + \sin P) .$$

Hiernach sucht man für $2A' = 10°, 20°, 30°$ usw. den Sinus von $A' - P$, addiert diesen zum Sinus von P und multipliziert ihre Summe mit 2ε. Die erhaltenen Werte stellt man zum Gebrauche in einer Tabelle zusammen.

Hat man noch einen dritten genau bekannten Winkel nachgemessen und vergleicht den beobachteten Unterschied beider Winkel mit dem berechneten Exzentrizitätsfehler, so sollen beide Werte übereinstimmen. Ist dies nicht der Fall, und ist die Abweichung eine bedeutende, so muß die ganze Untersuchung wiederholt werden. Um genauere Ergebnisse zu erhalten, kann man statt zweier Winkel deren mehrere messen, dann je zwei Winkel zur Berechnung von P und 2ε verbinden und aus den gefundenen Werten das Mittel nehmen. Dabei muß man aber die Werte, die von der Mehrzahl beträchtlich abweichen, ganz ausschließen und nur aus den nahe übereinstimmenden Werten das Mittel nehmen.

Es handelt sich nun noch darum, wie man die richtigen Winkel erhält, mit denen man die beobachteten Winkel zu vergleichen hat. Für den Seemann, dem genaue Instrumente zum Winkelmessen nicht zur Verfügung stehen, eignen sich hierzu die Distanzen zwischen hellen Fixsternen am besten.

Man beobachte mehrere voneinander sehr verschiedene Distanzen zwischen Sternen erster Größe, schreibe die Uhrzeit dazu auf sowie auch die Stände des Barometers und Thermometers. Dabei messe man jede Distanz fünf- bis sechsmal und nehme hieraus und aus den zugehörigen Zeiten das Mittel.

Diese scheinbare Distanz verwandle man mit Hilfe der Formel zur Berechnung der wahren Monddistanz (§ 360) in die wahre Distanz, nachdem man aus der Breite des Beobachtungsorts, aus den Stundenwinkeln der Sterne und ihrer Deklination zunächst die wahren Höhen und aus diesen durch Anwendung der astronomischen Strahlenbrechung die scheinbaren Höhen nebst der wahren astronomischen Strahlenbrechung berechnet hat.

Dann berechnet man aus den Poldistanzen der beiden Sterne, zwischen denen die Distanz gemessen wurde, sowie dem Unterschiede ihrer geraden Aufsteigungen nach § 59 die wirkliche Distanz, mit der die aus der Messung sich ergebende wahre Distanz zu vergleichen ist, um den Exzentrizitätsfehler für diesen Winkel zu erhalten.

Beispiel. 1907 den 5. Mai wurden in 54° 21',7 N Br. und 12° 43',5 O Lg. v. Grw. mit einem Oertlingschen Sextanten folgende Distanzen beobachtet:

1. Um $10^h\,19^m\,44^s$ Uhrzeit	Capella ✳⌒✳ Arcturus	102° 58′ 57″	U. K. geg. mttl. Zt.	$= -1^h\,15^m\,25^s$,
2. „ $10^h\,26^m\,44^s$ „	Capella ✳⌒✳ Castor	30° 0′ 27″	J. K.	= −2′ 30″,
3. „ $10^h\,34^m\,59^s$ „	Arcturus ✳⌒✳ Regulus	59° 44′ 13″	Barom.	= 765,5 mm,
			Therm.	= +9°,2 R.

Durch Rechnung findet man die aus der Beobachtung sich ergebenden wahren und die wirklichen Distanzen: *)

	1.	2.	3.
Wahre Distanz:	102° 59′ 2″	29° 58′ 33″	59° 42′ 51″
Wirkliche Distanz:	103° 0′ 0″	29° 59′ 2″	59° 43′ 37″
Unterschied =	+58″ = E	+29″ = E'	+46″.

Man nehme nun die ersten beiden gemessenen Distanzen zur Berechnung der Größen P und 2ε;

dann ist:	$2A' = 102°\,56'$,	$2B' = 29°\,58'$,
also	$A' = 51°\,28'$,	$B' = 14°\,59'$.
Nach Tafel 37 ist	$\cos A' = 0{,}623$,	$\cos B' = 0{,}966$
mithin	$1 - \cos A' = 0{,}377$	$1 - \cos B' = 0{,}034$
und	$\sin A' = 0{,}782$,	$\sin B' = 0{,}259$.

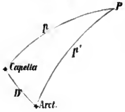
*) Es mag erwünscht sein, den Gang der Rechnung an einem Beispiele zu verfolgen.

Berechnung der wahren Distanz zwischen ✳ Capella und ✳ Arcturus.

Uhrzeit der Beobachtung	=	$10^h\,19^m\,44^s$
U. K. geg. mttl. Zt. . .	= −	$1^h\,15^m\,25^s$
Mttl. astr. Ortszt. . .	=	$9^h\,4^m\,19^s$ v. 5./5.
m. ☉ A R	=	$2^h\,50^m\,11^s$
Sternzeit	=	$11^h\,54^m\,30^s$.

	✳ Capella		✳ Arcturus
A R	= $5^h\,9^m\,48^s$	. . . .	$14^h\,11^m\,26^s$
Deklination .	= +45° 54′ 14″ = δ	. . . .	+19° 39′ 56″ = δ'
t	= $6^h\,44^m\,42^s$	. . . .	$2^h\,16^m\,56^s$
Wahre Höhe .	= 30° 20′	. . . .	46° 39′
Scheinb. Höhe	= 30° 22′ = h	. . . .	46° 40′ = H
Wh. Strb. .	= 1′ 39″ = R	. . . .	0′ 56″ = R′.

Fig. 196.



Bei Benutzung der Formel

$$D' = D + R \cdot \operatorname{tang} h \cdot \operatorname{tang}(\tfrac{1}{2} D + A) + R' \cdot \operatorname{tang} H \cdot \operatorname{tang}(\tfrac{1}{2} D - A)$$

ergibt sich $D' = 102°\,56'\,27'' + 1'\,39'' + 0'\,56''$.

Wahre Distanz = 102° 59′ 2″.

Berechnung der wirklichen Distanz.

In Fig. 196 ist

P = ✳ Capella AR. − ✳ Arct. AR. $= 9^h\,1^m\,38^s$,

$p = 90° - \delta = 44°\,5'\,46''$, $p' = 90° - \delta' = 70°\,20'\,4''$.

Nach § 59 findet man alsdann

wirkliche Distanz = 103° 0′ 0″.

Demnach werden die Bestimmungsgleichungen nach 5) und 6):

$$
\begin{array}{lrl}
1. & +58'' & = 0{,}377\,x + 0{,}782\,y \\
2. & +29'' & = 0{,}034\,x + 0{,}259\,y \\
\hline
 & +1{,}97'' & = 0{,}013\,x + 0{,}027\,y \quad \text{(durch Multipl. der 1. Gl. mit 0,034)} \\
 & +10{,}93'' & = 0{,}013\,x + 0{,}098\,y \quad (\;\text{„} \quad \text{„} \quad \text{„ 2. „ „ 0,377)} \\
\hline
 & 8{,}96'' & = \phantom{0{,}013\,x} + 0{,}071\,y \quad \text{(durch Subtraktion).} \\
 & & y = +126{,}2 \\
 & +58 & = 0{,}377\,x + 98{,}7 \quad \text{(durch Einsetzen von } y \text{ in Gl. 1)} \\
 & -40{,}7 & = 0{,}377\,x\,, \\
 & -108{,}0 & = x\,.
\end{array}
$$

Nach Gl. 7) ist

$$\operatorname{tang} P = \frac{x}{y} = \frac{-108{,}0}{+126{,}2}$$

$$\log x = 2{,}03342\,n$$
$$\log y = 2{,}10106$$
$$\log \operatorname{tang} P = 9{,}93236\,n$$
$$\angle P = -40^\circ\,33'$$

(*P* liegt im vierten Quadranten).

Nach Gl. 8) ist

$$2\,\varepsilon = \frac{x}{\sin P} = \frac{y}{\cos P}$$

$$\log y = 2{,}10106$$
$$\log \cos P = 9{,}88072$$
$$\log 2\,\varepsilon = 2{,}22034$$
$$2\,\varepsilon = 166'',1\,.$$

Nach der Gleichung 2): $E = 2\,\varepsilon\,(\sin(A' - P) + \sin P)$ berechnet man jetzt die Fehlertabelle in folgender Weise:

$$P = -40^\circ\,33'\,;\quad \sin = -0{,}650\,;\quad 2\,\varepsilon = 166'',1\,.$$

$2\,A'$	A'	$A' - P$	$\sin(A' - P)$	$\sin(A' - P) + \sin P$	$2\,\varepsilon\,(\sin(A' - P) + \sin P)$
10°	5°	45° 33′	+0,714	+0,064	+11″
20°	10°	50° 33′	0,772	0,122	+20″
30°	15°	55° 33′	0,825	0,175	+29″
40°	20°	60° 33′	0,871	0,221	+37″
50°	25°	65° 33′	0,910	0,260	+43″
60°	30°	70° 33′	0,943	0,293	+49″
70°	35°	75° 33′	0,968	0,318	+53″
80°	40°	80° 33′	0,986	0,336	+56″
90°	45°	85° 33′	0,997	0,347	+58″
100°	50°	90° 33′	1,000	0,350	+58″
110°	55°	95° 33′	0,995	0,345	+57″
120°	60°	100° 33′	0,983	0,333	+55″

Für den Winkel 60° ergibt die Tabelle den Fehler +49″, und nach der dritten Beobachtung ist für den Winkel 59° 42′ der Fehler +46″ gefunden, eine genügende Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung.

Wäre nun noch der große Spiegel etwas prismatisch gestaltet, aber so wenig, daß es durch die in § 230 beschriebene Untersuchung nicht wahrzunehmen ist, so wäre der berechnete Exzentrizitätsfehler mit dem durch die prismatische Gestalt des großen Spiegels hervorgerufenen Fehler vermischt, und die in der Tabelle zusammengestellten Werte wären die Gesamtberichtigungen des gemessenen Winkels. Läßt man dann den großen Spiegel gelegentlich neu belegen, oder muß er zu einem anderen Zwecke aus seinem Rahmen herausgenommen werden, so muß man acht geben, daß der Spiegel beim Wiedereinsetzen in dieselbe Lage kommt, worin er sich vorher befand. Denn käme der Spiegel in die der früheren entgegengesetzte Lage, so ändert der Spiegelfehler sein Vorzeichen und die berechneten Werte der Tabelle würden dadurch unbrauchbar.

§ 234. Vom Beobachtungsfehler. Die Größe dieses Fehlers hängt von der Feinheit der Teilung und von der Vergrößerung des Fernrohrs ab. Beobachtet man mit bloßem Auge, so wird im allgemeinen ein Gegenstand dem Auge verschwinden, wenn der Gesichts-

winkel, unter dem dieser Gegenstand erscheint, kleiner als eine Minute ist. Mit Hilfe eines sechsmal vergrößernden Fernrohrs wird demnach ein Gegenstand noch wahrgenommen werden, solange sein Gesichtswinkel nicht kleiner als 10 Sekunden wird. Mit einem Oktanten und ohne Fernrohr wird man also z. B. die Berührung der Sonne mit ihrem Spiegelbilde nur auf eine Minute genau einstellen können, mit einem sechsmal vergrößernden Fernrohr auf 10 Sekunden und mit einem zehnmal vergrößernden Fernrohr auf 6 Sekunden genau. Der Ablesungsfehler kann gleich der Hälfte der Noniusangabe gesetzt werden. Gibt der Nonius volle Minuten an, so kann man halbe Minuten noch gut schätzen (§ 214), gibt er 10 Sekunden an, so wird man, wenn kein Strich des Nonius mit einem Teilstriche des Limbus genau zusammenfällt, auf 5 Sekunden genau ablesen können. Hat man demnach mit einem Oktanten den Winkel gemessen und abgelesen, so kann dieser, selbst wenn der Oktant vollständig berichtigt ist, noch mit einem Fehler von 1,5 Minuten behaftet sein. Die Indexkorrektion kann den gleichen Fehler enthalten, so daß es zwar nicht wahrscheinlich aber doch möglich ist, daß der für Indexkorrektion berichtigte Winkel um 3 Minuten fehlerhaft ist. Dieses Beobachtungsfehlers wegen ist es vorzuziehen, stets mehrere Einstellungen und Ablesungen desselben Winkels zu machen, da anzunehmen ist, daß durch diesen Fehler der Winkel einmal zu groß und das andere Mal zu klein wird. Das arithmetische Mittel aller Beobachtungen wird dann weniger fehlerhaft sein als eine einzelne Beobachtung. Beobachtet man mit einem Sextanten, dessen Fernrohr sechs- bis zehnmal vergrößert und dessen Nonius 10 Sekunden angibt, so wird man auf einen Beobachtungsfehler von 30 und 20 Sekunden zu rechnen haben. Zu Beobachtungen, bei denen es auf besondere Genauigkeit ankommt, also z. B. zu Messungen von Monddistanzen, hat man daher die stärkere Vergrößerung des Sextantenfernrohrs zu benutzen.

III. Gebrauch des Sextanten und Oktanten.

§ 235. Höhenmessungen über der Kimm. Von der Sonne oder dem Monde wird entweder die Höhe des unteren oder die des oberen Randes gemessen, von Planeten jedoch beobachtet man ebenso wie von Fixsternen die Mittelpunktshöhen.

Man stelle zunächst das Fernrohr zum deutlichen Sehen nach der Kimm ein, schraube es aber noch nicht in seinen Träger, es sei denn, daß man bereits im Beobachten geübt wäre. Dann lege man, um eine Sonnen- oder Mondhöhe zu messen, ein passendes Glas vor den großen Spiegel, halte den Sextanten an seiner Handhabe mit der rechten Hand in vertikaler Lage und sehe durch die Ringöffnung des Fernrohrträgers nach dem Punkte der Kimm, der im Vertikal des Gestirns und diesem am nächsten liegt. Mit der linken Hand schiebt man die Alhidade, deren Klemmschraube zu lösen ist, vom Limbus-Nullpunkte ab langsam vorwärts und gebe dabei dem Instrument durch Drehung des rechten Handgelenks eine sanfte um die Gesichtslinie pendelnde Bewegung. Erblickt man dann das Spiegelbild der Sonne in der Kimm, so setze man die Klemmschraube fest, schraube das Fernrohr in seinen Träger, drehe ein Paar der Fäden im Fernrohr parallel zur Instrumentsebene, mache die beiden Bilder, Kimm und Spiegelbild der Sonne, gleich hell und halte den Sextanten wie vorhin. Bei der pendelnden Bewegung des Sextanten beschreibt der unterste Punkt des Spiegelbildes der Sonne (im umkehrenden Fernrohr der oberste Punkt) einen Bogen, und es ist nun das Instrument so zu halten und die Feinschraube so zu drehen, daß dieser Bogen genau die Kimm berührt. In diesem Falle ist die Unterrandshöhe der Sonne oder des Mondes eingestellt. Bringt man den Bogen, den der oberste Punkt des Spiegelbildes der Sonne (im umkehrenden Fernrohr der unterste

Punkt) bei Bewegung des Sextanten um die Gesichtslinie beschreibt, in genaue Berührung mit der Kimm, so ist die Oberrandshöhe der Sonne eingestellt, auf deren Ablesung noch wie immer die Indexkorrektion anzuwenden ist.

Um Höhen von Planeten und Sternen zu beobachten, sehe man nicht gleich nach der Kimm sondern unmittelbar nach dem Sterne, dessen Höhe man messen will. Durch Bewegung der Alhidade in der Nähe des Nullpunkts wird man das Spiegelbild des Sterns erblicken, und dies im Auge behaltend, schiebe man die Alhidade langsam voran, wobei man gleichzeitig den Kopf nach vorn neigt, bis man das Bild des Sterns in der Kimm sieht. Dann verfahre man wie bei der Sonne. Auf diese Weise wird es unmöglich, das Spiegelbild des zu beobachtenden Sterns mit den Spiegelbildern anderer Sterne zu verwechseln.

Höhen irdischer Gegenstände über der Kimm werden ebenso beobachtet, indem man den Punkt des Gegenstandes, dessen Höhe zu messen ist, mit dem vertikal unter ihm gelegenen Punkte der Kimm in Deckung bringt. Ist die Höhe so klein, daß der rechts befindliche Teil des Gradbogens dafür ausreicht, so mißt man sie ebenso wie den Sonnendurchmesser (§ 221). Man bringe einmal das Spiegelbild des Gegenstandspunkts durch Vorwärtsschieben der Alhidade mit der Kimm in Deckung und dann das Spiegelbild der Kimm durch Rückwärtsbewegen der Alhidade mit dem unmittelbar gesehenen Punkte des Gegenstandes in Deckung. Die halbe algebraische Differenz beider Ablesungen ist die für Indexkorrektion berichtigte Höhe.

Zu Höhenmessungen über der Kimm benutzt man von den beiden Okularen, die zum Sextantenfernrohre gehören, das mit der geringeren Vergrößerung. Außerdem gehört zum Sextanten noch ein Rohr ohne Gläser, das mit einer kleinen Sehöffnung versehen ist und bei stürmischem Wetter und hoher See statt des Fernrohrs in den Träger geschraubt wird. Bei Benutzung dieses Rohrs liest man die beobachteten Höhen nur auf die nächste ganze Minute genau ab, um mit der Genauigkeit der Winkeleinstellung in Übereinstimmung zu bleiben.

Bei Oktanten sind gewöhnlich statt eines Fernrohrs zwei kleine Sehlöcher in einer runden Messingplatte angebracht. Das dem Oktanten nähere Loch muß so angebracht sein, daß die durch dieses Loch zur Instrumentsebene gedachte Parallele die Trennungslinie zwischen dem belegten und durchsichtigen Teile des kleinen Spiegels trifft. Die durch das andere Loch gedachte Parallele soll die Mitte des durchsichtigen Teils des kleinen Spiegels treffen. Durch das innere Loch hat man zu sehen, wenn Winkel zwischen irdischen Gegenständen und Höhen von Sternen zu beobachten sind. Das äußere Loch benutzt man zu Sonnenbeobachtungen, da das Spiegelbild der Sonne hell genug ist, um es auch im unbelegten Teile des kleinen Spiegels sehen zu können. Ein verschiebbares kleines Blendglas kann vor die Löcher gelegt werden, so daß man auch an der Sonne die Indexkorrektion bestimmen kann, ohne Gläser vor die Spiegel legen zu müssen.

§ 236. Messung der Monddistanzen. Unter Monddistanz versteht man den Winkelabstand des Mondes von einem anderen Gestirn. Da diese Distanzen so genau wie irgend möglich gemessen werden müssen, so benutzt man das Okular mit der stärkeren Vergrößerung. In den meisten Fällen wird man unmittelbar nach dem minder hellen Gestirne sehen und das hellere wiederspiegeln lassen; nur dann ist umgekehrt zu verfahren, wenn das minder helle Gestirn sehr hoch und das hellere darunter steht.

Man nehme nun an, es sei die Distanz zwischen Sonne und Mond zu messen, und die Sonne stehe rechts vom Monde, so lege man vor den großen Spiegel das passende

Glas, halte den Sextanten parallel zur Beobachtungsebene und sehe durch die Ringöffnung des Fernrohrträgers nach einer Stelle des Himmels, die etwa um die Breite der Hand, diese bei ausgestrecktem Arme vor Augen sehend, links von der Sonne liegt. Bewegt man dann die Alhidade in der Nähe des 10 Gradstrichs und dreht den Sextanten um die Gesichtslinie ein wenig auf und nieder, so wird man das Spiegelbild der Sonne erblicken. Nun schiebe man mit der linken Hand die Alhidade vorwärts, sich gleichzeitig mit dem Kopfe nach links wendend, bis man das stets im Auge zu behaltende Spiegelbild der Sonne mit dem Monde in Berührung hat, sowie es nebenstehende Fig. 197 veranschaulicht. Dann setze man die Klemmschraube fest, schraube das Fernrohr in seinen Träger, stelle die Fäden parallel zur Sextantenebene und bewege nun, nach dem Monde sehend, den Sextanten um die Fernrohrachse, bis man das Spiegelbild der Sonne neben dem Monde sieht. Beide Bilder sind jetzt gleich hell zu machen, im angenommenen Falle durch Weiterabschrauben des Fernrohrs, damit dem minder hellen Monde der größere Teil der Objektivlinse zugekehrt ist. Nun stütze man den Limbus durch den Zeigefinger der linken Hand, während Daumen und Mittelfinger die Feinschraube bedienen, und bringe die Bilder in scharfe Berührung, wobei der Berührungspunkt in der Mitte zwischen beiden Parallelfäden zu halten ist. Im umkehrenden Fernrohr sieht man die Bilder wie Fig. 198 es zeigt. Die für Inderkorrektion berichtigte Ablesung ergibt die Distanz im Augenblicke der Berührung beider Ränder.

Fig. 197.

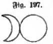


Fig. 198.



Steht die Sonne links vom Monde, so hat man die Spiegel des Sextanten nach unten zu halten, um das Spiegelbild der Sonne mit dem Monde zusammenzubringen. Im übrigen ist ebenso wie vorher zu verfahren.

Ist eine Distanz zwischen dem Monde und einem Stern oder Planeten zu messen, so bringe man das Spiegelbild des Mondes mit dem Stern oder Planeten in Berührung, so daß der Mittelpunkt des Planeten den Mondrand berührt. Man darf nie versäumen, das Instrument derart zu bewegen, daß das Mondbild am Sterne vorbei etwas auf und nieder geht. Anscheinend beschreibt bei dieser Bewegung der Stern eine gerade Linie und diese muß eine Tangente am vollen Rande des Mondes sein.

Steht bei tiefem Stande des Mondes der Stern sehr hoch, so sehe man unmittelbar nach dem Monde und bringe das Spiegelbild des Sterns mit dem Mondrande in Berührung. Denn im umgekehrten Falle wird das Halten des Instrumentes zu unbequem und dadurch die Beobachtung zu unsicher. Man sehe dann zunächst nach dem Stern, bewege die Alhidade in der Nähe des Limbus-Nullpunkts, bis man das Spiegelbild des Sterns sieht, und verfahre dann weiter wie vorhin beschrieben ist. Nur muß man in diesem Falle das Fernrohr ganz nahe an den Sextanten heranschrauben, damit das Spiegelbild möglichst hell wird, und wenn nötig noch ein helles Glas vor den kleinen Spiegel legen, um das Mondlicht zu dämpfen.

§ 237. Behandlung des Sextanten. Man darf den Sextanten nicht unnötigerweise den Sonnenstrahlen aussetzen, da hierdurch die Spiegel um so früher matt werden, indem das zum Belegen der Spiegel verwendete Quecksilber allmählich verdunstet. Muß ein Spiegel neu belegt werden, so übergebe man seinen Sextanten nicht dem ersten besten Mechaniker zur Ausbesserung, denn oft genug kommt es vor, daß dabei gute Spiegel mit gänzlich unbrauchbaren Spiegeln vertauscht werden. Auch lasse man von unbekannten Mechanikern niemals sein Instrument neu lackieren, was überhaupt ganz zwecklos ist und

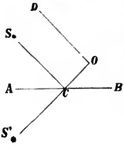
besser unterbleibt. Ist der Sextant naß geworden, was auf See nicht immer zu vermeiden ist, so trockne man ihn mit weichem Waschleder oder mit alter Leinwand ab, besonders die Gradteilung und die Spiegel. Flecken auf der Teilung werden mit feinem Öl abgerieben, doch darf man das hierzu benutzte Stück Leder nicht hinterher zum Abwischen der Spiegel und Gläser verwenden. Trockener Staub auf der Teilung, auf den Spiegeln und Gläsern wird mittels eines Haarpinsels entfernt. Immer aber muß man sehr vorsichtig sein bei solcher Reinigung und besonders nicht an die Berichtigungsschrauben der Spiegelstellung stoßen. Die Klemmschraube und Feinschraube ölt man, wenn es nötig ist, mit wenig aber feinstem Öl, ebenso das Gewinde am Fernrohr und im Ringe des Fernrohrträgers.

Vierter Abschnitt.

Der künstliche Horizont.

§ 238. Zweck des künstlichen Horizonts. Man bedient sich dieses Horizonts am Lande, wo der Seehorizont fehlt, um Höhen zu messen. Hierzu kann jede spiegelnde Ebene, die genau horizontal liegt, benutzt werden. Stellt AB (Fig. 199) den Durchschnitt einer solchen Ebene dar, und bezeichnet S ein Gestirn, von dem der Strahl SC auf die spiegelnde Ebene AB fällt, so wird dieser Strahl so zurückgeworfen, daß Winkel $OCB = ACS$, CO also die Richtung des zurückgeworfenen Strahls SC ist. Ein in O befindliches Auge sieht mithin das Spiegelbild des Sterns S in S'. Nun ist Winkel ACS die scheinbare Höhe des Sterns S, da AB im scheinbaren Horizonte liegt, und weil Winkel $OCB = ACS'$ als Scheitelwinkel und auch gleich ACS ist, so ist

Fig. 199.



$$\angle ACS = \angle ACS'.$$

Es ist demnach der ganze Winkel SCS' das Doppelte von ACS. Da die Entfernung OC des Auges von AB gegen die Entfernung des Gestirns verschwindend klein ist, so ist der vom Gestirn unmittelbar ins Auge gelangende Strahl DO mit SC parallel, folglich auch Winkel $DOS' = SCS'$, gleich der doppelten scheinbaren Höhe des Gestirns. Mißt man demnach von O aus mit einem Sextanten den Winkel DOS', so ist die Hälfte dieses Winkels die scheinbare Höhe des Gestirns S.

Zu bemerken ist, daß die Indexkorrektion wie immer auf den abgelesenen Winkel, also vor dessen Halbierung anzubringen ist.

Ebenso kann man die scheinbaren Höhen irdischer Gegenstände über dem künstlichen Horizonte messen, nur dürfen die Gegenstände nicht so nahe sein, daß die Richtungen SC und SO nicht mehr als parallel angenommen werden können. In diesem Falle wäre die Ablesung um den Winkel CSO zu vermehren.

§ 239. Einrichtung des künstlichen Horizonts. Da die Oberfläche einer ruhig stehenden Flüssigkeit stets eine horizontale Fläche bildet, so benutzt man zur Herstellung eines künstlichen Horizonts am einfachsten und sichersten eine spiegelnde Flüssigkeit, wie Quecksilber, Öl, Teer, Sirup, Tinte und dergleichen. Man gießt die Flüssigkeit in eine

Schale und stellt diese so auf, daß man beim Hineinsehen das Spiegelbild des zu beobachtenden Gestirns sieht. Teer darf aber nicht lange in der Sonne stehen, da er leicht Blasen wirft, wodurch die Ebenheit der Oberfläche zerstört wird. Die besten Spiegelbilder gibt das Quecksilber, das deshalb auch am meisten gebraucht wird. Das Gefäß, das zur Aufnahme des Quecksilbers dient, ist meistens eine Schale aus Metall, am besten Kupfer, deren innere Fläche mit Scheidewasser abgerieben und gereinigt wird. Hierdurch erhält man eine völlig ebene Oberfläche des Quecksilbers, das sich sonst am Rande des Gefäßes gewölbt erhebt. Außerdem verliert das Quecksilber in dem so gereinigten Gefäße zum großen Teile seine leichte Beweglichkeit und bleibt selbst bei mäßigem Winde noch ziemlich ruhig. Eine Hauptsache ist, daß das Quecksilber rein ist. Man läßt daher das Quecksilber beim Eingießen in das Gefäß durch eine Papierdüte mit einer feinen Öffnung laufen, muß aber aufpassen, daß die letzten Tropfen in der Düte zurückbleiben, da mit diesen auch der Schmutz durchfließen würde. Hat das Quecksilber längere Zeit im Gefäße gestanden, so bildet sich eine Staub- und Schmutzschicht auf der Oberfläche, die man mit der Hand oder mit steifem Papier abstreicht.

Sehr bequem für den Gebrauch ist der Horizont von Herbst. Bei diesem wird das Quecksilber nach Beendigung der Beobachtungen in einen unterhalb des Gefäßes befindlichen Lederbeutel abgelassen und vor dem Gebrauche mittels einer Schraube wieder in die Höhe gedrückt.

Um das Quecksilber auch im Winde ruhig zu erhalten, wird über den Horizont ein Dach gesetzt, dessen Seitenwände gewöhnlich aus dünnen Glimmerscheiben gefertigt sind und unter rechtem Winkel aneinander stoßen, während die beiden Giebelwände des Daches von Holz oder Blech sind. Dieses Dach wird so über das Gefäß gesetzt, daß die durchsichtigen Seitenwände dem zu beobachtenden Gegenstande und dem Beobachter, und der First des Daches dem Zenit zugekehrt sind, während die Giebelwände nach Schätzung parallel zur Vertikalebene des Gegenstandes gestellt werden. Ist die Sonne zu beobachten, so steht das Dach richtig, wenn der Schatten einer Giebelwand in die Verlängerung dieser Wand fällt.

Statt des Glimmers werden auch Glasscheiben zu Dachgläsern verwandt, doch müssen diese so geschliffen sein, daß ihre Flächen eben und einander parallel sind. Glimmer hat den Vorzug der Billigkeit und läßt sich leicht in planparallele Platten spalten.

Ein Übelstand des Quecksilberhorizonts besteht darin, daß das Quecksilber schon durch die geringsten Erschütterungen des Standorts in wellenförmige Bewegung gerät. Hierdurch kommt auch das Spiegelbild des zu beobachtenden Gestirns in Schwankungen, wodurch ein genaues Beobachten unmöglich wird. Gemildert wird dieser Übelstand dadurch, daß man den Horizont auf eine dicke Unterlage aus Watte oder ähnlichem Stoff setzt.

Man kann auch einen Glashorizont benutzen. Dieser besteht aus einer eben geschliffenen dunkel gefärbten Glasplatte, die auf drei Schrauben ruht. Mit diesen Fußschrauben stellt man den Horizont auf eine feste Unterlage, z. B. auf einen passenden Stein oder auf einen in die Erde gegrabenen Pfahl u. dgl. Um die Oberfläche der Glasplatte horizontal zu stellen, bedient man sich am besten einer Röhrenlibelle, worunter man eine Wasserwage mit Luftblase in der Form einer Röhre versteht. Diese Röhre ist aus Glas, etwa 8 bis 10 Zentimeter lang, im Durchmesser 1 bis 2 Zentimeter weit, und so geschliffen, daß die obere Seite in der Richtung der Achse schwach nach oben gekrümmt ist. Nachdem die Röhre bis auf einen kleinen Raum mit Spiritus gefüllt ist, wird sie luftdicht verschlossen und in eine sie schützende Messinghülse geschoben. Diese ist auf der oberen

Seite der Länge nach ausgeschnitten, so daß man die Glasröhre und die Luftblase sehen kann. In der Mitte des Ausschnitts ist der höchste Punkt der Krümmung der Glasröhre, und auf dieser befindet sich eine Teilung, womit der Stand der Luftblase bestimmt werden kann. Bei horizontaler Lage der Libelle stellt sich die Luftblase in die Mitte, den höchsten Punkt der Röhre. An den Enden der Messinghülse sind zwei Füße angebracht, wovon der eine mittels einer Schraube verlängert oder verkürzt werden kann, um die Libelle berichtigen zu können. Man stellt nun die Libelle so auf den Glashorizont, daß ihre Achse mit der Verbindungslinie zweier Fußschrauben des Horizonts nach Augenmaß parallel ist. Steht dann die Luftblase an einem Ende der Libelle, so schraubt man mittels der unter diesem Ende befindlichen Fußschraube des Horizonts diesen tiefer und mittels der unter dem anderen Ende der Libelle befindlichen Fußschraube diese Seite des Horizonts höher, bis die Luftblase genau die Mitte der Röhre einnimmt. Ist die Libelle nicht berichtigt, so legt man sie nun um, indem man das Ende, das sich über der rechten Fußschraube befindet, jetzt über die links befindliche Schraube bringt. Steht in dieser Lage die Blase nicht in der Mitte, so zählt man, wie viele Teile die Blase ihren Stand verändern muß, um sich wieder genau in der Mitte zu befinden. Um die Hälfte dieser Teile schraubt man dann die Blase mittels der Berichtigungsschraube an der Libelle zurück und bringt sie hiernach durch die beiden Fußschrauben, in deren Richtung die Libelle steht, völlig in die Mitte. Durch ein nochmaliges Umlegen der Libelle überzeugt man sich, ob auch in dieser Lage die Luftblase in der Mitte steht, und ist dies nicht der Fall, so ist das beschriebene Verfahren so lange zu wiederholen, bis in beiden Lagen der Libelle die Blase genau auf die Mitte der Röhre einspielt. Dann ist die Lage der Glasplatte in der Richtung der Libelle sowie diese selbst berichtigt.

Darauf stellt man die Libelle rechtwinklig zu ihrer ersten Lage, so daß ihr eines Ende sich über der dritten Fußschraube des Horizonts befindet, und bringt mittels dieser Fußschraube allein die Luftblase in die Mitte. Ist dies geschehen, so bildet die Oberfläche der Glasplatte eine horizontale Ebene.

Da bei verschiedener Temperatur die Libellenfüllung sich ausdehnt oder zusammenzieht, so verändert auch die Luftblase ihre Länge. Man nimmt daher die Berichtigung der Libelle an einem Orte vor, wo die Temperatur möglichst unverändert bleibt und besonders die Sonne nicht unmittelbar die Libelle bescheint.

§ 240. Beobachten über dem künstlichen Horizont. Nachdem der Horizont so aufgestellt ist wie vorhin beschrieben wurde, setzt oder stellt man sich so vor ihn, daß man das Spiegelbild des zu beobachtenden Gegenstandes in der Mitte des Horizonts sieht. Will man die Höhe der Sonne messen, so legt man vor beide Spiegel des Sextanten die gleichen und passenden Gläser und sieht nun durch die Öffnung des Fernrohrträgers nach dem Sonnenbilde im Horizont. Dann schiebt man die Alhidade vorwärts, dabei das vertikal gehaltene Instrument um die Gesichtslinie etwas schwenkend, bis man das von den Sextantenspiegeln zurückgeworfene Sonnenbild mit dem im Horizont in Deckung sieht, setzt nun die Klemmschraube fest, schraubt das zum deutlichen Sehen schon vorher eingestellte Fernrohr in seinen Träger und beobachtet nun die Randberührung der beiden Sonnenbilder.

Bei umkehrendem Fernrohr ist die Unterrandshöhe beobachtet, wenn das von den Spiegeln zurückgeworfene Sonnenbild unter dem unmittelbar im Horizont gesehenen Bilde steht, dagegen die Oberrandshöhe im umgekehrten Falle. Um beide Bilder voneinander zu unterscheiden, braucht man nur den Sextanten etwas um die Achse des Fernrohrs zu drehen, infolgedessen das doppelt gespiegelte Bild einen Bogen beschreibt. Als weiteres

Merkmal kann die Veränderung der Höhe dienen; gehen nämlich nach eingestellter Randberührung bei steigendem Gestirn, bei der Sonne also vormittags, die Sonnenbilder auseinander, so war die Unterrandshöhe eingestellt, dagegen die Oberrandshöhe, wenn beide Bilder ineinander gehen. Umgekehrt ist es, wenn die Höhe des Gestirns abnimmt.

Bei Bestimmung der Indexkorrektion benutze man dieselben farbigen Gläser, die bei Beobachtung der Höhe vor den Spiegeln lagen, um etwaige Fehler dieser Gläser unschädlich zu machen. Dies wird auch erreicht, wenn man statt der Gläser vor den Spiegeln das zum Okular gehörige Blendglas gebraucht.

Mondhöhen werden ebenso wie die der Sonne gemessen. Um Planeten und Sternhöhen zu beobachten, hat man die Bilder in Deckung zu bringen und im übrigen zu verfahren wie es in § 235 beschrieben worden ist.

Sind die Glasscheiben des Daches nicht plan und parallel, so verändern sie die Richtung der hindurchgehenden Strahlen und machen also die Beobachtungen fehlerhaft. Diesen Fehler kann man beseitigen, indem man einige Höhen in einer Lage des Daches beobachtet und dieses dann umstellt, so daß die Seite, die erst dem Gestirne, jetzt dem Beobachter zugekehrt ist. Hiernach mißt man ebenso viele Höhen wie in der ersten Lage des Daches und nimmt aus allen Beobachtungen das Mittel, das, wie leicht erklärlich, von den Fehlern der Glasscheiben befreit ist.

Fünfter Abschnitt.

Das Barometer (Luftschweremesser).

§ 241. Schwere der Luft. Daß die Luft ebenso wie alle anderen Körper eine Schwere besitzt, zeigt folgender einfacher Versuch. Man tauche das eine Ende einer nicht zu engen offenen Röhre in ein mit Wasser gefülltes Gefäß, so wird das Wasser in der Röhre so hoch stehen wie im Gefäß. Saugt man nun aber am oberen Ende der Röhre, so steigt das Wasser in ihr und um so höher, je länger man das Saugen fortsetzt. Hierdurch wird nämlich mehr und mehr Luft aus der Röhre entfernt, der Luftdruck im Innern der Röhre wird also vermindert, während er außerhalb unverändert bleibt. Infolgedessen wird durch den Überschuß des äußeren Luftdrucks über dem im Innern der Röhre das Wasser in der Röhre so weit gehoben, bis das Gewicht der gehobenen Wassersäule dem Übergewichte des äußeren Luftdrucks gleich ist. Läßt man dann wieder der Luft freien Zutritt von oben, so sinkt das Wasser in der Röhre bis auf den außerhalb befindlichen Wasserspiegel, weil nun die Luft innerhalb wie außerhalb der Röhre den gleichen Druck auf das Wasser ausübt. Würde man das Innere einer genügend langen, oben verschlossenen Röhre vollständig luftleer machen, so würde das Wasser in der Röhre ungefähr $10\frac{1}{3}$ Meter hoch steigen, woraus folgt, daß das Gewicht einer bis zur Grenze der Atmosphäre reichenden Luftsäule gleich dem Gewichte einer Wassersäule von der gleichen Grundfläche und $10\frac{1}{3}$ Meter Höhe ist. Hieraus ergibt sich nebenbei, daß man mittels einer einfachen Saugpumpe das Wasser nicht höher als $10\frac{1}{3}$ Meter heben kann.

§ 242. Messung des Luftdrucks. Toricelli, der im Jahre 1643 entdeckte, daß die Luft wie jeder andere Körper einen Druck ausübt, benutzte zu dem vorhin beschriebenen Versuche statt des Wassers Quecksilber. Da dieses 13,6 mal schwerer ist als Wasser, so muß auch die durch den Luftdruck gehobene Quecksilbersäule 13,6 mal niedriger sein als 10½ Meter, also eine Höhe von ungefähr 76 Zentimeter haben. Durch folgenden leicht anzustellenden Versuch kann man sich hiervon überzeugen. Man füllt eine über 80 Zentimeter lange, an einem Ende zugeschmolzene Glasröhre ganz mit Quecksilber, hält das offene Ende mit dem Finger zu und setzt dann die umgekehrte Röhre in ein Gefäß mit Quecksilber. Zieht man nun den Finger weg und hält die Röhre vertikal, so sinkt das Quecksilber, einen luftleeren Raum über sich lassend, bis es ungefähr 76 Zentimeter über der Oberfläche des Quecksilbers im Gefäß steht.

Ein solches Instrument heißt ein Barometer, und der im Innern der Röhre über dem Quecksilber befindliche luftleere Raum wird die Toricellische Leere genannt.

Bestätigt wurde Toricellis Entdeckung des Luftdrucks durch Pascal, welcher schloß, daß, wenn wirklich die Luft einen Druck ausübe, dieser Druck auf hohen Bergen kleiner sein müsse als in der Ebene. Ein Versuch ergab, daß in der Tat das Barometer auf einem 5000 Fuß hohen Berge 3 Zoll niedriger stand als am Fuße des Berges; demnach kann das Barometer auch zu Höhenmessungen benutzt werden.

Da die Quecksilbersäule des Barometers ebenso schwer ist als eine bis zur Grenze der Atmosphäre reichende Luftsäule von demselben Durchmesser, so ist das Gewicht dieser Quecksilbersäule ein Maß für den Druck der Luft. Wäre z. B. die Barometerhöhe, d. i. der senkrechte Abstand der Quecksilberkuppe in der Röhre von der Oberfläche des Quecksilbers im Gefäße, gleich 76 Zentimeter, so wäre der Druck, den die Luft auf eine Fläche von einem Quadratzentimeter ausübt, gleich dem Gewichte von 76 Kubikzentimetern Quecksilber. Es wiegen aber 0,076 Kubikdezimeter Quecksilber 13,6 mal schwerer als die gleiche Menge destillierten Wassers bei $+4°$ des hundertteiligen Thermometers, und da das Gewicht eines Kubikdezimeters dieses Wassers gleich 1 Kilogramm ist, so drückt die Luft auf eine Fläche von 1 Quadratzentimeter mit einem Gewichte von $0{,}076 \cdot 13{,}6 = 1{,}0336$ Kilogramm. Dieser Druck von 1,033 kg auf 1 qcm, den die Luft an der Oberfläche des Meeres nahezu ausübt, wird als Druck einer Atmosphäre bezeichnet. Daß wir diesen auf uns lastenden Druck nicht empfinden, kommt daher, daß die Luft im Innern unseres Körpers den gleichen aber entgegengesetzten Druck ausübt wie die uns umgebende Luft.

Statt des Gewichts der Quecksilbersäule in der Barometerröhre benutzt man einfach die Barometerhöhe, um die Größe des Luftdrucks anzugeben. Denn wenn die Barometerhöhe sich verändert, so verändert sich auch entsprechend das Gewicht der Quecksilbersäule, so daß eine Zu- oder Abnahme der Barometerhöhe auch eine Zu- oder Abnahme des Luftdrucks anzeigt. Nimmt der Luftdruck zu, so sagt man, das Barometer steigt: es fällt, wenn der Luftdruck schwächer wird.

§ 243. Beschreibung verschiedener Quecksilber-Barometer.

1. Das Gefäßbarometer.

Um von dem Toricellischen Gefäßbarometer jederzeit sicher und bequem Gebrauch machen zu können, wird das Barometerrohr *ab* (Fig. 200) mit dem Gefäße fest verbunden und gewöhnlich von einer Messingröhre *cd* umgeben. Diese hat am oberen Ende zwei ungefähr 20 Zentimeter lange Einschnitte, die einander gegenüberstehen und

das Beobachten der oberen Quecksilberkuppe k gestatten. Der Maßstab zur Ablesung der Barometerhöhe, der sich gewöhnlich an der Messingröhre befindet, ist in Millimeter oder in französisch Zoll und Linien oder auch in englisch Zoll und zehntel Zoll geteilt. Zur genaueren Ablesung dient ein Nonius, der mittels einer Schraube längs dem Maßstabe auf und ab bewegt werden kann. Den Nullpunkt dieses Nonius bildet der untere Rand eines Metallstreifens, der gewöhnlich das Barometerrohr in Form eines Rings umschließt. Um die Barometerhöhe zu ermitteln, ist der Nonius so einzustellen, daß jener untere, den Nullpunkt darstellende Rand mit dem obersten Punkte der Quecksilberkuppe in Berührung erscheint, wobei das Auge sich in gleicher Höhe mit der Kuppe befinden muß. Nach erfolgter Einstellung liest man den Stand des Nonius ab und erhält hierdurch die Barometerhöhe.

Fig. 200.



Da die Barometerhöhe die vertikale Entfernung kc der oberen Quecksilberkuppe von der Oberfläche des Quecksilbers im Gefäß ist, so bildet die untere Kuppe c im Gefäß den Nullpunkt für den Maßstab. Dieser Punkt ist nun aber veränderlich, denn je nachdem das Barometer steigt oder fällt, fällt oder steigt die Oberfläche des Quecksilbers im Gefäß. Es würde demnach, da man den Stand des Quecksilbers im Gefäß nicht beobachten kann, nur dann die richtige Barometerhöhe abgelesen werden, wenn zufällig der Nullpunkt des fest angebrachten Maßstabs in der Oberfläche des Quecksilbers im Gefäß läge. Bei jedem anderen Barometerstande dagegen erhält man die Barometerhöhe zu groß oder zu klein, je nachdem der Nullpunkt des Maßstabs unter oder über der Oberfläche des Quecksilbers liegt. Um nun jederzeit die richtige Barometerhöhe unmittelbar ablesen zu können, werden die Teile des Maßstabs entsprechend verkürzt. Diese Verkürzung ist abhängig von dem inneren Durchmesser des Gefäßes, D, und von dem äußeren und inneren Durchmesser des Barometerrohrs, d und δ. Wäre z. B. das Barometer genau um **1** Millimeter gestiegen, und sind D, d und δ in Millimetern gegeben, so ist aus dem Gefäße in das Rohr eine Quecksilbermenge getreten, die durch $\delta^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 1$ Kubikmillimeter ausgedrückt wird. Bezeichnet x die Veränderung in der Höhe der Quecksilberoberfläche im Gefäß, so ist demnach

$$x(D^2 - d^2) \cdot \frac{\pi}{4} = \delta^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 1\,,$$

also

$$x = \frac{\delta^2}{D^2 - d^2}\,.$$

Um diese Größe x ist die Quecksilberoberfläche im Gefäß gefallen, und das Barometer ist demnach nicht um 1 mm, sondern um $(1 + x)$ mm gestiegen. Wäre beispielsweise $x = 0{,}1$ mm, so würde die Veränderung des Barometerstandes im angenommenen Falle 1,1 mm betragen. Um diese Veränderung unmittelbar ablesen zu können, sind die Teile des Maßstabs nicht $= 1$ mm, sondern $= 0{,}9$ mm zu machen und diese Teile als Millimeter zu rechnen. Ebenso verhält es sich, wenn das Barometer genau um 1 mm gefallen wäre; denn in diesem Falle wäre die Quecksilberoberfläche im Gefäß bei dem angenommenen Werte der Größe x um 0,1 mm gestiegen, also die wirkliche Veränderung im Barometerstande wieder gleich 1,1 mm. Der Maßstab wird dann so angebracht, daß sein Nullpunkt bei einer bestimmten Barometerhöhe genau in der Quecksilberoberfläche des

Gefäßes liegt und dann von dem Punkte, der in diesem Falle die richtige Barometerhöhe angibt, gleichmäßig eingeteilt, so daß diese verkürzten Teile unmittelbar den jedesmaligen richtigen Stand des Barometers angeben.

Fig. 201.

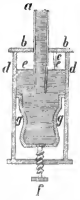


Bei dem gewöhnlichen Barometer macht man Rohr und Gefäß aus einem Stück, wie Fig. 201 veranschaulicht. Das Barometerrohr wird unten gebogen und erweitert sich zu einem größeren Gefäß. Der Maßstab, dessen Teile nicht verkürzt sind, ist gewöhnlich in Zoll und dessen Unterabteilungen geteilt und nebst dem Barometer an ein Brett befestigt. Ist der Durchmesser des Gefäßes sehr weit im Verhältnis zu dem des Rohrs, so wird die Quecksilberoberfläche im Gefäß beim Steigen und Fallen des Barometers nur sehr wenig ihren Stand verändern, und der Nullpunkt des Maßstabs wird daher stets sich nahe in der Quecksilberoberfläche im Gefäß befinden.

Will man nur die Veränderungen des Luftdrucks kennen lernen, so genügt dies einfache Barometer vollkommen. Zur Ermittelung der richtigen Barometerhöhe ist es nicht zu gebrauchen.

2. Gefäßbarometer mit bewegbarem Boden.

Fig. 202.



Bei diesem von Fortin erfundenen Barometer ist der Maßstab nach dem gewählten Längenmaße richtig geteilt und das Schwanken des Quecksilberstandes im Gefäß dadurch unschädlich gemacht, daß vor der jedesmaligen Ablesung die Quecksilberoberfläche im Gefäß in gleiche Höhe mit dem Nullpunkte des Maßstabs gebracht wird. Zu diesem Zweck ist der obere Teil des Gefäßes *d* (Fig. 202) von Glas. Ein Beutel *g* aus Ziegenleder bildet den Boden des Gefäßes, der mittels einer Schraube *f* gehoben und gesenkt werden kann. Eine das Barometerrohr *a* umhüllende Messingröhre ist in den Deckel *b* des Gefäßes geschraubt, so daß dadurch Barometerrohr und Gefäß fest miteinander verbunden sind. An der unteren Seite des Deckels *b*, der die Luft durchläßt, ist ein Elfenbeinstift *c* befestigt, dessen Spitze dem Quecksilber im Gefäß zugekehrt ist. Diese Spitze ist der Nullpunkt des festen Maßstabs. Um nun die Barometerhöhe zu erhalten, muß man zunächst mit Hilfe der Bodenschraube *f* die Quecksilberoberfläche *e* im Gefäß mit der Elfenbeinspitze *c* in genaue Berührung bringen und dann den Stand der oberen Quecksilberkuppe mittels des Nonius ablesen.

3. Das Seebarometer.

Die bisher beschriebenen Barometer, bei denen das Barometerrohr überall gleiche Weite hat, sind für den Seegebrauch nicht zweckdienlich. Denn die Bewegungen des Schiffs verursachen ein fortwährendes Auf- und Niederschwanken des Quecksilbers, das man mit dem Ausdruck „pumpen" bezeichnet. Hierdurch wird ein genaues Ablesen unmöglich gemacht, auch kann leicht das Glasrohr durch Anschlagen des Quecksilbers an das obere Ende des Rohrs zerschlagen werden. Dieser Übelstand wird bei dem Seebarometer, das ebenfalls ein Gefäßbarometer ist, auf folgende Weise beseitigt.

Das Barometerrohr hat nicht überall denselben Durchmesser, sondern sein unterer längerer Teil ist verengt. Durch diesen engen Teil fließt das Quecksilber nur sehr langsam, so daß sein Pumpen im oberen Teile des Rohrs nicht so leicht erfolgen kann. Leider verliert das Barometer durch diese Einrichtung an Empfindlichkeit, oder es wird träge, wie man sagt. Denn da das Quecksilber nur langsam durch den engen Teil des Rohrs hindurch kommen kann, so wird auch stets eine gewisse Zeit vergehen, bis dies Barometer eine Veränderung des Luftdrucks anzeigt. Aus diesem Grunde darf auch der untere Teil des Rohrs nicht zu sehr verengt werden, und man nimmt lieber ein mäßiges Pumpen mit in den Kauf.

Das zylindrische Gefäß ist von Eisen und im Innern durch einen ringförmigen Ansatz verengt, so daß zu seiner Füllung eine geringere Menge von Quecksilber ausreicht. Da das untere Ende des Barometerrohrs bei jeder Lage des Barometers stets vom Quecksilber in diesem Gefäß bedeckt bleibt, so kann in keiner Lage des Barometers Luft in das Rohr gelangen. In der oberen Bodenfläche des Gefäßes befindet sich eine Öffnung, die durch eine Schraube zu verschließen ist, um das Ausfließen des Quecksilbers beim Transport des Barometers zu verhindern. Der Boden des Gefäßes ist nicht bewegbar, und daher hat der feste Maßstab eine verkürzte Teilung, wie unter 1. beschrieben ist.

Fig. 203



Häufig wird das Barometer, das Seebarometer stets, mit der Buntenschen Luftfalle versehen, um bei der Versendung oder beim Tragen des Barometers ein Eindringen der Luft in die Toricellische Leere zu verhüten. Es ist nämlich das Barometerrohr **m m** (Fig. 203) an einer Stelle doppelt, indem der obere Teil des Rohrs mit einer kegelförmigen Spitze **a b**, deren Öffnung **a** sehr eng ist, in den unteren Teil des Rohrs mündet. Wenn nun vom Gefäß aus Luft in das Rohr eindringt, so steigen die Luftblasen, die stets der Wand folgen, in die Höhe und gelangen in den Raum, der die Buntensche Vorrichtung umgibt, wodurch sie bei **b** zurückgehalten werden. Bei dieser Einrichtung ist der untere Teil des Barometerrohrs weniger verengt wie bei dem eben beschriebenen Seebarometer.

Damit das Barometer an Bord stets in möglichst vertikaler Stellung bleibt, wird es etwas oberhalb seines Schwerpunkts mittels eines Cardanischen Ringes (§ 96) aufgehängt.

Pumpt das Quecksilber im Rohr, so nimmt man aus dem höchsten und niedrigsten Stande der oberen Quecksilberkuppe das Mittel, um die Barometerhöhe zu erhalten. Bei ruhigem Stande der Quecksilberkuppe klopfe man vor der Ablesung mit dem Finger gegen das Barometerrohr, damit durch die hierdurch bewirkte Erschütterung das Quecksilber, wenn es am Glase anhängt, den richtigen Stand einnimmt. Dieses Verfahren ist bei jedem Barometer anzuwenden, ehe man den Nonius einstellt und abliest.

4. Das Heberbarometer.

Die Glasröhre **a b** (Fig. 204) dieses Barometers ist heberartig gebogen und muß, wenn sie nicht überall gleiche Weite hat, doch wenigstens an den Stellen, wo sich die obere und untere Kuppe der Quecksilbersäule befinden, gleichen Durchmesser haben. Der lange Schenkel **a** ist oben geschlossen, während der kurze Schenkel **b** offen ist; **a c** ist die

Fig. 204.



Toricellische Leere. Das Rohr ist auf einem Brette befestigt oder auch in ein Gehäuse eingeschlossen, das mit Schlitzen versehen ist, um den Stand der beiden Quecksilberkuppen bei *c* und *d* beobachten zu können. Indem die Luft die Quecksilberoberfläche *d* im offenen Schenkel niederdrückt, wird die obere Kuppe bei *c* im geschlossenen Schenkel um ebensoviel steigen, und wenn der Luftdruck abnimmt, wird die untere Kuppe *d* um so viel steigen, als die obere fällt. Um daher die Barometerhöhe, den vertikalen Abstand der beiden Quecksilberkuppen voneinander, zu erhalten, muß auch jedesmal der Stand der unteren Kuppe beobachtet werden.

Der Maßstab, der an der Außenseite des Gehäuses angebracht und gewöhnlich aus Messing verfertigt wird, ist entweder beweglich oder auch fest. Im ersten Falle wird er vermittels einer Schraube auf- oder abwärts bewegt, bis sein Nullstrich in gleicher Höhe mit der Quecksilberkuppe *d* im kurzen Schenkel ist. Darnach wird der Stand der oberen Quecksilberkuppe mit Hilfe des Nonius abgelesen. Ist dagegen der Maßstab fest, so wird er gewöhnlich so angebracht, daß sein Nullstrich unterhalb der Kuppe im kurzen Schenkel liegt. Man hat dann den Stand beider Kuppen abzulesen und von beiden Ablesungen den Unterschied zu nehmen, um die Barometerhöhe zu erhalten. Wenn aber der Maßstab so angebracht ist, daß sein Nullstrich sich über der unteren Quecksilberkuppe befindet, so ist die Teilung vom Nullpunkte ab, wie nach oben, so auch nach unten zu ausgeführt. In diesem Falle ist die Summe beider Ablesungen die Barometerhöhe.

§ 244. Normalbarometer. Unter Normalbarometer versteht man ein völlig fehlerfrei ausgeführtes Quecksilberbarometer, das den Luftdruck genau angibt. Zu diesem Zweck müssen folgende Bedingungen erfüllt sein.

1. Das Quecksilber muß rein sein. Unreines Quecksilber hat nämlich ein anderes spezifisches Gewicht als das reine und ändert somit die Höhe der Quecksilbersäule im Barometer.

2. Das Barometerrohr muß inwendig rein und hinlänglich weit sein. Ist das Rohr zu eng, so steht das Quecksilber in ihm stets zu niedrig. Hiervon kann man sich leicht überzeugen, wenn man eine enge Glasröhre, die man Haarröhrchen nennt, in Quecksilber eintaucht. Es steht dann stets die Quecksilberkuppe tiefer als das Quecksilber außerhalb. Diese Erscheinung wird als Haarröhrchenwirkung bezeichnet, und sie ist um so auffallender, je enger die Röhre ist. Eine andere Folge dieser Wirkung ist die Wölbung der Quecksilberoberfläche in der Röhre. Bei einem inneren Durchmesser der Röhre von 2 mm beträgt die Senkung des Quecksilbers in der Röhre 4,56 mm, bei 10 mm noch 0,4 mm, und erst bei einem Durchmesser von 24 mm weniger als 0,01 mm. Ist das Normalbarometer ein Gefäßbarometer, so muß demnach der innere Durchmesser des Rohrs wenigstens 24 mm betragen. Am Heberbarometer gleicht sich die Haarröhrenwirkung aus, wenn das Barometerrohr an den Stellen der oberen und unteren Quecksilberkuppe gleiche Weite hat. Denn in diesem Falle wird das Quecksilber im langen Schenkel ebensoweit heruntergedrückt wie im kurzen Schenkel, so daß die Höhe der Quecksilbersäule nicht geändert wird. Aus diesem Grunde genügt eine 12 bis 15 mm weite Röhre für das Heberbarometer.

3. Der Raum über der oberen Quecksilberkuppe, die Toricellische Leere, muß vollkommen luftleer sein. Ist dies nicht der Fall, so zeigt das Barometer stets einen zu niedrigen Stand an, da die Luft oberhalb des Quecksilbers dieses herabdrückt.

4. Die Teilung des Maßstabs muß genau sein, und der Maßstab muß sich bei der Ablesung der Barometerhöhe in vertikaler Stellung befinden.

§ 245. Berichtigung der abgelesenen Barometerhöhe wegen Wärme. Das Quecksilber dehnt sich wie alle Körper unter dem Einfluß der Wärme aus und nimmt dann einen größeren Raum ein. Daher wird das Barometer bei zunehmender Wärme steigen, und fallen, wenn es kälter wird, auch wenn der Luftdruck unveränderlich bleibt. Man ist nun übereingekommen, die jedesmalige Barometerhöhe so anzugeben, wie sie wäre, wenn das Quecksilber die Temperatur des Eispunkts gehabt hätte. Ist demnach die Temperatur des Quecksilbers über dem Eispunkte, oder was dasselbe sagt, über dem Gefrierpunkte des Wassers, so ist von der abgelesenen Barometerhöhe eine gewisse Größe abzuziehen, während diese Berichtigung bei Kältegraden zuzulegen ist.

Man nennt dies die Reduktion der Barometerhöhe auf 0°. Um diese ausführen zu können, ist die Kenntnis der Temperatur des Quecksilbers notwendig. Deshalb ist an jedem, zu genauen Beobachtungen dienenden Barometer ein Thermometer angebracht. Aber auch der Maßstab dehnt sich aus, wodurch die Teile auf ihm vergrößert werden und folglich die Barometerhöhe zu klein abgelesen wird. Die Reduktion der Barometerhöhe auf 0° erfordert demnach zwei Berichtigungen, die von der Temperatur des Quecksilbers und von der des Maßstabs abhängen und aus den zu diesem Zweck berechneten Tafeln entnommen werden können. Gewöhnlich sind in diesen Tafeln beide Beträge schon zusammengezogen, so daß nur eine einmalige Berichtigung erforderlich ist.

§ 246. Veränderungen des Barometerstandes mit der Höhe. Schon in § 242 wurde angeführt, daß der Luftdruck mit der Höhe abnimmt. Daraus folgt, daß nur dann die an verschiedenen Orten beobachteten Barometerhöhen miteinander vergleichbar sind, wenn beide Orte in gleicher Höhe über dem Meeresspiegel gelegen sind. Man berechnet daher stets aus der abgelesenen Barometerhöhe die, die man zu derselben Zeit beobachtet haben würde, wenn sich das Barometer dicht über der Meeresfläche befunden hätte, und bezeichnet diese Berechnung als Reduktion der Barometerhöhe auf den Meeresspiegel. Hierzu ist außer dem abgelesenen Stande des Barometers noch die Kenntnis der Höhe des Beobachtungsorts über der Meeresfläche und die Temperatur der Luft erforderlich. Mit der Barometerhöhe und der Temperatur der Luft entnimmt man dann aus den zu diesem Zweck berechneten Tafeln die Anzahl Meter, um die der Standort des Barometers erniedrigt werden muß, damit es um 1 mm steigt. Dividiert man dann die in Metern ausgedrückte Höhe über der Meeresfläche durch die aus der Tafel entnommene Zahl, so sind die erhaltenen Millimeter zur abgelesenen Barometerhöhe zu addieren, um sie auf den Meeresspiegel zu reduzieren. Bei mittlerem Barometerstande, 760 mm, und 0 C. Lufttemperatur ändert sich die Barometerhöhe für je 10,5 Meter Höhe um 1 Millimeter.

§ 247. Prüfung des Barometers. Ob ein Barometer den jedesmaligen Luftdruck richtig angibt, kann nur durch Vergleichung mit einem Normalbarometer ermittelt werden. Solche Vergleichungen muß man bei verschiedenem Luftdruck vornehmen, wobei die abgelesene Höhe jedes der beiden Barometer auf 0° zu reduzieren ist. Der hiernach sich er-

gebende Unterschied ist der ständige Fehler des geprüften Barometers, um den die abgelesene Barometerhöhe zu vermehren oder zu vermindern ist, je nachdem das Barometer den Luftdruck kleiner oder größer angibt als das Normalbarometer. Ob die Toricellische Leere völlig luftleer ist, kann man dadurch prüfen, daß man das Barometer langsam und vorsichtig neigt. Ist auch nur wenig Luft im oberen Raume, so füllt das Quecksilber die Röhre nicht völlig, und man kann die vorhandene Luftblase wahrnehmen. Nach längerem Gebrauch dringt trotz aller Schutzvorrichtungen immer etwas Luft in den oberen Raum des Barometerrohrs, so daß die Vergleichung mit einem Normalbarometer von Zeit zu Zeit zu wiederholen ist.

§ 248. Aufstellung und Behandlung des Barometers. Da der Luftdruck sich nach allen Seiten gleichmäßig fortpflanzt, so ist es gleichgültig, ob das Barometer im Freien oder im Zimmer aufgehängt wird. An Bord wird es in der Kajüte aufgehängt, an einer Stelle, wo es bei den Bewegungen des Schiffes frei schwingen kann und den Sonnenstrahlen nicht unmittelbar ausgesetzt ist, auch ist die Nähe der Kessel auf Dampfern und die eines Ofens zu meiden.

Soll das Barometer nach einem anderen Orte geschafft werden, so ist dabei große Vorsicht anzuwenden, selbst wenn es nur wenige Schritte weit getragen werden soll. Für solchen Transport ist das Barometer einzurichten. Hat das Barometer einen bewegbaren Boden, so ist dieser so weit in die Höhe zu schrauben, daß sowohl das Rohr wie das Gefäß vollständig mit Quecksilber gefüllt sind. Hat der Deckel des Gefäßes eine Öffnung, so ist diese natürlich zunächst durch die zugehörige Schraube zu verschließen. Dann kehrt man das Barometer um und trägt es in dieser Lage. Die Ausdehnung des Quecksilbers durch Wärme kann keinen Schaden anrichten, da der nachgiebige Lederboden des Gefäßes solche Ausdehnung gestattet. Nachdem dann das Barometer an seinem Orte aufgehängt ist, wird die Bodenschraube zurückgeschraubt.

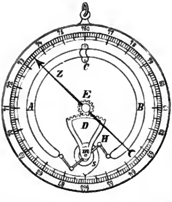
Um ein schon aufgehängtes Seebarometer nach einem anderen Orte zu bringen, neigt man es allmählich, bis das Rohr ganz mit Quecksilber gefüllt ist, und trägt es in dieser Lage, das obere Ende etwas nach unten haltend. Nachdem es dann wieder aufgehängt ist, muß man wegen der langsamen Bewegung des Quecksilbers in dem engen Teile des Rohrs etwa 20 bis 30 Minuten warten, ehe man die richtige Barometerhöhe ablesen kann.

Bei den übrigen Barometern sind verschiedene Vorkehrungen getroffen, um sie bequem und sicher transportieren zu können. Da aber diese Barometer für den Gebrauch an Bord nicht geeignet sind, so können jene Einrichtungen hier füglich übergangen werden.

§ 249. Metall- und Aneroidbarometer. Das Metallbarometer von Schinz besteht aus einer nahezu kreisförmig gebogenen und luftdicht verschlossenen Metallröhre AB (Fig. 205), die in der Mitte bei C so im Gehäuse befestigt ist, daß ihre beiden Enden sich frei bewegen können. Da nämlich die Röhre luftdicht verschlossen, der Luftdruck der Röhre im Innern also unveränderlich ist, so werden die beiden Enden der Röhre sich bei zunehmendem Luftdruck einander nähern und bei abnehmendem sich voneinander entfernen. Diese Bewegung wird durch ein Hebelwerk H auf einen gezahnten Bogen D, der sich um m dreht, übertragen und setzt dadurch, daß die Zähne dieses Bogens in das Zahnrad E eingreifen, einen auf der Achse des Rades E sitzenden Zeiger Z in Bewegung. Nimmt der Luftdruck ab, so bewegen die sich voneinander entfernenden Enden der Metallröhre AB

den gezahnten Bogen *D* nach rechts, wodurch das Rad *E* und mit ihm der Zeiger *Z* nach links gedreht wird. Bei zunehmendem Luftdruck tritt eine entgegengesetzte Bewegung ein, die Spiralfeder *s* dreht das Getriebe zurück, und der Zeiger bewegt sich nach rechts herum. Die Spitze des Zeigers bewegt sich über einem Zifferblatt, auf dem sich die Teilung befindet, die nach den Angaben eines Quecksilber-Barometers ausgeführt wird. Das für den Gebrauch äußerst bequeme Instrument ist in eine runde Messingbüchse von etwa 10 Zentimeter Durchmesser und 5 Zentimeter Tiefe eingeschlossen, in deren Rückwand sich eine kleine Öffnung befindet, um mittels eines Stellschlüssels den Zeiger *Z* mit den Angaben eines Normalbarometers in Übereinstimmung bringen zu können.

Fig. 206.



Das Aneroidbarometer von Vidi besteht aus einer Metallbüchse von etwa 10 Zentimeter Durchmesser und 6 Millimeter Tiefe, die nahe luftleer gemacht wird. Der Deckel dieser Büchse ist aus einer dünnen gewellten Metallplatte verfertigt, deren Mitte mit dem einen Arme eines im Gehäuse befindlichen Hebelwerks verbunden ist. Dieses Werk überträgt die Bewegung des Büchsendeckels etwa 700 mal vergrößert auf einen Zeiger, der sich wie bei dem Metallbarometer über der Teilung bewegt. Bei zunehmendem Luftdruck wird der elastische Deckel etwas nach innen gedrückt, während bei Abnahme des Luftdrucks durch die Wirkung einer Feder die entgegengesetzte Bewegung des Deckels und folglich auch des Zeigers erfolgt. Die Teilung wird ebenso wie die des Metallbarometers nach einem Quecksilber-Barometer ausgeführt und wie bei jenem Barometer ist auch bei diesem Instrument dieselbe Einrichtung getroffen, um den Stand des Zeigers mit dem Stande des Normalbarometers in Übereinstimmung zu bringen.

Die Metall- und Aneroidbarometer sind für den gewöhnlichen Schiffsgebrauch, wenn man nur von den Veränderungen des Luftdrucks Kenntnis haben will, sehr geeignet. Sie nehmen keinen großen Raum wie das Quecksilber-Barometer in Anspruch, sind fast unempfindlich gegen Schiffsbewegungen und zeigen auch Veränderungen des Luftdrucks früher an als das Seebarometer. Um das Steigen und Fallen des Barometers augenscheinlich zu machen, ist ein zweiter Zeiger angebracht, der mittels eines in der Mitte des Glasdeckels befindlichen Knopfes gedreht werden kann. Diesen Zeiger dreht man bei jeder Beobachtung des Barometers über den anderen Zeiger, der den Luftdruck angibt, so daß eine Abweichung des letzten Zeigers von dem eingestellten Stande sofort eine Änderung des Luftdrucks sichtbar macht.

Das Vidische Barometer ist von verschiedenen Mechanikern verbessert worden. Naudet verfertigte ein Aneroidbarometer, das unter dem Namen **„Baromètre holostérique“** bekannt ist. Der Mechaniker Bohne in Berlin liefert Aneroidbarometer mit einer Vorrichtung, die den Zweck hat, den Einfluß der Temperatur auf die Angabe des Barometers aufzuheben.

Will man mit dem Metall- oder Aneroidbarometer auch die jedesmalige richtige Barometerhöhe bestimmen, so müssen zunächst die Fehler des Instruments und der Einfluß der Temperatur durch genaue Vergleichungen mit einem Normalbarometer

ermittelt werden. Diese Vergleichungen sind sowohl bei hohem wie niedrigem Luftdruck und bei hoher wie niedriger Temperatur auszuführen. Da aber durch Erschütterungen und sogar schon durch starke Veränderungen des Luftdrucks und der Temperatur die ermittelten Berichtigungen sich sehr leicht verändern können, so darf man den durch diese Instrumente ermittelten Barometerhöhen nur dann Vertrauen schenken, wenn häufige Vergleichungen mit einem Quecksilber-Barometer die Richtigkeit jener Angaben bestätigen.

§ 250. Schwankungen des Luftdrucks. Beobachtungen des Barometers zeigen, daß der Luftdruck an demselben Orte beständigen Schwankungen unterliegt. Hierbei lassen sich zweierlei Arten von Schwankungen unterscheiden, nämlich solche, die sich innerhalb eines bestimmten Zeitraums regelmäßig wiederholen, und zweitens unregelmäßige, zufällig auftretende Veränderungen des Barometerstandes.

Die Ursache der regelmäßigen Schwankungen ist hauptsächlich der ungleiche und fortwährend veränderliche Wärmezustand der Luft, der im Laufe eines Tages, eines Monats und eines Jahres durch den wechselnden Stand der Sonne zur Erde bedingt wird. Warme und feuchte Luft ist leichter als kalte und trockene, daher wird das Barometer fallen, wenn die Luft wärmer wird, und steigen, wenn sie wieder erkaltet. Um die regelmäßigen Schwankungen kennen zu lernen, vergleicht man die arithmetischen Mittel aus einer großen Anzahl von Barometerständen miteinander, die regelmäßig zu bestimmten Stunden beobachtet sind. Werden diese Beobachtungen an einem Orte Jahre hindurch fortgesetzt, so ergibt das Mittel aller Beobachtungen den mittleren Barometerstand für den Beobachtungsort. Durch Ermittelung des mittleren Barometerstandes an verschiedenen Orten hat sich ergeben, daß dieser an der Meeresfläche nicht überall gleich ist; während er in Europa nahe 760 mm beträgt, ist er z. B. in Madeira gleich 765,2 mm, in Spitzbergen 756,8 mm; bekannt ist der bei Kap Horn vorherrschende niedrige Luftdruck.

Die täglichen Schwankungen des Barometerstandes treten am regelmäßigsten in der Passatzone auf. Dort erreicht das Barometer regelmäßig zweimal täglich einen höchsten und einen niedrigsten Stand, den höchsten zwischen 9 und 10 Uhr und den niedrigsten zwischen 3 und 4 Uhr, morgens sowohl wie abends. Der Unterschied zwischen dem höchsten und niedrigsten Stande beträgt dort 2 bis 4 Millimeter, während er im mittleren Europa ungefähr $\frac{3}{4}$ Millimeter ist.

Die unregelmäßigen Schwankungen des Barometerstandes sind viel beträchtlicher. In den gemäßigten Zonen erreichen sie oft einen Betrag von 40 mm und darüber. Diese Schwankungen stehen mit dem Wechsel und der Stärke des Windes im Zusammenhange. Von den Polen kommende Winde, auf Nordbreite also nördliche und nordöstliche, auf Südbreite südliche und südöstliche Winde, bringen trockene und kalte, daher schwere Luft und verursachen in der Regel ein Steigen des Barometers. Vom Äquator kommende Winde, auf Nordbreite südliche und südwestliche, auf Südbreite nördliche und nordwestliche Winde, bringen dagegen warme und feuchte, also leichtere Luft und verursachen meistens ein Fallen des Barometers. Da nun im allgemeinen die Polarwinde schönes und die Äquatorealwinde schlechtes Wetter bringen, so wird das Barometer auch häufig als Wetterprophet benutzt. Jedoch führt diese Verwertung des Barometers oft irre, da es auch bei nördlichen Winden stürmt und regnet, während das Wetter bei südwestlichen Winden heiter und schön sein kann. Ein starkes Fallen des Barometers deutet kommenden Sturm an, ein rasches und starkes Steigen mahnt den Kapitän ebenfalls zur Vorsicht.

Demnach ist das Barometer ein für den Schiffer wertvolles Instrument und ganz unentbehrlich in den Gegenden, die von den furchtbaren Wirbelstürmen, den Zyklonen und Taifunen, heimgesucht werden, da innerhalb der Passatzone ein Fallen des Barometers von mehr als 2 bis 4 mm oder schon sein Nichtsteigen in der Zeit von 4 bis 10 Uhr morgens wie abends die Anzeichen eines nahenden Orkans sein können. Innerhalb des Wirbelsturms deutet ein weiteres Fallen des Barometers die Annäherung an das Sturmzentrum an, während man sich von diesem entfernt, wenn das Barometer steigt.

Sechster Abschnitt.

Das Thermometer (Wärmemesser).

§ 251. Beschreibung des Thermometers. Das Thermometer dient dazu, den Wärmezustand eines Körpers oder, was dasselbe bedeutet, seine **Temperatur** zu messen. Die Einrichtung des Thermometers gründet sich auf die Ausdehnung der Körper durch den Einfluß der Wärme. Am gebräuchlichsten ist das Quecksilber-Thermometer. Das Quecksilber dehnt sich ungefähr siebenmal stärker aus, als die Glasröhre, worin es eingeschlossen wird, und seine durch die Wärme bewirkte Ausdehnung ist innerhalb der gewöhnlichen Grenzen der Lufttemperatur eine gleichmäßige.

Fig. 206.



Eine geschlossene Glasröhre *ab* (Fig. 206), deren innerer Durchmesser sehr klein ist und überall gleich groß sein soll, erweitert sich unten zu einer Kugel. Diese sowie ein Teil der Röhre sind mit Quecksilber gefüllt, während der übrige Teil der Röhre luftleer gemacht ist. Auf oder neben der Röhre befindet sich eine Teilung, womit man den Stand des Quecksilbers in der Röhre bestimmen kann. Bei größerer Erwärmung dehnt sich das Quecksilber mehr aus, und das obere Ende des Quecksilberfadens *ce* nähert sich dem geschlossenen Ende *a* der Röhre. Man sagt in diesem Falle, das **Thermometer steigt**. Nimmt die Wärme ab, so zieht sich das Quecksilber mehr zusammen, der Quecksilberfaden *ce* wird kürzer, und das **Thermometer fällt**.

Um die Teilung herzustellen, werden zwei feste Punkte auf der Röhre bestimmt, deren Abstand voneinander in gleiche Teile geteilt wird. Als feste Punkte benutzt man den Eispunkt und den Siedepunkt des reinen Wassers, das bei gleichem Luftdruck stets bei derselben Temperatur zu Eis wird und bei stets gleicher Temperatur kocht. Um den Eispunkt zu bestimmen, steckt man die Kugel des Thermometers und den unteren Teil der Röhre, so weit das Quecksilber reicht, in ein Gefäß, das mit schmelzendem Schnee oder Eise angefüllt ist. Ist der Boden des Gefäßes durchlöchert, damit das Schmelzwasser abfließen kann, so nimmt das schmelzende Eis und nach einiger Zeit auch das Thermometer die unveränderliche Temperatur des Gefrier- oder Eispunkts an. Es wird dann die Stelle auf der Röhre, bis zu der der Quecksilberfaden reicht, durch einen Strich gemarkt. Zur Bestimmung des Siedepunkts bringt man das Thermometer in die Dämpfe von kochendem Wasser und bezeichnet ebenfalls den Punkt der Röhre durch einen Strich,

wo das Ende des Quecksilberfadens unveränderlich stehen bleibt. Die Bestimmung des Eis- und Siedepunkts muß bei einem Barometerstande von 760 Millimeter ausgeführt werden, andernfalls ist eine Berichtigung des Siedepunkts vorzunehmen. Das Wasser kocht nämlich bei niedrigem Luftdruck eher als bei höherem Luftdruck.

§ 252. Einrichtung der Teilung. Der Zwischenraum zwischen den beiden festen Temperaturpunkten wurde von Celsius in 100 gleiche Teile geteilt. Jeden dieser Teile nennt man einen Grad nach Celsius, abgekürzt 1° C., oder einen Grad des Zentesimalthermometers. Der Eispunkt bildet den Nullpunkt der Einteilung, so daß beim Siedepunkte die Zahl 100 steht. Unterhalb des Nullpunkts wird dieselbe Teilung fortgesetzt, jedoch nur bis höchstens 40°, da bei dieser Temperatur das Quecksilber gefriert. Die Grade über Null werden als Wärmegrade und mit + bezeichnet, während die Grade unterhalb des Nullpunkts als Kältegrade und mit — (minus) bezeichnet werden. Réaumur, dessen Einteilung noch vielfach im Gebrauche ist, teilte den Abstand der beiden festen Temperaturpunkte voneinander in 80 gleiche Teile. Der Eispunkt bildet ebenfalls den Nullpunkt der Gradteilung, auf der also bei dem Siedepunkte des Wassers die Zahl 80 steht.

Es sind demnach $80°\,R. = 100°\,C.$
oder $4°\,R. = 5°\,C.$
folglich $1°\,R. = \frac{5}{4}°\,C.$
und $1°\,C. = \frac{4}{5}°\,R.$

Um also Réaumursche Grade in solche nach Celsius zu verwandeln, multipliziert man sie mit $\frac{5}{4}$ oder vermehrt sie um den vierten Teil. So sind z. B.

$$8°\,R. = 8 + \frac{8}{4} = 10°\,C.$$

Umgekehrt werden Celsiusgrade in Réaumursche verwandelt, indem man sie mit $\frac{4}{5}$ multipliziert oder sie um ihren fünften Teil vermindert. Es sind also

$$10°\,C. = 10 - \frac{10}{5} = 8°\,R.$$

Eine dritte Einteilung ist die von Fahrenheit, die besonders in England und Amerika verbreitet ist. Nach Fahrenheits Thermometer gefriert das Wasser bei 32° und siedet bei 212°. Es ist also der Abstand der beiden festen Temperaturpunkte hier in 180 Grade geteilt und ein Nullpunkt angenommen, der 32 Fahrenheitsche Grade unter dem Eispunkte liegt. Demnach sind

$180°\,F. = 100°\,C. = 80°\,R.$
oder $9°\,F. = 5°\,C. = 4°\,R.$
folglich $1°\,F. = \frac{5}{9}°\,C. = \frac{4}{9}°\,R.$

Bei Verwandlung einer Temperaturangabe nach Fahrenheit in solche nach Celsius oder Réaumur oder umgekehrt ist in Betracht zu ziehen, daß der Nullpunkt von Fahrenheits Thermometer 32 Grad unter dem Nullpunkte der beiden anderen Thermometer liegt. Diese 32° muß man also erst von der Fahrenheitschen Angabe abziehen und dann den Rest mit $\frac{5}{9}$ oder mit $\frac{4}{9}$ multiplizieren. So sind z. B.

$$59°\,F. = (59-32)\cdot\tfrac{5}{9} = +15°\,C.$$
$$23°\,F. = (23-32)\cdot\tfrac{4}{9} = -\ 4°\,R.$$
$$-\ 4°\,F. = (-4-32)\cdot\tfrac{4}{9} = -16°\,R.$$

Bei der umgekehrten Verwandlung hat man die Gleichungen

$$1^\circ \mathrm{C.} = \tfrac{9}{5}{}^\circ \mathrm{F.}; \quad 1^\circ \mathrm{R.} = \tfrac{9}{4}{}^\circ \mathrm{F.}$$

Nachdem vorstehende Multiplikation ausgeführt ist, sind 32° zum Produkte zuzulegen. So sind z. B.

$$25^\circ \mathrm{C.} = \quad 25 \cdot \tfrac{9}{5} + 32^\circ = 77^\circ \mathrm{F.}$$
$$-12^\circ \mathrm{R.} = -12 \cdot \tfrac{9}{4} + 32^\circ = \quad 5^\circ \mathrm{F.}$$

Die nautische Tafel 14 dient zur Verwandlung der verschiedenen Barometer- und Thermometereinteilungen.

Für niedrigere Temperaturen als -40° C. bedient man sich Thermometer, die mit Spiritus statt mit Quecksilber gefüllt sind, da das Quecksilber bei jener Temperatur gefriert. Spiritus (Alkohol, Weingeist) bleibt noch bei -120° C. flüssig.

§ 253. **Normalthermometer.** Hierunter versteht man ein fehlerfrei ausgeführtes Thermometer. Erstens muß der innere Querschnitt der Röhre überall gleich groß sein, oder die Röhre muß überall, wie man sagt, das gleiche Kaliber haben. Zweitens müssen Eis- und Siedepunkt genau bestimmt sein und zwar nicht unmittelbar nach Verfertigung des Thermometers. Man hat nämlich die Beobachtung gemacht, daß der Nullpunkt der Teilung, der die Temperatur des schmelzenden Eises bezeichnen soll, mit der Zeit sinkt. Nach Egen rührt dies von einer Verkleinerung der Glaskugel her, die durch den Luftdruck bewirkt wird, da der über dem Quecksilber befindliche Raum der Röhre luftleer ist. Deshalb müssen die Thermometer nach ihrer Anfertigung einige Jahre liegen bleiben, ehe die Gradteilung ausgeführt wird.

§ 254. **Prüfung des Thermometers.** Die gewöhnlichen zur Messung der Lufttemperatur dienenden Thermometer reichen nicht bis zu dem Siedepunkte sondern nur bis etwa $+60^\circ$ und -30° C. Um diese zu prüfen, vergleicht man sie mit einem Normalthermometer. Zu diesem Zweck werden beide Thermometer in Wasser getaucht, das allmählich erhitzt wird. Dabei müssen unter stetigem Umrühren des Wassers die Kugeln beider Thermometer in gleicher Höhe und nicht zu nahe der Wand des Gefäßes gehalten werden. Die Unterschiede in den Angaben der Thermometer sind dann die Berichtigungen, die auf die Ablesungen des zu prüfenden Thermometers anzuwenden sind. Eine leicht auszuführende Probe bietet die Feststellung des Eispunkts, wobei man so zu verfahren hat, wie in § 251 beschrieben ist. Findet man dabei, daß der Nullpunkt eines Celsius- oder Reaumur-Thermometers zu hoch oder zu niedrig angebracht ist, so ist im ersten Falle die Abweichung zur Angabe des Thermometers zuzulegen, andernfalls abzuziehen. Gute Quecksilber-Thermometer haben für alle übrigen Grade denselben Fehler, den sie bei 0° haben. Außerdem hat man noch darauf zu sehen, daß die Gradteilung, wenn sie auf einer Platte neben der Thermometerröhre angebracht ist, sich nicht verschieben kann.

§ 255. **Gebrauch des Thermometers.** Will man die Temperatur der Luft beobachten, so darf dabei das Thermometer nicht von der Sonne beschienen werden sondern muß im Schatten hängen. An Bord wird es nicht möglich sein, einen festen Standort für das Thermometer zu finden. Man muß es dann vor jeder Beobachtung an dem geeignetsten Platze aufhängen, einige Zeit warten, bis das Quecksilber seinen Stand nicht weiter ändert,

und dann den Grad oder zehntel davon, dessen Teilstrich die Quecksilberkuppe trifft, ablesen.

Sehr nützlich ist es, die Temperatur des Seewassers fortlaufend zu beobachten, da man aus diesen Beobachtungen häufig erkennen kann, ob man sich in einer Polarströmung oder in einer äquatorealen Warmwasserströmung befindet.

Bei diesen Beobachtungen muß sich das Thermometer einige Minuten im Meereswasser befinden, ehe man seinen Stand abliest. Erst nach der Ablesung wird das Thermometer aus dem Wasser herausgenommen, da man sonst einen zu niedrigen Stand erhält, weil durch die Verdunstung der an der Kugel haftenden Wassertropfen Kälte erzeugt wird.

§ 256. Das Psychrometer.*) Das Psychrometer von Professor August in Berlin besteht aus zwei ganz gleichen, sehr genauen, nebeneinander hängenden Thermometern, 8 bis 10 Zentimeter voneinander entfernt, von denen die Kugel des einen mit Musselin umwickelt und mit reinem Wasser angefeuchtet wird und zwar in der Weise, daß man ein Glas mit Wasser diesem Thermometer von unten so nähert, daß die umwickelte Kugel ganz im Wasser ist, und dann das Glas entfernt. Große Wassertropfen dürfen aber nicht hängen bleiben. Bei dieser Anfeuchtung liest man den Stand (t) des Thermometers mit der trockenen Kugel ab und etwa 5 Minuten nach der Anfeuchtung auch den (t') des Thermometers mit der nassen Kugel, wenn nämlich dies nicht mehr fällt. Der Thermometerstand t zeigt die Temperatur der Luft an, der Stand t' die des verdunsteten Wassers, und dieser wird, wenn die Luft nicht ganz mit Feuchtigkeit gesättigt ist, immer etwas niedriger als jener sein. Sind aber beide Stände gleich, so ist die Luft ganz mit Feuchtigkeit gesättigt, vermag also bei der Temperatur nicht mehr Wasserdampf aufzunehmen. Ist die Luft sehr trocken, so geht die Verdunstung rasch vor sich, und die dadurch bewirkte Abkühlung der nassen Kugel wird um so größer, folglich auch die Differenz der beiden Thermometerstände bedeutender. Da die Verdunstung nicht bloß von der Trockenheit der Luft sondern auch von der Stärke des Windes abhängig ist, so muß das Psychrometer an einer gegen Zugluft und auch gegen Sonnenstrahlen geschützten Stelle beobachtet werden.

Den Feuchtigkeitsgehalt der Luft kann man nun mit Hilfe der zu diesem Zweck berechneten Tabellen aus den beobachteten Thermometerständen berechnen. Die folgende Tafel I enthält die der Temperatur des nassen Thermometers (t') entsprechende Elastizität e des Wasserdampfes im Maximum der Dichtigkeit, die andere, II, die der Differenz der beiden Thermometer ($t - t'$) entsprechende Veränderung e' dieses Wasserdampfes und zwar in Pariser Linien, folglich gibt $e - e'$ die Elastizität des vorhandenen Wasserdampfes, woraus sich auch dessen Dichtigkeit berechnen läßt, da diese $\frac{5}{8}$ von der Dichtigkeit einer Luftmasse von gleicher Elastizität und Temperatur ist. Will man die Prozente des Wasserdampfes in der Luft haben, so nehme man mit t (dem Stande des trockenen Thermometers) die Elastizität E des Wasserdampfes im Maximum der Dichtigkeit aus Tafel I und berechne:

$$\frac{100(e - e')}{E} = x\,\%$$ Wasserdampf in der Luft.

*) Wenn diesem Abschnitt über Thermometer die Beschreibung des Psychrometers zugefügt wird, eines Instruments, das nicht zur astronomischen Ortsbestimmung dient, so geschieht dies wegen seiner Verwandtschaft zum Thermometer.

Tafel I.

t'	e	t'	e	t'	e	t'	e
−10°	1,10	0°	2,24	10°	4,35	20°	8,07
9	1,18	+1	2,40	11	4,64	21	8,57
8	1,27	2	2,57	12	4,94	22	9,09
7	1,37	3	2,75	13	5,26	23	9,64
6	1,47	4	2,94	14	5,60	24	10,22
5	1,58	5	3,14	15	5,96	25	10,82
4	1,69	6	3,36	16	6,34	26	11,46
3	1,82	7	3,59	17	6,74	27	12,13
2	1,95	8	3,83	18	7,16	28	12,84
1	2,09	9	4,08	19	7,61	29	13,58

Tafel II.

$t - t'$	e'
1°	0,26
2	0,53
3	0,79
4	1,06
5	1,32
6	1,58
7	1,84
8	2,10
9	2,36
10	2,61

Diese Tafeln sind Koppes Physik entlehnt. Sie gelten für Celsiusskala.

Beispiel. Man beobachtet am Psychrometer das trockene Thermometer $t = 27°$ C., das feuchte $t' = 22°$ C., so ist $t - t' = 5°$.

Tafel I: . . $e = 9{,}09$ Linien,
Tafel II: . . $e' = 1{,}32$ „ , also die Elastizität des vorhandenen Wasserdampfes $(e - e') = 7{,}77$ Linien.

Zur Ermittelung der Prozente des in der Luft vorhandenen Wasserdampfes gibt:

Tafel I mit t . . . . $E = 12{,}13$ Linien, die Elastizität des Wasserdampfes im Maximum der Dichtigkeit bei der Temperatur der Luft, folglich sind die Prozente des in der Luft vorhandenen Wasserdampfes $= 100 \cdot \frac{e - e'}{E} = \frac{100 \cdot 7{,}77}{12{,}13} = 64{,}06$.

Den Taupunkt zu bestimmen, gehe man mit der Elastizität des vorhandenen Wasserdampfes $(e - e')$, hier $= 7{,}77$ Linien, in Tafel I und entnehme daraus die dieser entsprechende Temperatur, so ist dies die des Taupunktes, in diesem Falle $+ 19°{,}4$ C. Würde nämlich ein trockener Körper von höherer Temperatur allmählich erkalten bis zu $+ 19°{,}4$ C., so müßte sich auf ihm ein Niederschlag der in der Luft vorhandenen Dämpfe zeigen, und die Temperatur, wobei dieser Niederschlag zuerst erfolgt, wird **Taupunkt** genannt.

Siebenter Abschnitt.

Das Chronometer.

§ 257. **Zweck des Chronometers.** Das Chronometer (Zeitmesser) ist eine Uhr, die vorzugsweise für den Gebrauch auf See eingerichtet ist. Mit Hilfe eines guten Chronometers kann die Zeit des ersten Meridians leicht bestimmt werden, indem es vor Antritt der Reise so gestellt wird, daß es die Zeit dieses Meridians angibt. Nun gibt es aber keine Uhr, die genau der gleichförmig fortschreitenden Zeit folgt; jede Uhr eilt entweder der richtigen Zeit mehr oder weniger vor oder bleibt gegen sie zurück, was man als **Gang** der Uhr bezeichnet. Damit das Chronometer seinen Zweck erfülle, muß sein Gang regelmäßig und genau bekannt sein, denn nur in diesem Falle wird man aus der Angabe des Chronometers die jedesmalige Zeit des ersten Meridians bestimmen können. Würde z. B. das Chronometer täglich 5 Sekunden zurückbleiben und hätte es an einem bestimmten Tage im Augenblick des Mittags genau die Zeit des ersten Meridians gezeigt, so müßte man 14 Tage später $14 \cdot 5 = 70$ Sekunden zur Angabe des Chronometers zulegen, um die gesuchte Zeit des ersten Meridians für denselben Augenblick zu erhalten. Würde

sich aber inzwischen der Gang geändert haben, so wäre auch die berechnete Zeit des ersten Meridians falsch.

Auf See ist das Chronometer vielfachen schädlichen Einflüssen ausgesetzt, die in erster Reihe von den Bewegungen des Schiffs, von der Feuchtigkeit der Luft, vor allem aber von dem Wechsel der Temperatur herrühren. Trotzdem ist es tüchtigen Chronometermachern gelungen, das Chronometer derart zu vervollkommnen, daß es bei sorgfältiger Behandlung seinen Zweck erfüllt.

§ 258. Beschreibung des Chronometers. Die Hauptbestandteile des Chronometers sind:

1. Die Triebkraft und das Räderwerk,
2. Die Unruhe mit der Spirale, die zusammen den Regulator bilden,
3. Die Hemmung (Echappement).

Als bewegende Kraft dient eine spiralförmige Feder aus Stahl wie bei jeder Taschenuhr. Diese Feder befindet sich in einem zylindrischen Gehäuse *a* (Fig. 207), das das Federhaus genannt wird und um die Achse *b* drehbar ist. An diese feste Achse ist das

Fig. 207.



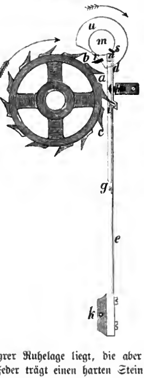
eine Ende der Feder befestigt, während das andere Ende mit dem beweglichen Federhause fest verbunden ist. Wird das Federhaus so herumgedreht, daß die Feder in immer engere Windungen zusammengerollt wird, so wird sie sich, nachdem man das Federhaus frei läßt, wieder abrollen und dadurch dem Federhause eine entgegengesetzte Drehung geben. Durch diese Drehung wird das Räderwerk der Uhr in Gang gesetzt und im Gange erhalten. Die Federkraft ist im Anfange, nachdem die Feder aufgerollt ist, am stärksten und wird, je weiter sie sich abrollt, allmählich schwächer. Damit nun die Wirkung der Federkraft auf das Räderwerk möglichst gleich bleibe und folglich der Gang des Werks möglichst regelmäßig werde, läßt man die Federkraft nicht unmittelbar auf das die Zeiger treibende Räderwerk wirken sondern bringt ein Zwischenstück an, wodurch die Wirkung der Feder geregelt wird. Es ist dies die sogenannte Schnecke *e*, eine kegelförmige Trommel. Auf dieser ist ein schneckenförmig gewundener Gang eingeschnitten, worin die Windungen einer Kette *cc* übereinander liegen, von der das eine Ende an dem unteren Teile der Schnecke befestigt ist. Das andere Ende der Kette ist mehrere Male um das Federhaus gewunden und an dieses befestigt. Beim Aufziehen der Uhr wird die Kette vom Federhause ab und auf immer kleinere Windungen der Schnecke gewunden. Hierdurch wird die Feder im Gehäuse aufgerollt, die dann, sich selbst überlassen, das Gehäuse zurückdreht und mittels der Kette auch die Schnecke in Bewegung setzt. Die Kette wirkt nun bei der größten Spannkraft der Feder an dem kleinsten Umfange der Schnecke, und nimmt die Federkraft allmählich ab, so wirkt dafür die Kette, die sich mehr und mehr von der Schnecke abwickelt, an immer größer werdenden Umfängen der Schnecke. Die Abnahme der treibenden Kraft wird demnach durch Zunahme des Hebelarms, an dem sie angreift, ausgeglichen, wodurch die Bewegung der Schnecke gleichförmiger wird. Ein auf die Welle der Schnecke gestreiftes Zahnrad *f*, das sogenannte Schneckenrad, überträgt die Bewegung der Schnecke auf das übrige Räderwerk.

Einige Chronometermacher wenden die Schnecke nicht an, da es immerhin sehr schwierig ist, überall das richtige Verhältnis zwischen der allmählich abnehmenden Federkraft und den zunehmenden Umfängen der Schnecke herzustellen; sie erreichen eine möglichst unveränderliche Triebkraft dadurch, daß sie eine sehr lange Feder benutzen und von dieser nur die ersten drei oder vier Umdrehungen auf das Räderwerk wirken lassen. In diesem Falle ist das erste Rad des Werks unmittelbar am Federhause angebracht.

Durch diese Einrichtungen allein kann jedoch noch keine vollkommen gleichförmige Bewegung erzielt werden, wie sie zur Messung der Zeit unumgänglich nötig ist. Man verbindet daher mit dem Räderwerk noch ein kleines Schwungrad, die **Unruhe** genannt, das wie das Pendel bei einer Pendeluhr regelmäßig hin und her schwingt und bei jeder Schwingung den Gang des Räderwerks einen Augenblick hemmt. Dadurch erhalten das Werk und die Zeiger eine sprungartige Bewegung, deren regelmäßig aufeinander folgende Sprünge eine gleiche Zeitdauer haben.

Die Bewegung der Unruhe wird durch eine feine Spiralfeder aus elastischem Metall geregelt, deren schraubenförmige Windungen frei übereinander liegen. Das eine Ende dieser Spirale ist an die Achse der Unruhe und das andere Ende an das Gerüst des Uhrwerks befestigt. Steht die Unruhe still, so verharrt die Spirale in ihrer ursprünglichen Form, die aber sofort verändert wird, wenn die Unruhe nach der einen oder nach der anderen Seite gedreht wird. Läßt man sodann die Unruhe frei, so strebt die angespannte Spirale, ihre ursprüngliche Form wieder anzunehmen, und zieht somit die Unruhe zurück. Diese erhält durch den Zug der Spirale eine gewisse Geschwindigkeit, die sie gemäß dem Beharrungsvermögen der Körper über ihre Ruhelage hinweg führt. Dadurch wird dann wieder die Spirale nach der anderen Richtung gespannt, und diese Spannung bringt allmählich die Unruhe erst zum Stillstande und darauf zum Rückwärtsschwingen. Auf der anderen Seite von der Ruhelage der Unruhe erfolgt dann dasselbe Spiel, so daß auf diese Weise die Unruhe ebenso hin und her schwingt wie ein aus seiner Ruhelage gebrachtes Pendel.

Fig. 208.



Die Chronometerspirale muß so eingerichtet sein, daß die Zeitdauer der Schwingungen von deren Weite völlig unabhängig ist, und folglich große wie kleine Schwingungen genau in derselben Zeit vollführt werden.

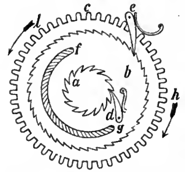
Mittels der Hemmung greift die schwingende Unruhe in die Bewegung des Räderwerks ein. Von den verschiedenen Arten von Hemmungen, die es gibt, soll hier nur die freie Chronometerhemmung näher beschrieben werden. Eine Feder *de* aus Stahl (Fig. 208) ist mit dem einen Ende *e* an das feste Stück *k* befestigt. Nicht weit vom anderen Ende *d* befindet sich eine Schraube *h*, auf deren Kopfe die Feder *ed* in ihrer Ruhelage liegt, die aber der Feder freie Bewegung nach rechts gestattet. Diese Feder trägt einen harten Stein *i*, Ruhestein genannt, gegen den die Zähne *a*, *b*, *c* des

Hemmungsrades bei dessen Drehung anstoßen müssen. Mit der Feder *de* ist bei *g* eine zweite, viel dünnere und sehr biegsame Feder *ng*, die sogenannte Goldfeder, verbunden, die mit dem Hemmungsrade nicht in Berührung kommt und an eine Scheibe *m* heranreicht, die auf der Achse der Unruhe befestigt ist.

Auf dieser Scheibe befindet sich ein Zahn *s* aus hartem Stein, der mit der Scheibe *m* die Schwingungen der Unruhe mitmacht und bei jeder Schwingung gegen das Ende *n* der dünnen Feder *ng* stößt. Wenn nun die Unruhe in der Richtung des Pfeils schwingt, so stößt der Zahn *s* von rechts her gegen die Feder *ng*, biegt diese durch und schlüpft bei der Feder vorbei. Bei dieser Bewegung bleibt die starke Feder *de* unbeweglich und daher steht während dieser Schwingung der Unruhe das Hemmungsrad, dessen Zahn *a* gegen *i* liegt, still. Schwingt aber die Unruhe nach der entgegengesetzten Richtung, so drückt der Zahn *s* die Feder *ng* nach rechts und da diese sich nun bei *d* gegen die starke Feder *de* legt, so kann sie sich nicht durchbiegen und stößt daher die nach rechts bewegliche starke Feder *de* und damit den Ruhestein *i* nach rechts. Dadurch wird der Zahn *a* frei, und das Hemmungsrad dreht sich um einen Zahn weiter. Sowie aber der Zahn *s* durch die Schwingung der Unruhe von der Feder *ng* frei ist, schnellt diese Feder und damit auch die Feder *de* wieder in die Ruhelage zurück, der Stein *i* legt sich vor den Zahn *b* des Hemmungsrades und hält dieses wiederum an. Auf diese Weise dreht sich das Hemmungsrad gleichmäßig mit den Schwingungen der Unruhe, und da es durch einen Trieb mit dem Sekundenrade in Verbindung steht, so wird die Regelmäßigkeit der Bewegung dem ganzen Räder- und Zeigerwerke mitgeteilt.

Auf einer zweiten Scheibe *u*, die auf der Achse der Unruhe befestigt ist und mit dem Hemmungsrade in derselben Ebene liegt, befindet sich ein Zahn *r*, ebenfalls aus hartem Stein. Gegen diesen Zahn stößt in dem Augenblick, wenn ein Zahn des Hemmungsrades von dem Ruhestein *i* frei geworden ist, ein anderer Zahn dieses Rades, wodurch die Unruhe jedesmal einen Stoß erhält. Dieser Anstoß, den die Unruhe nach jeder Doppelschwingung von der Triebkraft der Uhr erhält, ist notwendig, da sonst die Unruhe durch die Reibung und durch den Widerstand der Federn bald zum Stillstande gebracht werden würde. Die bewegende Kraft der Uhrfeder wirkt demnach nur nach jeder Doppelschwingung der Unruhe einen Augenblick auf diese ein; während der übrigen Zeit schwingt die Unruhe völlig frei und unbeeinflußt von jener Kraft, und daher wird diese Hemmung als freie bezeichnet.

Fig. 209.

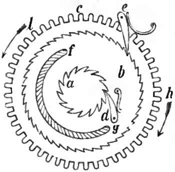


Damit der Gang des Chronometers während des Aufziehens nicht gestört wird, ist das Schneckenrad nur auf die Achse der Schnecke gestreift und mit dieser durch zwei konzentrische Sperrräder verbunden.

Das erste Sperrrad *a* (Fig. 209) ist mit der Schnecke fest verbunden; in dessen Zähne fällt der Sperrhaken *d*, der auf dem zweiten Sperrrade *b* befestigt ist, dessen Zähne in entgegengesetzter Richtung zu denen des Rades *a* stehen. Dies mittlere Rad ist mit dem eigentlichen Schneckenrade *c* durch eine Feder *fg* verbunden, deren Ende *g* am Rade *b*, während das andere Ende *f* am Rade *c* befestigt ist. Ist die Uhr aufgezogen, so dreht sich die Schnecke und das auf ihrer Achse befestigte Sperrrad *a* in der Richtung

des Pfeils *h*. Diese Bewegung teilt sich vermittels des Sperrhakens, der sich gegen einen Zahn des Rades *a* stemmt, auch dem Rade *b* mit, wobei der Sperrhaken *e* auf den Zähnen dieses Rades gleitet und seine Bewegung nicht hindert. Durch die Umdrehung des Rades *b* wird die Feder *gf* zusammengedrückt, und da deren Ende *f* am Rade *c* befestigt ist, so treibt sie dieses Rad in derselben Richtung herum und setzt dadurch das mit *c* in Verbindung stehende Räderwerk der Uhr in Bewegung. Wenn aber beim Aufziehen der Uhr die Schnecke und das auf ihrer Achse befestigte Sperrrad *a* in entgegengesetzter Richtung, die durch den Pfeil *l* angedeutet ist, herumgedreht wird, so gleiten die Zähne des Rades *a* unter dem Sperrhaken *d* ungehindert weiter. Dagegen kann das Rad *b* an dieser Bewegung nicht teilnehmen, weil es daran durch den jetzt einfallenden Sperrhaken *e* gehindert wird. Dieses Rad steht demnach still und es tritt nun die Kraft der Feder *gf* in Wirkung. Indem diese Feder vermöge ihrer Spannkraft sich nun auszudehnen bestrebt ist, treibt sie das Schneckenrad *c* in der früheren durch *h* angedeuteten Richtung weiter und ist sonach für die Zeitdauer des Aufziehens die treibende Kraft des Uhrwerks. Dreht sich dann nach dem Aufziehen die Schnecke wieder wie gewöhnlich herum, so wird dadurch die Feder *fg* wieder zusammengedrückt und gespannt.

Fig. 209.



Das Chronometerwerk ist in eine runde Metallbüchse eingeschlossen, auf die ein Glasdeckel geschraubt wird, worunter das Zifferblatt mit den darüber sich bewegenden Zeigern sichtbar ist. Sämtliche Räderachsen des Werks sowie die zylindrisch gewundene Spirale sind für die vertikale Stellung eingerichtet, so daß die Unruhe und die Räder des Werks sich in horizontaler Ebene bewegen sollen. Es wird deshalb das Chronometer mittels des Cardanischen Rings ebenso wie der Kompaß in einem viereckigen Kasten aufgehängt, so daß es bei den Bewegungen des Schiffs die horizontale Lage bewahren kann. Nur bei kleinen Chronometern, den sogenannten Taschenchronometern, ist bei deren Anfertigung auf verschiedene Lagen Rücksicht genommen, doch müssen auch diese, wenn ihr Gang möglichst gleichmäßig bleiben soll, stets in der nämlichen Lage bleiben. Trägt man sie in der Tasche, so müssen sie auch während der Zeit, wenn man sie nicht trägt, aufgehängt und nicht horizontal gelegt werden.

§ 259. Ausgleichung des Temperatureinflusses auf den Gang des Chronometers (Kompensation). Wie aus der Beschreibung des Chronometers hervorgeht, hängt die Gleichmäßigkeit seines Gangs hauptsächlich davon ab, daß die Unruhe ihre Schwingungen in stets gleichen Zeiträumen ausführt. Diese Bedingung kann nur dann erfüllt werden, wenn der Durchmesser der Unruhe und die Spannkraft der Spirale unveränderlich bleiben, was wiederum nur möglich ist, wenn im Innern der Uhr stets dieselbe Temperatur herrscht. Denn da die Wärme das Metall ausdehnt, so wird bei zunehmender Wärme eine gewöhnliche Unruhe an Umfang gewinnen und daher langsamer schwingen, während bei Kälte das Gegenteil eintritt. Ebenso wird die Spirale durch steigende Wärme länger und verliert dabei an Spannkraft, was ebenfalls ein langsameres Schwingen der Unruhe zur Folge hat. Ein langsameres Schwingen der Unruhe bewirkt ein Zurückbleiben der Uhr, während

bei schnelleren Schwingungen die Uhr voreilt. Daher kommt es, daß eine sonst gute gewöhnliche Uhr bei einem Temperaturwechsel von 30° C. ihren Gang um 5 bis 6 Minuten täglich ändert.

Die Unruhe des Chronometers wird daher so eingerichtet, daß sie ihre Schwingungen bei verschiedenen Temperaturen selbst regelt. Diese Einrichtung nennt man die **Ausgleichung** oder **Kompensation**. Es gibt verschiedene Arten von Kompensationen, die sich mehr oder minder bewährt haben. Der gewöhnlichen Kompensation liegt die ungleiche Ausdehnung zweier verschiedener Metalle bei derselben Temperatur zugrunde. Solche Metalle sind z. B. Stahl und Kupfer, wovon sich das Kupfer stärker ausdehnt als das Eisen. Werden zwei gleich lange Streifen, der eine aus Stahl, der andere aus Kupfer, bei einer bestimmten Temperatur, z. B. bei +15° C., fest miteinander verbunden, so wird der zusammengesetzte Streifen die Form *a* (Fig. 210) haben; der dunkle Streifen bezeichne den Stahl- und der helle den Kupferstreifen. In einer höheren Temperatur als 15° C. krümmt sich der Streifen so, wie unter *b* angedeutet ist, während er bei einer Temperatur unter 15° C. die mit *c* bezeichnete Form annimmt. Das sich stärker ausdehnende Metall, hier das Kupfer, bildet also bei höherer Temperatur die äußere und bei niederer Temperatur die innere Seite des Bogens. Solche zusammengesetzte Streifen aus verschiedenen Metallen heißen **Kompensationsstreifen** und kommen bei der Chronometerunruhe zur Anwendung. Der Umfang der Unruhe (Fig. 211) ist kein geschlossener Reifen sondern wird aus zwei halbkreisförmig gebogenen Kompensationsstreifen, *aa* und *bb*, gebildet. Diese sind mit dem einen Ende an die aus Stahl verfertigte Speiche *mn* befestigt, während das andere frei schwebende Ende ein verschiebbares Gewicht, *d*, trägt. Der innere Streifen von jedem der beiden Arme ist aus dem Metall, das die geringere Ausdehnungsfähigkeit besitzt. Nimmt die Temperatur zu, so verlängert sich die Speiche *mn*, wodurch ein langsameres Schwingen der Unruhe verursacht werden würde, wenn nicht gleichzeitig die beiden sich ebenfalls verlängernden Halbreifen stärker gekrümmt würden, so daß die kleinen Gewichte *d* dem Punkte *c*, um den die Unruhe schwingt, näher gebracht werden. Hierdurch werden die Schwingungen der Unruhe beschleunigt, ebenso wie ein Pendel schneller schwingt, wenn man seine Linse dem Aufhängepunkte des Pendels nähert.

Fig. 210.

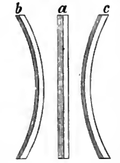
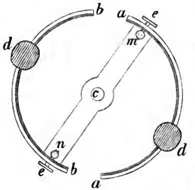


Fig. 211.



Bei abnehmender Temperatur dagegen wird der Durchmesser *mn* kürzer; die Schwingungen der Unruhe würden schneller werden, wenn diese Beschleunigung nicht dadurch ausgeglichen würde, daß die beiden Halbreifen, die bei Kälte das Bestreben haben, sich gerade zu biegen, die Gewichte *d* vom Drehpunkte *c* entfernten. Durch Verschiebung dieser Gewichte läßt sich schließlich erreichen, daß die durch die Temperatur bewirkte Ausdehnung der Unruhe ohne Einfluß auf die Zeitdauer ihrer Schwingungen bleibt.

Um den Gang des Chronometers zu beschleunigen, wenn es zurückbleibt, oder zu verlangsamen, wenn es zu stark voreilt, sind die beiden Schrauben *e* angebracht, die im ersten Falle tiefer in die Speiche hinein und im letzten Falle etwas herausgeschraubt werden. Diese Schrauben haben natürlich keine kompensierende Wirkung; sie ersetzen den Stellzeiger der gewöhnlichen Taschenuhren, durch den der schwingende Teil der Spirale verkürzt oder verlängert wird, je nachdem die Uhr schneller oder langsamer gehen soll.

Außer der Unruhe verändert aber auch die Spirale bei wechselnder Temperatur die Länge und was schlimmer ist, ihre Spannkraft. Die Kompensation muß daher so eingerichtet werden, daß auch diese Einflüsse auf die Schwingungsdauer der Unruhe möglichst ausgeglichen werden. Dies läßt sich aber durch die gewöhnliche Kompensation, wie sie hier beschrieben ist, nur für zwei verschiedene Temperaturen vollständig erreichen, weil die Änderungen der Temperatur zu denen der Unruhe sich anders verhalten als zu den Änderungen in der Spirale. Die Kompensation wird daher entweder für eine mittlere Temperatur, gewöhnlich +15° C., eingerichtet oder so, daß der Gang des Chronometers bei zwei verschiedenen Temperaturen, meistens bei 5 und 30° C., gleich ist. Wird dann der tägliche Gang des Chronometers bei der mittleren Temperatur bestimmt, so kann man auf der gewöhnlichen Fahrt in der gemäßigten und heißen Zone eine Berichtigung des Gangs wegen des Einflusses der Temperatur vernachlässigen; jedoch muß man dafür sorgen, daß die jeweilige Temperatur, worin sich das Chronometer befindet, nicht zu viel von der abweicht, wofür die Kompensation eingerichtet ist. Für Polarfahrten dagegen muß das Chronometer entweder besonders kompensiert, oder es müssen die Gangänderungen bei den niedrigen Temperaturen ermittelt und in Rechnung gebracht werden.

Um den Gang des Chronometers noch unabhängiger von der Temperatur zu machen, wird in neuerer Zeit die kompensierte Unruhe oft mit einer sogenannten Hilfskompensation versehen, die bei den Temperaturen in Wirksamkeit tritt, wofür die gewöhnliche Kompensation nicht mehr ausreicht. Es sind sehr verschiedene Arten solcher Hilfskompensationen bisher erfunden, wovon sich einige ganz gut bewährt haben. Derselbe Zweck kann auch durch die Wirkung der Spirale erreicht werden, indem man diese so einrichtet, daß sie bei kleineren Schwingungsbogen schneller schwingt als bei größeren. Ist die Unruhe nun durch die gewöhnliche Kompensation für zwei sehr verschiedene Temperaturgrade kompensiert, so hat das Chronometer bei mittleren Temperaturen den schnellsten Gang, der sich jenseits jener beiden Temperaturgrade stark verlangsamt. Dieses langsamere Schwingen der Unruhe wird dann durch die dabei in Wirksamkeit tretenden schnelleren Schwingungen der Spirale ausgeglichen. Jedoch hat dieses Verfahren gegen die Hilfskompensation den Nachteil, daß wenn die Schwingungsbogen der Unruhe durch andere Ursachen als die Wirkung der Temperatur kleiner werden, die Spirale ebenfalls schneller schwingt und dadurch einen stetig voreilenden Gang des Chronometers erzeugt. Vermehrte Reibung an den Zapfen der Unruhewelle infolge des Eintrocknens oder Dickwerdens des Öls, Abnutzung der Zapfen oder Lager, ein Nachlassen der Spannkraft in der Triebfeder des Uhrwerks, dies sind solche Ursachen, die die Schwingungsweite der Unruhe verkleinern. Da diese Veränderungen bei längerem Gebrauch des Chronometers unvermeidlich sind, so wendet man diese Art von Kompensation bei Schiffschronometern nicht an, richtet vielmehr deren Spiralen so ein, daß sie große wie kleine Schwingungsbogen stets in derselben Zeit vollenden.

Bei den gewöhnlichen Schiffschronometern hat die zylindrisch gewundene Spirale 8 bis 10 Windungen und beschreibt nach jeder Seite hin Schwingungsbogen von 225°.

Je schneller nämlich die Spirale und folglich auch die Unruhe schwingen, um so weniger nachteilig wirken Erschütterungen und Stöße auf ihre Schwingungen und auf den Gang des Chronometers ein.

§ 260. Ursachen von Änderungen des Gangs. Als solche sind vorzugsweise zu nennen:

1. Erschütterungen und besonders drehende Bewegungen beim Tragen des Chronometers. Wenn nämlich das Chronometer eine schnelle Drehung erleidet, so kann dadurch leicht ein Überschwingen der Unruhe verursacht werden, dann wird die Hemmung nicht nur in der Mitte der Vorwärtsschwingung der Unruhe ausgelöst sondern auch noch am Ende dieser Schwingung, wodurch das Hemmungsrad bei einer Doppelschwingung um mehr als einen Zahn und folglich auch der Sekundenzeiger um mehr als ½ Sekunde vorwärts springt. Hierbei erhält dann die Unruhe durch das Hemmungsrad den Antrieb zur Bewegung zu oft, und so kann es kommen, daß die Zeitangabe des Chronometers um 1 bis 50 Sekunden geändert wird. Der größere Nachteil aber besteht darin, daß durch solche Überanstrengung der Spirale leicht eine Änderung des Gangs eintreten kann, was durch Untersuchungen des Chronometergangs unmittelbar vor und nach der Einschiffung genugsam festgestellt worden ist.

Eine geradlinige Bewegung vorwärts oder seitwärts schadet dem Chronometer nicht, doch müssen Erschütterungen durch Rütteln und Stoßen sorgsam vermieden werden.

Soll das Chronometer getragen werden, so setze man zuvor den Aufhängering und das Chronometer selbst durch den in einer Ecke des Kastens befindlichen Schieber fest, stelle dann den geschlossenen Kasten in einen zweiten, gut ausgepolsterten Tragkasten und trage diesen an einem zu diesem Zweck vorhandenen Riemen, wobei jede drehende und schlenkernde Bewegung durchaus zu vermeiden ist. Beim Fahren im Boote oder auf dem Wagen hat man das Chronometer ebenfalls am Riemen in der Hand zu halten, um Erschütterungen möglichst wirkungslos zu machen.

2. Mängel der Cardanischen Aufhängung.

Wenn die Zapfen, worin das Chronometer hängt, in den Zapfenlöchern zu drang gehen oder schlottern, so wird im ersten Falle das Chronometer bei den Bewegungen des Schiffs nicht immer die horizontale Lage innehalten können, während es im zweiten Falle in ruckweise erfolgende Schwingungen versetzt wird. In beiden Fällen wird die Spirale ungünstig beeinflußt, was sich durch eine Veränderung des Chronometergangs bemerkbar macht. Man muß sich daher stets davon überzeugen, ob die Aufhängung des Chronometers in dem Ringe völlig tadelfrei ausgeführt ist und etwaige Mängel beseitigen lassen.

3. Die Feuchtigkeit der Luft.

Aus eingehenden Untersuchungen des Prof. C. F. W. Peters hat sich ergeben, daß der Feuchtigkeitsgehalt der Luft einen unmittelbaren Einfluß auf den Gang des Chronometers hat und zwar einen um so größeren, je feuchter die Luft ist. Nach der Ansicht jenes Gelehrten sind hauptsächlich Wasserdämpfe die Ursache dieser Gangstörung, die sich an der Oberfläche der Spirale zu Wasser verdichten, dadurch das Gewicht der Spirale vermehren und hierdurch den Gang des Chronometers verlangsamen. Durch Staubteilchen auf der Spirale wird das Niederschlagen der Feuchtigkeit begünstigt und somit der schädliche Einfluß der Luftfeuchtigkeit noch vergrößert. Eine weitere Folge der Feuchtigkeit ist das Rosten einzelner Teile besonders der Spirale, sowie die durch Feuchtigkeit erzeugten

Schimmelpilze, die jene Teile überziehen. Ein kleiner, kaum sichtbarer Rostfleck auf der Spirale kann den täglichen Gang des Chronometers um 1—5 Sekunden verlangsamen. Daher ist es notwendig, das Chronometer gegen das Eindringen feuchter Luft möglichst zu schützen, was am besten durch einen luftdichten Verschluß des Chronometers erreicht wird. Jedenfalls tut man gut, wenn man das Chronometer an Bord mit einer wollenen, völlig trockenen Decke umhüllt, die täglich gewechselt wird.

4. Das Dickwerden und Eintrocknen des Öls.

Daß durch das Dickwerden und Eintrocknen des Öls Störungen im Gange bewirkt werden, wurde schon in § 259 angeführt. Wenn ein Chronometer 3—3 1/2 Jahre hindurch einen regelmäßigen Gang gehabt hat und dann Unregelmäßigkeiten im Gange zeigt, so wird man in den meisten Fällen annehmen dürfen, daß das Öl eingetrocknet oder klebrig geworden ist und die Zapfen sich eingelaufen haben. In diesem Falle muß man das Chronometer von einem bewährten Chronometermacher reinigen lassen. Geschieht dies nicht, so kann durch längeres Gehen das Chronometer völlig verdorben und unbrauchbar werden. Die Zapfen der Radwellen werden durch die immer größer werdende Reibung mehr und mehr abgeschliffen und schließlich abgeschnitten, hauptsächlich aber wird die Spirale, nachdem sie längere Zeit infolge vermehrter Reibung kleinere Schwingungsbogen machen mußte, zu weiterem Dienste unbrauchbar und muß dann durch eine neue Spirale ersetzt werden. Dadurch wird die Wiederherstellung des Chronometers sehr teuer, da eine neue Spirale auch eine Veränderung der Kompensation erforderlich macht. Man versäume daher nicht, sein Chronometer etwa alle drei Jahre reinigen zu lassen, hüte sich aber, dies Geschäft vom ersten besten Uhrmacher ausführen zu lassen. Nach dem Reinigen nimmt das Chronometer in der Regel einen etwas anderen Gang an als es vorher hatte.

5. Veränderungen in der Federkraft der Spirale.

Man hat die Erfahrung gemacht, daß alle Chronometer mit einer neuen Spirale das Bestreben zeigen, einen schnelleren Gang anzunehmen. Diese Beschleunigung des Ganges nennt man die Akzeleration des Chronometers. Sie wird wahrscheinlich hervorgerufen durch eine Veränderung in der inneren Beschaffenheit des Stahls, wodurch die Federkraft der Spirale mit der Zeit vergrößert wird. Aus diesem Grunde ist ein Chronometer, das schon längere Zeit im Gange gewesen und dadurch zum größten Teile von der Akzeleration befreit worden ist, besser als ein neues Chronometer, auf das man sich in den ersten zwei Jahren nicht verlassen darf.

6. Einfluß magnetischer Kräfte auf den Chronometergang.

Vielfache Untersuchungen haben ergeben, daß der Schiffsmagnetismus im allgemeinen den Gang des Chronometers nicht beeinflußt. Wohl aber können kräftige und in der Nähe des Chronometers befindliche Magnete Störungen des Chronometergangs verursachen, wenn die Speiche der Unruhe sowie ihre Halbreifen und die Spirale aus Stahl verfertigt sind wie es gewöhnlich der Fall ist. Unter der Einwirkung eines starken Magnets kann besonders die Stahlspeiche der Unruhe magnetisch werden, wodurch der Gang des Chronometers auf See unbestimmbar wird, da er dann in jeder anderen Stellung, die das Chronometer zum magnetischen Meridian einnimmt, sich unter dem Einfluß des Erdmagnetismus ändert. Ein derartiges Chronometer ist nicht zu gebrauchen, und man prüft es in bezug auf sein magnetisches Verhalten, indem man seinen Gang in verschiedenen Stellungen des Chronometers zum Meridian bestimmt. Hierbei sich ergebende

Abweichungen der einzelnen Gänge voneinander müssen der Einwirkung des Erdmagnetismus zugeschrieben werden.

Bei der Wahl eines Aufstellungsorts des Chronometers ist die Nähe von Magneten und von großen, besonders vertikal stehenden Eisenmassen wie eiserne Masten, Davits, Schornsteine, Kniee u. dgl. zu vermeiden.

Durch das, was unter 1. bis 3. angeführt ist, wird die Tatsache erklärlich, daß fast jedes Chronometer auf See einen anderen Gang hat als am Lande. Wie der Gang des Chronometers bestimmt werden kann, wird später gezeigt, hier soll nur noch besonders hervorgehoben werden, wie notwendig es ist, wegen der mannigfachen Ursachen von Gangänderungen jede sich darbietende Gelegenheit zur Bestimmung des Gangs zu benutzen.

§ 261. Aufstellung und Behandlung des Chronometers. Aus vorstehendem ergibt sich, wie man das Chronometer an Bord aufzustellen und zu behandeln hat, um Störungen des Gangs möglichst zu vermeiden. Das Chronometer muß an der Stelle stehen, wo die Bewegungen des Schiffs und der Maschine den geringsten Einfluß auf das Chronometer ausüben, wo eine möglichst gleichmäßige und mittlere Temperatur herrscht und starke Magnete sowie elektrische Ströme nicht störend auf den Gang wirken können. Ist ein eigens dazu bestimmtes Chronometerspind nicht vorhanden, so wird das Chronometer in seinem Tragkasten aufbewahrt, der entweder auf die feste Unterlage festgeschraubt oder mit Werg und anderen weichen Stoffen festgestaut wird. Der Kasten muß so gestellt werden, daß die beiden Zapfen, womit das Chronometergehäuse im Ringe hängt, längsschiffs liegen. Der Schieber, durch den das Chronometer während des Einschiffens festgestellt wird, ist zurückzuschieben, so daß das Chronometer sich in seiner Aufhängung frei bewegen kann. Geöffnet wird der Deckel des Kastens nur beim Aufziehen des Chronometers und wenn es zu einer Beobachtung benutzt wird. Ganz unstatthaft ist es, das Chronometer zum Beobachten an Deck zu nehmen; man beobachtet vielmehr nach einer Beobachtungsuhr und vergleicht diese kurz vor und nach der Beobachtung mit dem Chronometer, um die Zeit des ersten Meridians zu erhalten. Sind zwei Beobachter vorhanden, so kann natürlich die Zeit der Beobachtung unmittelbar vom Chronometer abgelesen werden.

Beim Aufziehen drehe man das Chronometer mit der linken Hand langsam in seinem Ringe herum bis in die horizontale Lage, schiebe mit dem Zeigefinger derselben Hand die Verschlußplatte am Boden des Gehäuses so weit zurück, daß das Schlüsselloch frei wird, führe dann mit der rechten Hand den Schlüssel ein und drehe ihn links herum. Man muß sich merken, wieviel Umdrehungen des Schlüssels nötig sind, bis das Chronometer aufgezogen ist, und dann jedesmal die letzten Drehungen des Schlüssels langsam ausführen. Nachdem der Schlüssel herausgenommen ist, läßt man das Chronometer vorsichtig in die gewöhnliche Lage zurückkehren.

Beim Aufziehen eines Taschenchronometers sowie jeder Taschenuhr darf bei dem Umdrehen des Schlüssels nicht auch das Chronometer oder die Uhr gedreht werden, da solche Drehungen die Schwingungen der Unruhe beeinflussen. Chronometer, die 54 bis 56 Stunden gehen, müssen täglich und zwar stets zu derselben Zeit aufgezogen werden; geht das Chronometer 8 Tage, so ist solches wöchentlich einmal, ebenfalls um dieselbe Zeit aufzuziehen.

Um ein abgelaufenes oder stehengebliebenes Chronometer in Gang zu setzen, ziehe man es auf, bringe dann durch eine halbe Umdrehung des Chronometers in horizontaler Richtung die Unruhe in Schwingung und hierdurch das Werk in Gang. Da man die

Zeiger nicht unnötigerweise verstellen darf, so bringt man das Chronometer erst dann in Gang, wenn die Zeit mit der Zeigerangabe des stehengebliebenen Chronometers übereinstimmt. Nur in dem Falle, daß der Minutenzeiger nicht genau über einem Teilstriche des Zifferblatts steht, wenn der Sekundenzeiger auf 0 einspringt, muß man die Stellung des Minutenzeigers berichtigen. Man hat zu diesem Zweck das Chronometer in seiner Aufhängung durch den Schieber festzusetzen, den Glasdeckel abzuschrauben und den Minutenzeiger, der nur vermittels Reibung auf der Achse sitzt, richtig einzustellen.

Kommen bei einem Chronometer erhebliche Störungen im Gange vor, so muß man es nicht weiter aufziehen, da es bei weiterem Gehen leicht größeren Schaden erleiden kann. Die Ursache kann z. B. ein gesprungener Stein sein (die Zapfenlager sind meistens aus Rubinen hergestellt), der leicht wieder zu ersetzen ist. Würde aber das Chronometer unter solchen Umständen im Gange erhalten, so könnte leicht die Spirale durch die unregelmäßigen Schwingungen unbrauchbar werden. Auch wenn das Chronometer anfängt, seinen Gang auffallend zu verlangsamen, muß man es stehen lassen und möglichst bald einem Chronometermacher zum Reinigen übergeben. In solchen Fällen wird in der Regel Rost auf der Spirale die Ursache sein. Vorübergehende Störungen im Gange, die hin und wieder vorkommen, sind von keiner großen Bedeutung, da das Chronometer nach solchen Sprüngen meistens den alten Gang wieder annimmt. Solche Sprünge sind schon nach starken Blitzschlägen beobachtet worden und werden in solchem Falle wahrscheinlich durch den Einfluß magnetischer Kräfte hervorgerufen.

Bleibt das nicht abgelaufene Chronometer aus unbekannter Ursache und ohne vorherige Gangänderung stehen, so versuche man, es wieder in Gang zu setzen, wiederhole diesen Versuch aber nicht öfter.

Vierter Teil.

Nautische Astronomie.

Erster Abschnitt.

Astronomische Vorkenntnisse.

§ 262. Himmelsäquator, Deklinationsparallele, Stundenkreise. Die Erde wird in der Navigation als Kugel angenommen, nur in einigen wenigen Fällen ist die geringe Abweichung von der vollkommenen Kugelgestalt zu berücksichtigen. Da wir nach allen Richtungen gleich weit in den unendlichen Weltraum sehen, so erscheint uns der Fixsternhimmel als Hohlkugel, konzentrisch mit der Erde, so daß ihr Mittelpunkt zugleich der Mittelpunkt der scheinbaren Himmelskugel ist. Von dieser Himmelskugel können wir aber immer nur die eine Hälfte sehen, da uns die andere durch die Erde verdeckt wird.

Durch die Drehung der Erde um ihre Achse von West nach Ost gewinnt es den Anschein, als ob die unbewegliche Himmelskugel in entgegengesetzter Richtung um eine Achse sich drehe, die die verlängerte Erdachse ist. Diese Achse heißt Himmels- oder Weltachse, ihre Endpunkte sind die Weltpole, gleichnamig mit den ihnen zugewandten Erdpolen.

Um die Lage eines Punktes der Himmelskugel zu bestimmen, denkt man sich auf ihr ein Netz von Kreisen, die sich ebenso wie die Meridiane und Breitenparallele der Erde rechtwinklig schneiden. Die Kreise, die sich auf die Weltpole beziehen, sind folgende:

Himmelsäquator ist der größte Kreis, auf dessen Ebene die Weltachse senkrecht steht. Er ist die erweiterte Ebene des Erdäquators und teilt die Himmelskugel in den nördlichen und südlichen Himmel.

Deklinationsparallele sind kleinere Kreise, parallel mit dem Himmelsäquator. Es sind dies die Kreise, worin die Gestirne wegen der Umdrehung der Erde um ihre Achse sich von Ost nach West zu bewegen scheinen.

Stundenkreise oder Deklinationskreise sind größte Kreise, die durch die Weltpole gehen; sie schneiden mithin den Äquator und die Deklinationsparallele rechtwinklig.

§ 263. Zenit, Nadir, Horizonte, Höhenparallele, Vertikalkreise. Wird an einem Orte auf der Erde ein Lot aufgehängt, so zeigt der Faden des in Ruhe befindlichen Lots die Richtung der Schwere für diesen Ort. Bei der Annahme, daß die Erde eine

Kugel sei, fällt diese Richtung mit dem Erdhalbmesser des Orts zusammen. Denkt man sich die Lotlinie nach beiden Richtungen bis zur Himmelskugel verlängert, so trifft sie diese oben im **Zenit** oder **Scheitelpunkt**, unten im **Nadir** oder **Fußpunkt**. Die Verbindungslinie zwischen diesen beiden Punkten heißt die **Vertikallinie** des Orts. **Horizontal** heißt eine Ebene, auf der die Vertikallinie senkrecht steht; solche Ebene ist durch die Oberfläche einer ruhig stehenden Flüssigkeit gegeben. (Vgl. § 73.)

Auf Zenit und Nadir beziehen sich die folgenden Kreise an der Himmelskugel.

Wahrer Horizont ist der größte Kreis, auf dessen Ebene die Vertikallinie senkrecht steht; Zenit und Nadir sind also überall 90° von ihm entfernt. Er teilt die Himmelskugel in zwei Hälften, in den sichtbaren und unsichtbaren Teil.

Höhenparallele sind kleinere Kreise, parallel zum wahren Horizont; ihre Mittelpunkte liegen in der Vertikallinie.

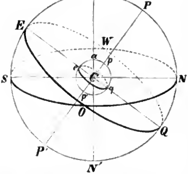
Scheinbarer Horizont eines Orts ist der Höhenparallel, der die Erde in dem Punkte berührt, den der Ort auf der Erdoberfläche einnimmt; der Höhenparallel, der durch das Auge eines Beobachters gedacht wird, ist der scheinbare Horizont dieses Beobachters.

Seehorizont, sichtbarer Horizont oder **Kimm**, ist die Kreislinie auf der Erdoberfläche, die den für einen Beobachter auf freiem Meere sichtbaren Teil der Erdkugel begrenzt. Wenn man von dem Auge eines Beobachters auf dem Meere eine Tangente an die Erdoberfläche gezogen denkt, so ist ihr Berührungspunkt ein Punkt der Kimm. Denkt man sich nun diese Tangente um das Auge ganz herumgeführt, so beschreibt hierbei der Berührungspunkt einen Kreis auf der Erdoberfläche, der eben die Kimm ist. Diese liegt daher unter dem scheinbaren Horizont, solange das Auge nicht in der Oberfläche des Meeres ist.

Vertikalkreise sind größte Kreise, die durch Zenit und Nadir gehen; sie schneiden den wahren Horizont und die Höhenparallele rechtwinklig.

§ 264. Himmelsmeridian, Kardinalpunkte, erster Vertikal, Sechsstundenkreis. In Fig. 212 stelle C den Mittelpunkt der Erde, pp' die Erdachse, eq den Erdäquator, $epqp'$ den Erdmeridian des Orts a und der äußere Kreis einen Durchschnitt der Himmelskugel dar. Demnach ist aC die Richtung der Schwere, Z das Zenit, N' das Nadir dieses Orts. Denkt man sich die Ebene des Erdmeridians $epqp'$ bis zur Himmelskugel erweitert, so schneidet sie diese in einem größten Kreise, der sowohl durch die Weltpole PP' als auch durch Zenit und Nadir des Orts a geht. Dieser größte Kreis $PZP'N'$ heißt **Himmelsmeridian** des Orts. Dieser ist also der Stundenkreis des Zenits und der, von dem ab die übrigen Stundenkreise gezählt werden. Er schneidet den wahren Horizont $NOSW$ in zwei Punkten, wovon der dem Nordpol P zunächstliegende der **wahre Nordpunkt**, der ihm entgegengesetzte der **wahre Südpunkt** heißt. Neunzig Grad vom Nord- und Südpunkte liegen der **Ost-** und **Westpunkt**, die zugleich die Durchschnittspunkte des wahren

Fig. 212.



Horizonts und Himmelsäquators *EOQW* sind, in der Figur *O* und *W*. Der Durchmesser *NS*, worin sich die Ebenen des Himmelsmeridians und wahren Horizonts schneiden, heißt die Nordsüdlinie oder Mittagslinie, sie teilt den Horizont in die östliche und westliche Hälfte. Der Durchmesser *OW*, worin sich die Ebenen des Himmelsäquators und wahren Horizonts schneiden, heißt die Ostwestlinie. (Vgl. § 75.) Denkt man sich durch diese vier Punkte, Nord, Ost, Süd, West Vertikalkreise gelegt, so schneiden diese den scheinbaren Horizont und die Kimm in je vier Punkten, die für diese Kreise die vier Hauptrichtungen Nord, Ost, Süd, West, festlegen.

Der Himmelsmeridian wird eingeteilt in den oberen und unteren Meridian und in den Nord- und Südmeridian. Oberer Meridian ist der Halbkreis vom sichtbaren (oberen) Pol zum unsichtbaren (unteren) Pol, worin das Zenit liegt, in Fig. 212 Bogen *PZP'*; unterer Meridian ist der Halbkreis vom oberen Pol zum unteren Pol, worin das Nadir liegt, Bogen *PN'P'*.

Nordmeridian ist der Halbkreis vom Zenit bis Nadir, der durch den wahren Nordpunkt geht; Bogen *ZNN'*.

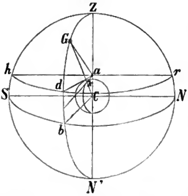
Südmeridian ist der Halbkreis vom Zenit bis Nadir, der durch den wahren Südpunkt geht; Bogen *ZSN'*.

Erster Vertikal ist der Vertikalkreis, der durch den wahren Ost- und Westpunkt geht, mithin den Himmelsmeridian im Zenit und Nadir rechtwinklig schneidet.

Sechsstundenkreis ist der Stundenkreis, der durch den wahren Ost- und Westpunkt geht, somit den Himmelsmeridian in den Polen rechtwinklig schneidet.

§ 265. Höhen, Zenitdistanzen, Azimut, Amplitude, Stundenwinkel, Polhöhe. In Fig. 213 sei *C* der Mittelpunkt der Erde, der kleinere Kreis der Erdmeridian des Orts *a*, *ZN'* die Vertikallinie, *SZNN'* der Himmelsmeridian, *SbN* der wahre, *hdr* der scheinbare Horizont, *ak* eine Tangente vom Auge des Beobachters nach der Kimm. In *G* befinde sich ein Gestirn, so ist *ZGN'* sein Vertikalkreis.

Fig. 213.



Wahre Höhe des Gestirns ist der Winkel *GCb* oder der Bogen des Vertikalkreises vom wahren Horizont bis zum Gestirn, hier *bG*. Das Komplement der wahren Höhe, $\angle GCZ$, oder der Bogen *ZG*, heißt wahre Zenitdistanz des Gestirns.

Scheinbare Höhe des Gestirns ist der Winkel *Gad*, also der Winkel, den die nach dem Gestirn gerichtete Gesichtslinie des Beobachters mit der Ebene des scheinbaren Horizonts macht. Das Komplement, $\angle ZaG$, der Winkel zwischen der nach dem Gestirn gerichteten Gesichtslinie des Beobachters und seiner Vertikallinie, ist die scheinbare Zenitdistanz des Gestirns.

Höhe über der Kimm ist der Winkel *Gak*, den die nach dem Gestirn gerichtete Gesichtslinie des Beobachters mit der in der Vertikalebene des Gestirns liegenden Tangente *ak* bildet, die man vom Auge des Beobachters an die Erdoberfläche gelegt denkt. Die Höhen werden vom Horizont ab nach dem Zenit zu von 0° bis 90°

gezählt, die Zenitdistanzen vom Zenit ab nach dem Horizonte zu. Ist demnach die Höhe eines Gestirns 90°, so steht es im Zenit, und ist seine Zenitdistanz 90°, so steht es im Horizont.

Wahres Azimut eines Gestirns in G ist der Winkel NZG, den der Vertikalkreis des Gestirns mit dem Himmelsmeridian macht, oder der Bogen Nb des wahren Horizonts. Das Azimut wird gewöhnlich von dem mit der Breite gleichnamigen Pol nach Ost und West herum bis 180° gerechnet.

Durch Höhe und Azimut ist hiernach der Ort eines Gestirns an der Himmelskugel bestimmt.

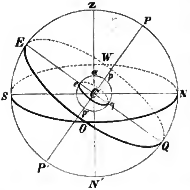
Wahre Amplitude eines Gestirns ist der Winkel am Zenit, den der Vertikalkreis eines im wahren Horizont befindlichen Gestirns mit dem ersten Vertikal bildet, oder der Bogen des wahren Horizonts vom Ost- oder Westpunkte nach dem Mittelpunkte des Gestirns. Die östliche Amplitude nennt man besonders bei der Sonne Morgenweite und die westliche die Abendweite.

Stundenwinkel eines Gestirns ist der Winkel am Weltpol, den der Stundenkreis des Gestirns mit dem Himmelsmeridian bildet. Er ist also auch gleich dem Bogen des Äquators zwischen dem Himmelsmeridian und dem Stundenkreise des Gestirns. Die Stundenwinkel werden vom Meridian nach Ost und West bis 180° oder auch in der Richtung der scheinbaren täglichen Bewegung der Himmelskugel nach West herum bis zu 360° gezählt.

Polhöhe eines Orts der Erde ist der Winkel am Erdmittelpunkt, den die Weltachse mit der Ebene des wahren Horizonts bildet, oder der Bogen des Himmelsmeridians vom Horizont bis zum oberen Pol.

Äquatorhöhe ist der Winkel, unter dem sich die Ebene des Himmelsäquators mit der Ebene des wahren Horizonts schneidet, also der Meridianbogen vom wahren Horizont bis zum Himmelsäquator. Polhöhe und Äquatorhöhe ergänzen sich zu 90°.

Fig. 212.



In Fig. 212 ist demnach $\angle PCN$ die Polhöhe des Orts a, $\angle ECS$ die Äquatorhöhe. Da aC die Richtung der Schwere für den Ort a und eCq die Ebene des Erdäquators ist, so ist $\angle aCe$ die geographische Breite dieses Orts, die dem Meridianbogen ZE, der Äquatorzenitdistanz, gleich ist. Da Bogen PE wie auch Bogen NZ $= 90°$ sind, so ist PZ, die Polzenitdistanz, das Komplement zum Bogen EZ und auch zum Bogen NP. Folglich ist $NP = EZ$, mithin ist die Polhöhe eines Orts stets gleich der geographischen Breite dieses Orts.

§ 266. Aufgang, Untergang, Kulmination, Tag- und Nachtbogen der Gestirne. Gerade und parallele Sphäre. Vermöge der Achsendrehung der Erde von West nach Ost erheben sich die Gestirne im Osten über den Horizont (Aufgang) und sinken im Westen unter den Horizont (Untergang). Je nachdem es der wahre, scheinbare oder sichtbare Horizont ist, durch den das Gestirn geht, findet sein wahrer, scheinbarer oder sichtbarer Aufgang oder Untergang statt. Nach dem Aufgange wird die Höhe des Gestirns stetig

größer, bis es den Himmelsmeridian des Beobachters erreicht. Hier steht es in der oberen Kulmination, und zwar ist im allgemeinen seine größte Höhe die obere Meridianhöhe. Darnach nimmt die Höhe wieder ab, das Gestirn geht unter, sinkt stetig tiefer, bis es im unteren Meridian seinen tiefsten Stand unter dem Horizonte hat. Hier steht es in seiner unteren Kulmination. Nach dieser beginnt es wieder zu steigen und geht, nachdem die Erde eine Achsendrehung vollendet hat, wieder im Osten auf. Nicht alle Gestirne jedoch gehen auf und unter; solche, deren Abstand vom oberen Pol kleiner als die Polhöhe des Beobachters ist, bleiben fortwährend über seinem Horizonte. Ihre Höhen nehmen zu, solange sie auf der Ostseite, und ab, während sie auf der Westseite des Meridians sind. Diese Gestirne heißen Zirkumpolarsterne. Da sie in der unteren Kulmination über dem Horizonte sind, können ihre unteren Meridianhöhen ebenfalls beobachtet werden.

Die Zeit, in der ein Gestirn den eben beschriebenen scheinbaren Umlauf um die Erde vollendet, heißt ein Tag. Dieser wird in 24 gleiche Teile, Stunden genannt, geteilt, die Stunde in 60^m (Zeitminuten), die Zeitminute in 60^s (Zeitsekunden). Der Stundenkreis des Gestirns hat mit gleichförmiger Bewegung in 24 Stunden 360° zurückgelegt, somit 15° in der Stunde.

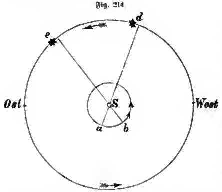
Es sind also $15° = 1^h$; diese Gleichung durch 60 dividiert,
gibt $15' = 1^m$; " " " " " ,
" $15'' = 1^s$.

Der Bogen des Deklinationsparallels, der über dem wahren Horizonte liegt, den das Gestirn also in der Zeit vom Aufgange bis zum Untergange beschreibt, heißt der Tagbogen des Gestirns; der unter dem Horizont liegende Teil ist der Nachtbogen des Gestirns, der Himmelsmeridian halbiert Tag- und Nachtbogen. Wenn ein Gestirn im Himmelsäquator steht, so ist sein Tagbogen gleich dem Nachtbogen, weil Äquator und wahrer Horizont als größte Kreise sich gegenseitig halbieren. Für einen Beobachter auf dem Äquator ist die Polhöhe = 0°, beide Pole liegen also im wahren Horizont, dieser fällt mit dem Sechsstundenkreise und der Himmelsäquator mit dem ersten Vertikal zusammen. Die Deklinationsparallele stehen demnach senkrecht auf dem Horizont und werden von diesem halbiert, so daß der Tagbogen eines Gestirns gleich seinem Nachtbogen ist, jedes Gestirn also dort ebenso lange über als unter dem Horizonte verweilt. Während die Höhe eines Gestirns für den Beobachter auf dem Äquator schnell ändert, ändert sich das Azimut des Gestirns nur wenig. Diese Stellung wird die gerade Sphäre genannt. Für einen Beobachter am Pol würde Weltpol und Zenit, der Himmelsäquator mit dem wahren Horizont zusammenfallen. Die Deklinationsparallele werden parallel zum Horizont, alle sichtbaren Sterne sind Zirkumpolarsterne. Diese Stellung heißt die parallele Sphäre. Auf jeder anderen Breite als 0° werden die Deklinationsparallele von dem Horizonte unter schiefen Winkeln geschnitten; je größer die Breite ist, desto kleiner wird die Höhenänderung eines Gestirns, während die Änderung seines Azimuts zunimmt.

§ 267. Jährliche Bewegung der Sonne, Ekliptik, Keplers Gesetze, Newtons Gravitationsgesetz. Wenn man sich an einem sternklaren Abende bald nach Sonnenuntergang den Stand eines hellen Fixsterns merkt, der nicht mehr hoch über dem westlichen Horizont steht, so wird man nach einigen Tagen finden, daß dieser Stern um dieselbe Zeit wie am ersten Abende bedeutend tiefer steht. Setzt man diese Beobachtung länger fort, so wird eines Abends dieser Stern verschwunden sein, während andere Sterne, die über ihm standen, jetzt ihrem Untergange nahe sind, also mehr und mehr nach Westen

vorgerückt sind. Nach einem gewissen Zeitraume, einem Jahre, wird man den am ersten Abende beobachteten Stern wieder um dieselbe Zeit an derselben Stelle des westlichen Himmels erblicken, wo er bei der ersten Beobachtung stand. Vergegenwärtigt man sich nun, daß die Sterne erst dann sichtbar werden, wenn die Sonne untergegangen ist, so nötigt uns diese Erscheinung zu der Annahme, daß die Sonne sich in entgegengesetzter Richtung, also nach Ost hin, vor den Sternen vorbei bewege und in einem Jahre diesen Kreislauf vollende. Zwar läßt sich diese Erscheinung auch durch eine gemeinschaftliche fortschreitende Bewegung der sämtlichen Fixsterne im Weltraum gegen West hin erklären, doch wird man bei näherer Prüfung diese Annahme als zu unwahrscheinlich fallen lassen. Die soeben festgestellte jährliche Bewegung der Sonne von West nach Ost läßt sich aber auch dadurch erklären, daß man annimmt, die Erde bewege sich in derselben Richtung um die unbewegliche Sonne.

Fig. 214



Stellt in Fig. 214 *S* die Sonne vor, um die die Erde in der Richtung des Pfeils kreise, der große Kreis einen Durchschnitt der Himmelskugel, so wird man von der Erde in *a* die Sonne *S* bei dem Fixstern *d* sehen. Nachdem die Erde von *a* nach *b* gekommen ist, sieht man von ihr aus die Sonne bei dem Fixstern *e*, mithin hat sich bei dieser Bewegung der Erde von West nach Ost die Sonne anscheinend in derselben Richtung vor den Fixsternen vorbei bewegt. Daß es nun wirklich die Erde ist, die sich um die Sonne bewegt und hierdurch die scheinbare Bewegung der Sonne hervorruft, folgt aus verschiedenen Erscheinungen, deren Besprechung hier jedoch zu weit führen würde. Die Bahn, worin die fortwährend um ihre Achse sich drehende Erde fortschreitet, wird **Ekliptik** (Kreis der Finsternisse) genannt, ihre Form ist elliptisch. Diese elliptische Form wurde von **Kepler** entdeckt, der seine durch umfangreiche Rechnungen begründeten Entdeckungen in folgende drei nach ihm benannte Gesetze zusammenfaßte:

1) „Die Erdbahn und alle Planetenbahnen sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkte die Sonne steht."

2) „Der Radiusvektor eines Planeten beschreibt in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume."

3) „Die Quadrate der Umlaufszeiten zweier Planeten verhalten sich zueinander wie die Kuben der großen Achsen ihrer Bahnen."

Ein halbes Jahrhundert später, im Jahre 1666, fand **Newton** das nach ihm benannte Gravitationsgesetz:

„Die Himmelskörper unseres Sonnensystems ziehen sich gegenseitig an, und diese anziehende Kraft steht in geradem Verhältnis ihrer Masse, aber im umgekehrten quadratischen Verhältnis der Entfernung."

Dieses Gesetz erhielt durch die **Keplerschen** Gesetze, die aus jenem als mathematische Folgerungen sich ergeben, vollste Bestätigung.

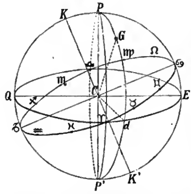
§ 268. Äquinoktial- und Solstitialpunkte, Himmelszeichen, Wendekreise. Denkt man sich die Ebene der Ekliptik bis zur Himmelskugel erweitert, so schneidet sie diese in einem größten Kreise, der ebenfalls Ekliptik genannt wird. Dieser Kreis ist nach vorigem die scheinbare Sonnenbahn. Die Ebene der Ekliptik schneidet die des Himmelsäquators unter einem Winkel von nahe 23½°, der die Schiefe der Ekliptik genannt wird, mithin steht die Erdachse unter einem Winkel von 66½° gegen die Ebene der Ekliptik geneigt.

Äquinoktialpunkte sind die Durchschnittspunkte der Ekliptik und des Himmelsäquators. Von diesen beiden Punkten heißt der, wo die Sonne im Frühlingsanfange steht, der Frühlings- oder Widderpunkt, und von diesem Punkte aus werden die Stundenkreise auf dem Äquator herum gezählt. Wenn die Sonne in diesen Punkten ist, also im Äquator steht, ist auf der Erde der Tag so lang wie die Nacht; aus diesem Grunde werden die Äquinoktialpunkte auch die Tag- und Nachtgleichenpunkte genannt. Die Ekliptik wird in zwölf gleiche Teile, Himmelszeichen genannt, geteilt, so daß auf jedes Himmelszeichen 30° kommen. Vom Frühlingspunkte anfangend in der Richtung der jährlichen Bewegung der Erde herum, sind die Namen der Himmelszeichen folgende:

1. Widder	♈	7. Wage	♎
2. Stier	♉	8. Skorpion	♏
3. Zwillinge	♊	9. Schütze	♐
4. Krebs	♋	10. Steinbock	♑
5. Löwe	♌	11. Wassermann	♒
6. Jungfrau	♍	12. Fische	♓

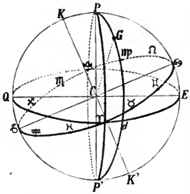
Die Äquinoktialpunkte sind nicht feste unveränderliche Punkte an der Himmelskugel sondern bewegen sich jährlich etwa 50″,2 gegen die Ordnung der Himmelszeichen, also von Ost nach West, in der Ekliptik. Diese rückläufige Bewegung (rückläufig im Gegensatze zu der rechtläufigen Bewegung von West nach Ost) der Äquinoktialpunkte wird das Vorrücken (Präzession) der Tag- und Nachtgleichen genannt. Infolge des Vorrückens der Tag- und Nachtgleichenpunkte stimmen die Himmelszeichen nicht mehr mit den Namen der Sternbilder überein, nach denen sie ursprünglich, vor etwa 2200 Jahren, benannt worden sind. In diesem Zeitraume sind die Äquinoktialpunkte bereits um etwa 30°, also um die Länge eines Zeichens nach West gerückt, so daß das Zeichen des Widders jetzt in dem Sternbilde der Fische, das Zeichen der Wage in dem Sternbilde der Jungfrau sich befindet. Da die Weltachse unveränderlich senkrecht auf der Ebene des Himmelsäquators steht, so muß sie sich wegen des Vorrückens der Nachtgleichen um die feste Achse der Ekliptik bewegen, so daß also auch die Weltpole um die Pole der Ekliptik einen Kreis beschreiben müssen, dessen Halbmesser gleich der Schiefe der Ekliptik ist. Demnach gelangen die Weltpole im Laufe der Jahrtausende nach und nach in die Nähe von anderen Sternen, und der jetzige

Fig. 215.



Polarstern (α Ursae minoris), der etwa $1\frac{1}{4}°$ vom Nordpol entfernt ist und bis auf $\frac{1}{2}°$ dem Pole nahe kommen wird, wird nicht immer Polarstern bleiben.

Fig. 215.



In Fig. 215 sei der Kreis $PEP'Q$ ein Durchschnitt der Himmelskugel, P der nördliche, P' der südliche Weltpol, EQ der Himmelsäquator, ♈ ♋ ♎ ♑ die Ekliptik, in die 12 gleichen Zeichen geteilt, K und K' die Pole der Ekliptik. Verfolgt man den scheinbaren Lauf der Sonne vom Frühlingspunkte aus, wo sie am 20. März steht, so durchläuft die Sonne der Reihe nach die Zeichen ♈ ♉ ♊, wobei sie dem nördlichen Pol mehr und mehr sich nähert. Am 21. Juni steht sie am weitesten nördlich vom Äquator, etwa $23\frac{1}{2}°$, in 0° ♋; von hier wendet sie sich wieder dem Äquator zu, den sie, nachdem die Zeichen ♋, ♌, ♍ durchlaufen sind, am 23. September in 0° ♎ erreicht. Von diesem Punkte, dem Herbstpunkt, tritt die Sonne südlich vom Äquator, von dem sie, nachdem die Zeichen ♎, ♏, ♐ zurückgelegt sind, am 21. Dezember in 0° ♑, $23\frac{1}{2}°$ nach Süd entfernt ist. Von hier nähert sie sich wieder dem Äquator, durchläuft die Zeichen ♑, ♒, ♓, und hat, in ♈ angekommen, einen Umlauf vollendet. Der nördlichste und südlichste Punkt der Ekliptik, der Anfangspunkt von ♋ und der vom ♑, von denen die Sonne sich nach dem Äquator zu wendet, heißen Sonnenwendepunkte oder Solstitialpunkte, und die Deklinationsparallele, die durch diese Punkte gedacht werden, heißen Wendekreise. Nach diesen Kreisen haben die Breitenparallele auf der Erde, die in gleichem Abstande vom Äquator sind, ihre Namen. Der $23\frac{1}{2}°$ nördlich vom Äquator liegende Breitenparallel heißt der Wendekreis des Krebses, der andere, dessen Breite $23\frac{1}{2}°$ Süd ist, der Wendekreis des Steinbocks.

§ 269. Koluren; Rektaszension, Deklination, Poldistanz eines Gestirns. Äquinoktialkolur ist der Stundenkreis, der durch die Äquinoktialpunkte geht; in Fig. 215 P ♈ P' ♎.

Solstitialkolur heißt der durch die Solstitialpunkte gehende Stundenkreis, P ♋ P' ♑. Beide Koluren schneiden sich rechtwinklig in den Weltpolen.

Rektaszension oder gerade Aufsteigung eines Gestirns ist der Winkel am Weltpol zwischen dem Äquinoktialkolur und dem Stundenkreise des Gestirns, oder der Bogen des Himmelsäquators vom Frühlingspunkte bis zum Stundenkreise des Gestirns; dieser Bogen wird gezählt vom Frühlingspunkte an, in der Richtung der jährlichen Bewegung der Erde, von West durch Süd gegen Ost bis 24^h herum.

Deklination oder Abweichung eines Gestirns ist der Winkel am Mittelpunkte der Erde, den die gerade Linie von diesem Punkte nach dem Mittelpunkte des Gestirns mit der Ebene des Äquators bildet; oder sie ist der Bogen des Stundenkreises des Gestirns vom Himmelsäquator bis zum Mittelpunkte des Gestirns. Die Deklination wird vom Äquator ab nach den Weltpolen, von 0° bis 90°, gezählt und heißt nördlich oder südlich, je nachdem das Gestirn sich zwischen dem Himmelsäquator und dem nördlichen oder südlichen Weltpol befindet.

Poldistanz eines Gestirns ist das Komplement der Deklination, also der Bogen des Stundenkreises des Gestirns vom Weltpol bis zum Gestirn; sie wird gewöhnlich vom

oberen Pol aus gezählt und wird in diesem Falle größer als 90°, wenn die Breite des Orts und die Deklination des Gestirns ungleichnamig sind.

Ist in Fig. 215 PGP' der Stundenkreis des Gestirns G, so ist der sphärische Winkel ΥPG = Bogen Υd die Rektaszension; $\angle GCd$ = Bogen dG die Deklination dieses Gestirns; $\angle PCG$ = Bogen PG die Poldistanz. Wie man sieht, ist hiernach durch Rektaszension und Deklination der Ort eines Gestirns an der Himmelskugel bestimmt.

§ 270. Breitenkreise, Breitenparallele an der Himmelskugel; Länge, Breite eines Gestirns. Breitenkreise sind größte Kreise der Himmelskugel, die durch die Pole der Ekliptik gehen, diese also rechtwinklig schneiden.

Breitenparallele an der Himmelskugel sind kleinere Kreise, parallel zur Ekliptik.

Länge eines Gestirns ist der Bogen der Ekliptik vom Frühlingspunkte bis zum Breitenkreise des Gestirns. Die Länge wird vom Frühlingspunkte ab von West nach Ost in der Ekliptik herum gezählt, wie die Rektaszension im Äquator.

Breite eines Gestirns ist der Bogen des Breitenkreises des Gestirns von der Ekliptik bis zum Mittelpunkte des Gestirns; sie wird von der Ekliptik bis zu deren Pol, von 0° bis 90° gezählt, und nördlich oder südlich genannt, je nachdem das Gestirn nördlich oder südlich von der Ekliptik steht. Durch Länge und Breite ist demnach der Ort eines Gestirns an der Himmelskugel ebenfalls bestimmt, jedoch wird diese Bestimmungsweise in der Navigation nicht angewandt.

§ 271. Sternzeit; wahre, mittlere und mitteleuropäische Zeit. Die tägliche scheinbare Bewegung der Himmelskugel um die Erde, oder richtiger die Umdrehung der Erde um ihre Achse, ist eine vollkommen gleichförmige Bewegung und dient daher auch zur Grundlage der Zeitmessung. Die Zeit, die zwischen zwei aufeinander folgenden oberen Kulminationen desselben Fixsterns verfließt, heißt Sterntag. Dieser ist also die Zeitdauer einer vollen Umdrehung der Erde um ihre Achse, mithin sind alle Sterntage gleich lang. Der Sterntag beginnt mit dem Augenblick der oberen Kulmination des Frühlingspunkts, in dem es 0^h Sternzeit ist, und wird bis 24^h gezählt. Sternzeit ist demnach der in Zeit ausgedrückte Stundenwinkel des Frühlingspunkts, vom oberen Meridian nach und durch West bis 24^h gerechnet.

Im bürgerlichen Leben nennt man Tag die Zeit zwischen Sonnenaufgang und -untergang, und Nacht die Zeit vom Untergange bis zum Aufgange der Sonne. Nach dem, was in § 267 über den von Tag zu Tag früher erfolgenden Untergang, also auch Aufgang der Sterne gesagt ist, muß die Zeit des Aufgangs und Untergangs der Sonne sowohl wie die ihrer Kulmination im Laufe des Jahres nach und nach auf andere Stunden des Sterntags fallen. Aus diesem Grunde ist der Sterntag für die bürgerliche Zeitrechnung nicht zu gebrauchen, für diese kann nur die Sonne bestimmend sein. Der wahre astronomische Tag ist die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden oberen Kulminationen der Sonne. Er beginnt im wahren Mittage, d. h. mit dem Augenblick, in dem der Mittelpunkt der Sonne im oberen Meridian eines Orts steht, und wird bis 24^h gezählt. Der Augenblick der unteren Kulmination des Sonnenmittelpunkts heißt wahre Mitternacht. Im Mittage eines Orts ist es also 0^h und in der Mitternacht 12^h wahre astronomische Zeit dieses Orts.

Wahre astronomische Zeit ist demnach der in Zeit ausgedrückte Stundenwinkel der Sonne, vom oberen Meridian nach West herum bis 24^h gezählt. Die wahre Zeit eignet sich aber auch nicht zur Zeitmessung, weil sie sich nicht gleichförmig ändert.

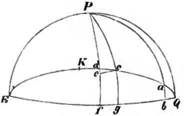
Denn da die Erde sich in der Ekliptik um die Sonne bewegt, so bewegt sich auch scheinbar die Sonne gemäß dem zweiten Keplerschen Gesetze, wonach der Radiusvektor eines Planeten, hier die Linie von der Sonne nach der Erde, in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume beschreibt. Aus der ohne weitere Beschreibung verständlichen Fig. 216 ersieht man sofort, daß bei der Bewegung in der Ellipse in gleichen Zeiten ungleiche Bogen durchlaufen werden müssen, mithin können die wahren Sonnentage nicht von gleicher Länge sein. Aber selbst wenn die Sonne sich gleichförmig in der Ekliptik bewegte, könnte doch die wahre Zeit sich nicht gleichförmig ändern, weil Zeiten durch Stundenwinkel und diese auf dem Äquator gemessen werden. Daß gleiche Bogen der Ekliptik nicht gleichen Bogen des Äquators entsprechen, wird man durch Betrachtung der Fig. 217 leicht finden. In dieser Figur sei EPQ ein Durchschnitt der halben Himmelskugel, P der Weltpol, EQ der Äquator, EKQ die Ekliptik. Trägt man auf der Ekliptik die einander gleichen Bogen Qa und de ab und legt durch die Punkte a, c und d Stundenkreise, so werden die zwischen diesen Stundenkreisen liegenden Bogen des Äquators, Qb und fg, einander ungleich sein. Legt man nämlich durch c den Bogen ce parallel zum Äquator und wählt die Teile Qa, cd so klein, daß sie als gerade Linien angesehen werden können, so haben die kleinen, rechtwinkligen, als eben anzusehenden Dreiecke Qab und cde gleiche Hypotenusen. Während aber im $\triangle Qab$ der Winkel $Q = 23\frac{1}{2}°$ ist, ist im $\triangle dce$ der gleichliegende Winkel c offenbar kleiner, also die diesem Winkel anliegende Kathete ec größer als Qb. Da nun Bogen ec dem Äquatorbogen fg ähnlich, in bezug auf Gradmaß also gleich ist, so ist auch Bogen fg größer als Qb.

Fig. 216.



Fläche abc = Fläche ace, also Bogen bc ungleich Bogen de } in derselben Zeit beschrieben.

Fig. 217.



Wahre Zeit kann demnach nicht durch Uhren, deren größter Vorzug gerade die gleichförmige Bewegung ist, angegeben werden. Man denkt sich daher eine sogenannte **mittlere Sonne**, die genau in derselben Zeit, in der die wahre Sonne ihren jährlichen Umlauf in der Ekliptik vollendet, mit gleichförmiger Geschwindigkeit den Himmelsäquator durchläuft, und zwar so, daß die Rektaszension dieser mittleren Sonne der Länge der wahren Sonne dann gleich ist, wenn die wahre Sonne sich in der Erdnähe (siehe § 274: Perigäum) befindet. Ein Tag dieser mittleren Sonne wird demnach gleich dem Mittel von allen wahren Sonnentagen in einem Jahre sein.

Mittlerer astronomischer Tag ist die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden oberen Kulminationen der mittleren Sonne; er beginnt im **mittleren Mittage**, wenn die mittlere Sonne durch den oberen Meridian eines Orts geht, und dieser Ort hat dann 0^h mittlere Zeit. Ist die mittlere Sonne in der unteren Kulmination, so ist **mittlere Mitternacht** und 12^h mittlere Zeit. **Mittlere astronomische Zeit** ist darnach der in Zeit ausgedrückte Stundenwinkel der mittleren Sonne, vom oberen Meridian nach West herum bis 24^h gezählt.

Zeitgleichung ist der Unterschied zwischen der wahren und mittleren Zeit, beide in demselben Augenblicke miteinander verglichen. Sie kann etwa $\frac{1}{4}^h$ groß werden und ist viermal im Jahre Null, nämlich Anfang April, Mitte Juni, Ende August und Ende Dezember.

Der bürgerliche Tag fängt 12 Stunden früher an als der astronomische, also in der mittleren Mitternacht; die Stunden des bürgerlichen Tages werden aber nicht von 0^h bis 24^h, sondern zweimal bis 12^h gezählt: dabei nennt man die zwölf Stunden von Mitternacht bis Mittag Morgenstunden und die von Mittag bis Mitternacht Abendstunden.

Mitteleuropäische Zeit (M. E. Z.) ist die Einheitszeit für das Deutsche Reich und die meisten Länder Mitteleuropas. Dieser Zeit ist der Meridian von 15° Ostlänge von Greenwich zugrunde gelegt, so daß M. E. Z. = mittlerer Greenwicher Zeit $+1^h$ ist. Auch in den meisten anderen Ländern hat man statt der verschiedenen Ortszeiten eine allgemeine Ortszeit für ein ganzes Gebiet eingeführt, z. B. in den Vereinigten Staaten, in der Kapkolonie, in Japan.

§ 272. **Tropisches, siderisches und bürgerliches Jahr.** Während die Umdrehung der Erde um ihre Achse die Grundlage für die Zeitrechnung nach Tagen bildet, ist die jährliche Bewegung der Erde um die Sonne der Zeitrechnung nach Jahren zugrunde gelegt. Man unterscheidet das tropische und siderische Jahr. Das tropische Jahr ist die Zeit, die die Erde gebraucht, um vom Frühlingspunkte bis wieder zu diesem zurückzukehren; es hat eine Dauer von 365,24222 mittleren Tagen = 365 Tagen $5^h\,48^m\,47^s{,}8$. Da der Frühlingspunkt aber jährlich 50″,2 von Ost nach West vorrückt, somit der von West nach Ost sich bewegenden Erde entgegenkommt, so wird die Erde früher zum Frühlingspunkte als zu demselben Fixstern zurückkehren. Daher muß die Zeit, die die Erde gebraucht, um von einem Fixstern bis wieder zu diesem zurückzukehren, größer sein als das tropische Jahr. Man nennt diesen Zeitraum das siderische Jahr; es hat eine Dauer von 365,25637 mittleren Tagen = 365 Tagen $6^h\,9^m\,10^s{,}7$.

Dem bürgerlichen Jahre ist, um mit den Jahreszeiten in Übereinstimmung zu bleiben, das tropische Jahr zugrunde gelegt. Dies Jahr rechnet man zu 365 Tagen, und deshalb fängt das Jahr beständig um $5^h\,48^m\,47^s{,}8$ zu früh an. Um dies auszugleichen, schaltet man alle vier Jahre im Monat Februar einen Tag ein, so daß also das bürgerliche Jahr im Mittel gleich $365\frac{1}{4}$ Tagen wird. Es werden dabei $5^h\,48^m\,47^s{,}8$ für volle 6 Stunden genommen, folglich alle Jahre $11^m\,12^s{,}2$ zu viel. Dies macht in 100 Jahren etwas mehr als 18 Stunden aus, folglich würden in 400 Jahren ungefähr 72 Stunden oder 3 Tage zu viel eingeschaltet werden. Daher läßt man im Laufe von vier Jahrhunderten 3 Schalttage ausfallen und zwar in den Säkularjahren, deren Anzahl der Hunderte nicht durch 4 ohne Rest teilbar ist. So sind die Jahre 1700, 1800, 1900 keine Schaltjahre, jedoch wird das Jahr 2000 ein solches sein.

§ 273. **Vergleichung der mittleren Zeit und Sternzeit.** Die mittlere Sonne durchläuft mit gleichförmiger Bewegung in einem tropischen Jahre den Äquator, und da die Rektaszension in derselben Richtung mit der Sonne herum gezählt wird, so nimmt die der mittleren Sonne in einem tropischen Jahre um 360° oder 24^h zu, also in einem mittleren Tage um $\frac{360°}{365{,}24222} = 0°{,}9856472 = 59'\,8''{,}33$, nahe 1°; ebensoviel bewegt sich demnach täglich die mittlere Sonne von West nach Ost am Himmel. Wenn also an einem Tage die mittlere Sonne mit dem Frühlingspunkte zugleich durch den oberen Meridian eines Ortes geht, so wird am folgenden Tage im Augenblick der Kulmination des Frühlings-

punkts die Sonne um 59′ 8″,33 östlich vom Meridian stehen, mithin muß die Erde sich um diese Größe weiter um ihre Achse drehen, damit der Meridian durch die Sonne geht. Dazu gebraucht sie $\frac{59' 8'',33}{15} = 3^m 56^s,555$ Sternzeit, folglich ist ein mittlerer Tag = einem Sterntage + $3^m 56^s,555$ Sternzeit. Da $360° = 24^h = 1$ Tag ist, so ist die tägliche Rektaszensionszunahme der mittleren Sonne = $\frac{1}{365\frac{1}{4}}$ Sterntagen ungefähr. Also 1 mittlerer Tag = $1 + \frac{1}{365\frac{1}{4}}$ Sterntagen; diese Gleichung mit 365¼ multipliziert, gibt 365¼ mittlere Tage = 366¼ Sterntagen.

Hiernach macht der Frühlingspunkt im Laufe des Jahres genau einen täglichen Umlauf um die Erde mehr als die Sonne, und von jedem Fixstern kommen an irgend einem Tage im Jahre zwei obere Kulminationen vor. Aus der letzten Gleichung ergibt sich nun das Verhältnis zwischen mittlerer Zeit und Sternzeit, nämlich:

$$1 \text{ mittlerer Tag} : 1 \text{ Sterntag} = 366\tfrac{1}{4} : 365\tfrac{1}{4}\,,$$

$$\text{also } 1 \text{ mittlerer Tag} = \frac{366\frac{1}{4}}{365\frac{1}{4}} \text{ Sterntagen}$$

$$\text{und } 1 \text{ Sterntag} = \frac{365\frac{1}{4}}{366\frac{1}{4}} \text{ mittleren Tagen.}$$

Setzt man zur genauen Berechnung statt des viertel Tages den genauen Wert, nämlich 0,24222, so wird

$$1 \text{ mittl. Tag} = 24^h\, 3^m\, 56^s,56 \text{ Sternzeit,}$$

$$1 \text{ Sterntag} = 23^h\, 56^m\, 4^s,09 \text{ mittl. Zeit.}$$

Wenn demnach an einem Tage die mittlere Sonne mit dem Frühlingspunkte zugleich kulminiert, so geht am nächsten Tage der Frühlingspunkt um $3^m 56^s,56$ Sternzeit vor der mittleren Sonne durch den Meridian, oder diese geht um $3^m 55^s,91$ mittlere Zeit nach dem Frühlingspunkte durch den Meridian. Der erste Zeitraum heißt die **Voreilung (Akzeleration) der Sternzeit** gegen mittlere Zeit, der zweite das **Zurückbleiben (Retardation) der mittleren Zeit** gegen Sternzeit. Dividiert man die Voreilung der Sternzeit in einem mittleren Tage durch 24, so erhält man $9^s,86$ Sternzeit in einer mittleren Stunde. Um so viel nimmt also auch die Rektaszension der mittleren Sonne stündlich zu, und ebensoviele Sekunden sind zu jeder Stunde mittlerer Zeit zuzulegen, um einen in mittlerer Zeit gegebenen Zeitraum in Sternzeit zu verwandeln.

Zur Erleichterung der Rechnung ist die nautische Tafel 24 berechnet, die die Voreilung der Sternzeit für jede Stunde bis 24, sowie für jede Minute bis 60 enthält.

Das Zurückbleiben der mittleren Zeit in einem Sterntage, nämlich $3^m 55^s,91$ mittlere Zeit, durch 24 dividiert, gibt in einer Stunde Sternzeit $9^s,83$; ebensoviele Sekunden muß man also von jeder Stunde Sternzeit abziehen, um einen in Sternzeit gegebenen Zeitraum in mittlerer Zeit auszudrücken.

Zu dieser Umrechnung dient die nautische Tafel 25, die das Zurückbleiben der mittleren Zeit für jede Stunde Sternzeit bis 24 und für jede Minute bis 60 enthält.

§ 274. Planeten, Monde, Planetentage. Die Planeten, zu denen auch die Erde gehört, sind ebenso wie diese, kugelförmige, dunkle Himmelskörper, die ihr Licht von der Sonne erhalten und dadurch, daß sie dies Licht zurückwerfen, sichtbar für uns werden.

Sie bewegen sich in elliptischen Bahnen um die Sonne, sämtlich in der Richtung von West nach Ost herum, und auch ihre Achsendrehung, soweit eine solche bisher erkannt worden ist, erfolgt in derselben Richtung. Alle Planetenbahnen haben den Brennpunkt, worin die Sonne steht, gemeinschaftlich. Den Planeten ähnliche Körper sind die Nebenplaneten, Trabanten oder Monde; diese bewegen sich um einige der großen Planeten in ähnlicher Weise wie diese sich um die Sonne bewegen. Die Namen der größeren Planeten, die Anzahl ihrer Monde, ihre siderischen Umlaufszeiten und mittleren Abstände von der Sonne — die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne = 20036000 geographische Meilen als Einheit angenommen — sind der Reihenfolge nach von der Sonne aus gerechnet:

1.	☿ Merkur	87,97	Tage	0,38709	
2.	♀ Venus	224,7	„	0,72333	
3.	♁ Erde	365,26	„	1,00000	hat 1 Mond,
4.	♂ Mars	686,98	„	1,52369	hat 2 Monde,
5.	♃ Jupiter	4332,58	„	5,20279	„ 5 „
6.	♄ Saturn	10759,22	„	9,53885	„ 9 „
7.	⛢ Uranus	30686,82	„	19,18264	„ 6 „
8.	♆ Neptun	60117,..	„	30,03386	„ 1 „

Jupiter ist unter allen Planeten der größte. Saturn ist der einzige unter allen Planeten, der von einem freischwebenden Ringgebilde umgeben ist. Die Angaben für Neptun sind nur als sehr genäherte Werte zu betrachten, da dieser erst im Jahre 1846 entdeckte Planet noch nicht einen genügend großen Bogen durchlaufen hat, um darauf eine endgültige Berechnung seiner Bahn gründen zu können. Neptun sowohl wie Uranus sind mit bloßem Auge nicht sichtbar.

Zwischen den Bahnen der Erde und des Jupiters bewegen sich noch kleinere, ohne Fernrohr nicht sichtbare Planeten, die man Planetoiden oder Asteroiden nennt; es sind bis jetzt 554 entdeckt.

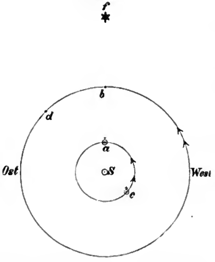
Die Winkel, unter denen die Planetenbahnen die Ebene der Ekliptik schneiden, sind im allgemeinen nur klein, meistens unter 10°, nur einige Asteroidenbahnen haben eine beträchtlich größere Neigung. Die meisten Bahnen der Planeten, die der größeren alle, liegen innerhalb einer 16° breiten Zone an der Himmelskugel mit der Ekliptik in der Mitte. Diese Zone heißt der Tierkreis (Zodiakus). Die gerade Linie von dem Mittelpunkte der Sonne nach einem Planeten, oder von einem Planeten nach seinem Monde heißt Radiusvektor des betreffenden Planeten oder Mondes. Da jede Planetenbahn eine Ellipse ist, deren große Achse durch die Sonne geht, so ist ein Planet in dem einen Endpunkte dieser großen Achse der Sonne am nächsten und in dem anderen am weitesten von ihr entfernt. Der erste Punkt heißt Sonnennähe oder Perihel, der zweite Sonnenferne oder Aphel des Planeten. Wenn der Mond der Erde in seiner Bahn um die Erde dieser am nächsten steht, so ist er in der Erdnähe oder im Perigäum, und ist er am weitesten von ihr entfernt, so befindet er sich in der Erdferne oder im Apogäum. Die Planeten Merkur und Venus, deren Bahnen innerhalb der Erdbahn liegen, nennt man innere Planeten; die außerhalb der Erdbahn befindlichen heißen äußere Planeten. Wenn ein Planet mit einem anderen Planeten oder mit der Sonne in gleicher Richtung steht, so sind beide Gestirne in Konjunktion (Zusammenkunft); zwei miteinander in Konjunktion (☌) stehende Gestirne haben gleiche Länge. Stehen zwei Gestirne sich gegenüber, wenn also ihr Längenunterschied 180° beträgt, so sind sie in

Opposition (8) oder Gegenschein. Quadratur (□) heißt die Stellung, worin die betreffenden Gestirne 90° Längenunterschied haben.

Die beiden inneren Planeten können demnach mit der Sonne nicht in Opposition kommen, diese Stellung können nur die äußeren Planeten einnehmen. Ist ein äußerer Planet mit der Sonne in Opposition, so steht er also im oberen Meridian, wenn die Sonne im unteren steht, deshalb nennt man auch die äußeren Planeten obere, und Merkur und Venus, die mit der Sonne nicht in Opposition kommen können, untere Planeten.

Daß die Planeten nicht immer rechtläufig, von West nach Ost, sondern zu Zeiten anscheinend in entgegengesetzter Richtung an den Fixsternen vorbei sich bewegen, kommt daher, daß wir die Planeten nicht von einem festen sondern von einem im Weltraum sich weiter bewegenden Standorte betrachten. Zur Erläuterung dieser scheinbaren Bewegung sei in Fig. 218 der Mittelpunkt *S* die Sonne, der innere Kreis die Erdbahn, der äußere die Bahn eines äußeren Planeten; rechts sei West, links Ost; die Bewegung der Erde und die des Planeten gehe in der Richtung der Pfeile vor sich. Steht nun die Erde in *a*, der Planet in *b*, dieser also in Opposition mit der Sonne, so verfolgen hier beide, die Erde und der Planet, dieselbe Richtung; da aber die Erde sich schneller bewegt als ein oberer Planet, so muß dieser gegen die Erde zurückbleiben und folglich an dem Sterne *f*, von Ost nach West vorbei zu gehen scheinen. Die scheinbare rückläufige Bewegung der oberen Planeten ist in der Opposition am größten und muß gleich dem Unterschiede der wahren Bewegung der Erde und der des Planeten sein. Ist die Erde im Punkte *c* ihrer Bahn, der Planet in *d*, also mit der Sonne in Konjunktion, so verfolgen sie beide, die Erde und der Planet, entgegengesetzte Richtungen, da der Planet in der Richtung von *b* nach *d*, die Erde von *c* nach *a* sich bewegt. Der Planet muß sich also in der Konjunktion mit einer Geschwindigkeit, die gleich der Summe der wahren Bewegung der Erde und der des Planeten ist, von West nach Ost, also rechtläufig an den Fixsternen vorbei bewegen. Beim Übergange von der einen Bewegung in die andere erscheint der Planet ohne eigene Bewegung, er verweilt bei demselben Fixsterne, und man nennt ihn dann stationär oder stillstehend. Wenn ein Planet rechtläufig ist, so ist sein Tag, nämlich die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden oberen Kulminationen des Planeten, ebenso wie der Sonnentag, größer als der Sterntag; ist dagegen der Planet rückläufig, so muß sein Tag kürzer als der Sterntag sein; beide Tage sind einander gleich, wenn der Planet stationär ist.

Fig. 218.



§ 275. **Mond, Monate, Mondtag.** Der Mond bewegt sich von West nach Ost um die Erde, und da wir im Mittelpunkte dieser Bewegung stehen, so erscheint er auch stets rechtläufig. An den unveränderlichen, dunklen Flecken auf der hellen Mondscheibe

erkennen wir, daß der Mond uns stets dieselbe Seite zukehrt, folglich ist die Zeitdauer einer Umdrehung um seine Achse gleich seiner Umlaufszeit um die Erde. Da die Erde in der Ekliptik schneller fortschreitet als der Mond in seiner Bahn, so kann die Mondbahn im Weltraum keine geschlossene Kurve sein, und da sie auch nicht in der Ebene der Ekliptik liegt, so hat die Bahn die Form einer Schraubenlinie, deren Windungen weit voneinander liegen. In bezug auf die Erde allein dagegen ist die Mondbahn eine Ellipse, deren erweiterte Ebene die Himmelskugel in einem größten Kreise schneidet. Der Winkel, unter dem die Mondbahn die Ekliptik schneidet, ist etwa 5° 9′, so daß die Deklination des Mondes 28⅔° groß werden kann. Die Durchschnittspunkte der Mondbahn und der Ekliptik heißen **Knotenpunkte** der Mondbahn, und man nennt den Knotenpunkt, in dem der Durchgang des Mondes von der Südseite der Ekliptik nach deren Nordseite erfolgt, den aufsteigenden (☊), den anderen den niedersteigenden Knoten (☋). Die Knoten der Mondbahn haben eine rückläufige Bewegung in der Ekliptik, also ebenso wie die Äquinoktialpunkte, jedoch bewegen sie sich viel schneller als diese, da sie in nahe 18,6 Jahren die Ekliptik durchlaufen.

Die wechselnden Lichtgestalten, die der Mond zeigt, werden durch die verschiedenen Stellungen, in die der Mond während seines Umlaufs um die Erde zur Sonne kommt, verursacht; man nennt sie **Mondphasen**. Steht der Mond mit der Sonne in Konjunktion, der Mond also zwischen Sonne und Erde, so ist es **Neumond**; er kehrt der Erde die dunkle Seite zu und ist deshalb unsichtbar. In der Opposition dagegen, wenn die Erde zwischen Sonne und Mond steht, zeigt er uns die ganze erleuchtete Hälfte, diese Phase heißt **Vollmond**. In den Quadraturen ist genau die Hälfte der hellen und die Hälfte der dunklen Seite der Erde zugekehrt; ist der Mond in der östlichen Quadratur, also 90° östlich von der Sonne, so ist **erstes Viertel**, und steht er 90° westlich von der Sonne, so ist **letztes Viertel**. Neu- und Vollmond zusammen werden auch **Syzygien** genannt.

Die Zeit, in der der Mond einen Umlauf um die Erde vollendet, also von einem Fixstern bis wieder zu diesem zurückkehrt, heißt der **siderische Monat**; seine Dauer beträgt 27 Tage 7^h 43^m $11^s,5$. Demnach legt der Mond täglich einen Bogen von $\frac{360°}{27,3} = 13°,2$ am Himmel zurück. Da wegen der fortschreitenden Bewegung der Erde in der Ekliptik die Sonne sich täglich ungefähr 1° in derselben Richtung, von West nach Ost, bewegt, so nimmt die scheinbare Entfernung des Mondes von der Sonne täglich nur etwa 12°,2 zu. Daher muß die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Neumonden, die **synodischer Monat** genannt wird, ungefähr $= \frac{360°}{12°,2} = 29,5$ Tagen sein; genau ist die Dauer 29 Tage 12^h 44^m $2^s,9$.

Die Zeit, die der Mond bis zur Wiederkehr zu demselben Knoten seiner Bahn gebraucht, heißt der **drakonische Monat** und beträgt 27 Tage 5^h 5^m $28^s,9$. Wegen der rückläufigen Bewegung der Knotenpunkte ist dieser Monat kürzer als der siderische.

Wenn an einem Tage der Mond mit der mittleren Sonne zugleich durch den oberen Meridian eines Orts geht, was zur Zeit des Neumonds eintreten kann, so wird im folgenden mittleren Mittage des Orts der Mond ungefähr 12°,2 östlich vom Meridian stehen, so daß die Erde sich noch 12°,2 · 4 = 49 Minuten länger nach Ost um ihre Achse drehen muß, damit auch der Mond wieder in der oberen Kulmination steht. Der **Mondtag** ist also durchschnittlich $= 24^h$ 49^m in mittlerer Zeit, und die tägliche Verspätung der Kulmination des Mondes beträgt im Mittel 49^m in mittlerer Zeit.

§ 276. Fixsterne, Sternbilder. Die Fixsterne, zu denen auch die Sonne gehört, sind selbstleuchtende Körper; sie erscheinen durch ein Fernrohr betrachtet nicht größer sondern nur heller als mit bloßem Auge. Je nach ihrer Lichtstärke teilt man sie ein in Sterne erster, zweiter usw. Größe. Sterne sechster Größe sind die, die ein gutes Auge in hellen Nächten ohne Mondschein noch wahrnimmt. Das Wort „Größe" bezieht sich also nur auf den Grad der Lichtstärke, und man darf daraus nicht auf die wirkliche Größe der Sterne schließen. Die Fixsterne sind so ungeheuer weit von der Erde entfernt, daß die Bestimmung ihrer wahren Größe, wie sie an der Sonne und den Planeten ausgeführt ist, unausführbar scheint. Die Entfernung ist so groß, daß nicht nur der Durchmesser der Erde sondern selbst der Durchmesser der Erdbahn, eine Linie von etwa 40 Millionen Meilen Länge, gegen die Entfernung der Fixsterne verschwindend klein ist. Daher fällt auch in bezug auf die Sterne der scheinbare Horizont eines Beobachters auf der Erde mit seinem wahren Horizont zusammen, weshalb auch die scheinbare Höhe eines Fixsterns für seine wahre Höhe genommen werden kann. Ferner wird die Stellung der Fixsterne zur Erde während ihrer Bewegung um die Sonne in kaum merkbarer Weise verändert, weil eben der Durchmesser der Erdbahn, von den Sternen aus gesehen, unter einem Winkel erscheint, der höchstens nur einige zehntel Sekunden beträgt, und deshalb kann man den Mittelpunkt der Erde als festen, unbeweglichen Mittelpunkt der Himmelskugel betrachten.

Den Sternen erster Größe hat man früher besondere Namen gegeben und auch einigen zweiter Größe; um aber jeden Stern bequem bezeichnen zu können, ohne daß man ihm einen besonderen Namen beizulegen brauchte, hat man sich am Himmel verschiedene Bilder gedacht, als: einen Bären, einen Löwen, einen Stier usw., so daß die Sterne bestimmten Teilen dieser Bilder entsprachen und dadurch ihren Namen erhalten haben. Man nannte z. B. den Stern, der dem Auge des Stiers entsprach, das Stierauge usw. Hiernach konnte man die Stellen am Himmel bezeichnen, wo ein neuer Stern gesehen wurde, wenn man sagte, er sei im Schwanze des großen Bären, am Kopfe des Stiers usw. Die zu einem solchen Bilde gehörigen Sterne machen ein sogenanntes Sternbild (Konstellation) aus. Die Sterne in diesen Sternbildern werden mit den Buchstaben des griechischen, und wenn diese nicht ausreichen, mit denen des lateinischen Alphabets oder auch mit Ziffern bezeichnet. Sterne erster Größe gibt es etwa 21, zweiter 70, dritter 198, vierter, fünfter und sechster zusammengenommen 7960.

Für die Navigation ist die Kenntnis der Sterne erster Größe und einiger der zweiten Größe besonders wichtig.

Zum Auffinden dieser Sterne dienen die beiden Sternkarten am Schlusse des Buches, in denen die Ebene des Himmelsäquators die Projektionsebene ist. Für die Karte der nördlichen Halbkugel hat man sich das Auge im südlichen Weltpol und für die der südlichen Halbkugel im nördlichen Weltpol zu denken. Die Projektion des dem Auge gegenüberliegenden Weltpols fällt demnach in den Mittelpunkt der Äquatorebene.

Um die Sterne am Himmel zu finden, geht man von den folgenden, besonders auffallenden Sternbildern aus.

1. Der große Bär oder Wagen.

Ein Sternbild am nördlichen Himmel in der Nähe des Pols, aus sieben hellen Sternen gebildet, wovon die vier in der Karte mit α, β, γ und δ bezeichneten ein Trapez bilden und die übrigen ε, ζ, η in einer krummen Linie liegen; δ ist dritter und die anderen sind zweiter Größe; α (Dubhe) ist der linke und β der rechte Vorderfuß des

großen Bären, während δ den linken und γ den rechten Hinterfuß bilden; ε, ζ, η bilden den Schwanz und η hat den Namen „Benetnash“.

Zieht man vom rechten über den linken Vorderfuß eine gerade Linie und trägt auf dieser die fünffache Entfernung der beiden Vorderfüße voneinander ab, so trifft man auf den Polarstern, der etwa 1¼ Grad vom nördlichen Weltpol entfernt ist.

2. Cassiopeja.

In gleicher Entfernung vom Polarstern wie der große Bär, aber auf der entgegengesetzten Seite, steht Cassiopeja.

Die fünf Sterne zweiter und dritter Größe bilden ein W.

Die Linie vom Polarstern durch den Endpunkt des W führt nach dem Widderpunkte und die durch den Anfangspunkt des W nach α Arietis (α Widder).

3. Orion.

Ein helles Sternbild in der Nähe des Äquators, das an drei nebeneinander stehenden Sternen zweiter Größe, die den Gürtel bilden, leicht zu erkennen ist.

Denkt man sich zur Gürtellinie eine Senkrechte, so trifft diese nördlich vom Gürtel α Orionis oder Beteigeuze und südlich davon β Orionis oder Rigel; beide sind Sterne erster Größe. Außerdem ist noch der Schulterstern γ, Bellatrix genannt, zu merken.

4. Das südliche Kreuz (Crux).

Ein Sternbild in der Nähe des südlichen Weltpols. Der aufrecht stehende Balken des Kreuzes vom schwächeren nach dem helleren Stern führt, etwa fünfmal um sich selbst verlängert, nach dem Südpol des Himmels. In dessen nächster Nähe steht kein heller Stern; α Crucis ist erster Größe.

Die Sternbilder Cassiopeja und das südliche Kreuz befinden sich in der Milchstraße, die sich über das gesamte Himmelsgewölbe ungefähr als größter Kreis, an beiden Polen in einer Entfernung von etwa 10 Grad vorbeigehend, hinzieht.

Mit Hilfe dieser vier Sternbilder findet man die Hauptsterne, nach ihrer Rektaszension geordnet wie in Tafel 28, in folgender Weise:

1. Sirrah (α Andromedae): Die Linie vom Polarstern nach dem Widderpunkte trifft Sirrah (siehe Cassiopeja).
2. Polarstern: siehe großer Bär.
3. Achernar: Der aufrecht stehende Balken des südlichen Kreuzes um das zehnfache verlängert, vom schwächeren nach dem helleren Stern über den Südpol des Himmels weg, geht nahe an Achernar vorbei.
4. α Arietis: siehe Cassiopeja.
5. Aldebaran: Die Linie durch die Gürtelsterne des Orion in nördlicher Richtung verlängert, trifft nahezu Aldebaran.
6. Capella: Verbindet man den Polarstern mit Rigel, so trifft man auf etwa ⅓ der Entfernung Capella.
7. Rigel } siehe Orion.
8. Beteigeuze }
9. Canopus: Rigel mit α Crucis verbunden, gibt etwa in der Mitte der Verbindungslinie Canopus.
10. Sirius: Die Linie durch die Gürtelsterne des Orion, in südlicher Richtung verlängert, führt auf Sirius.
11. Castor: Die Linie von Rigel durch Beteigeuze trifft Castor.

12. Procyon: Die Linie von Bellatrix (siehe Orion) über Beteigeuze oder die Linie vom Polarstern über Castor trifft Procyon.
13. Pollux: Nahe bei Castor, etwas weiter als dieser vom Polarstern entfernt.
14. Regulus: Eine Linie vom linken über den rechten Hinterfuß des großen Bären trifft nahe Regulus.
15. α Crucis: Siehe südliches Kreuz.
16. Spica: Siehe Arcturus unter Nr. 18.
17. β Centauri: Steht in unmittelbarer Nähe des südlichen Kreuzes in der Milchstraße.
18. Arcturus: Der Bogen durch die drei Schwanzsterne des großen Bären trifft Arcturus und weiterhin Spica. Arcturus bildet mit Regulus und Polarstern nahe ein gleichseitiges Dreieck, das den großen Bären umfaßt.
19. α^2 Centauri: Steht etwas weiter von α Crucis entfernt als β Centauri (Nr. 17).
20. Antares: Eine Linie vom linken Vorderfuß über den mittleren Schwanzstern des großen Bären trifft Antares; ebenso führt eine Linie von Sirius durch die Mitte von α^2 und β Centauri auf Antares.

21. Wega,
22. Atair,
23. Deneb.

Deneb steht da, wo die Milchstraße sich in zwei Arme teilt und ist kenntlich durch vier Sterne dritter Größe, die mit Deneb ein Kreuz bilden, dessen Spitze Deneb ist. Die Linie von Deneb über das rechte Ende des Querbalkens des Kreuzes trifft Wega. Deneb, Wega und Atair bilden ein gleichschenkliges Dreieck, worin Atair die Spitze ist. Atair ist überdies kenntlich durch zwei Sterne dritter Größe, die mit Atair in der Mitte in gerader Linie stehen, ähnlich wie die drei Gürtelsterne im Orion.

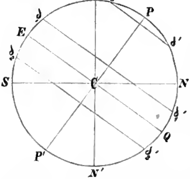
24. Fomalhaut,
25. Markab (α Pegasi).

Eine Linie durch die Vorderfüße des großen Bären über den Polarstern trifft Markab und weiterhin Fomalhaut.

Die Distanzsterne für Monddistanzen sind: α Arietis, Aldebaran, Pollux, Regulus, Spica, Antares, Atair, Fomalhaut und Markab.

§ 277. Geographische Breite und Länge durch astronomische Beobachtungen zu bestimmen. Nach den vorstehenden Erklärungen wird man nun zu einer Vorstellung darüber gelangen, wie durch astronomische Beobachtungen die geographische Breite und Länge eines Orts auf der Erde bestimmt werden kann.

Fig. 219.



In Fig. 219 sei der Kreis der Himmelsmeridian eines Beobachters auf der Erde, *Z* das Zenit, *N'* sein Nadir, *NS* die Mittagslinie im wahren Horizont, *P* der nördliche, *P'* der südliche Weltpol, *PP'* also die Weltachse, *EQ* ein Durchmesser des Himmelsäquators, $\delta\delta'$, $\delta_1\delta_1'$, $\delta_2\delta_2'$, Durchmesser von Deklinationsparallelen. Demnach ist $\angle PCN$ die Polhöhe des Orts und $\angle ECZ$ seine geographische Breite.

I. Wenn man die Höhe eines Fixsterns, dessen Deklinationsparallel $\delta\delta'$ sei, sowohl zur Zeit seiner oberen als auch unteren Kulmination gemessen hat, so sind durch diese Beobachtung die Bogen $N\delta$ und $N\delta'$ gegeben. Da *P* in

der Mitte zwischen δ und δ' liegt, so ist die Polhöhe $NP = \frac{N\delta + N\delta'}{2}$, also gleich der halben Summe der beiden Meridianhöhen; zieht man $N\delta'$ von $N\delta$ ab und halbiert diesen Unterschied, so ergibt sich zugleich aus derselben Beobachtung die Poldistanz des Gestirns $P\delta = P\delta'$, also dessen Deklination $= 90^\circ - P\delta$. Da P den Nordpol vorstellt, so ist in diesem Falle sowohl die Polhöhe des Beobachters als auch die Deklination des beobachteten Sterns nördlich.

Die Deklinationen der Gestirne jedoch sind in der Navigation gegebene Größen und werden aus den nautischen Jahrbüchern entnommen. Daher ist es auch möglich, aus nur einer beobachteten Meridianhöhe eines Sterns die Breite zu finden. Ist z. B. der Stern nur in seiner oberen Kulmination, in δ, beobachtet, also der Bogen $N\delta$ bekannt, so kennt man auch die Zenitdistanz, den Bogen $Z\delta$, das Komplement der Höhe; diesen Bogen von der Deklination des Sterns, dem Bogen $E\delta$, subtrahiert, gibt den Bogen EZ, die geographische Breite des Beobachters. Diese wäre nördlich, weil das Zenit nördlich vom Äquator liegt.

Aus der unteren Meridianhöhe $N\delta'$ allein ergibt sich die Polhöhe, wenn man zur Höhe $N\delta'$ die Poldistanz $P\delta'$ des Gestirns addiert.

Wäre ein Fixstern in δ_1, im oberen Meridian beobachtet, so wäre damit der Bogen $S\delta_1$ gegeben; subtrahiert man diese Höhe von 90°, so erhält man den Bogen $Z\delta_1$, zu dem der Bogen $E\delta_1$, die Deklination des Sterns, zuzulegen wäre, um die geographische Breite, den Bogen ZE, zu erhalten. Die Breite wäre in diesem Falle nördlich, weil das Zenit Z nördlich vom Äquator liegt.

Hätte man schließlich einen Fixstern in δ_2, in der oberen Kulmination beobachtet, also den Bogen $S\delta_2$ gemessen, so wäre auch die Zenitdistanz des Sterns, der Bogen $Z\delta_2$, gegeben; von diesem Bogen wäre die Deklination des Sterns, der Bogen $E\delta_2$, abzuziehen, um wieder den Bogen ZE und damit die geographische Breite des Beobachters zu erhalten, die auch in diesem Falle aus demselben Grunde wie vorhin nördlich wäre.

II. Wegen der Umdrehung der Erde um ihre Achse kommt jedes Gestirn im Verlauf eines Tages von Ost nach West durch alle Meridiane der Erde, die wahre Sonne in 24 Stunden wahrer Zeit, die mittlere in 24 Stunden mittlerer Zeit, ein Fixstern in 24 Stunden Sternzeit usw. Daraus folgt, daß ein Ort um eine, zwei, drei usw. Stunden früher Mittag haben muß als ein anderer, wenn der erste um 15, 30, 45 usw. Grad östlicher liegt, und daß also auch in jedem Augenblick die Zeiten der beiden Orte um so viel verschieden sind, als der in Zeit ausgedrückte Längenunterschied dieser Orte beträgt.

Demnach wird man die Länge eines Orts kennen, wenn man zu irgend einer Zeit dieses Orts weiß, was in demselben Augenblick dieselbe Zeit auf dem ersten Meridian ist. Zu diesem Zweck beobachtet man eine Himmelserscheinung, die sowohl am Orte des Beobachters als auch an irgend einem Orte des ersten Meridians in demselben Augenblicke wahrgenommen werden kann, wie z. B. Mondfinsternisse und Verfinsterungen der Jupitertrabanten.

Verwandelt man dann den sich ergebenden Zeitunterschied in Gradmaß, so hat man die Länge jenes Orts, die östlich oder westlich ist, je nachdem die Ortszeit größer oder kleiner als die Zeit des ersten Meridians ist.

Ist man im Besitze einer richtig gehenden Uhr, so könnte diese so gestellt werden, daß sie stets die Zeit des ersten Meridians zeige. Vergleicht man dann an irgend einem Orte die Ortszeit mit der Zeit, die jene Uhr in demselben Augenblicke zeigt, so ergibt sich

aus diesem Zeitunterschiede auf die leichteste Art die Länge des Orts. Die Uhren können aber nicht in einer solchen Vollkommenheit hergestellt werden, daß sie längere Zeit hindurch genau gleichförmig gehen, und deshalb muß man solche Uhr, die zur Längenbestimmung dient, bei jeder Gelegenheit, die sich während der Reise darbietet, durch astronomische Beobachtungen prüfen und überwachen.

Zweiter Abschnitt.

Die Vorbereitungsrechnungen der nautisch-astronomischen Aufgaben.

I. Bogen- und Zeitmaß; bürgerliche und astronomische Zeit; Greenwicher Zeit.

§ 278. Verwandlung von Bogen in Zeit und umgekehrt.

1. Bogen in Zeit zu verwandeln.

Nach § 266 hat man die Gleichung

$$360^\circ = 24^h,$$

durch 24 dividiert, $15^\circ = 1^h$, Aus $15^\circ = 1^h$ folgt durch Division mit 15:
„ 60 „ $15' = 1^m$, $1^\circ = 4^m$, hieraus „ „ „ 60:
„ 60 „ $15'' = 1^s$. $1' = 4^s$.

Hieraus ergibt sich die Regel zur Verwandlung der Bogen in Zeit:

Man dividiere die gegebenen Grade mit 15, soweit der Quotient eine ganze Zahl wird, und multipliziere den Rest mit 4, so ist der Quotient eine Anzahl Stunden und das Produkt eine Anzahl Zeitminuten, die zusammen gleich den gegebenen Graden in Zeit sind.

Ebenso dividiere man die Bogenminuten mit 15 und multipliziere den Rest mit 4, so ist der Quotient gleich der Anzahl Zeitminuten und das Produkt gleich der Anzahl Zeitsekunden, die zusammen gleich den gegebenen Bogenminuten in Zeit sind.

Die zu verwandelnden Bogensekunden dividiere man mit 15, so ist der Quotient gleich der gesuchten Anzahl Zeitsekunden.

Hierauf addiere man die erhaltenen gleichartigen Zeitgrößen.

Beispiel 1. Es sind $48^\circ 27' 15''$ in Zeit zu verwandeln.

$$48^\circ = \frac{48}{15} = 3^h + 3.4^m = 3^h\ 12^m$$

$$27' = \frac{27}{15} = 1^m + 12.4^s = \quad 1^m\ 48^s$$

$$15'' = \frac{15}{15} = \ldots\ldots \quad 0^m\ 1^s$$

Also $48^\circ 27' 15''$ $= 3^h\ 13^m\ 49^s$.

Beispiel 2. Es sind $106^\circ 3' 27''$ in Zeit zu verwandeln.

$$106^\circ = \frac{106}{15} = 7^h + 1.4^m = 7^h 4^m$$

$$3' = \frac{3}{15} = 0^m + 3.4^s = \quad 0^m 12^s$$

$$27'' = \frac{27}{15} = \ldots\ldots\ldots \quad 2^s$$

$$\text{Also } 106^\circ 3' 27'' \qquad = 7^h 4^m 14^s.$$

2. Zeit in Bogen zu verwandeln.

Man multipliziere die gegebene Anzahl Stunden mit 15 und addiere zum Produkt den aus der Division der gegebenen Minuten durch 4 sich ergebenden Quotienten, soweit dieser eine ganze Zahl ist, so ist die Summe eine Anzahl Grade; den Rest der Minuten multipliziere man mit 15 und addiere zum Produkt den aus der Division der Bogensekunden durch 4 erhaltenen Quotienten, soweit dieser eine ganze Zahl ist; den Rest der Sekunden multipliziere man mit 15, so ist das Produkt eine Anzahl Bogensekunden. Die Summe der so gefundenen Grade, Minuten und Sekunden ist gleich der gegebenen Zeitgröße.

Beispiel 1. Es sind $16^h 29^m 34^s$ in Bogen zu verwandeln.

$$16^h = 16 \cdot 15 \ \ldots\ldots = 240^\circ$$

$$29^m = \frac{29}{4} = 7^\circ + 1 \cdot 15' = \quad 7^\circ 15'$$

$$34^s = \frac{34}{4} = 8' + 2 \cdot 15'' = \quad 8' 30''$$

$$\text{Also } 16^h 29^m 34^s \qquad = 247^\circ 23' 30''.$$

Beispiel 2. Es sind $7^h 2^m 15^s$ in Bogen zu verwandeln.

$$7^h = 7 \cdot 15 \ \ldots\ldots = 105^\circ$$

$$2^m = \frac{2}{4} = 0^\circ + 2 \cdot 15' = \quad 0^\circ 30'$$

$$15^s = \frac{15}{4} = 3' + 3 \cdot 15'' = \quad 3' 45''$$

$$\text{Also } 7^h 2^m 15^s \qquad = 105^\circ 33' 45''.$$

Anmerkung. Die in 1. und 2. beschriebenen Umrechnungen können auch mit Hilfe der Tafeln 51 und 52 gemacht werden.

§ 279. Verwandlung der bürgerlichen Zeit in astronomische und umgekehrt. Der bürgerliche Tag beginnt mit der Mitternacht; seine Dauer ist 12 Stunden vormittags, von Mitternacht bis Mittag, und 12 Stunden nachmittags, von Mittag bis zur folgenden Mitternacht.

Der astronomische Tag desselben Datums dagegen beginnt 12 Stunden später, also mittags, und endigt unter Zählung der Stunden bis 24 im nächsten Mittage.

Das bürgerliche Datum wird daher um Mitternacht und das astronomische um Mittag, 12 Stunden später als das bürgerliche, geändert. Hieraus folgt, daß das bürgerliche Datum und die Stunden von Mittag bis zur folgenden Mitternacht mit dem astronomischen Datum und dessen Stunden bis 12 übereinstimmen, wogegen das bürgerliche Datum der Vormittagsstunden um eins größer als das astronomische ist und die Stundenzahl des astronomischen Tages die des bürgerlichen um 12 übertrifft.

1. Bürgerliche Zeit in astronomische Zeit zu verwandeln.

Man behalte, wenn bürgerliche Nachmittagszeit zu verwandeln ist, das Datum und die Stunden usw. unverändert bei; dagegen vermindere man das Datum um eins,

wenn bürgerliche Vormittagszeit zu verwandeln ist, und vermehre die gegebene Stunde um 12.

Z. B. März, den 4ten, 7 Uhr nachmittags oder abends bürgerliche Zeit ist auch März, den 4ten, 7 Uhr astronomische Zeit; dagegen März, den 5ten, 3 Uhr vormittags oder morgens, entspricht März, dem 4ten, 15 Uhr astronomischer Zeit.

2. Astronomische Zeit in bürgerliche Zeit zu verwandeln.

Solange die astronomische Zeit 12 Stunden nicht übersteigt, nehme man sie als Nachmittagszeit desselben Tages; übersteigt aber die astronomische Zeit 12 Stunden, so ziehe man von ihr 12 Stunden ab; der Rest ist bürgerliche Vormittagszeit des nächstfolgenden Tages.

Z. B. April, den 30ten, 8 Uhr astronomisch, ist auch den 30ten April, 8 Uhr nachmittags bürgerlich; aber März, den 31ten, 22 Uhr astronomisch, ist 10 Uhr vormittags den 1ten April nach bürgerlicher Zeitrechnung.

§ 280. Aus Ortszeit und Länge die Greenwicher Zeit zu finden. Die wahre oder mittlere astronomische Zeit eines Orts ist der vom oberen Meridian dieses Orts nach West herumgezählte Stundenwinkel des Mittelpunkts der wahren oder der mittleren Sonne (§ 271). Liegen nun zwei Orte auf demselben Meridian, also auch in gleicher Länge, so haben sie dieselbe Zeit, während ein Ort, der westlich von einem anderen liegt, eine um den in Zeit ausgedrückten Längenunterschied beider Orte kleinere Zeit hat als der östlichere Ort. Um daher die der Zeit eines Orts entsprechende Greenwicher Zeit zu finden, verwandle man die Länge des Orts in Zeit und ziehe diese von der Ortszeit ab oder addiere sie, je nachdem die Länge Ost oder West von Greenwich ist.

Hierbei ist zu bemerken, daß, wenn die Ortszeit kleiner als die in Zeit ausgedrückte Ostlänge ist, die Ortszeit um 24 Stunden zu vermehren und das Datum um eins zu verkleinern ist; wird dagegen die um die Westlänge vermehrte Ortszeit größer als 24 Stunden, so wirft man 24 Stunden fort und schreibt das nächstfolgende Datum.*)

Beispiel 1. Auf 40° 30′ W Lg. v. Grw. am 4. März um 20^h wahre astronomische Zeit soll die entsprechende Greenwicher Zeit gefunden werden.

Wahre astronomische Ortszeit den 4. März	=	$20^h\ 0^m$
Westlänge in Zeit	=	$+\ 2^h\ 42^m$
Wahre astronomische Greenwicher Zeit den 4. März	=	$22^h\ 42^m$.

Beispiel 2. Am 1. April um $22^h\ 11^m$ mittl. Zeit in 150° 10′ W Lg. v. Grw. soll man die entsprechende Greenwicher Zeit finden.

Mittlere Zeit des Orts den 1. April	=	$22^h\ 11^m$
W Lg. in Zeit	=	$+10^h\ 1^m$
Mittlere Greenwicher Zeit den 2. April nachmittags	=	$8^h\ 12^m$.

Beispiel 3. Auf 20° 25′ O Lg. v. Grw. ist die mittlere Ortszeit den 1. Mai = $1^h\ 6^m$ nachmittags; was ist in demselben Augenblick die Zeit in Greenwich?

Mittlere Ortszeit den 1. Mai nachmittags	=	$1^h\ 6^m$
O Lg. in Zeit	=	$-\ 1^h\ 22^m$
Mittlere astronomische Greenwicher Zeit den 30. April	=	$23^h\ 44^m$
„ bürgerliche „ „ „ 1. Mai vormittags	=	$11^h\ 44^m$.

*) Wenn man die Länge nicht genau kennt, so findet man nur die ungefähre Greenwicher Zeit, mit der man die zur Berechnung von Beobachtungen nötigen Größen aus dem nautischen Jahrbuch zu entnehmen hat. Für die Berechnung aller auf See gemachten Beobachtungen ist es genau genug, wenn man die ungefähre Greenwicher Zeit auf volle Minuten genau nimmt.

II. Gebrauch des „Nautischen Jahrbuches".

§ 281. Die Angaben des nautischen Jahrbuches für eine bestimmte Zeit zu finden.

1. Durch einfaches Einschalten.

In dem nautischen Jahrbuch sind die astronomischen Angaben für bestimmte Zeiten des Greenwicher Meridians tabellarisch angegeben, und da es sich nur selten trifft, daß man eine Angabe gerade zu einer Zeit, für die sie gegeben ist, braucht, so muß man sie aus den Angaben, zwischen denen sie der gegebenen Zeit nach liegt, ermitteln. Das hierbei einzuschlagende Verfahren heißt Einschalten oder Interpolieren.

Bei dem einfachen Einschalten nimmt man an, daß sich in den nächsten Zwischenzeiten die Angaben des Jahrbuches diesen Zwischenzeiten proportional ändern, woraus sich folgende Regel ergibt.

Man suche zu der gegebenen Ortszeit die entsprechende astronomische Greenwicher Zeit; demnächst entnehme man aus der betreffenden Reihe für die nächstvorhergehende und nächstfolgende Zeit die entsprechenden Werte und schließe:

> Wie sich der Unterschied jener Zeiten zu dem Unterschiede der ersten oder letzten Zeit und der, für die man verbessern will, verhält, so verhält sich der Unterschied der beiden entnommenen Werte zu x. Der so gefundene Proportionalteil x wird zu dem für die nächstvorhergehende Zeit gültigen Werte zugelegt oder davon abgezogen, je nachdem diese Werte im Jahrbuche zu- oder abnehmen. Auf den für die nächstfolgende Zeit entnommenen Wert ist x umgekehrt anzuwenden.

Sind außer den Werten auch deren Änderungen in bestimmten Zeiträumen angegeben, so entnehme man aus dem Jahrbuch für die Zeit, die der gegebenen zunächst vorhergeht oder folgt, den betreffenden Wert und berechne dann die Proportion:

> Wie sich der Zeitraum, für den die Änderung angegeben ist, zu dem Unterschiede zwischen der nächstvorhergehenden oder folgenden und der gegebenen Zeit verhält, so verhält sich die im Jahrbuch angegebene Änderung zu x, und mit der Größe x ist dann nach obiger Vorschrift zu verfahren.

Beispiel 1. 1907 den 16. Juni soll für $0^h\,8^m$ mittlere Zeit nachmittags in 83° 49′ O Lg. v. Grw. die Deklination der Sonne gefunden werden.

$0^h\ \ 8^m$ mttl. Ortszt. abds. d. 16/6.
$-\,5^h\,35^m$ O Lg. in Zeit.
$6^h\,33^m$ mttl. Grw. Zt. mrgs. d. 16/6.
$5^h,5$ vor dem mttl. Grw. Mttg. d. 16/6.
N. J. d. 16/6. $\odot\ \delta = +23°\,19',3$ im mttl. Grw. Mittage.
Änd. $= 0',11$ in 1^h
$5,5$
$0',605\ldots = \qquad 0',6$
Berichtigte $\odot\ \delta \quad = +23°\,18',7$ um $0^h\,8^m$ mttl. Ortszt. abds.

Beispiel 2. 1907 den 12. Januar in 146° 36′ W Lg. v. Grw. zur Zeit des wahren Ortsmittags die Deklination der Sonne zu finden.

$0^h\ \ 0^m$ wahre Orstzt. abds. d. 12/1.
$+\,9^h\,46^m$ W Lg. in Zeit.
$9^h\,46^m$ wahre Greenwicher Zeit abds. d. 12/1.
$+\,0^h\ \ 8^m$ Zeitgleichung auf wahre Zeit.
$9^h\,54^m$ mittlere Greenwicher Zeit abds. d. 12/1.

N. J. d. 12/1. ⊙ $\delta = -21°\,47',1$ im mttl. Grw. Mttg.
Änd. = 0',40 in 1^h
$\underline{9,9}$
3',96 . . . = $\underline{\quad 4',0}$
Berichtigte ⊙ δ $= -21°\,43',1$ im wahren Ortsmittg. d. 12/1.

Mit Hilfe der Spalte 2 auf Seite II die Deklination der Sonne im wahren Ortsmittage zu finden:

N. J. d. 12/1. ⊙ $\delta = -21°\,47',1$ im wahren Grw. Mittage.
Änd. $= +0',0263$
W Lg. $= \underline{+\ 146,6}$
$+3',856 \ldots = + \underline{\ 3',9}$
Berichtigte ⊙ δ $= -21°\,43',2$ im wahren Ortsmittg. d. 12/1.

Beispiel 3. 1907 den 9. Januar in 50° 10' O Lg. v. Grw. für $10^h\,23^m$ mittlere Zeit morgens die gerade Aufsteigung der Sonne und die Zeitgleichung zu finden.

$10^h\,23^m$ mttl. Ortszt. mrgs. d. 9/1.
$-\ 3^h\,21^m$ O Lg. in Zeit.
$7^h\ \ 2^m$ mttl. Grw. Zt. mrgs. d. 9/1.
$5^h,0$ vor dem mttl. Grw. Mittage d. 9/1.

N. J. d. 9/1. ⊙ AR. $= 19^h\,18^m\,24^s$ Ztgl. a. wh. Zt. $= +6^m\,55^s$
Änd. $= 10^s,9$ in 1^h Änd. $= 1^s,1$ in 1^h
$\underline{5}$ $\underline{5}$
$54^s,5 \ldots = \underline{\ 55^s}$ $5^s,5 \ldots = \underline{\ 6^s}$
Berichtigte ⊙ AR. $= 19^h\,17^m\,29^s$. Berichtigte Ztgl. $= +6^m\,49^s$.

Beispiel 4. 1907 den 5. Januar in 28° 47' W Lg. v. Grw. für $1^h\,10^m$ mittlere Zeit morgens den Halbmesser und die Horizontalparallaxe des Mondes zu finden.

$1^h\,10^m$ mttl. Ortszt. mrgs. d. 5/1.
$\underline{+1^h\,55^m}$ W Lg. in Zeit.
$3^h\ \ 5^m$ mttl. Grw. Zt mrgs. d. 5/1.

N. J. d. 4/1. Mitternacht: ☾ Halbm. = 15' 19" ; ☾ Horizontalparallaxe = 56' 6"
" " 5/1. Mittag : " = 15' 24" " = 56' 25"
$12^h : 3^h,1 = 5'' : x$; $12^h : 3^h,1 = 19'' : x$
$x = \frac{15,5}{12} = \underline{1''}$ $x = \frac{58,9}{12} = \underline{5''}$
Berichtigter ☾ Halbm. = 15' 20" ; Bericht. ☾ Horizontalp. = 56' 11".

Beispiel 5. 1907 den 20. Januar in 40° 15' O Lg. v. Grw. für $1^h\,34^m$ mittlere Zeit abends die gerade Aufsteigung und Abweichung des Mondes zu finden.

$1^h\,34^m$ mttl. astronomische Ortszt. d. 20/1.
$\underline{-2^h\,41^m}$ O Lg. in Zeit.
$22^h\,53^m$ mttl. astronomische Grw. Zt. d. 19/1.

N. J. d. 19/1. um 23^h ist ☾ AR. $= 1^h\,17^m\,39^s$ und ☾ $\delta = +2°\,38',8$
Änd. $= 1^s,96$ in 1^m Änd. $= 0',187$ in 1^m
$\underline{7}$ $\underline{7}$
$13^s,72 \ldots\ldots\ldots = \underline{\ 14^s}$ $1',309 = \underline{\ 1',3}$
Berichtigte ☾ AR. $= 1^h\,17^m\,25^s$; Berichtigte ☾ $\delta = +2°\,37',5$.

Beispiel 6. 1907 den 26. November in 25° 13' W Lg. v. Grw. für $8^h\,10^m$ mittlere Zeit morgens die gerade Aufsteigung und Abweichung des Mondes zu finden.

$20^h\,10^m$ mttl. astronomische Ortszt. d. 25/11.
$\underline{+\ 1^h\,41^m}$ W Lg. in Zeit.
$21^h\,51^m$ mttl. astronomische Grw. Zt. d. 25/11.

N. J. d. 25/11. um 22^h ☾ AR. = $9^h\,7^m\,47^s$ und ☾ $\delta = +19°\,6',5$

Änd. = $2^s,04$ in 1^m Änd. = $0',105$ in 1^m

9 9

$18^s,36$ . . . . = 18^s $0',945$ = $0',9$

Berichtigte ☾ AR. = $9^h\,7^m\,29^s$; Berichtigte ☾ $\delta = +19°\,7',4$.

Beispiel 7. 1907 den 5. Januar in 120° 15′ W Lg. v. Grw. für $4^h\,11^m$ mittlere Zeit morgens die gerade Aufsteigung, die Abweichung und die Horizontalparallaxe der Venus zu finden.

$4^h\,11^m$ mittl. Ortszt. morgens d. 5/1.

+ $8^h\;\;1^m$ W Lg. v. Grw.

$0^h\,12^m$ mittl. Grw. Zt. abends d. 5/1.

N. J. d. 5/1. ♀ AR. = $16^h\,11^m\,23^s$ und ♀ $\delta = -16°\,31',6$

Änd. = $5^s,6$ in 1^h Änd. = $0',17$ in 1^h

0,2 0,2

$1^s,12$ . . . . = 1^s $0',034$ 0

Berichtigte ♀ AR. = $16^h\,11^m\,24^s$; Berichtigte ♀ $\delta = -16°\,31',6$

N. J. d. 1/1. ♀ Horizontalparallaxe = 23″

„ d. 11/1. „ = 19″

10 Tage : 4 Tage = 4″ : x

$x = \frac{16}{10}$ = 2″

d. 5/1. ♀ Horizontalparallaxe = 21″

Beispiel 8. 1907 den 8. Oktober in 42° 18′ O Lg. v. Grw. für $7^h\,25^m$ mittlere Zeit morgens die Rektaszension der mittleren Sonne zu finden.

$19^h\,25^m$ mittl. astronomische Ortszt. d. 7/10.

— $2^h\,49^m$ O Lg. in Zeit.

$16^h\,36^m$ mittl. astron. Grw. Zeit d. 7/10.

N. J. d. 7/10. m. ⊙ AR. = $12^h\,59^m\,56^s$

Tafel 24 für 16^h . . . . . . $2^m\,37^s,7$

„ „ 36^m . . . . . . $5^s,9$

Berichtigte m. ⊙ AR. = $13^h\;\;2^m\,40^s$

In Hinsicht der Veränderung der astronomischen Werte, die in den nautischen Jahrbüchern angegeben sind, wird bemerkt:

1. Die größte Veränderung der Sonnendeklination findet im März und September statt und beträgt beinahe eine Minute stündlich. Um daher im äußersten Falle nicht über eine Sekunde in der Sonnendeklination zu fehlen, muß man die ungefähre Greenwicher Zeit auf eine Minute genau kennen.

2. Die größte tägliche Veränderung der ⊙ AR. beträgt $4^m\,26^s$ und die kleinste $3^m\,35^s$; die größte findet im Dezember und die kleinste im September statt.

3. Die Zeitgleichung verändert höchstens 30^s in 24 Stunden.

4. Die Veränderung der AR. der mittleren Sonne ist unveränderlich und beträgt in 24 mittleren Sonnenstunden $3^m\,56^s,55$; ebensoviel beträgt das Voreilen der Sternzeit in 24 mittleren Stunden.

5. Der Halbmesser des Mondes verändert nie über 8 Sekunden in 12 Stunden.

6. Die Äquatoreal-Horizontalparallaxe des Mondes verändert nie mehr als 27″ in 12 Stunden.

7. Die größte Veränderung der Deklination des Mondes ist 17′ in einer Stunde; um daher die ☾ Deklination auf 1′ genau zu erhalten, muß man die ungefähre Greenwicher Zeit auf 4 Minuten genau kennen.

8. Die größte Veränderung der ☾ AR. ist $2^m\,55^s$ und die kleinste $1^m\,45^s$ stündlich; um daher die ☾ AR. auf eine Zeitsekunde genau zu erhalten, muß man die ungefähre Greenwicher Zeit auf 20 Sekunden genau kennen.

9. Die größte tägliche Veränderung der Rektaszension der Venus ist 6^m.

10. Die größte tägliche Veränderung der Deklination der Venus ist 35′.

11. Die größte tägliche Veränderung der Rektaszension des Mars ist 4^m und die seiner Deklination 25′.

12. Die größte tägliche Veränderung der Rektaszension des Jupiters ist 1^m und die größte Veränderung seiner Deklination beträgt 4′.

13. Die größte tägliche Veränderung der Rektaszension des Saturns ist 40^s und die seiner Deklination beträgt 2′.

2. Mit Rücksicht auf die zweiten Differenzen.

Wenn man die im nautischen Jahrbuch angegebenen Änderungen der Größen in ihrer Reihenfolge miteinander vergleicht, so ist ersichtlich, daß die Änderungen dieser Größen ebenfalls veränderlich sind. Daher ist die bei dem einfachen Einschalten gemachte Voraussetzung, daß die Größen sich genau proportional der Zeit ändern, nicht streng richtig, und man muß, wenn größere Genauigkeit erfordert wird, auf die Veränderlichkeit der Änderungen der Größen Rücksicht nehmen.

Die Änderung der Größe in einem bestimmten Zeitraum bezeichnet man als erste Differenz und die Unterschiede dieser ersten Differenzen als die zweiten Differenzen.

Bei einer gleichmäßigen Bewegung, wie z. B. die der mittleren Sonne ist, sind die ersten Differenzen einander gleich; bei einer gleichmäßig beschleunigten oder verzögerten Bewegung dagegen sind erst die zweiten Differenzen unter sich gleich. Diese Bewegung wird im folgenden vorausgesetzt, obwohl diese Voraussetzung, streng genommen, nicht ganz zutrifft; indessen sind die Unterschiede der zweiten Differenzen so klein, daß diese, die dritten Differenzen, bei den nautisch-astronomischen Rechnungen als verschwindend angesehen werden können.

Nimmt man an, ein Fußgänger geht mit allmählich beschleunigter Geschwindigkeit in der ersten Stunde 4 Kilometer, in der zweiten 5 und in der dritten Stunde 6 Kilometer, so leuchtet ein, daß der in diesen drei Stunden zurückgelegte Weg von 15 Kilometern erhalten wird, wenn man die mittlere Geschwindigkeit, hier 5 Kilometer, mit 3, der Anzahl der verflossenen Stunden, multipliziert. Ebenso verhält es sich, wenn man annimmt, der Fußgänger wäre mit allmählich verzögerter Geschwindigkeit, also in der ersten Stunde 6, in der zweiten 5 und in der dritten 4 Kilometer gegangen.

Um also die in einem bestimmten Zeitraum zurückgelegte Strecke zu erhalten, muß man die der Mitte dieses Zeitraums entsprechende Geschwindigkeit der Berechnung zugrunde legen. Dies auf das Einschalten der Jahrbuchgrößen angewandt, ergibt, daß man zunächst die betreffende Änderung der gesuchten Größe für die Mitte zwischen der Zeit, wofür die Größe gesucht wird, und der nächstvorhergehenden, im nautischen Jahrbuche angegebenen Stunde mit Hilfe der zweiten Differenz zu berechnen und dann mit dieser berichtigten Änderung wie beim einfachen Einschalten zu verfahren hat.

Für die Berechnung der nautischen Beobachtungen reicht bei der jetzigen Einrichtung des nautischen Jahrbuchs das einfache Einschalten vollkommen aus, und das hier angegebene Verfahren dient nur zum Verständnisse des folgenden Paragraphen.

§ 282. Die einer wahren Monddistanz entsprechende Greenwicher Zeit zu finden. Man nehme zunächst an, daß die wahren Distanzen, die von drei zu drei Stunden mittlerer Greenwicher Zeit im nautischen Jahrbuch vorausberechnet sind, sich gleichmäßig ändern, so findet man die der gegebenen wahren Distanz entsprechende mittlere Greenwicher Zeit durch einfache Proportion.

Bezeichnen D_0 und D_1 die beiden Distanzen im Jahrbuch, zwischen denen die gegebene Distanz D liegt, ferner U den Unterschied zwischen D_0 und D_1 und d den Unterschied zwischen D_0 und D, so ist

$$U : d = 3^h : x^h ,$$

$$\text{also} \quad x^h = \frac{3}{U} \cdot d \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{I)}.$$

Der Faktor $\frac{3}{U}$ ist für alle zwischen D_0 und D_1 fallende Distanzen unveränderlich; man hat deshalb seinen Logarithmus, nämlich

$$\log 10800 - \log U \text{ (in Sekunden)}$$

berechnet und als **Proportionallogarithmus** (plg) den Distanzen im Jahrbuch beigefügt, wobei die Kennziffer 0 überall fortgelassen ist. Um also nach I) die **genäherte Zwischenzeit** x zu berechnen, addiere man den zwischen den Jahrbuchdistanzen D_0 und D_1 stehenden Proportionallogarithmus zu dem aus Tafel 45 zu entnehmenden Logarithmus von d, so erhält man den Logarithmus der genäherten Zwischenzeit und mittels Tafel 45 diese selbst. Addiert man die genäherte Zwischenzeit zu der mittleren Greenwicher Zeit, die der Distanz D_0 entspricht, so erhält man die mittlere Greenwicher Zeit der gegebenen Distanz D.

Diese mittlere Greenwicher Zeit ist nur eine genäherte, weil die Distanzen sich nicht gleichmäßig ändern. Bildet man nämlich in derselben Reihe von Distanzen die Unterschiede U zwischen je zwei aufeinander folgenden Distanzen, so sind diese ersten Differenzen einander ungleich, so daß man von diesen wieder Unterschiede, die zweiten Differenzen, bilden kann. Diese werden aus den in § 281 angegebenen Gründen als einander gleich angenommen.

Um nun die auf die genäherte mittlere Greenwicher Zeit anzubringende Berichtigung dx zu finden, kann man die der genäherten mittleren Greenwicher Zeit entsprechende Distanz mit Berücksichtigung der zweiten Differenzen ermitteln und dann durch Vergleichung dieser Distanz mit der gegebenen Distanz D auf die entsprechende Änderung der mittleren Greenwicher Zeit schließen. Diese Änderung ist die gesuchte Berichtigung dx, die auf die genäherte mittlere Greenwicher Zeit anzubringen ist, um die genaue Greenwicher Zeit zu erhalten.

Es seien T_0, T_3, T_6 die in der Monddistanz-Tafel des Jahrbuchs gegebenen mittleren Greenwicher Zeiten, D_0, D_1, D_2 die diesen Zeiten entsprechenden Distanzen, U und U_1 die Unterschiede dieser Distanzen und u der Unterschied zwischen U und U_1, die zweite Differenz. Es ergibt sich hieraus die folgende Zusammenstellung:

$$\begin{array}{lcl} T_0 & . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . & D_0 \\ & & \quad U \\ T_3 & . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . & D_1 \qquad u \\ & & \quad U_1 \\ T_6 & . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . & D_2 . \end{array}$$

Es werde nun angenommen, daß die Distanzen wie auch ihre ersten Unterschiede zunehmen und die gegebene Distanz D, wofür die mittlere Greenwicher Zeit gesucht wird, zwischen D_0 und D_1 falle, so ist die genäherte Zwischenzeit x nach Gleichung I

$$x^h = \frac{3}{U}(D - D_0) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{I)}$$

und die genäherte mittlere Greenwicher Zeit

$$= T_0 + x \text{ Stunden.}$$

Um nach dem in § 281 unter 2 angegebenen Verfahren die zu dieser mittleren Greenwicher Zeit gehörige Distanz D' zu ermitteln, hat man die Distanzänderung U für den in der Mitte zwischen T_0 und $T_0 + x$ liegenden Zeitpunkt zu finden, also

$$\text{für die Zeit } \left(T_0 + \frac{x}{2}\right) \text{ Stunden.}$$

$$U \text{ gilt für die Zeit } (T_0 + 1\tfrac{1}{2}) \quad \text{"}$$

$$\text{Zeitunterschied} = 1\tfrac{1}{2} - \frac{x}{2} = \frac{3-x}{2} \text{ Stunden.}$$

Da u die Änderung von U in 3 Stunden ist, so erhält man die auf U anzubringende Berichtigung durch:

$$3^h : \left(\frac{3-x}{2}\right)^h = u : z$$

$$z = \frac{3-x}{2} \cdot \frac{u}{3} = \frac{(3-x)\,u}{6}.$$

Weil die Distanzänderung U der Annahme nach zunehmend ist, so ist z von U zu subtrahieren, während bei abnehmender Änderung z zu U zu addieren wäre. Es ist also die für die zweiten Differenzen berichtigte Änderung der Distanz

$$= U - \frac{(3-x)\,u}{6},$$

und um die der Zeit $T_0 + x$ Stunden entsprechende Distanz D' zu finden, hat man die aus der Proportion

$$3^h : x^h = U - \frac{(3-x)\cdot u}{6} : y$$

sich ergebende Berichtigung $\quad y = \frac{U\cdot x}{3} - \frac{(3-x)\,x\cdot u}{18}$

zur Distanz D_0 zu addieren. Es ist also

$$D' = D_0 + \frac{U\cdot x}{3} - \frac{(3-x)\,x\cdot u}{18}$$

von $\quad D = D$ __________, der gegebenen Distanz

subtrahiert, $\quad D - D' = D - D_0 - \frac{U\cdot x}{3} + \frac{(3-x)\,x\cdot u}{18}.$

Um nun die der Differenz $D - D'$ entsprechende Änderung dx der mittleren Greenwicher Zeit zu finden, kann man, da $D - D'$ immer nur klein ist, die unberichtigte erste Differenz U in Rechnung nehmen, ohne hierdurch einen in Betracht kommenden Fehler zu begehen. Demnach ist nach Gleichung I

$$dx^h = \frac{3\,(D-D')}{U}$$

oder $\quad dx^h = \dfrac{3\left(D - D_0 - \frac{U\cdot x}{3} + \frac{(3-x)\,x\cdot u}{18}\right)}{U}$

$$= \frac{3}{U}(D - D_0) - x + \frac{(3-x)\,x}{6}\cdot\frac{u}{U}$$

und da $\frac{3}{U}(D - D_0) = x$ nach Gleichung I) ist, so wird die gesuchte Berichtigung der genäherten mittleren Greenwicher Zeit für zweite Differenzen

$$dx^h = \frac{(3-x)\,x}{6} \cdot \frac{u}{U} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{II)}.$$

Diese Berichtigung ist positiv, wenn, wie hier angenommen, die Unterschiede der Distanzen zunehmen; nehmen diese Unterschiede ab, so wird, wie aus der Entwicklung der Formel hervorgeht, die Berichtigung dx negativ.

Zur bequemeren Rechnung ersetzt man das Verhältnis $\frac{u}{U}$ in Gleichung II durch das der mittleren Werte dieser Größen. Legt man die Distanzänderung von der Sonne zugrunde, die der mittleren Entfernung des Mondes entspricht, so ändert die Distanz in 3 Stunden rund 1° 30′, folglich wäre $U = 1\frac{1}{2}°$. Bei diesem Werte ändert der Proportionallogarithmus sich um 48 Einheiten der vierten Stelle, wenn der zugehörige Bogen sich um 60 Sekunden ändert. Bezeichnet man diese Änderung im Proportionallogarithmus, also den Unterschied zwischen dem Proportionallogarithmus von U und dem nächstfolgenden in der betreffenden Reihe der Distanzen, mit v, so verhält sich

$$u : v = 60 : 48 = 5 : 4,$$

folglich ist
$$u = \frac{5\,v}{4},$$

mithin wird
$$\frac{u}{U} = \frac{5\,v}{4 \cdot 1\frac{1}{2}} = \frac{5v}{6}.$$

Diesen Wert in Gleichung II eingesetzt, gibt

$$dx \text{ in Zeitsekunden} = \frac{5\,v\,(3-x)\,x}{36} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{III)}.$$

Nach dieser Gleichung ist Tafel 46 berechnet, in die man mit der nach Gleichung I gefundenen genäherten Zwischenzeit x und mit dem Unterschiede der beiden oben angegebenen Proportionallogarithmen eingeht, um die Berichtigung der genäherten mittleren Greenwicher Zeit in Zeitsekunden zu erhalten.

Da die Änderung der Distanzen der Änderung der Proportionallogarithmen entgegengesetzt ist, so ist die Berichtigung, dx, für zweite Differenzen zur genäherten mittleren Greenwicher Zeit zu addieren oder von ihr zu subtrahieren, je nachdem die Proportionallogarithmen ab- oder zunehmen.

Beispiel 1. 1907 den 27. Juni ist die wahre Distanz zwischen dem Monde und Fomalhaut = 42° 37′ 31″ gefunden; gesucht wird die entsprechende mittlere Greenwicher Zeit.

Gegebene Distanz = 42° 37′ 31″ Unt. = 46.
N. J. den 26/6. um 18^h mittl. Grw. Zeit, Distanz = 43° 22′ 29″ plg = 0,2494 . . . 0,2540
0° 44′ 58″ log Bog. = 3,4310
Genäherte Zwischenzeit = $1^h\,19^m\,51^s$ log Bog. = 3,6804
Aus Tafel 46 Berichtigung = $-\,14^s$ für II. Differenzen.
Zwischenzeit = $1^h\,19^m\,37^s$
Mittlere Grw. Zeit der Jahrbuchdistanz = 18^h
Gesuchte mittlere Greenw. Zeit = $19^h\,19^m\,37^s$ astr. den 26.6.

Beispiel 2. 1907 den 9. April ist die wahre Distanz zwischen dem Monde und α Aquilae = 49° 6′ 25″ gefunden; gesucht wird die entsprechende mittlere Greenwicher Zeit.

Gegebene Distanz = 49° 6′ 25″ Unt. = 52.
N. J. den 9/4. um 0^h mittl. Grw. Zeit, Distanz = 48° 28′ 22″ plg = 0,3662 . . . 0,3610
0° 38′ 3″ log Bog. = 3,3585
Genäherte Zwischenzeit = $1^h\ 28^m\ 25^s$ log Bog. = 3,7247
Aus Tafel 46 Berichtigung = $+\ 16^s$ für II. Differenzen.
Zwischenzeit = $1^h\ 28^m\ 41^s$
Mittlere Grw. Zeit der Jahrbuchdistanz = 0^h
Gesuchte mittlere Greenw. Zeit = $1^h\ 28^m\ 41^s$ astr. den 9/4.

III. Verwandlung der Zeiten.

§ 283. Verwandlung der wahren in mittlere Zeit und umgekehrt. Der Unterschied der wahren und mittleren Zeit heißt bekanntlich Zeitgleichung (§ 271). Man hat daher die Gleichungen:

Mittlere Zeit = wahrer Zeit + Zeitgleichung . . . . I).
Wahre Zeit = mittlerer Zeit − Zeitgleichung . . . . II).

Im nautischen Jahrbuch ist die Zeitgleichung auf Seite I jedes Monats für den mittleren Greenwicher Mittag und zwar mit dem Zeichen angegeben, womit sie auf wahre Zeit anzuwenden ist; auf mittlere Zeit ist sie daher mit dem entgegengesetzten Zeichen anzuwenden.

1. Aus wahrer Zeit die mittlere zu finden.

Auf die gegebene wahre Zeit wende man die ungefähre Zeitgleichung (die im Jahrbuch neben dem gegebenen Tage stehende Zeitgleichung) ihrem Vorzeichen gemäß an, so erhält man die ungefähre mittlere Ortszeit. Für diese suche man durch Anwendung der Länge die entsprechende mittlere Greenwicher Zeit und hierfür die Zeitgleichung. Diese ihrem Vorzeichen gemäß auf die gegebene wahre Zeit angewandt, ergibt die gesuchte mittlere Ortszeit.

Beispiel. 1907 den 24. August ist in 31° 51′ W Lg. v. Grw. zu $13^h\ 16^m\ 15^s$ wahrer astronomischer Ortszeit die mittlere astronomische Ortszeit zu finden.

$13^h\ 16^m$ wh. astr. Ortszt. d. 24/8.
$+\ 2^h\ 7^m$ W Lg. in Zeit.
$15^h\ 23^m$ wh. astr. Grw. Zt. d. 24/8.
$+\ 2^m$ Ztgl. a. wh. Zt.
$15^h\ 25^m$ mittl. astr. Grw. Zt. d. 24/8.
N. J. d. 25/8. Ztgl. a. wh. Zt. = $+\ 2^m\ 15^s$
Änd. = $0^s{,}7$ in 1^h
8,6
$6^s{,}02$ . . . . = 6^s
Berichtigte Ztgl. a. wh. Zt. = $+\ 2^m\ 21^s$
Gegeb. wh. astr. Ortszt. = $13^h\ 16^m\ 15^s$
Gesuchte mittl. astr. Ortszt. = $13^h\ 18^m\ 36^s$ d. 24/8.

2. Aus mittlerer Zeit die wahre Zeit zu finden.

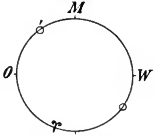
Man suche für die gegebene Zeit die ungefähre mittlere Greenwicher Zeit, für diese die Zeitgleichung aus dem Jahrbuch und wende sie mit dem entgegengesetzten Vorzeichen auf die gegebene mittlere Zeit an, so erhält man die entsprechende wahre Zeit.

Beispiel. 1907 den 8. Januar ist in 81° 37′ O Lg. v. Grw. zu $4^h 22^m 20^s$ mittlerer Zeit abends die wahre Ortszeit zu finden.

$4^h 22^m$ mittl. Ortszt. abds. d. 8/1.
$- 5^h 26^m$ O Lg. in Zeit.
$10^h 56^m$ mittl. Grw. Zt. mrgs. d. 8/1.
$1^h,1$ vor dem mittl. Grw. Mittag d. 8/1.
N. J. d. 8/1. Ztgl. a. wh. Zt. = $+6^m 29^s$
Änd. = $1^s,1$ in 1^h
1,1
$1^s,21$ . . . . = 1^s
Berichtigte Ztgl. a. wh. Zt. = $+6^m 28^s$
Gegebene mittl. Ortszeit. = $4^h 22^m 20^s$
Ztgl. a. mittl. Zeit. = $-6^m 28^s$
Gesuchte wahre Ortszeit. = $4^h 15^m 52^s$ abds. d. 8/1.

§ 284. Aus der mittleren Ortszeit die Sternzeit zu finden. Es sei in Fig. 220 der Kreis der Himmelsäquator, den der obere Meridian des Orts in M schneide, so ist, das Auge nach Süd gerichtet, Ost zur Linken und West zur Rechten.

Fig. 220.



Die Ortszeit wird vom oberen Meridian nach und durch West, die Rektaszension aber vom Nullpunkte des Widders in entgegengesetzter Richtung gezählt. Wenn daher die mittlere Sonne in $\odot$ sich befindet, so ist die mittlere Ortszeit = Bogen $MW\odot$, und wenn der Widderpunkt in ♈ ist, so ist die Rektaszension der mittleren Sonne der Bogen ♈$\odot$. Da Sternzeit der vom oberen Meridian nach West gezählte Stundenwinkel des Widderpunkts ist, so ist Bogen MW♈ die zu ermittelnde Sternzeit.

Befindet sich aber die mittlere Sonne in $\odot'$, so ist die mittlere astronomische Ortszeit = Bogen MW♈$O\odot'$. Die Rektaszension der mittleren Sonne ist in diesem Falle der Bogen ♈$W\odot'$, und die gesuchte Sternzeit wieder der Bogen MW♈. Es ist daher:

1. $MW♈ = MW\odot + ♈\odot$,

also Sternzeit = Mittl. astr. Ortszt. + m.$\odot$AR. . . . . I).

2. $MW♈ = MW♈\odot' + ♈W\odot' - 24^h$,

also Sternzeit = Mittl. astr. Ortszt. + m.$\odot$AR. $- 24^h$ . . . . . II).

Steht die mittlere Sonne im oberen Meridian, in M, so ist ihre Rektaszension = der Sternzeit im mittleren Mittag. Daher ist die im nautischen Jahrbuch auf Seite I gegebene Sternzeit zugleich die Rektaszension der mittleren Sonne im mittleren Greenwicher Mittag.

Um nach den Gleichungen I oder II aus der mittleren Ortszeit die Sternzeit zu finden, suche man zunächst die der gegebenen mittleren Ortszeit*) entsprechende astronomische Zeit und mit dieser durch Anwendung der Länge die ungefähre mittlere astronomische Greenwicher Zeit. Für diese entnehme man aus Tafel 24 die Voreilung der Sternzeit

*) Ist statt der mittleren Ortszeit die wahre gegeben, so hat man diese zunächst in die mittlere Zeit zu verwandeln.

und addiere sie zu der im Jahrbuch angegebenen Sternzeit des nächstvergangenen Mittags, so ist die Summe die berichtigte Rektaszension der mittleren Sonne. Diese zur mittleren astronomischen Ortszeit addiert, ergibt die gesuchte Sternzeit des Orts. Übersteigt diese 24 Stunden, so ist der Überschuß die gesuchte Sternzeit.

Beispiel. 1907 den 10. Januar ist in 17° 18′ O Lg. v. Grw. zu $6^h 15^m 36^s$ mittlerer Zeit abends die Sternzeit zu finden.

Ungef. mittl. astr. Ortszt. =	$6^h 16^m$	d. 10/1.
O Lg. in Zeit =	$-1^h \ 9^m$	
Ungef. mittl. Grw. Zeit =	$5^h \ 7^m$	astronomisch d. 10/1.
N. J. d. 10/1. m. ⊙ AR.	$= 19^h 15^m 26^s$	
Aus Taf. 24 für 5^h	$+ \ 49^s,3$	
„ „ „ 7^m	$+ \ 1^s,1$	
Berichtigte m. ⊙ AR. =	$19^h 16^m 16^s$	
Gegebene mittl. astr. Ortszeit =	$6^h 15^m 36^s$	
Gesuchte Sternzeit . . . . . . =	$1^h 31^m 52^s$.	

285. Aus der Sternzeit die mittlere Ortszeit zu finden. Nach Gleichung I in § 284 ist:

Mittlere astronomische Ortszeit = Sternzeit − m. ⊙ AR. . . . . I).

Man suche also die der ungefähr bekannten mittleren Ortszeit entsprechende ungefähre mittlere Greenwicher Zeit und für diese die Rektaszension der mittleren Sonne, die von der gegebenen Sternzeit subtrahiert, die gesuchte mittlere astronomische Ortszeit ergibt. Ist hierbei die gegebene Sternzeit kleiner als die Rektaszension der mittleren Sonne, so hat man 24 Stunden zur Sternzeit zuzulegen, wie aus Gleichung II in § 284 erhellt.

Weicht die gefundene mittlere Ortszeit von der ungefähr bekannten mittleren Ortszeit so viel ab, daß dieser Zeitunterschied eine in Betracht kommende Änderung der Rektaszension der mittleren Sonne bewirkt, so ist die Rechnung mit der gefundenen mittleren Ortszeit zu wiederholen.

Beispiel. 1907 den 8. Oktober ist in 30° 15′ O Lg. v. Grw. zu $4^h 12^m 16^s$ Sternzeit die mittlere Ortszeit zu finden; die dieser Sternzeit entsprechende ungefähre mittlere Ortszeit ist $3^h 7^m$ morgens.

$15^h 7^m$	ungef. mittl. astr. Ortszt. d. 7/10.	
$- \ 2^h 1^m$	O Lg. in Zeit.	
$13^h 6^m$	ungef. mittl. astr. Grw. Zt. d. 7/10.	
N. J. d. 7/10. m. ⊙ AR.	$= 12^h 59^m 56^s$	
Tafel 24 für 13^h	$+ \ 2^m \ 8^s,1$	
„ „ 6^m	$+ \ 1^s,0$	
Berichtigte m. ⊙ AR.	$= 13^h \ 2^m \ 5^s$.	
Gegebene Sternzeit	$= 4^h 12^m 16^s$	$(+ 24^h)$
m. ⊙ AR.	$= 13^h \ 2^m \ 5^s$	(subtrahiert).
Mittl. astr. Ortszeit	$= 15^h 10^m 11^s$	d. 7/10.
Mittlere Ortszeit	$= 3^h 10^m 11^s$	mrgs. d. 8/10.

IV. Beziehung zwischen Ortszeit und dem Stundenwinkel eines Gestirns.

§ 286. Aus der Ortszeit die Stundenwinkel der Gestirne zu finden.

A. Stundenwinkel vom oberen Meridian.

1. Stundenwinkel der Sonne.

Nach § 271 ist wahre astronomische Zeit der in Zeit ausgedrückte Stundenwinkel der Sonne, vom oberen Meridian nach West herum bis 24 Stunden gezählt.

Man ermittele daher die der Aufgabe entsprechende wahre Ortszeit nach § 284, so ist diese gleich dem westlichen Stundenwinkel der Sonne, wenn es Abendzeit ist. Ist die wahre Ortszeit aber Morgenzeit, so hat man sie von 12 Stunden abzuziehen, und man erhält dann den östlichen Stundenwinkel der Sonne.

Beispiel 1. 1907 den 17. Februar in 85° 20′ O Lg. v. Grw. um $3^h 22^m 13^s$ mittlere Zeit abends soll der Stundenwinkel der Sonne gefunden werden.

Mittlere Ortszeit	$= 3^h\ 22^m\ 18^s$ abds.	$8^h\ 22^m$ mittl. Ortszt. abds. d. 17/2.
Ztgl. a. mittl. Zeit	$= \quad -14^m\ 16^s$	$-5^h\ 41^m$ O Lg. in Zeit.
Wahre Ortszeit	$= 3^h\ \ 7^m\ 57^s$ „	$9^h\ 41^m$ mittl. Grw. Zt. mrgs. d. 17/2.
Stundenw. der Sonne	$= 3^h\ \ 7^m\ 57^s$ W v. Mer.	Verb. Ztgl. a. wh. Zt. $= +14^m\ 16^s$.

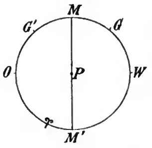
Beispiel 2. 1907 den 5. Juli in 45° 10′ W Lg. v. Grw. um $11^h 25^m 16^s$ mittlere Zeit morgens soll der Stundenwinkel der Sonne gefunden werden.

Mittlere Ortszeit	$= 11^h\ 25^m\ 16^s$ mrgs.	$11^h\ 25^m$ mittl. Ortszt. mrgs. d. 5/7.
Ztgl. a. mittl. Zeit	$= \quad -4^m\ 10^s$	$+\ 3^h\ \ 1^m$ W Lg. in Zeit.
Wahre Ortszeit	$= 11^h\ 21^m\ \ 6^s$ „	$2^h\ 26^m$ mittl. Grw. Zt. abds. d. 5/7.
von	12^h	Verb. Ztgl. a. wh. Zt. $= +4^m\ 10^s$.
Stundenw. der Sonne	$= \ 0^h\ 38^m\ 54^s$ O v. Mer.	

2. Stundenwinkel der anderen Gestirne.

Es sei (Fig. 221) der Kreis der Himmelsäquator, *P*, sein Mittelpunkt, die Projektion des Nordpols und *MPM′* die des Ortsmeridians.

Fig. 221.



Ist *M* der Schnittpunkt des oberen Meridians mit dem Äquator, so ist *M* Süd und *M′* Nord, während links Ost (*O*) und rechts West (*W*) ist. Sind nun *G* und *G′* die Schnittpunkte der Stundenkreise zweier Gestirne mit dem Äquator, so sind die Bogen *MG* und *MG′* gleich den Stundenwinkeln dieser Gestirne vom oberen Meridian, und zwar ist der erste West und der zweite Ost vom Meridian.

Bezeichnet ♈ den Ort des Widderpunkts, so sind, da die Rektaszension der Gestirne von West über Süd nach Ost gezählt wird, die Bogen ♈ *WG* und ♈ *WMG′* die Rektaszensionen der beiden Gestirne und *MW*♈ ist der vom oberen Meridian des Orts gezählte westliche Stundenwinkel des Widderpunkts oder die Sternzeit.

Aus der Figur ergibt sich daher:

Westlicher Stundenwinkel (*MG*) = Sternzeit − AR. des Gestirns;
Östlicher Stundenwinkel (*MG′*) = AR. des Gestirns − Sternzeit.

Um hiernach den vom oberen Meridian gezählten Stundenwinkel eines Gestirns aus der Ortszeit zu finden, ermittele man nach § 284 aus der gegebenen Ortszeit die Sternzeit und nehme von dieser und der für die gegebene Zeit verbesserten Rektaszension des Gestirns den Unterschied.

Ist die Sternzeit größer als die Rektaszension des Gestirns, so ist sein Stundenwinkel West, im umgekehrten Falle dagegen Ost.

Wenn der so gefundene westliche oder östliche Stundenwinkel größer als 12 Stunden ist, so ziehe man ihn von 24 Stunden ab, um den östlichen oder westlichen Stundenwinkel kleiner als 12 Stunden zu erhalten.

Beispiel 1. 1907 den 20. September, in 18° 55′ W Lg. v. Grw., um $7^h 9^m 44^s$ mittlere Zeit abends, soll der Stundenwinkel des Mondes gefunden werden.

Mittl. astr. Ortszt.	$= 7^h\ 9^m\ 44^s$	$7^h\ 10^m$ mittl. astr. Ortszt. d. 20/9.
m. ⊙ AR.	$= 11^h\ 54^m\ 17^s$	$+1^h\ 16^m$ W Lg. in Zt.
Sternzeit	$= 19^h\ 4^m\ 1^s$	$8^h\ 26^m$ mittl. astr. Grw. Zt. d. 20/9.
☾ AR.	$= 23^h\ 2^m\ 53^s$	Verb. m. ⊙ AR. $= 11^h\ 54^m\ 17^s$
☾ Stundenw.	$= 3^h\ 58^m\ 52^s$ O v. Mer.	Verb. ☾ AR. $= 23^h\ 2^m\ 53^s$.

Beispiel 2. 1907 den 24. April, in 9° 20′ O Lg. v. Grw. um $8^h 52^m 38^s$ wahre Zeit abends, soll der Stundenwinkel des Planeten Jupiter gefunden werden.

Wahre Ortszeit	$= 8^h\ 52^m\ 38^s$ abds.	$8^h\ 53^m$ wh. Ortszt. abds. d. 24/4.
Ztgl. a. wh. Zt.	$= -1^m\ 47^s$	-2^m Ztgl. a. wh. Zt.
Mittl. astr. Ortszt.	$= 8^h\ 50^m\ 51^s$	$8^h\ 51^m$ mittl. Ortszt. abds. d. 24/4.
m. ⊙ AR.	$= 2^h\ 6^m\ 49^s$	$-0^h\ 37^m$ O Lg. in Zt.
Sternzeit	$= 10^h\ 57^m\ 40^s$	$8^h\ 14^m$ mittl. astr. Grw. Zt. d. 24/4.
♃ AR.	$= 6^h\ 25^m\ 53^s$	Verb. Ztgl. a. wh. Zt. $= -1^m\ 47^s$
♃ Stundenw.	$= 4^h\ 31^m\ 47^s$ W v. Mer.	Verb. m. ⊙ AR. $= 2^h\ 6^m\ 49^s$
		Verb. ♃ AR. $= 6^h\ 25^m\ 53^s$

Beispiel 3. 1907 den 3. Juli um $1^h 36^m 58^s$ mittlere Zeit morgens soll in 1° 29′ O Lg. v. Grw. der Stundenwinkel des Sterns Aldebaran gefunden werden.

Mittl. astr. Ortszt.	$= 13^h\ 36^m\ 58^s$	$13^h\ 37^m$ mittl. astr. Ortszt. d. 2/7.
m. ⊙ AR.	$= 6^h\ 39^m\ 43^s$	$-\ 0^h\ 6^m$ O Lg. in Zt.
Sternzeit	$= 20^h\ 16^m\ 41^s$	$13^h\ 31^m$ mittl. astr. Grw. Zt. d. 2/7.
✱ AR.	$= 4^h\ 30^m\ 34^s$	Verb. m. ⊙ AR. $= 6^h\ 39^m\ 43^s$
✱ Stundenw.	$= 15^h\ 46^m\ 7^s$ W v. Mer.	✱ AR. $= 4^h\ 30^m\ 34^s$.
	von 24^h	
✱ Stundenw.	$= 8^h\ 13^m\ 53^s$ O v. Mer.	

B. Stundenwinkel vom unteren Meridian.

Man berechne zunächst den Stundenwinkel des Gestirns vom oberen Meridian und ziehe diesen von 12 Stunden ab, so ist der Rest der Stundenwinkel des Gestirns vom unteren Meridian.

Beispiel. Es sei Ort und Zeit wie im Beispiel 3 unter A. 2; gesucht wird der Stundenwinkel des Aldebaran vom unteren Meridian.

Es ist ✱ Stundenwinkel $= 8^h\ 13^m\ 53^s$ O vom oberen Meridian.
von 12^h
✱ Stundenwinkel $= 3^h\ 46^m\ 7^s$ O vom unteren Meridian.

§ 287. Aus dem vom oberen Meridian gezählten Stundenwinkel eines Gestirns die Ortszeit zu finden.

1. Aus dem Stundenwinkel der Sonne.

Ist der Stundenwinkel der Sonne West vom Meridian, so ist er gleich der wahren Ortszeit nachmittags. Den östlichen Stundenwinkel der Sonne hat man von 12 Stunden zu subtrahieren, um die wahre Zeit vormittags zu erhalten. Die entsprechende mittlere Ortszeit findet man, wenn man auf die gefundene wahre Zeit die Zeitgleichung anwendet.

Beispiel 1. 1907 den 17. Februar, in 85° 20 O Lg. v. Grw. ist der Stundenwinkel der Sonne $3^h 7^m 57^s$ W v. Mer. und die Zeitgleichung auf wahre Zeit für den Augenblick der Beobachtung $+14^m 16^s$ gefunden; gesucht wird die entsprechende mittlere Ortszeit.

⊙ Stundenw. $= 3^h\ 7^m 57^s$ W v. Mer.
Wahre Ortszeit $= 3^h\ 7^m 57^s$ abds.
Ztgl. a. wh. Zt. $= +14^m 16^s$
Mittlere Ortszeit $= 3^h\ 22^m 13^s$ abds. d. 17/2.

Beispiel 2. 1907 den 5. Juli, in 45° 10′ W Lg. v. Grw., ist der Stundenwinkel der Sonne $0^h 38^m 54^s$ O v. Mer. und die Zeitgleichung auf wahre Zeit $+4^m 10^s$ gefunden; gesucht wird die entsprechende mittlere Ortszeit.

⊙ Stundenw. $= 0^h\ 38^m 54^s$ O v. Mer.
von 12^h
Wahre Ortszeit $= 11^h\ 21^m\ 6^s$ mrgs.
Ztgl. a. wh. Zt. $= +\ 4^m 10^s$
Mittlere Ortszeit $= 11^h\ 25^m 16^s$ mrgs. d. 5/7.

2. Aus dem Stundenwinkel der anderen Gestirne.

Drückt man in den beiden Gleichungen des § 286 die Sternzeit aus, so erhält man:

Sternzeit = Rektaszension des Gestirns + westl. Stundenwinkel.

Sternzeit = Rektaszension des Gestirns − östl. Stundenwinkel.

Hiernach hat man den westlichen Stundenwinkel eines Gestirns zu seiner Rektaszension zu addieren, den östlichen Stundenwinkel dagegen von der Rektaszension des Gestirns zu subtrahieren, um die entsprechende Sternzeit zu finden. Übersteigt im ersten Falle die Summe 24 Stunden, so ziehe man 24 Stunden davon ab, und ist im zweiten Falle die Rektaszension des Gestirns kleiner als der abzuziehende östliche Stundenwinkel, so addiere man zur Rektaszension des Gestirns 24 Stunden.

Aus der so gefundenen Sternzeit ermittele man dann nach § 285 die mittlere astronomische Ortszeit.

Beispiel 1. Der Stundenwinkel des Mondes sei am 20. September 1907 $= 3^h 58^m 52^s$ O v. Mer., seine Rektaszension $= 23^h 2^m 53^s$, die Rektaszension der mittleren Sonne $= 11^h 54^m 17^s$; gesucht wird die mittlere Ortszeit.

☾ Stundenwinkel $= 3^h 58^m 52^s$ O v. Mer.
☾ Rektaszension $= 23^h\ 2^m 53^s$
Sternzeit $= 19^h\ 4^m\ 1^s$
m. ⊙ AR. $= 11^h 54^m 17^s$
Mittl. astr. Ortszeit $= 7^h\ 9^m 41^s$ = mittl. Ortszeit abds. d. 20/9.

Beispiel 2. Am 24. April 1907 sei der Stundenwinkel des Planeten Jupiter $= 4^h 31^m 47^s$ W v. Mer., seine Rektaszension $= 6^h 25^m 53^s$ und die Rektaszension der mittleren Sonne $= 2^h 6^m 49^s$; gesucht wird die mittlere Ortszeit.

♃ Stundenwinkel $= 4^h 31^m 47^s$ W v. Mer.
♃ Rektaszension $= 6^h 25^m 53^s$
Sternzeit $= 10^h 57^m 40^s$
m. ⊙ AR. $= 2^h\ 6^m 49^s$
Mittl. astr. Ortszeit $= 8^h 50^m 51^s$ = mittl. Ortszeit abds. d. 24/4.

Beispiel 3. 1907 den 3. Juli morgens sei der Stundenwinkel des Sterns Aldebaran $= 8^h 13^m 53^s$ O v. Mer., seine Rektaszension $= 4^h 30^m 34^s$ und die Rektaszension der mittleren Sonne $= 6^h 39^m 43^s$; gesucht wird die mittlere Ortszeit.

✳ Stundenwinkel	=	$8^h 13^m 53^s$ O v. Mer.
✳ Rektaszension	=	$4^h 30^m 34^s$ $(+24^h)$
Sternzeit	=	$20^h 16^m 41^s$
m. ⊙ AR.	=	$6^h 39^m 43^s$
Mittl. astr. Ortszeit	=	$13^h 36^m 58^s$ d. 2 7.
Mittl. Ortszeit	=	$1^h 36^m 58^s$ mrgs. d. 3 7.

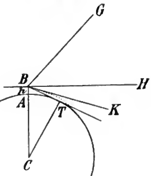
V. Höhenberichtigungen.

§ 288. Die Kimmtiefe. Die bei der Ortsbestimmung auf See in Rechnung zu bringenden Höhen sind wahre Mittelpunktshöhen. Der wahre Horizont aber ist nicht sichtbar, und man mißt auf See die Höhen über der Kimm (vgl. § 235) und am Lande über dem künstlichen Horizont (vgl. § 240). Es müssen daher diese durch Beobachtung gefundenen Höhen berichtigt werden, indem man aus einer Höhe über der Kimm oder einem Kimmabstande zunächst die scheinbare und aus dieser die wahre Höhe findet.

Der Unterschied zwischen der Höhe über der Kimm und der scheinbaren Höhe eines Gestirns ist die Kimmtiefe. Wahre Kimmtiefe ist der Winkel, den die Tangente, die man vom Auge des Beobachters an die Meeresoberfläche gelegt denkt, mit der Ebene des scheinbaren Horizonts bildet.

Es sei in Fig. 222 der Kreis ein Durchschnitt der Erdkugel und C ihr Mittelpunkt, BT die vom Auge des Beobachters aus der Augeshöhe $AB = h$ an die Meeresoberfläche gezogene Tangente und BH der scheinbare Horizont, so ist $\angle HBT$ die wahre Kimmtiefe. Um diese zu berechnen, ziehe man den Erdhalbmesser CT nach dem Berührungspunkte T der Tangente BT, so ist $CT \perp BT$, folglich das Dreieck BTC bei T rechtwinklig. Da $\angle CBT$ sowohl den Winkel HBT wie BCT zu 90° ergänzt, so ist $\angle HBT = BCT$. Es ist also

Fig. 222.



$$\tan HBT = \tan BCT = \frac{BT}{CT} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{I}).$$

Bezeichnet r den Erdhalbmesser $CT = CA$, so ist $CB = r + h$, und es ist nach Pythagoras

$$BT = \sqrt{(r+h)^2 - r^2}$$
$$= \sqrt{2rh + h^2}.$$

Da aber h^2 gegen $2rh$ verschwindend klein ist, und man deshalb h^2 vernachlässigen kann, so wird $BT = \sqrt{2rh} = \sqrt{2r} \cdot \sqrt{h}$.

Setzt man diesen Wert in Gleichung I ein, so wird

$$\tan HBT = \frac{\sqrt{2r} \cdot \sqrt{h}}{r}$$

$$\text{oder } \tan \text{Kimmtiefe} = \sqrt{\frac{2}{r}} \cdot \sqrt{h}\,.$$

Weil die Kimmtiefe nur klein ist, man also statt tang Kimmtiefe setzen kann: Kimmtiefe in Sekunden mal tang 1″, so erhält man

Kimmtiefe in Sekunden $= \frac{1}{\operatorname{tang} 1''}\sqrt{\frac{2}{r}} \cdot \sqrt{h}$, und wenn man den Wert der unveränderlichen Faktoren berechnet, indem man den Erdhalbmesser zu 6 366 738 m annimmt, so ergibt sich

wahre Kimmtiefe in Sekunden $= 115{,}61 \cdot \sqrt{h}$ . . . . II).

Wegen der Strahlenbrechung (vgl. § 289), die alle Gegenstände, also auch die Kimm zu heben scheint, ist die wahre Kimmtiefe um den Betrag der Wirkung der Strahlenbrechung zu verkleinern. Ist BK die durch die Wirkung der Strahlenbrechung gehobene Tangente, so ist $\angle HBK$ die scheinbare Kimmtiefe und $\angle KBT$ der Betrag der Strahlenbrechung, die irdische Refraktion. Delambre hat im Mittel aus mehreren Beobachtungen, die aber weder gleichzeitig noch mit Berücksichtigung des verschiedenen Zustandes der Atmosphäre gemacht sind, den Koeffizienten, womit man die Kimmtiefe zu multiplizieren hat, um die irdische Refraktion zu erhalten, = 0,08 gefunden. Mithin ist, wenn K die wahre und K' die scheinbare Kimmtiefe bezeichnet,

$$K' = K - 0{,}08 \cdot K$$
$$= K(1 - 0{,}08)$$
$$= 0{,}92 \cdot K\,.$$

Setzt man den Wert für K aus Gleichung II hier ein, so wird

scheinbare Kimmtiefe″ $= 106{,}36 \cdot \sqrt{h}$ . . . . III).

Nach dieser Formel ist die Tafel 7 berechnet, in die man mit der in Metern gegebenen Augeshöhe einzugehen hat, um die scheinbare Kimmtiefe zu erhalten. Die aus dieser Tafel entnommenen Werte sind aber wegen des zugrunde gelegten mittleren Refraktionskoeffizienten nur Mittelwerte, die von den wirklichen Werten der scheinbaren Kimmtiefe bedeutend abweichen können. Denn da die Strahlenbrechung von der Dichtigkeit der Luftschichten, durch die der Lichtstrahl von der Kimm nach dem Auge des Beobachters geht, abhängig ist, so muß sich auch die Kimmtiefe mit dem Temperaturunterschiede zwischen Wasser und Luft ändern. Dieser Unterschied ist es, der hauptsächlich die Veränderlichkeit der Kimmtiefe bedingt, während der Luftdruck, die Feuchtigkeit oder Bewölkung nicht merklich darauf einwirken. Man muß daher die aus Tafel 7 entnommenen Werte, die selbst dann fehlerhaft sein können, wenn Wasser und Luft dieselbe Temperatur haben, noch für den Unterschied der Wasser- und Lufttemperatur berichtigen. Diese Berichtigung kann man aus Tafel 15b des nautischen Jahrbuchs entnehmen, die zu der aus Tafel 7 entnommenen Kimmtiefe zu addieren, wenn das Wasser wärmer als die Luft ist, im umgekehrten Falle dagegen von der Kimmtiefe zu subtrahieren ist. Die so erhaltene Kimmtiefe kann aber nur dann als ziemlich richtig angesehen werden, wenn eine Brise von mindestens der Stärke 3 der Beaufortschen Skala die Luft gut durchmischt. Bei schwächerem Winde kann warme Luft in der Augeshöhe über der kälteren Luft an der Wasseroberfläche gelagert bleiben, wodurch eine besonders starke Hebung der Kimm verursacht wird, und es sind in solchen Fällen Fehler bis zu 10 Minuten in der Kimmtiefe beobachtet worden.

Steht nun ein Gestirn G in dem Vertikalkreise, der durch den Punkt T der Kimm geht, so ist GBK die vom Beobachter in B über der Kimm gemessene Höhe dieses Gestirns,

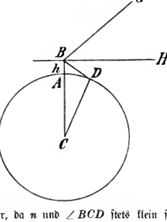
und es ist ersichtlich, daß man die scheinbare Kimmtiefe HBK von der gemessenen Höhe abziehen muß, um die scheinbare Höhe GBH zu erhalten.

Wegen der Unsicherheit der scheinbaren Kimmtiefe können die aus Kimmabständen ermittelten Höhen nicht immer zuverlässig sein, da ein Fehler in der Kimmtiefe einen gleich großen Fehler in der Höhe verursacht. Man wird also, um sicher zu gehen, auf einen Fehler von 1 bis 2 Minuten, selbst unter günstigen Umständen und bei Berücksichtigung des Temperaturunterschiedes zwischen Wasser und Luft, und bei ungünstigen Verhältnissen auf einen noch größeren Höhenfehler zu rechnen haben. Eine weitere Unsicherheit in der Kimmtiefe und also auch in der Höhe entsteht durch das Heben und Senken des Schiffs auf See, wodurch die Augeshöhe fortwährend verändert und eine genaue Angabe dieser Höhe unmöglich wird.

Wenn man die Höhe über einer innerhalb der Kimm liegenden Strandlinie mißt, so hat man statt der Kimmtiefe die sogenannte Strandtiefe von der gemessenen Höhe zu subtrahieren, um die scheinbare Höhe zu erhalten.

Ist (Fig. 223) BD die Entfernung des Beobachters von der als Kimm angenommenen Strandlinie, während im übrigen die Linien und Punkte dieselbe Bedeutung haben wie in Fig. 222, so ist die gemessene Höhe eines Gestirns in G, das in dem durch BD gedachten Vertikalkreise steht $= \angle DBG$. Von diesem Winkel ist $\angle HBD$, die Strandtiefe, zu subtrahieren, um die scheinbare Höhe HBG zu erhalten.

Fig. 223.



Zieht man CD, und ist BD in Seemeilen bekannt, so enthält $\angle BCD$ ebensoviele Minuten als BD Seemeilen. Bezeichnet h wieder die Augeshöhe AB, und r den Erdhalbmesser, so verhält sich, wenn man den halben Unterschied der Winkel CBD und $CDB = n$ setzt,

$$2r + h : h = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} BCD : \operatorname{tang} n\,,$$

also ist

$$\operatorname{tang} n = \frac{h}{2r+h} \cdot \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} BCD$$
$$= \frac{h}{2r+h} \cdot \frac{1}{\operatorname{tang} \frac{1}{2} BCD}$$

oder, da n und $\angle BCD$ stets klein sein werden, so hat man, r und h in Metern und n in Minuten ausgedrückt:

$$n' = \frac{h}{2 \cdot 6366738} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2} BCD \cdot \operatorname{tang}^2 1'}$$
$$= \frac{h}{\angle BCD} \cdot \frac{1}{6366738 \cdot \operatorname{tang}^2 1'}$$
$$= \frac{h}{\angle BCD} \cdot 1{,}8562\,.$$

Es ist ferner $\angle CBD = 90^\circ - \frac{1}{2} BCD - n$ und auch $= 90^\circ - HBD = 90^\circ -$ Strandtiefe, folglich ist

wahre Strandtiefe in Minuten $= n' + \frac{1}{2} BCD$

$$= \frac{h}{BCD \text{ in Minuten}} \cdot 1{,}8562 + \tfrac{1}{2} BCD\,.$$

Durch die irdische Strahlenbrechung wird die wahre Strandtiefe ungefähr um den 0,08ten Teil des Abstands der Kimm verkleinert, und man findet daher scheinbare Strandtiefe in Minuten

$$= \frac{h}{\text{Abst. d. Strandl. in Sm.}} \cdot 1{,}8562 + \frac{\text{Abst. d. Strandl. in Sm.}}{2} - \text{Abst. d. Strandl. in Sm.} \cdot 0{,}08$$

$$= \frac{h}{\text{Abst. d. Strandl. in Sm.}} \cdot 1{,}8562 + \frac{\text{Abst. d. Strandl. in Sm.}}{2} - \frac{\text{Abst. d. Strandl. in Sm.} \cdot 0{,}16}{2}$$

$$= \frac{h}{\text{Abst. d. Strandl. in Sm.}} \cdot 1{,}8562 + \frac{\text{Abst. d. Strandl. in Sm.}}{2} \cdot 0{,}84$$

$$= \frac{h}{\text{Abst. d. Strandl. in Sm.}} \cdot 1{,}8562 + \text{Abst. d. Strandl. in Sm.} \cdot 0{,}42 \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{IV}).$$

Nach Formel IV ist die nautische Tafel 8 berechnet.

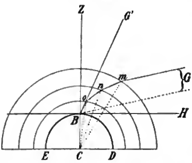
Beispiel. Die Entfernung des Strandes sei 2 Seemeilen, die Augeshöhe 8,2 m; es soll die scheinbare Strandtiefe berechnet werden.

$$\frac{8{,}2}{2} \cdot 1{,}8562 + 2 \cdot 0{,}42 = 7{,}61 + 0{,}84$$
$$= 8'{,}45$$
$$= 8'\,27''.$$

Anmerkung. Aus einer über dem künstlichen Horizont beobachteten Höhe findet man nach § 238 die scheinbare Höhe, indem man zunächst die Indexkorrektion auf die Ablesung anbringt und die so erhaltene Doppelhöhe durch 2 dividiert.

§ 289. Die Strahlenbrechung. Da die Erde von Luft umgeben ist, und diese Luft desto dünner wird, je weiter sie von der Erdoberfläche entfernt ist, so muß ein Lichtstrahl, der von einem Gestirn in unser Auge kommt, dem in § 196 erklärten Brechungsgesetze zufolge beim Eintritt in die Atmosphäre der Erde dem Einfallslote zu gebrochen werden. Um die Wirkung dieser Brechung des Lichts zu erklären, bedenke man, daß die Luft, wie andere Körper, schwer und elastisch ist und ihre Dichtigkeit dem Gewichte, das sie trägt, proportional ist. Mithin muß die Dichtigkeit der Luft sich sehr nahe dem Drucke oder der Barometerhöhe proportional ändern, woraus ferner folgt, daß bei derselben Temperatur die unteren Schichten der Atmosphäre dichter sein müssen als die oberen, deren Gewicht die unteren Schichten zusammendrückt.

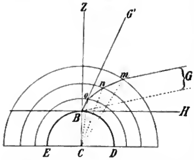
Fig. 224



In Fig. 224 sei C der Mittelpunkt der Erde, deren Oberfläche durch EBD dargestellt sei, Z das Zenit eines Beobachters in B und BH dessen scheinbarer Horizont. Denkt man sich nun die Atmosphäre aus mehreren Schichten von verschiedener Dichtigkeit bestehend, wie die konzentrischen Kreise dies andeuten sollen, jedoch so, daß innerhalb derselben Schicht dieselbe Dichtigkeit bestände, so würde der von einem in G stehenden Gestirn kommende Lichtstrahl in der gebrochenen Linie $GmnoB$ ins Auge des Beobachters gelangen. Da aber in Wirklichkeit die Dichtigkeit der Luft von der Grenze der Atmosphäre nach der Erdoberfläche zu allmählich zunimmt, so ist der Weg des Lichtstrahls in der Atmosphäre keine gebrochene sondern eine krumme Linie, die durch die punktierte Kurve mB dargestellt ist. Wenn nun diese Kurve das Auge des Beobachters in B trifft, so wird dieser das Gestirn nach der letzten Richtung des Strahls, also in der Richtung BG', der Tangente an die Kurve, sehen, mithin nicht in G sondern in G'.

Durch die Brechung des Lichtstrahls in der Atmosphäre erscheint demnach das Gestirn in G um den Winkel GBG' gehoben, und dieser Winkel heißt astronomische

Fig. 224.



Strahlenbrechung oder Refraktion. Um also die für Strahlenbrechung berichtigte scheinbare Höhe, den Winkel *GBH* zu erhalten, muß man die Strahlenbrechung stets von der scheinbaren Höhe *G'BH* subtrahieren.

Für ein Gestirn im Zenit *Z* ist die Strahlenbrechung $= 0$, weil von hier aus der Lichtstrahl die Luftschichten senkrecht trifft und folglich keine Brechung erleidet. Steht dagegen das Gestirn im Horizont, in *H*, so fällt der ins Auge des Beobachters gelangende Strahl unter dem möglichst größten Einfallswinkel auf die Luftschichten und wird daher auch am stärksten gebrochen. Die Strahlenbrechung im Horizont oder für 0° Höhe ist demnach die größte und beträgt ungefähr $\frac{1}{2}$ Grad.

Die bei einem mittleren Stande des Barometers und Thermometers stattfindende Strahlenbrechung wird die mittlere genannt. Ihr Wert ist aus der Tafel 9 mit der scheinbaren Höhe als Eingang zu entnehmen; dieser Tafel ist der Barometerstand von 751,8 mm und der Thermometerstand von 10° C. zugrunde gelegt.

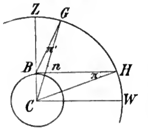
Da die Strahlenbrechung desto größer ist, je dichter die Luft ist, so muß bei einem höheren Barometerstande und einem niedrigeren Thermometerstande die wahre astronomische Strahlenbrechung größer sein als die mittlere, dagegen kleiner im umgekehrten Falle. Die deshalb auf die mittlere Strahlenbrechung anzubringenden Berichtigungen sind aus zwei besonderen Tafeln unter Nr. 13 zu entnehmen. Addiert man diese Berichtigungen ihrem Vorzeichen gemäß zur mittleren Strahlenbrechung, so erhält man die wahre Strahlenbrechung.

§ 290. Die Parallaxe.

A. Die Erde als Kugel betrachtet.

In den nautischen Jahrbüchern werden die Rektaszensionen, Deklinationen usw. der Gestirne so gegeben, als sähe man diese Gestirne aus dem Mittelpunkte der Erde. Um daher diese Angaben zur Berechnung der von der Erdoberfläche aus gemachten Beobachtungen verwerten zu können, muß man den Winkel kennen, der von den zwei Linien gebildet wird, die aus dem Mittelpunkte des Gestirns nach dem Beobachtungsorte und dem Erdmittelpunkte gehen. Dieser Winkel heißt die Parallaxe des Gestirns.

Fig. 225.



Es sei in Fig. 225 *C* der Erdmittelpunkt, *B* der Ort des Beobachters auf der Erde, so ist *BC* die Richtung der Schwere dieses Orts und *Z* sein Zenit, *CW* stelle den wahren und *BH* den scheinbaren Horizont dar. Ist nun *ZCW* die Vertikalebene des Gestirns, so ist die für Strahlenbrechung berichtigte scheinbare Höhe des Gestirns in $H = 0$, während seine wahre Höhe der Winkel *HCW* ist. Da dieser Winkel $= \angle BHC$ ist, so ist für das Gestirn im scheinbaren Horizont die wahre Höhe $= \angle BHC$. Dieser Winkel, der mit π bezeichnet werde, heißt die Horizontalparallaxe des Gestirns. Ihre Größe ist abhängig von der Entfernung des Gestirns von der Erde und zwar je größer die Entfernung, desto kleiner ist die Horizontalparallaxe.

Da das Dreieck CBH rechtwinklig ist, so ergibt sich die Gleichung

$$\sin\pi = \frac{BC}{CH}$$

und wenn r den Halbmesser BC der Erde und d die Entfernung CH bezeichnet, so ist

$$\sin\pi = \frac{r}{d} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I).}$$

Hiernach hat unter allen Gestirnen der Mond die größte Parallaxe, weil er der Erde am nächsten ist, während die Parallaxe der Fixsterne $= 0$ wird, weil im Vergleich zu deren ungeheuren Entfernungen der Halbmesser der Erde als Punkt betrachtet werden kann.

Steht das Gestirn in G, so ist $\angle HBG$ die scheinbare und WCG die wahre Höhe; die erste werde mit h und die zweite mit H bezeichnet.

Da $\quad H = \angle n$ ist, weil $CW \parallel BH$

und $\quad h + \angle BGC = \angle n$ (n ist Außenwinkel am $\triangle BGn$),

so ist $\quad H = h + \angle BGC \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad$ II).

Der Winkel BGC heißt die Höhenparallaxe des Gestirns und wird mit π' bezeichnet.

Man hat also nach Gleichung II die Höhenparallaxe zur scheinbaren Höhe zu addieren, um die wahre Höhe zu erhalten.

Die Horizontalparallaxe π der Gestirne ist im nautischen Jahrbuche gegeben; um aus ihr die Höhenparallaxe π' herzuleiten, erhält man aus dem Dreieck BCG die Proportion

$$CG : CB = \sin CBG : \sin\pi' .$$

Es ist $\angle CBG = 90° + h$, also $\sin CBG = \cos h$; diesen Wert und für CG und CB die vorhin gewählten Bezeichnungen, nämlich d und r, eingesetzt, gibt:

$$d : r = \cos h : \sin\pi',$$

also $$\sin\pi' = \frac{r}{d}\cdot\cos h .$$

Nach Gleichung I ist $$\sin\pi = \frac{r}{d},$$

mithin $$\sin\pi' = \sin\pi\cdot\cos h \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{III).}$$

Da die Horizontalparallaxe des Mondes ungefähr 1° groß ist, so kann man hier die Sinus der Winkel mit den Bogen vertauschen, und es wird somit

$$\pi' = \pi\cdot\cos h \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{IV).}$$

Nach dieser Formel ist Tafel 10 für die Horizontalparallaxe der Sonne $= 8'',80$ berechnet, ebenso die Tafeln 18 und 20. Die erste gibt die Höhenparallaxe der Planeten und die zweite die Höhenparallaxe des Mondes weniger der mittleren Strahlenbrechung.

B. Mit Rücksicht auf die sphäroidische Gestalt der Erde.

1. Äquatoreale und lokale Horizontalparallaxe.

Da die Erde keine vollkommene Kugel ist, wie bisher angenommen wurde, sondern ein an den Polen abgeplattetes Sphäroid, so können auch nicht alle Erdhalbmesser einander gleich sein; diese müssen vielmehr vom Äquator, der den größten Halbmesser hat, nach den Polen zu immer kürzer werden. Daher muß auch die Horizontalparallaxe eines Gestirns für Orte auf verschiedener Breite verschieden sein, weil die Erdhalbmesser von solchen

Orten von ungleicher Länge sind, und sie wird ihren größten Wert erreichen, wenn der Beobachter auf dem Äquator ist. Dieser Winkel, unter dem der Äquatorhalbmesser vom Gestirn aus erscheint, wenn dieses im scheinbaren Horizont steht, wird die Äquatoreal-Horizontalparallaxe genannt, dagegen heißt die Horizontalparallaxe lokal, wenn der Beobachter an irgend einem Orte, der nicht auf dem Äquator gelegen ist, sich befindet.

Bezeichnet a den Halbmesser des Äquators, r irgend einen anderen Erdhalbmesser, p die Äquatoreal- und p' die lokale Horizontalparallaxe, so hat man nach Gleichung I

$$\sin p = \frac{a}{d}$$

und

$$\sin p' = \frac{r}{d}$$

dividiert, $\sin p : \sin p' = a : r$; oder, weil p und p' nur klein sind,

$$p : p' = a : r.$$

Hiernach sind also die Horizontalparallaxen eines Gestirns den zugehörigen Erdhalbmessern proportional. Setzt man den Äquatorhalbmesser $= 1$, so wird

$$p' = r \cdot p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{V}).$$

Um zu finden, wie weit der Unterschied zwischen der Äquatoreal- und lokalen Horizontalparallaxe zu berücksichtigen ist, kann man nach V die kleinste unter allen Horizontalparallaxen eines Gestirns leicht ermitteln, nämlich die, die sich auf den Erdpol als Standpunkt des Beobachters bezieht. Da die Abplattung der Erde in der Navigation $= \frac{1}{300}$ angenommen wird, so ist, wenn r die halbe Erdachse bezeichnet, für den Äquatorhalbmesser $= 1$, $r = 1 - \frac{1}{300}$, setzt man diesen Wert in V ein, so ist

$$p' = p(1 - \tfrac{1}{300})$$

$$p' = p - \tfrac{1}{300} \cdot p.$$

Die Äquatoreal-Horizontalparallaxe des Mondes schwankt je nach seiner Entfernung von der Erde zwischen 54 und 61 Minuten; demnach ist $\frac{1}{300} \cdot 54' = 10'',8$ = dem Unterschiede zwischen der Äquatoreal- und der lokalen Horizontalparallaxe für den Pol. Unter den Planeten hat die Venus die größte Parallaxe, etwa 33″, also $\frac{1}{300} \cdot 33'' = 0'',11$.

Die größte Parallaxe der Sonne ist etwa 9″, folglich

$$\tfrac{1}{300} \cdot 9'' = 0'',03.$$

Aus diesen Unterschieden ersieht man, daß in der Navigation die Abplattung der Erde nur bei der Parallaxe des Mondes in Betracht kommen kann.

Um für irgend einen Ort, dessen geographische Breite bekannt ist, die lokale Horizontalparallaxe des Mondes aus seiner äquatorealen finden zu können, muß zunächst der Erdhalbmesser jenes Orts berechnet werden. Es bezeichne φ die geographische, φ' die geozentrische Breite des Orts, r den Erdhalbmesser für den Ort, a den Äquatorhalbmesser und b die halbe Erdachse, so ist nach § 67

$$\operatorname{tang} \varphi' = \operatorname{tang} \varphi \cdot \frac{b^2}{a^2}.$$

Hiernach oder nach Tafel 21 kann φ' gefunden werden.

Schließlich ist nach § 70 Formel 2)

$$r = a \sqrt{\frac{\cos \varphi}{\cos \varphi' \cdot \cos (\varphi - \varphi')}}$$

und wenn man den Äquatorhalbmesser $a = 1$ setzt,

$$r = \sqrt{\frac{\cos\varphi}{\cos\varphi' \cdot \cos(\varphi - \varphi')}}.$$

Setzt man dann den nach dieser Gleichung gefundenen Wert des Erdhalbmessers in Gleichung V ein, so erhält man daraus die gesuchte lokale Horizontalparallaxe.

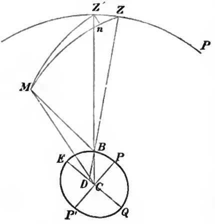
Die nautische Tafel 22 enthält für $\frac{1}{310}$ Abplattung den Unterschied zwischen der äquatorealen und lokalen Horizontalparallaxe des Mondes, den man nach obigem von der äquatorealen abzuziehen hat, um die lokale Horizontalparallaxe zu erhalten. Die Eingänge dieser Tafel sind die Äquatoreal-Horizontalparallaxe des Mondes und die geographische Breite des Orts.

2. Berechnung der lokalen Höhenparallaxe.

Wegen der sphäroidischen Gestalt der Erde geht die Ebene, in der die Gesichtslinien vom Mittelpunkte der Erde und vom Beobachtungsorte nach dem Gestirn liegen, nicht durch das Zenit des Beobachtungsorts sondern durch den Punkt, wo der verlängerte Erdhalbmesser des Beobachtungsorts die Himmelskugel trifft. Es wird daher auch der unter A entwickelte Ausdruck für die Höhenparallaxe nicht streng richtig sein, und zugleich wird auch das Azimut des Gestirns durch die Parallaxe geändert.

Um die genaue Höhenparallaxe zu finden, sei in Fig. 226 $EBPQ$ ein Erdmeridian der sphäroidischen Erde, BD die Richtung der Schwere für den Ort B, also Z dessen Zenit und Z' der Punkt, wo der verlängerte Erdhalbmesser des Orts B die Himmelskugel trifft; dieser Punkt heißt das **geozentrische Zenit**. Ist M der für Strahlenbrechung berichtigte scheinbare Ort eines Gestirns, so ist $\angle MBZ$ die scheinbare Zenitdistanz, das Komplement der durch die Beobachtung erhaltenen scheinbaren Höhe; der $\angle MBZ'$ aber ist die scheinbare Entfernung des Gestirns vom geozentrischen Zenit, deren Komplement, also $90° - \angle MBZ'$, der Kürze wegen als scheinbare geozentrische Höhe bezeichnet werde. Der Winkel MCZ' oder der Bogen MZ' ist die wahre Distanz des Gestirns vom geozentrischen Zenit, ihr Komplement heiße die wahre geozentrische Höhe.

Fig. 226



Ist EQ der Äquatordurchmesser der Erde, so ist $\angle BDE$ die geographische (φ), und $\angle BCE$ die geozentrische Breite (φ') des Orts B, also $\angle DBC = \varphi - \varphi' =$ Bogen ZZ'. Beide Zenite liegen im Himmelsmeridian, das geozentrische Zenit Z' liegt stets näher dem Äquator als Z, und der Winkel $Z'ZM = A$ ist das wahre Azimut des Gestirns M, von dem mit der Breite ungleichnamigen Pol aus gezählt.

Fällt man nun aus Z' den Bogen $Z'n$ senkrecht auf ZM, so wird man das kleine sphärische Dreieck $ZZ'n$, dessen Seite $Z'Z$ stets kleiner als 12′ ist, als ein ebenes Dreieck

ansehen können; hieraus ergibt sich:

$$Zn = Z'Z \cdot \cos A$$

oder

$$Zn = (\varphi - \varphi') \cdot \cos A \quad \text{VI).}$$

Wie das wahre Azimut (A) eines Gestirns berechnet werden kann, wird später gezeigt werden, für diesen Zweck hier genügt es, wenn das Azimut durch eine Peilung des Gestirns vermittels des Kompasses bestimmt wird.

Will man das Azimut von dem mit der Breite gleichnamigen Pol aus rechnen, auf Nord Breite also von Nord, auf Süd Breite von Süd aus, so kann man statt $\varphi - \varphi'$ die stets negative Differenz $\varphi' - \varphi$ setzen; nimmt man dann Rücksicht auf das Zeichen von $\cos A$, so zeigt die Figur, daß $(\varphi' - \varphi) \cdot \cos A$ von der scheinbaren Zenitdistanz algebraisch zu subtrahieren ist, um die scheinbare Distanz vom geozentrischen Zenit zu erhalten, mithin zur scheinbaren Höhe algebraisch addiert werden muß, wenn man dieselbe geozentrische Höhe haben will.

Mit der so gefundenen scheinbaren geozentrischen Höhe kann man nach den Formeln III oder IV die lokale Höhenparallaxe des Mondes berechnen, wenn man für π die lokale Horizontalparallaxe p' und für h die scheinbare geozentrische Höhe h' einsetzt.

Anmerkung. Der Fehler, der in der lokalen Höhenparallaxe dadurch entsteht, daß man statt der scheinbaren geozentrischen die scheinbare Höhe nimmt, ist am größten, wenn die Breite 45°, das Gestirn im Meridian und zugleich die Höhe wie die Horizontalparallaxe möglichst groß sind.

Für den Mond beträgt dieser größte Fehler 11″,8. Für alle übrigen Gestirne wird dieser Fehler so unbedeutend, daß man bei Berechnung der Höhenparallaxe stets die scheinbare Höhe nehmen kann.

§ 291. Halbmesser der Gestirne. Wenn man die Höhe eines Gestirns, das eine sichtbare Scheibe hat, beobachten will, so wird nicht die Mittelpunktshöhe sondern die Höhe des unteren oder die des oberen Randes der Scheibe gemessen. Auf diese beobachtete Randhöhe ist dann der Winkel anzuwenden, unter dem der Halbmesser der Scheibe erscheint, und zwar ist dieser Winkel zur beobachteten Höhe des unteren Randes zu addieren, dagegen von der Höhe des Oberrands zu subtrahieren. Da der Winkel, unter dem man einen Gegenstand sieht, desto größer ist, je näher man sich diesem Gegenstande befindet, so muß auch der Halbmesser eines Gestirns von der Erdoberfläche aus größer erscheinen als vom Mittelpunkte der Erde.

Der Winkel, unter dem der Halbmesser des Gestirns vom Mittelpunkte der Erde aus gesehen würde, wird der wahre Halbmesser des Gestirns genannt, während scheinbarer Halbmesser der Winkel ist, unter dem er dem Beobachter auf der Erdoberfläche erscheint.

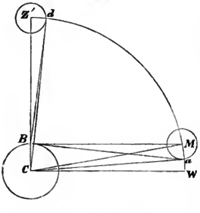
Die wahren Halbmesser der Gestirne werden in den nautischen Jahrbüchern gegeben, aus ihnen werden die scheinbaren Halbmesser durch Rechnung gefunden. Da das Sextantenfernrohr nicht so sehr vergrößert, daß man die Planeten als Scheiben sieht, so kommen deren Halbmesser hier nicht weiter in Betracht; nur bei Sonnen- und Mondbeobachtungen sind die Halbmesser in Anwendung zu bringen.

Der wahre Halbmesser der Sonne beträgt im Mittel 16′ und verändert sich wegen der bald größeren und kleineren Entfernung der Erde von der Sonne ungefähr 30″, der Mondhalbmesser dagegen, der im Mittel 15¾′ beträgt, verändert sich nahe 2′.

Auf den wahren Halbmesser des Mondes sind zwei Werte anzuwenden, um den scheinbaren Halbmesser zu erhalten; erstens die Vergrößerung, die daher kommt, daß

das Gestirn dem Beobachter näher ist, als dem Mittelpunkte der Erde, und zweitens die Verkürzung des Halbmessers, die durch die ungleiche Wirkung der Strahlenbrechung entsteht, wie weiterhin gezeigt werden wird.

Fig. 227.

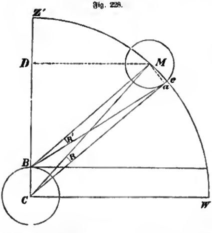


Auf den wahren Halbmesser der Sonne ist nur die Verkürzung anzuwenden, um den scheinbaren Halbmesser zu erhalten, da gegen die Entfernung der Sonne der Halbmesser der Erde so klein ist, daß die Vergrößerung als zu unbedeutend außer acht gelassen werden kann.

1. Die Vergrößerung des Mondhalbmessers zu bestimmen.

In Fig. 227 sei C der Mittelpunkt der Erde, B ein Beobachter, Z' in der Verlängerung des Erdhalbmessers BC, also das geozentrische Zenit des Beobachters, und BM und CW seien senkrecht zu CZ'. Beschreibt man nun mit CZ' als Halbmesser von C aus einen Kreis, so ist klar, daß der Halbmesser des Mondes aus C gesehen, also der wahre Mondhalbmesser, immer unverändert bleibt, wo auch der Mond in jenem Kreise stehen möge. Steht der Mond in M, so ist $\angle MCa$ sein wahrer und $\angle MBa$ sein scheinbarer Halbmesser; beide Halbmesser werden hier fast gleich sein, da die Entfernungen des Mondes in M von C und B nahe gleich sind; die Vergrößerung ist hier also $= 0$. Anders ist es dagegen, wenn der Mond in Z' steht. Hier ist er dem Beobachter in B um den ganzen Erdhalbmesser näher als dem Mittelpunkte C, und da die Entfernung des Mondes ungefähr 60 Erdhalbmesser beträgt, so muß hier der scheinbare Halbmesser $Z'Bd$ etwa $\frac{1}{60}$ größer sein als der wahre Halbmesser $Z'Cd$; ist dieser z. B. 16′, so beträgt die Vergrößerung demnach 16″. Die Vergrößerung des Mondhalbmessers nimmt also mit der Höhe des Mondes zu. Um diese zu bestimmen, habe Fig. 228 dieselbe Bedeutung wie die vorige Fig. 227, M sei der für Strahlenbrechung berichtigte Ort des Mondmittelpunkts, Ba und Ce seien Tangenten von B und C an den Mondrand gezogen, also $\angle MCe$ der wahre Halbmesser, der mit R, und $\angle MBa$ der scheinbare Halbmesser, der mit R' bezeichnet werde. Aus den bei a und e rechtwinkligen Dreiecken ergibt sich

Fig. 228.



$$Ma = BM \cdot \sin R'$$

und $$Me = CM \cdot \sin R, \text{ und da } Ma = Me \text{ ist,}$$

so ist auch $$BM \cdot \sin R' = CM \cdot \sin R$$

oder $$\sin R' : \sin R = CM : BM \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I).}$$

Fällt man von M, dem Mondmittelpunkte, eine Senkrechte auf den verlängerten Erdhalbmesser BC, so erhält man aus den beiden bei D rechtwinkligen Dreiecken BDM und CDM die Gleichungen:

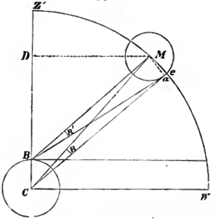
$$DM = BM \cdot \sin \angle Z'BM$$

und
$$DM = CM \cdot \sin \angle Z'CM\,,$$

also
$$BM \cdot \sin \angle Z'BM = CM \cdot \sin \angle Z'CM\,.$$

Es ist $\angle Z'BM$ die scheinbare Entfernung des Mondes vom geozentrischen Zenit, die mit z' bezeichnet werde, und $\angle Z'CM$ ist die wahre geozentrische Zenitdistanz, diese sei Z'; mit diesen Bezeichnungen erhält man aus obiger Gleichung die Proportion:

Fig. 228



$$\sin z' : \sin Z' = CM : BM\,;$$

nach I) ist
$$\sin R' : \sin R = CM : BM\,,$$

also
$$\sin R' : \sin R = \sin z' : \sin Z'$$

oder, wenn man statt der Zenitdistanzen die Komplemente einführt, und diese mit h' und H' bezeichnet,

$$\frac{\sin R'}{\sin R} = \frac{\cos h'}{\cos H'} \quad \ldots\ldots \quad \text{II}),$$

oder da die Halbmesser nur kleine Winkel sind,

$$\frac{R'}{R} = \frac{\cos h'}{\cos H'}\,,$$

folglich
$$R' = R \cdot \frac{\cos h'}{\cos H'} \quad \ldots \quad \text{III}).$$

Nach dieser Gleichung kann R' berechnet werden.

Tafel 12 enthält die Vergrößerung des Mondhalbmessers, die zu dem aus dem nautischen Jahrbuch entnommenen wahren Mondhalbmesser zuzulegen ist, um den scheinbaren Halbmesser zu erhalten.

2. Die Verkürzung des Halbmessers der Sonne oder des Mondes zu bestimmen.

Die Verkürzung dieser Halbmesser entsteht dadurch, daß die Strahlenbrechung mit der Höhe abnimmt, der Oberrand weniger als der Mittelpunkt, und dieser wieder weniger als der Unterrand durch die Strahlenbrechung gehoben wird, wodurch die sonst runde Scheibe dieser Himmelskörper eine elliptische Form annimmt, deren untere Hälfte etwas mehr exzentrisch als die obere ist.

Die Verkürzung des horizontalen Halbmessers ist so unbedeutend, daß sie hier übergangen werden kann; denn da die Strahlenbrechung bei gleichen Höhen gleich ist, so werden auch sämtliche Punkte des horizontalen Halbmessers durch die Strahlenbrechung gleich stark gehoben, so daß eine zu beachtende Verkürzung nicht entstehen kann.

Die Verkürzung des vertikalen Halbmessers ist gleich dem Unterschiede der Strahlenbrechung für die Höhe des obersten Punktes und des Mittelpunkts, oder für die Höhe des Mittel- und des untersten Punktes der Sonnen- und Mondscheibe. Bei kleineren Höhen muß die Verkürzung also größer sein als bei größeren Höhen, weil die Strahlenbrechung bei kleineren Höhen stärker verändert als bei größeren Höhen. Ist die Strahlenbrechung

für die scheinbare Höhe des Unter- und Oberrands gleich der Strahlenbrechung für die scheinbare Höhe des Mittelpunkts, so ist die Verkürzung = 0.

Beispiel 1. Der Halbmesser sei 16′; man soll die Verkürzung des oberen vertikalen Halbmessers finden, wenn die scheinbare Mittelpunktshöhe = 0 ist.

Nach Tafel 9. ist die mittl. Strb. bei 0° Höhe . . = 34′ 45″
" " " " " " " " 0° 16′ Höhe = 31′ 31″
Verkürzung = 3′ 14″,

also ist der durch die Strahlenbrechung veränderte genäherte vertikale Halbmesser = 12′ 46″.

Man sollte aber hiernach die Strahlenbrechung nicht für 0° 16′, sondern für 0° 12′ 46″ gesucht haben, also:

Strahlenbrechung für 0° Höhe . . . . = 34′ 45″
" " 0° 12′ 46″ Höhe = 32′ 8″.
Verkürznng = 2′ 37″.

Bezeichnet d' den verkürzten Durchmesser, so ist also $\frac{1}{2} d' = 13' 23''$.

Wenn man die Rechnung noch einmal wiederholt, indem man die zweite Strahlenbrechung für 13′ 23″ nimmt, so erhält man die Verkürzung = 2′ 45″ und $\frac{1}{2} d' = 13' 15''$; noch eine Wiederholung gibt die Verkürzung = 2′ 43″ und $\frac{1}{2} d' = 13' 17''$.

Die Verkürzung des vertikalen Halbmessers der Sonne oder des Mondes kann man aus Tafel 50 entnehmen, indem man in diese mit der scheinbaren Höhe und 0° Neigung des Halbmessers gegen den Vertikalkreis eingeht.

VI. Höhenverwandlungen.

§ 292. Aus der beobachteten Höhe die wahre Höhe zu finden.

1. Sonnenhöhen.

Nach V. hat man die Gleichung:

Wahre Höhe = Kimmabstand − Kimmtiefe − Strahlenbrechung + Höhenparallaxe ± wahrer Halbmesser,

und wenn die Höhe über dem künstlichen Horizont beobachtet ist:

$$\text{Wahre Höhe} = \frac{\text{Doppelhöhe}}{2} - \text{Strahlenbrechung} + \text{Höhenparallaxe} \pm \text{wahrer Halbmesser}.$$

Nachdem man auf die abgelesene Höhe die Indexkorrektion angebracht hat, erhält man die beobachtete Höhe.

Von dieser subtrahiere man die aus Tafel 7 zu entnehmende und nötigenfalls mittels Tafel 15b des nautischen Jahrbuchs berichtigte Kimmtiefe, so erhält man die scheinbare Randhöhe. Für diese Höhe entnehme man aus Tafel 9 die mittlere Strahlenbrechung und berichtige diese, wenn es erforderlich sein sollte, mittels Tafel 13. Die so gefundene wahre Strahlenbrechung von der scheinbaren Höhe subtrahiert, gibt die für Strahlenbrechung berichtigte scheinbare Randhöhe. Zu dieser addiere man die aus Tafel 10 entnommene Höhenparallaxe der Sonne, so erhält man die wahre Randhöhe. Je nachdem dies die Unter- oder Oberrandshöhe der Sonne ist, wird der aus dem nautischen Jahrbuch für den Beobachtungstag zu entnehmende Halbmesser der Sonne addiert oder subtrahiert, um die wahre Mittelpunktshöhe der Sonne zu erhalten.

Für die über der Kimm beobachteten Höhen, die 5° und darüber sind, wendet man ein kürzeres Verfahren an, indem man aus Tafel 15 mit den Eingängen „Augeshöhe und Kimmabstand“ die Gesamtberichtigung, nämlich die algebraische Summe der vier Höhenberichtigungen entnimmt. Bei Sonnenunterrandshöhen ist diese Gesamtberichtigung stets

zur beobachteten Höhe zu addieren, weil der Sonnenhalbmesser größer ist als Kimmtiefe und Strahlenbrechung zusammen. Für Sonnenoberrandshöhen findet man die Gesamtberichtigung, indem man den aus Tafel 15 entnommenen Wert von dem doppelten Sonnenhalbmesser subtrahiert. Den Rest subtrahiere man von der beobachteten Höhe, so erhält man die wahre Mittelpunktshöhe der Sonne.

Da bei Berechnung der Tafel 15 der mittlere Wert des Sonnenhalbmessers, nämlich 16′, zugrunde gelegt ist, so muß die „Berichtigung wegen der Änderung des Sonnenhalbmessers“ aus der Hilfstafel am Fuße der Tafel 15 angebracht werden.

Anmerkung. Um bei diesem Verfahren den Einfluß des Temperaturunterschiedes zwischen Wasser und Luft auf die Kimmtiefe zu berücksichtigen, bringt man die Berichtigung aus Tafel 15b des nautischen Jahrbuchs auf die wahre Mittelpunktshöhe mit entgegengesetztem Zeichen an. Ist also das Wasser wärmer als die Luft, so hat man die Berichtigung aus Tafel 15b von der wahren Höhe abzuziehen, im umgekehrten Falle aber zu dieser Höhe zuzulegen.

Beispiel. 1907 den 30. Dezember $\underline{\odot}$ 8° 42′ 15″; Indexkorrektion = −2′ 27″; Augeshöhe = 4,7 m; Barometerstand = 30″,6 engl.; Thermometerstand = +6°,3 C. Es soll die wahre Mittelpunktshöhe der Sonne gefunden werden.

$\underline{\odot}$	= 8° 42′ 15″		
I. K.	= − 2′ 27″		
Beobachtete $\underline{\odot}$ Höhe	= 8° 39′,8	Mittl. Strb. f. 8° 36′	= 6′ 3″
Kimmtiefe	= − 3′,8	Verb. für Bar.	= +13″
Scheinbare $\underline{\odot}$ Höhe	= 8° 36′,0	„ „ Therm.	= + 5″
Wahre Strahlenbrechung	= − 6′,3	. . . Wh. Strb.	= 6′ 21″.
Für Strb. verb. schb. $\underline{\odot}$ Höhe	= 8° 29′,7		
Höhenparallaxe	= + 0′,1		
Wahre $\underline{\odot}$ Höhe	= 8° 29′,8		
Halbmesser	= +16′,3		
Wahre $\ominus$ Höhe	= 8° 46′,1 .		

Man zieht die Rechnung gewöhnlich mehr zusammen und stellt sie wie folgt.

$\underline{\odot}$	= 8° 42′ 15″		
I. K.	= − 2′ 27″		
Beobachtete $\underline{\odot}$ Höhe	= 8° 39′,8	Mittl. Strb.	= 6′ 3″
Kimmtiefe	= − 3′,8	Verb. für Bar.	= +13″
Scheinbare $\underline{\odot}$ Höhe	= 8° 36′,0	„ „ Therm.	= + 5″
Strb. − π′	= − 6′,2	Wh. Strb.	= 6′ 21″
Wahre $\ominus$ Höhe	= 8° 29′,8	⊙ π′	= 9″
⊙ Halbmesser	= +16′,3	Strb. − π′	= 6′ 12″.
Wahre $\ominus$ Höhe	= 8° 46′,1 .		

Nach Tafel 15 stellt sich die Rechnung wie folgt:

$\underline{\odot}$	= 8° 42′ 15″
I. K.	= − 2′ 27″
Beobachtete $\underline{\odot}$ Höhe	= 8° 39′,8
Gesamtberichtigung	= + 6′,5
Wahre $\ominus$ Höhe	= 8° 46′,3 .

Wenn bei der Beobachtung die Temperatur des Wassers = + 12° C. und die der Luft = + 17° C. war, so ist die berichtigte Kimmtiefe (s. § 288) = 3′,8 − 1′,9 = 1′,9 und folglich die ermittelte wahre Höhe um die Berichtigung der Kimmtiefe, hier um 1′,9, zu

klein, die man daher zu der gefundenen Höhe zuzulegen hat, wenn nicht die berichtigte Kimmtiefe angewandt wurde.

Also gefundene ⊖ Höhe	$= 8°46',3$
Aus Taf. 15b N. J. Berichtigung	$= +\ 1',9$
Wahre ⊖ Höhe	$= 8°48',2$.

2. Fixsternhöhen.

Da bei Fixsternen Parallaxe und Halbmesser wegfallen, so ist die

wahre Höhe = Kimmabstand — Kimmtiefe — Strahlenbrechung;

oder **wahre Höhe = $\frac{\text{Doppelhöhe}}{2}$ — Strahlenbrechung.**

Die Gesamtberichtigung für Höhen über 5° entnimmt man aus Tafel 16, die die algebraische Summe von Kimmtiefe und Strahlenbrechung gibt; diese ist stets von der beobachteten Höhe abzuziehen.

Beispiel. Es ist nachstehende Beobachtung gemacht; man soll die wahre Höhe des Sterns finden.

$\check{*}$ 43° 41′ 50″; I. K. = + 8′ 36″; Bar. = 770 mm; Therm. = +15° C.

I. K.	$= +\ 8'36''$	Mittl. Strb.	$= 2'22''$
Doppelhöhe	$= 43°50'26''$	Verb. f. Bar.	$= +\ 4''$
Schb. $*h$	$= 21°55',2$	„ „ Therm.	$= -\ 3''$
Strb.	$= -\ 2',4$	Wh. Strb.	$= 2'23''$.
Wh. $*h$	$= 21°52',8$		

3. Planetenhöhen.

Bei diesen Höhen fällt nur die Anwendung des Halbmessers fort, weil man stets die Höhe des Mittelpunkts beobachtet, es ist also

wahre Höhe = Kimmabstand — Kimmtiefe — Strahlenbrechung + Höhenparallaxe;

oder **wahre Höhe = $\frac{\text{Doppelhöhe}}{2}$ — Strahlenbrechung + Höhenparallaxe.**

Man erhält die Gesamtberichtigung, wenn man den aus Tafel 16 entnommenen Wert um die aus der am Fuße der Tafel befindlichen Hilfstafel zu entnehmende Höhenparallaxe des Planeten verkleinert.

Beispiel. 1907 den 1. April wurde bei 5,3 m Augeshöhe ♀ Mittelpunktshöhe $= 23°50',3$ beobachtet; I. K. $= +2',1$.

Es ist die wahre Höhe zu finden.

♀	$= 23°50',3$	N. J. d. 1/4. ♀ Hor. $\pi = 8''$.	
I. K.	$= +\ 2',1$		
	$23°52',4$		
Kmt.	$= -\ 4',1$	Mittl. Strb.	$= 2'16''$
Schb. ♀ h	$= 23°48',3$	♀ π'	$= 7''$
Strb. $-\pi'$	$= -\ 2',1$	Strb. $-\pi'$	$= 2'\ 3''$.
Wahre ♀ h	$= 23°46',2$.		

Nach Tafel 16 findet man die wahre Höhe wie folgt:

♀	$= 23°50',3$		
I. K.	$= +\ 2',1$	Ber. n. Taf. 16	$= 6',2$
	$23°52',4$	Zusatzber. für π	$= 0',1$
Gesamtber.	$= -\ 6',1$	Gesamtber.	$= 6',1$.
Wh. ♀ h	$= 23°46',3$		

4. Mondhöhen.

Diese werden nach denselben Gleichungen wie für Sonnenhöhen berichtigt.

Durch Anwendung der Indexkorrektion und Kimmtiefe erhält man zunächst aus der abgelesenen Höhe die scheinbare Randhöhe.

Für die Zeit der Beobachtung entnehme man aus dem nautischen Jahrbuch den wahren Halbmesser und die Äquatoreal-Horizontalparallaxe des Mondes. Aus dieser finde man mit Hilfe der Tafel 22 die lokale Horizontalparallaxe. Mit dieser und der scheinbaren Höhe entnehme man aus der Tafel 20 die Höhenparallaxe weniger der mittleren Strahlenbrechung und wende auf diesen Betrag die Berichtigung aus Tafel 13 wegen Barometer- und Thermometerstand mit entgegengesetzten Zeichen der Tafel an. Die entgegengesetzten Zeichen sind deshalb zu nehmen, weil die Mondparallaxe die Strahlenbrechung überwiegt, und die Zeichen der Tafel sich auf die Berichtigung der mittleren Strahlenbrechung beziehen. Die so gefundene Höhenparallaxe weniger der wahren Strahlenbrechung zur scheinbaren Höhe addiert, ergibt die wahre Randhöhe. Je nachdem dies die Unter- oder Oberrandshöhe des Mondes ist, wird der wahre Halbmesser des Mondes addiert oder subtrahiert, um die wahre Mittelpunktshöhe zu erhalten.

Für Mondunterrandshöhen über 5° erhält man die Gesamtberichtigung aus Tafel 17, deren Eingänge der wahre Halbmesser des Mondes und die beobachtete Unterrandshöhe sind. Die Tafel ist für die Augeshöhe von 6 m berechnet, und daher muß der Tafelwert bei einer anderen Augeshöhe mittels des Hilfstäfelchens am Fuße der Tafel berichtigt werden. Da die positiven Glieder der Gleichung, nämlich Höhenparallaxe und Halbmesser stets überwiegen, so ist die Gesamtberichtigung für Unterrandshöhe stets zu addieren.

Für Oberrandshöhen des Mondes ist die Gesamtberichtigung gleich dem Tafelwert weniger dem doppelten Mondhalbmesser.

Beispiel. 1907 den 4. Mai wurde in 48° 0′ N Br. und 21° 39′ W Lg. von Grw. um $8^h 29^m$ mittlere Zeit morgens bei 5 m Augeshöhe die Oberrandshöhe des Mondes = 13° 16′ 30″ über der Kimm beobachtet. I. K. = −2′ 30″. Barometerstand = 762 mm, Lufttemperatur = +3° C., Wassertemperatur = +10° C.

Es soll die wahre Mittelpunktshöhe des Mondes gefunden werden.

☾̄	13° 16′ 30″	Kmt. Taf. 7 =	4′,0
I. K. =	− 2′ 30″	N. J. Taf. 15b =	+2′,6
	13° 14′,0	Ber. Kimmtiefe =	6′,6
	− 6′,6		
Schb. ☾ h =	13° 7′,4		
☾ π' − Strb. =	+ 53′,2		
Wh. ☾̄ h =	14° 0′,6		
Wh. ☾ r =	− 16′,1		
Wh. ☾̵ h =	13° 44′,5		

$8^h 29^m$ mittl. Ortszeit mrgs. d. 4/5.
$+1^h 27^m$ W Lg. in Zeit.
$9^h 56^m$ mittl. Grw. Zeit mrgs. d. 4/5.

N. J. ☾ wh. r = 16′ 7″; ☾ p = 59′ 1″
Ber. f. Abpl. = − 7″
☾ lok. p' = 58′ 54″

Taf. 20:	13° 7′	58′ 54″
	13° 7′	52′ 28″
	54″	+ 53″
	Verb. f. Bar.	− 3″
	„ „ +3° C.	− 6″
	☾ π' − Strb. =	53′ 12″

Nach Tafel 17 stellt sich die Rechnung wie folgt:

☾̄	13° 16′ 30″	Nach Taf. 17: Ber. =	+65′,3
I. K. =	− 2′ 30″	Verb. f. Augeshöhe =	+ 0′,4
	13° 14′,0	☾ Durchmesser	−32′,2
Gesamtber. =	+ 33′,5	Gesamtberichtigung =	+ 33′,5.
	13° 47′,5		
N. J. Taf. 15b:	− 2′,6		
Wh. ☾̵ h =	13° 44′,9		

§ 293. Aus der beobachteten Randhöhe die scheinbare Mittelpunktshöhe zu finden. Nachdem Indexkorrektion und Kimmtiefe auf die abgelesene Höhe über der Kimm angebracht sind, hat man die scheinbare Randhöhe. Je nachdem dies die Unter- oder Oberrandshöhe der Sonne oder des Mondes ist, wird der scheinbare Halbmesser der Sonne oder des Mondes addiert oder subtrahiert, um die scheinbare Mittelpunktshöhe zu erhalten. Bei tiefem Stande der Sonne ist die aus Tafel 50 zu entnehmende Verkürzung des Halbmessers und beim Monde außer dieser Verkürzung noch die Vergrößerung des Halbmessers aus Tafel 12 zu berücksichtigen, um den scheinbaren Halbmesser zu erhalten.

Beispiel 1. 1907 den 15. März beobachtete man $\underline{\odot}$ 7° 55′,5; I. K. = +0′,5; Augeshöhe = 5,9 m, Lufttemperatur = +8° C., Wassertemperatur = −1° C.

Wie groß ist die scheinbare Sonnenmittelpunktshöhe?

$\underline{\odot}$ 7° 55′,5		Wassertemperatur = −1° C.
I. K. = + 0′,5	Kmt. Taf. 7 = 4′,3	Lufttemperatur = +8° C.
7° 56′,0	N. J. Taf. 15b = −3′,3	Wasser- — Lufttemperatur = −9° C.
− 1′,0	Bericht. Kmt. = 1′,0	N. J. $\odot$ Halbm. = 16′ 6″
Schb. $\underline{\odot}$ h = 7° 55′,0		Verkürzung = − 12″
Schb. $\odot$ r = + 15′,9		Schb. $\odot$ Halbm. = 15′ 54″.
Schb. ⊖ h = 8° 10′,9		

Beispiel 2. 1907 den 14. Dezember wurde in 54° 21′ N Br. und 18° 40′ O Lg. v. Grw. die Doppelhöhe des Mondunterrands um $0^h 14^m$ mittlere Ortszeit morgens = 21° 53′ 45″ beobachtet; I. K. = −2′ 40″.

Es ist die scheinbare Mondmittelpunktshöhe zu finden.

$\underline{☾}$ 21° 53′ 45″	$0^h 14^m$ mittl. Ortszeit mrgs. d. 14/12.
I. K. = − 2′ 40″	− $1^h 15^m$ O Lg. in Zeit.
21° 51′,1	$10^h 59^m$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 13/12.
Schb. $\underline{☾}$ h = 10° 55′,6	N. J. ☾ wh. r = 15′ 35″
Schb. ☾ r = + 15′,5	Verkürz. = − 8″
Schb. ☾ h = 11° 11′,1.	Vergrößer. = + 3″
	Schb. ☾ r = 15′ 30″.

§ 294. Aus der berechneten wahren Höhe die scheinbare Höhe zu finden. Diese Verwandlung kommt nur bei Berechnung der Monddistanzen vor, wenn die Höhen nicht beobachtet werden konnten. Man findet dann die wahren Mittelpunktshöhen der Gestirne durch Rechnung und hat aus diesen ihre scheinbaren Mittelpunktshöhen auf volle Minuten genau zu ermitteln. Es kommen also bei dieser Verwandlung nur die Strahlenbrechung und Höhenparallaxe in Betracht, die aber mit dem entgegengesetzten Vorzeichen wie bei den Verwandlungen unter § 292 auf die wahre Höhe anzubringen sind. Wenn nun auch die Strahlenbrechung und Höhenparallaxe mit der *scheinbaren* Höhe als Eingang aus den Tafeln 9 und 20 zu entnehmen ist, so kann man hier, wo die gesuchte Höhe nur auf Minuten genau gefunden werden soll, mit der wahren Höhe in die obigen Tafeln eingehen und für diese die Strahlenbrechung und Höhenparallaxe unmittelbar entnehmen. Nur wenn die Höhe kleiner als 3° ist, muß man sich zunächst eine angenäherte scheinbare Höhe verschaffen, indem man die mit der wahren Höhe entnommene ungefähre Strahlenbrechung und Höhenparallaxe auf die wahre Höhe mit oben angegebenen Zeichen anbringt und dann mit der so gefundenen ungefähren scheinbaren Höhe nochmals die Strahlenbrechung und Höhenparallaxe den Tafeln entnimmt, um damit die wahre Höhe in die scheinbare zu verwandeln.

Ist also das in Rede stehende Gestirn die Sonne, ein Planet oder Fixstern, so entnimmt man aus Tafel 9 die Strahlenbrechung und subtrahiert davon die Höhenparallaxe

aus Tafel 10 oder 18, je nachdem es die Sonne oder ein Planet ist. Die so gefundene Strahlenbrechung weniger Parallaxe (für einen Fixstern nur die Strahlenbrechung) nimmt man auf volle Minuten genau und addiert den Betrag zur wahren Höhe, so erhält man die scheinbare Höhe.

Ist aus der wahren Mondhöhe die scheinbare zu finden, so entnimmt man aus dem nautischen Jahrbuch für die Zeit der Beobachtung die Äquatoreal-Horizontalparallaxe und subtrahiert von dieser die aus Tafel 22 zu entnehmende Berichtigung für Abplattung der Erde, so erhält man die lokale Horizontalparallaxe; hiermit und mit der wahren oder, falls die Höhe unter 3° ist, mit der ungefähren scheinbaren Höhe entnimmt man aus Tafel 20 die Höhenparallaxe weniger Strahlenbrechung auf Minuten genau und subtrahiert diesen Betrag von der wahren Höhe, so erhält man die scheinbare Mittelpunktshöhe des Mondes.

Beispiel 1. Die Mittelpunktshöhe der Sonne sei $= 9° 7'$ berechnet.
Es ist die scheinbare Sonnenmittelpunktshöhe zu finden.

Berechnete ☉ $h = 9° \ 7'$ ☉ $\pi = 9''$.
Ungef Strb. $-\pi' = + \ 6'$
Scheinb. ☉ $h = 9° \ 13'$.

Beispiel 2. 1907 den 8. Januar ist die berechnete Jupiterhöhe $= 45° 22'$.
Es soll die scheinbare Höhe gefunden werden.

Berechnete ♃ $h = 45° 22'$ N. J. ♃ $\pi = 2''$.
Ungef. Strb. $-\pi' = + \ 1'$
Scheinb. ♃ $h = 45° 23'$.

Beispiel 3. Die berechnete Höhe eines Fixsterns ist $= 15° 40'$; wie groß ist die scheinbare Sternhöhe?

Berechnete ✻ $h = 15° 40'$
Ungef. Strb. $= + \ 3'$
Scheinb. ✻ $h = 15° 43'$.

Beispiel 4. 1907 den 23. September in 30° 18′ S Br. und 92° 5′ W Lg. v. Grw. ist um $9^h 43^m$ mittl. Ortszeit abds. die berechnete Höhe des Mondmittelpunkts

$= 21° 4'$.

Es ist die scheinbare Mondmittelpunktshöhe zu finden.

Berechnete ☾ $h = 21° \ 4'$
Ungef. Höh. $\pi' -$ Strb. $= - \ 51'$
Scheinb. ☾ Höhe $= 20° 13'$

$9^h 43^m$ mittl. Ortszeit abds. d. 23/9.
$+ 6^h \ 8^m$ W Lg. in Zeit.
$3^h 51^m$ mittl. Grw. Zeit mrgs. d. 24/9.
☾ Äq. Hor. $p = 57' 18''$
Verb. f. Abpl. $= - \ 3''$
☾ lok. Hor. $p' = 57' 15''$.

Dritter Abschnitt.

Das Gestirn im Meridian und im Horizont.

I. Kulminationszeit der Gestirne.

§ 295. Kulminationszeit der Sonne. Der Mittelpunkt der Sonne geht durch den oberen Meridian eines jeden Orts auf der Erde um 12 Uhr wahre Zeit mittags und durch den unteren um 12 Uhr wahre Zeit nachts. Im ersten Falle ist sie in ihrer oberen, im letzten in ihrer unteren Kulmination. Versteht man aber auch unter Kulminieren den höchsten Punkt über dem Horizonte erreichen, so weicht die Kulmination von dem Meridiandurchgange mehr oder weniger ab, je nachdem die Deklination des Gestirns mehr oder weniger verändert.

Es bezeichne nämlich t die Differenz zwischen dem Zeitpunkte des Meridiandurchgangs und dem Augenblick, wenn ein Gestirn, dessen Deklination veränderlich ist, den höchsten Punkt über dem Horizont (die größte Höhe) erreicht, h sei die größte Höhe; $h' = h''$ kleinere Höhen, wovon die erste kurz vor und die andere kurz nach h stattgehabt hat, p bezeichne die Poldistanz, die im Augenblick der größten Höhe, also zur Zeit des Meridiandurchgangs $\pm t$ statthatte, dp und dt kleine Veränderungen in p und t; so ist, wenn im sphärischen Dreieck ZPS (Fig. 229) Z das Zenit, P den oberen Pol und S den Ort eines Gestirns bei seiner größten Höhe bezeichnet, $ZS = 90° - h$, $SP = p$ und $ZP = 90° - \varphi$.

Fig. 229.



Zufolge der sphärischen Trigonometrie ist

$$\sin h = \cos p \cdot \sin\varphi + \sin p \cdot \cos\varphi \cdot \cos t\,,$$

mithin auch, wenn das Gestirn sich dem oberen Pol nähert,

$$\sin h' = \cos(p + dp) \cdot \sin\varphi + \sin(p + dp) \cdot \cos\varphi \cdot \cos(t - dt)$$

und

$$\sin h'' = \cos(p - dp) \cdot \sin\varphi + \sin(p - dp) \cdot \cos\varphi \cdot \cos(t + dt)\,.$$

Subtrahiert man die vorletzte dieser Gleichungen von der letzten und setzt

$\sin p \mp \cos p \cdot dp$ . . . . für $\sin(p \mp dp)$

$\cos p \pm \sin p \cdot dp$ . . . . für $\cos(p \mp dp)$

$\cos t \pm \sin t \cdot dt$ . . . . für $\cos(t \mp dt)$, weil

$\cos dp$ sowie $\cos dt = 1$ und für $\sin dp$ nebst $\sin dt$ auch dp und dt gesetzt werden kann, so ergibt sich:

$$0 = 2\sin\varphi \cdot \sin p \cdot dp - 2\cos\varphi \cdot (\cos p \cdot dp \cdot \cos t + \sin p \cdot \sin t \cdot dt)$$

und wenn man, da t eine kleine Größe ist, $\cos t = 1$ und $\sin t = t$ setzt, dann die Klammer auflöst, demnächst die Gleichung durch $2 \cdot \cos\varphi \cdot \sin p \cdot dt$ dividiert, so erhält man

$$0 = \frac{\operatorname{tang}\varphi \cdot dp}{dt} - \frac{\operatorname{cotg} p \cdot dp}{dt} - t\,,$$

folglich

$$t = \frac{dp}{dt}(\operatorname{tang}\varphi - \operatorname{cotg} p) = \frac{d\delta}{dt}(\operatorname{tang}\varphi - \operatorname{tang}\delta) \quad . \; . \; 1)\,,$$

worin δ die Deklination, die p entspricht, und $d\delta = dp$ ist. Bezeichnet man die Deklinationsänderung in der Zeitminute, wenn das Gestirn durch den Meridian geht, mit d', so findet man, wenn t in Bogensekunden ausgedrückt ist, $d\delta = \frac{d' \cdot dt}{60 \cdot 15}$. Setzt man außerdem in 1) $\frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos\varphi \cdot \cos\delta}$ für $\operatorname{tang}\varphi - \operatorname{tang}\delta$, und dividiert durch $15 \cdot \sin 1''$, um t in Zeitsekunden zu erhalten, so ergibt sich:

$$t = \frac{d' \cdot \sin(\varphi - \delta)}{\cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot 13500 \cdot \sin 1''} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2).$$

Hiernach kann t gefunden werden, und t ist am größten, wenn die Deklination möglichst stark ändert, was bei der Sonne stattfindet, wenn diese sich nahe den Äquinoktialpunkten befindet, wenn ferner die Breite möglichst groß und die Deklination klein ist.

Beispiel. Die Breite sei 78° N., die Deklination 0° 50′ Süd und abnehmend, ihre Veränderung in einer Minute = 0″,99; man soll t finden.

log 0″,99	= 0,99564 — 1
$\varphi - \delta$ = 78° 50′ log sin	= 9,99170
log sec 78°	= 0,68212
log sec 0° 50′	= 0,00005
Kompl. log 13500 . .	= 5,86967
Kompl. log sin 1″ . .	= 5,31443
log t	= 1,85361, gibt $t = 1^m\ 11^s,4$.

Die Sonne erreicht also im vorstehenden Falle ihre größte Höhe $1^m\ 11^s,4$ nach dem wahren Mittage, denn sie nähert sich dem oberen Pol.

§ 296. Kulminationszeit des Mondes.

1. Obere Kulmination.

Im nautischen Jahrbuch ist auf Seite II die mittlere astronomische Zeit der oberen Kulmination des Mondes für den Meridian von Greenwich nebst der Änderung für 1° Länge angegeben.

Wegen der täglichen Verspätung der Mondkulmination (s. § 275) kulminiert der Mond an Orten mit westlicher Länge später und an Orten mit östlicher Länge früher als in Greenwich, und zwar um einen Zeitbetrag, den man erhält, wenn man die in Graden ausgedrückte Länge mit der entsprechenden Änderung für 1° Länge multipliziert. Auf Westlänge hat man die zwischen dem gegebenen und nächstfolgenden Tage und auf Ostlänge die zwischen dem gegebenen und nächstvorhergehenden Tage angegebene Änderung für 1° Länge aus dem Jahrbuch zu entnehmen.

Jenen Zeitbetrag hat man dann zu der Kulminationszeit in Greenwich vom gegebenen Tage zuzulegen oder davon abzuziehen, je nachdem der Ort auf West- oder Ostlänge liegt, um die obere Kulminationszeit des Mondes am Orte in mittlerer astronomischer Ortszeit zu erhalten.

Ist die so gefundene Kulminationszeit größer als 12 Stunden, so fällt sie auf den nächstfolgenden bürgerlichen Tag, und man muß dann die Rechnung wiederholen, indem man mit dem um 1 verkleinerten Datum des gegebenen Tages die Kulminationszeit für Greenwich aus dem Jahrbuch entnimmt. In den meisten Fällen wird man es aber, ohne die Rechnung für das gegebene bürgerliche Datum erst auszuführen, schon aus den im

Jahrbuch gegebenen Kulminationszeiten sehen können, ob die gesuchte Kulminationszeit größer als 12^h wird. Dieses ist in der Regel immer der Fall, wenn die Kulminationszeit für das gegebene bürgerliche Datum im Jahrbuch schon größer als 12^h ist; es müßte denn sein, daß sie 12^h weniger überstiege, als die davon abzuziehende Berichtigung für östliche Länge beträgt.

Auch kann es vorkommen, daß die im Jahrbuch für das gegebene bürgerliche Datum (als das astronomische genommen) gefundene Kulminationszeit kleiner als 12^h ist, und daß man doch das gegebene bürgerliche Datum um 1 verkleinern muß, wenn nämlich die für das gegebene Datum im Jahrbuch enthaltene Zeit der Kulmination + der für Westlänge zuzulegenden Berichtigung mehr als 12^h beträgt.

Es kann endlich auch der Fall eintreten, daß, wenn man das gegebene bürgerliche Datum unverändert als das astronomische Datum nimmt, die dafür gefundene Kulminationszeit über 12^h fällt, und wenn man für denselben Fall das gegebene bürgerliche Datum um 1 verkleinert, die dafür gefundene Kulmination vor 12^h fällt, also die erste 1 Tag zu spät und die zweite 1 Tag zu früh, so daß an dem Tage nach bürgerlicher Zeitrechnung kein Durchgang des Mondes durch den oberen Meridian stattfindet.

Anmerkung 1. Wenn im nautischen Jahrbuch in der Spalte „Mittlere Ortszeit des Meridiandurchgangs in Greenwich" ein Strich (—) sich befindet, so kulminiert der Mond an dem betreffenden Tage nicht zu Greenwich im oberen Meridian. Wenn aber auch der Mond an einem Tage nicht durch den Greenwicher Meridian geht, so kann er doch an demselben Tage durch den Meridian eines östlicher liegenden Orts gehen, und man muß, um dieses zu ermitteln, von dem zunächst nach der Konjunktion folgenden Tage rückwärts rechnen. Wenn dann die gefundene Kulminationszeit des Mondes innerhalb der Grenzen des gegebenen Tages liegt, so geht der Mond an demselben Tage durch den Meridian des Orts.

Beispiel 1. Wann kulminiert der Mond am 2. März 1907 in 135° 46′ W Lg. von Greenwich?

N. J. d. 1/3. ☾ ob. Kulm. in Grw. um $13^h\,40^m,9$
Änd. $= 0^m,133$ für 1° Lg.
Länge $= 135°,8$
$18^m,06$ . . . . $+\ 18^m,1$
☾ obere Kulm. am Orte um $13^h\,59^m,0$ mittl. astr. Zeit d. 1/3.
$= 1^h\,59^m,0$ mittl. Zeit mrgs. d. 2/3.

Beispiel 2. Wann kulminiert der Mond am 13. April 1907 in 29° 56′ O Lg. von Greenwich?

N. J. d. 13/4. ☾ ob. Kulm. in Grw. um $0^h\,40^m,7$
Änd. $= 0^m,126$ für 1° Lg.
Länge $= 29°,9$
$3^m,77$ . . . . $-\ 3^m,8$
☾ obere Kulm. am Orte um $0^h\,36^m,9$ mittl. Zeit abds. d. 13/4.

Anmerkung 2. Versteht man unter Kulminieren auch das Erreichen der größten Höhe, so weicht beim Monde die Zeit des Meridiandurchgangs von der Zeit der größten Höhe oft mehrere Minuten ab. Die größte Veränderung der Deklination des Mondes beträgt (§ 281) 17′ in einer Stunde, folglich 17″ in einer Minute. Wenn man annimmt, daß diese Deklinationsänderung bei 1° südlicher Deklination stattfat, und man für 78° N Br. jenen Unterschied haben will, so würde man nach Formel 2) § 295 nachstehende Rechnung zu machen haben:

log 17″ = 1,23045
log sin (φ — δ) = 9,99195
log sec 78° = 0,68212
log sec 1° 0′ = 0,00007
Kompl. log 13500 = 5,86967
„ log sin 1″ = 5,31443

log t = 3,08869, mithin t = 1226ˢ,6 = 20ᵐ 26ˢ,6.

Folglich erreicht der Mond seine größte Höhe schon 20ᵐ 26ˢ,6 vor oder nach seinem Durchgange durch den oberen Meridian.

Auf 60° Breite und bei 0° 0′ Deklination würde dieser Unterschied bei derselben Veränderung der Deklination aber nur ungefähr 7,5 Minuten betragen; auf 50° Breite noch 5,2 und auf 40° Breite nur noch ungefähr 3,6 Minuten, woraus man sieht, daß dieser Zeitunterschied zwischen dem Meridiandurchgange und der größten Höhe mit der Breite schnell abnimmt.

Im § 344 wird gezeigt werden, wie man diesen Unterschied leichter vermittels der Kulminationssekunden berechnen kann.

2. Untere Kulmination.

Man berechne nach der unter 1. gegebenen Regel die Zeit der oberen Kulmination und addiere dazu den halben Mondtag (die halbe Zeit, die der Mond von einer oberen Kulmination bis zur anderen braucht), wenn die dadurch entstehende Summe nicht die Grenze des gegebenen Tages überschreitet; ist dieses aber der Fall, so subtrahiere den halben Mondtag, wenn wieder hierdurch nicht die Grenze des gegebenen Tages überschritten wird; die so gefundene Zeit ist die Zeit der unteren Kulmination. Geht beides, die gedachte Summe und die Differenz über die Grenze des Tages hinaus, so findet an dem Tage keine untere Kulmination statt.

Den halben Mondtag findet man, wenn er zu addieren ist, gleich dem halben Unterschiede zwischen der oberen Kulminationszeit des gegebenen Tages und des nächstfolgenden Tages; ist er aber zu subtrahieren, so muß man die halbe Differenz zwischen der oberen Kulmination des gegebenen und nächstvorhergehenden Tages nehmen.

Beispiel 1. Es sei Ort und Datum wie im Beispiel 1 unter 1; gesucht wird die Zeit der unteren Kulmination des Mondes.

Man hat ☾ ob. Kulm. Zeit am Ort = 1ʰ 59ᵐ,0 mittl. Zeit mrgs. d. 2/3.
½ ☾ Tag = 12ʰ 24ᵐ,0 (addiert)
☾ unt. Kulm. Zeit am Ort = 2ʰ 23ᵐ,0 abds. den 2/3.

Beispiel 2. Ort und Datum des Beispiels 2 unter 1; es soll die Zeit der unteren Kulmination des Mondes gefunden werden.

☾ ob. Kulm. am Orte = 0ʰ 36ᵐ,9 mittl. Zeit abds. den 13/4.
½ ☾ Tag = 12ʰ 22ᵐ,8 (subtrahiert)
☾ unt. Kulm. am Orte um 0ʰ 14ᵐ,1 mittl. Zeit mrgs. d. 13/4.

§ 297. Kulminationszeit der Planeten.

1. Obere Kulmination.

Man entnehme aus dem nautischen Jahrbuch für das dem gegebenen bürgerlichen Tage entsprechende astronomische Datum die mittlere Greenwicher Zeit des Meridiandurchgangs des Planeten in Greenwich, sowie auch die für das nächstfolgende oder nächstvorhergehende Datum, je nachdem der Ort auf West- oder Ostlänge liegt, und schließe dann:

Wie 360° sich zur Länge des Orts oder auch wie 24^h sich zu der in Zeit ausgedrückten Länge des Orts verhalten, so verhält sich der Unterschied beider aus dem Jahrbuch entnommenen Kulminationszeiten zu der Berichtigung, die an die Kulminationszeit in Greenwich anzubringen ist, um die mittlere Ortszeit des Meridiandurchgangs an dem gegebenen Orte zu erhalten.

Die so gefundene Berichtigung für Länge ist allemal so auf die Kulminationszeit des gegebenen Tages anzuwenden, daß die gesuchte Kulminationszeit zwischen den beiden aus dem Jahrbuch entnommenen Kulminationszeiten liegt; ist also der Planet in bezug auf die Sonne rechtläufig, so ist die Berichtigung ebenso anzuwenden wie bei dem Monde, entgegengesetzt jedoch, wenn der Planet gegen die Sonne rückläufig ist, wenn also die Kulminationszeiten im Jahrbuch abnehmen.

Beispiel 1. Wann kulminiert Jupiter am 27. Februar 1907 an einem Orte, der in 90° 55′ W Lg. von Greenwich liegt?

N. J. d. 27/2. ♃ ob. Kulm. in Grw. = $7^h\,38^m{,}5$
„ „ 28/2. „ „ „ = $7^h\,34^m{,}6$

$24^h : 6^h{,}1 = 3^m{,}9 : x$ $\qquad \frac{6{,}1 \cdot 3{,}9}{24} = 0^m{,}99$
$x = 1^m{,}0$

♃ ob. Kulm. am Ort = $7^h\,37^m{,}5$ abds. d. 27/2.

Beispiel 2. Wann befindet sich am 15. Juli 1907 die Venus im oberen Meridian eines Ortes, der in 82° 5′ O Lg. von Greenwich liegt?

N. J. d. 14/7. ♀ ob. Kulm. in Grw. = $22^h\,53^m{,}6$
„ „ 13/7. „ „ „ = $22^h\,52^m{,}2$

$24^h : 5^h{,}5 = 1^m{,}4 : x$ $\qquad \frac{5{,}5 \cdot 1{,}4}{24} = 0^m{,}3$
$x = 0^m{,}3$

♀ ob. Kulm. am Orte um $22^h\,53^m{,}3$ mittl. astr. Zeit d. 14/7.
= $10^h\,53^m{,}3$ mittl. Zeit mrgs. d. 15/7.

2. Untere Kulmination.

Man berechne die mittlere Ortszeit der oberen Kulmination des Planeten, wie vorher angegeben ist, und addiere dazu oder subtrahiere davon den halben Planetentag, je nachdem die Summe oder die Differenz nicht die Grenze des gegebenen Tages überschreitet, so ist die gefundene Zeit die Zeit der unteren Kulmination. Wird durch das Addieren sowohl wie durch das Subtrahieren, oder weder durch Addieren noch durch Subtrahieren des halben Planetentages die Grenze des gegebenen Tages überschritten, so findet im ersten Falle kein Durchgang, im letzten Falle aber finden zwei Durchgänge durch den unteren Meridian statt.

Der von der Zeit der oberen Kulmination zu subtrahierende halbe Planetentag ist gleich $12^h \pm$ der halben Differenz zwischen der Kulminationszeit des gegebenen und des nächstvorhergehenden Tages, je nachdem die Zeit der Kulmination zu- oder abnimmt, während der zu der oberen Kulminationszeit zu addierende halbe Planetentag gleich $12^h \pm$ der halben Differenz der Kulminationszeiten des gegebenen und folgenden Tages ist, je nachdem die Kulminationszeit zu- oder abnimmt.

Beispiel. Es sei Ort und Datum wie im Beispiel 1 unter 1.; die Zeit der unteren Kulmination des Jupiter soll gefunden werden.

Man hat ♃ ob. Kulm. um $7^h\,37^m{,}5$ abds. d. 27/2.
½ ♃ Tag = $11^h\,58^m{,}1$ (subtrahiert)
♃ unt. Kulm. um $7^h\,39^m{,}4$ mittl. Zeit mrgs. d. 27/2.

§ 298. Kulmination der Fixsterne.

1. Obere Kulmination.

Wenn ein Gestirn im oberen Meridian eines Orts steht, so ist die Rektaszension dieses Gestirns gleich der Sternzeit des Orts.

Um also die mittlere Zeit der oberen Kulmination eines Sterns zu finden, entnehme man aus dem nautischen Jahrbuch für den gegebenen Tag die Rektaszension des Sterns, betrachte diese als die Ortssternzeit für den Augenblick der oberen Kulmination des Sterns und verwandle diese Sternzeit in mittlere Zeit, indem man von ihr die Rektaszension der mittleren Sonne abzieht (§ 285).

Da die Rektaszension der mittleren Sonne sich stetig ändert, so ist sie für die Zeit der oberen Kulmination des Sterns zu verbessern. Die hierzu nötige Greenwicher Zeit erhält man, wenn man die Rektaszension der mittleren Sonne für den mittleren Greenwicher Mittag des gegebenen Tages von der Rektaszension des Sterns, diese nötigenfalls um 24^h vergrößert, abzieht und auf diese ungefähre mittlere Ortszeit der oberen Kulmination die Länge in Zeit anwendet. Wenn die Kulminationszeit größer als 12 Stunden wird, so ist sie als astronomische Zeit des vorhergehenden Tages zu nehmen.

Da man bei der Berechnung der Greenwicher Zeit die unverbesserte Rektaszension der mittleren Sonne in Anwendung gebracht hat, so müßte streng genommen die Rechnung mit der für die gefundene Kulminationszeit verbesserten Rektaszension der mittleren Sonne wiederholt werden. Weil aber diese Rektaszension täglich noch nicht ganze 4 Minuten ändert, so kann die in Rechnung genommene ungefähre Greenwicher Zeit höchstens um 4 Minuten fehlerhaft sein, wodurch die Rektaszension der mittleren Sonne und die mit dieser unverbesserten Rektaszension gefundene obere Kulminationszeit des Sterns nur um Bruchteile einer Sekunde falsch werden würde. Aus diesem Grunde kann in den meisten Fällen von einer Wiederholung der Rechnung abgesehen werden.

Beispiel. Wann kulminiert Sirius am 20. Oktober 1907 an einem Orte, der in 120° O Lg. von Greenwich liegt?

✻ AR. = Sternzeit = $6^h\,41^m\;5^s$
m. ⊙ AR. = $13^h\,48^m\,41^s$
✻ Sirius ob. Kulm. um $16^h\,52^m\,24^s$ astr. d. 19/10.
= $4^h\,52^m\,24^s$ mrgs. d. 20/10.

$6^h\,41^m$ Sternzeit
$13^h\,51^m$ m. ⊙ AR. d. 20/10.
$16^h\,50^m$ mittl. astr. Ortszeit d. 19/10.
$-\;8^h\;\;0^m$ O Lg. in Zeit.
$8^h\,50^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 19/10.
N. J. d. 19/10. m. ⊙ AR. = $13^h\,47^m\,14^s$
Tafel 24 für 8^h . . . . . $1^m\,18^s{,}9$
„ 50^m . . . . . $8^s{,}2$
Verb. m. ⊙ AR. = $13^h\,48^m\,41^s$.

2. Untere Kulmination.

Man berechne zunächst die obere Kulminationszeit des Sterns und addiere zu dieser Zeit oder subtrahiere davon $11^h\,58^m\,2^s$, den halben Sterntag in mittlerer Zeit, je nachdem die obere Kulmination auf den Vormittag oder Nachmittag fällt.

Werden weder durch das Addieren noch durch das Subtrahieren des halben Sterntages die Grenzen des gegebenen Tages überschritten, so finden an diesem Tage zwei untere Kulminationen des Sterns statt.

Beispiel. Es sei in dem Beispiel unter 1. die untere Kulminationszeit des Sirius zu finden.

Man hat	Sirius ob. Kulm. Zeit =	$4^h 52^m 24^s$ mittl. Zeit mrgs. d. 20/10.
	½ ✱ Tag =	$11^h 58^m \; 2^s$ (addiert)
	Sirius unt. Kulm. um	$4^h 50^m 26^s$ abds. d. 20/10.

§ 299. Die Sterne zu finden, die zu einer bestimmten Zeit sichtbar durch den Meridian eines Orts gehen. Man suche für die gegebene Zeit nach § 284 die entsprechende Sternzeit, so ist diese gleich der Rektaszension der Sterne, die zu dieser Zeit durch den oberen Meridian des Orts gehen.

Die Sternzeit der unteren Kulmination eines Sterns ist gleich der Rektaszension dieses Sterns $\pm$ 12 Stunden, je nachdem die Rektaszension kleiner oder größer als 12 Stunden ist.

Man suche daher für die gegebene Zeit die Sternzeit und addiere zu oder subtrahiere davon 12 Stunden, je nachdem sie kleiner oder größer als 12 Stunden ist, so hat man die Rektaszension der Sterne, die zu der gegebenen Zeit durch den unteren Meridian des Orts gehen.

Im nautischen Jahrbuch oder in Tafel 28 kann man dann die Namen der Sterne finden, die die entsprechende Rektaszension haben.

Von diesen Sternen werden die sichtbar, d. h. über dem Horizont, durch den oberen Meridian gehen, deren Deklination gleichnamig mit der Breite des Orts ist, sowie die Sterne, deren Deklination ungleichnamig mit der Breite aber kleiner als die Äquatorhöhe (Komplement der Breite) des Orts ist.

In der unteren Kulmination werden die Sterne sich über dem Horizont befinden, deren Deklination gleichnamig mit der Breite und größer als deren Komplement ist. (S. Fig. 219.)

Beispiel. Welche Sterne I. Größe gehen in der Zeit von 10^h abends d. 20/5. 1907 bis 4^h morgens d. 21/5. sichtbar durch den oberen und unteren Meridian eines Orts, der in 54° 45′ N Br. und 158° 50′ O Lg. liegt?

Mittl. astr. Ortszeit	=	$10^h \; 0^m$	d. 20/5.	$16^h \; 0^m$	d. 20/5.
O Lg. in Zeit	=	$-10^h 35^m$	. . . .	$-10^h 35^m$	
Mittl. astr. Grw. Zeit	=	$23^h 25^m$	d. 19/5.	$5^h 25^m$	d. 20/5.
N. J. d. 19/5. m. ⊙ AR.	=	$3^h 44^m,0$	. . . d. 20/5. =	$3^h 48^m,0$	
Tafel 24 für 23^h		$3^m,8$	. . . . . . für 5^h . . .	$0^m,8$	
„ 25^m		$0^m,1$	. . . . . . „ 25^m . . .	$0^m,1$	
Verb. m. ⊙ AR.	=	$3^h 48^m$	. . . .	$3^h 49^m$	
Mittl. astr. Ortszeit	=	$10^h \; 0^m$	. . . .	$16^h \; 0^m$	
Sternzeit d. ob. Kulm.	=	$13^h 48^m$	. . . .	$19^h 49^m$.	

Alle Sterne, deren Deklination Nord und deren Süddeklination kleiner als 35° 15′ ist, passieren den oberen Meridian über dem Horizont.

Nach dem nautischen Jahrbuch sind dies für die gegebene Zeit:

Arcturus	AR. = $14^h 11^m$	$\delta = 19° 40'$ N,
Antares	AR. = $16^h 24^m$	$\delta = 26° 14'$ S,
Wega	AR. = $18^h 34^m$	$\delta = 38° 42'$ N,
Atair	AR. = $19^h 46^m$	$\delta = 8° 37'$ N.

Sternzeit d. ob. Kulm. =	$13^h 48^m$	. . . .	$19^h 49^m$
	-12^h		-12^h
Sternzeit d. unt. Kulm. =	$1^h 48^m$	. . . .	$7^h 49^m$.

Alle Sterne, deren Rektaszension von $1^h 48^m$ bis $7^h 49^m$ beträgt und deren Norddeklination größer als 35° 15′ ist, passieren in der gegebenen Zeit den unteren Meridian über dem Horizont.

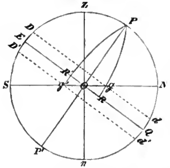
Nach dem nautischen Jahrbuch findet man von I. Größe:

Capella AR. = $5^h 10^m$ $\delta = 45° 54'$ N.

II. Auf- und Untergang der Gestirne.

§ 300. Die Zeit des Auf- und Unterganges eines Gestirns zu finden. Der wahre Auf- oder Untergang eines Gestirns findet statt, wenn sein Mittelpunkt sich im wahren Horizont befindet.

Fig. 230.



Es sei (Fig. 230) *SZN* der Himmelsmeridian des Orts, *P* der obere Pol, *EQ* der Äquator und *Dd* sowie *D'd'* seien Deklinationsparallele.

Ein Gestirn, dessen Deklination = *ED*, also mit der Breite gleichnamig ist, wird sich beim wahren Auf- oder Untergange in *g*, wo der Deklinationsparallel den wahren Horizont schneidet, befinden, und zwar beim Aufgange an der östlichen und beim Untergange an der westlichen Seite des Meridians.

Ebenso wird das Gestirn, dessen Deklination = *ED'* ist, sich in *g'* beim wahren Auf- oder Untergange an der Ost- oder Westseite des Meridians befinden.

Man denke sich die Stundenkreise *PR* und *PR'* durch *g* und *g'* gelegt, so ist das sphärische Dreieck *OR'g'* bei *R'* und *ORg* bei *R* rechtwinklig, $\angle SOR'$ ist die Äquatorhöhe = $\angle NOR$, dem Komplement der Polhöhe, und die Katheten *gR* oder *g'R'* sind gleich der Deklination des Gestirns.

Die Katheten *OR* und *OR'* sind Maße der Winkel *OPR* und *OPR'*, die Aszensionaldifferenz genannt werden und, in Zeit ausgedrückt, angeben, wieviel der Auf- oder Untergangsstundenwinkel des Gestirns vom oberen Meridian gezählt, größer oder kleiner als 6^h ist, je nachdem Breite und Deklination gleich- oder ungleichnamig sind, wie aus der Figur zu ersehen ist. Dieser Auf- oder Untergangsstundenwinkel heißt der halbe Tagbogen des Gestirns und seine Ergänzung zu 12 Stunden der halbe Nachtbogen dieses Gestirns.

Nach der Napierschen Regel geben die Dreiecke *ORg* oder *OR'g'* die Gleichung

$$\sin RO = \operatorname{cotg} \angle RON \cdot \operatorname{tang} Rg\,,$$

d. i. $\sin$ Aszensionaldifferenz $= \operatorname{tang} \varphi \cdot \operatorname{tang} \delta$ . . . . I),

worin φ die Breite und δ die Deklination bezeichnet.

Die nautische Tafel 42 enthält für gleichnamige Breite und Deklination den halben Tagbogen, also 6^h + Aszensionaldifferenz; ist Breite und Deklination aber ungleichnamig, so gibt der Wert aus dieser Tafel von 12^h subtrahiert den halben Tagbogen.

Der halbe Tagbogen der Sonne ist, da diese um 0^h kulminiert, zugleich die wahre Zeit des Untergangs. Die wahre Zeit des Sonnenaufgangs findet man, indem man den halben Tagbogen von 12 Stunden subtrahiert.

Da die genaue Berechnung der Auf- oder Untergangszeit der Gestirne für den Seemann keinen Wert hat, so genügt es, die Deklination der Sonne für den Greenwicher Mittag des gegebenen Tages in Rechnung zu nehmen.

Beispiel 1. 1907 den 15. September in 54° N Br. und 20° O Lg. von Grw. soll die Zeit des wahren Auf- und Untergangs der Sonne gefunden werden.

Nach dem nautischen Jahrbuch ist die Deklination der Sonne am 15/9. = 3° 23′ N; hiermit und mit 54° N Br. gibt Tafel 42 den halben Tagbogen zu $6^h 19^m$ und man hat:

Wahre Aufgangszeit = $12^h - 6^h 19^m$ = $5^h 41^m$ mrgs. Wahre Untergangszeit = $6^h 19^m$ abds.

Beispiel 2. 1907 den 25. Juni in 50° 10′ S Br. und 50° W Lg. von Grw. soll die Zeit des wahren Auf- und Untergangs der Sonne gefunden werden.

Nach dem nautischen Jahrbuch ist die Deklination der Sonne am 25/6. = 23° 25′ N; hiermit und mit 50° 10′ S Br. gibt Tafel 42 den halben Nachtbogen = $8^h 5^m$ und man hat

Zeit des wahren ⨀ Aufgangs = $8^h 5^m$ mrgs. Zeit des wahren ⨀ Untergangs = $12^h - 8^h 5^m$
" " " " = $3^h 55^m$ abds.

Um die Auf- oder Untergangszeit der anderen Gestirne zu finden, berechne man die obere Kulminationszeit des Gestirns und subtrahiere von oder addiere zu ihr den in mittlerer Zeit ausgedrückten halben Tagbogen des Gestirns, so erhält man die mittlere Zeit des wahren Auf- oder Untergangs. Da auch hier eine ungefähre Kenntnis dieser Zeiten ausreichend ist, so nimmt man die Deklination der Planeten für den Greenwicher Mittag des gegebenen Tages in Rechnung, während man die Deklination des Mondes auf volle Grade schätzungsweise für die Greenwicher Zeit des Auf- oder Untergangs aus dem nautischen Jahrbuch entnimmt.

Wollte man die Zeit des Auf- oder Untergangs eines Gestirns über dem Seehorizont finden, so müßte man erst die ungefähre Zeit des wahren Auf- oder Untergangs berechnen und hierfür die Deklination des Gestirns verbessern. Dann hätte man die Mittelpunktshöhe des Gestirns über der Kimm = 0 zu setzen, hieraus die wahre Höhe zu ermitteln und nach § 302 den Stundenwinkel und daraus die Ortszeit zu berechnen.

Indessen hat die Berechnung der Zeit des sichtbaren Auf- oder Untergangs keinen praktischen Wert, und es genügt die Kenntnis der ungefähren Zeit des wahren Auf- oder Untergangs, die von der des sichtbaren Auf- oder Untergangs immer nur um einige Minuten abweicht.

Vierter Abschnitt.

Berechnung der Ortszeit, des Azimuts und der Höhe eines Gestirns.

I. Bestimmung der Zeit durch die Höhe eines Gestirns.

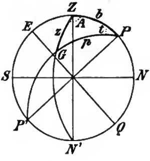
§ 301. Zweck der Zeitbestimmung. Bei den astronomischen Ortsbestimmungen ist eine genaue Kenntnis der Zeit nötig. Zum Messen der Zeit bedient man sich der Uhren. Da diese aber nicht so vollkommen sind, daß sie der gleichförmig fortschreitenden Zeit folgen, so muß man die Uhrkorrektion oder den Stand der Uhr, d. h. den Unterschied zwischen der Angabe der Uhr und der richtigen Zeit kennen, um diese aus der Uhrzeit ableiten zu können.

Die Uhrkorrektion oder der Uhrstand ist als positiv oder negativ zu bezeichnen, je nachdem sie zur Uhrzeit zu addieren oder von ihr zu subtrahieren ist, um die richtige Zeit zu erhalten.

Jede Uhr eilt entweder der richtigen Zeit mehr oder weniger vor oder bleibt gegen sie zurück, ändert also fortwährend ihren Stand gegen die richtige Zeit. Diese Änderung des Standes heißt der **Gang** der Uhr, der als positiv oder negativ bezeichnet wird, je nachdem die Uhr zurückbleibt (verliert) oder voreilt (gewinnt). Die Änderung des Uhrstandes in einer Stunde bezeichnet man als **stündlichen** und die in einem Tage als **täglichen** Gang der Uhr.

§ 302. Formeln zur Berechnung des Stundenwinkels. Ist in der nach § 277 bekannten Figur G der Ort eines Gestirns am Himmel, so ist PGP' sein Stunden- und ZGN' sein Vertikalkreis. Beide Kreise bilden im Verein mit dem Himmelsmeridian PEP' das sphärische Dreieck PZG, das als Hauptdreieck der sphärischen Astronomie bezeichnet werden kann, da es den meisten nautisch-astronomischen Rechnungen zugrunde liegt. In diesem Dreieck ist:

Fig. 281.



Seite $PZ = b = 90° - \varphi$, worin φ die Breite des Orts bezeichnet,

„ $ZG = z$ die wahre Zenitdistanz des Gestirns, $= 90° - h$, worin h die wahre Höhe bezeichnet,

„ $PG = p$ die Poldistanz des Gestirns, $= 90° - \delta$, worin δ die Deklination bezeichnet,

Winkel $ZPG = t$ der Stundenwinkel des Gestirns vom oberen Meridian,

„ $PZG = A$ das wahre Azimut des Gestirns und

„ $ZGP = G$ der parallaktische Winkel des Gestirns.

Nach § 53 ist

$$\cos z = \cos b \cdot \cos p + \sin b \cdot \sin p \cdot \cos t \quad \ldots\ldots \quad \text{I)}$$

oder $\sin h = \sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos t$.

Setzt man $\cos t = 1 - 2\sin^2 \frac{1}{2}t = 1 - \sin\operatorname{vers} t$ und löst die Klammer auf, so

wird $\sin h = \sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta - 2\sin^2\frac{1}{2}t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta$

oder $\sin h = \cos(\varphi - \delta) - 2\sin^2\frac{1}{2}t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta$,

folglich $2\sin^2\frac{1}{2}t = \sin\operatorname{vers} t = (\cos(\varphi - \delta) - \sin h) \cdot \sec\varphi \cdot \sec\delta \quad \ldots\ldots \quad \text{II)}$.

Mit Hilfe der Tafel 38, die den $\log(2\sin^2\frac{1}{2}t) = \log\sin\operatorname{vers} t$ enthält, und der Tafel 37, aus der man die Kosinus- und Sinusfunktion der Größen $(\varphi - \delta)$ und h entnimmt, läßt sich nach dieser Formel der Stundenwinkel leicht ermitteln. Zu beachten ist, daß von φ und δ stets die algebraische Differenz zu bilden ist. Ohne Rücksicht auf die Zeichen von Breite und Deklination hat man also den Unterschied von Breite und Deklination zu nehmen, wenn beide gleichnamig sind, dagegen die Summe beider, wenn sie ungleichnamig sind.

Drückt man in Gl. I) $\cos t$ aus und führt für z und b die Komplemente h und φ ein, so erhält man

$$\cos t = \frac{\sin h - \sin\varphi \cdot \cos p}{\cos\varphi \cdot \sin p} \quad \text{III}).$$

Von $1 = 1$ subtrahiert,

$$1 - \cos t = 1 - \frac{\sin h - \sin\varphi \cdot \cos p}{\cos\varphi \cdot \sin p}$$

$$= \frac{\cos\varphi \cdot \sin p + \sin\varphi \cdot \cos p - \sin h}{\cos\varphi \cdot \sin p}.$$

Man setze für $1 - \cos t$ und für $\cos\varphi \cdot \sin p + \sin\varphi \cdot \cos p$ die gleichen Werte $2\sin^2 \frac{1}{2} t$ und $\sin(\varphi + p)$, so erhält man

$$2\sin^2 \tfrac{1}{2} t = \frac{\sin(\varphi + p) - \sin h}{\cos\varphi \cdot \sin p}.$$

Setzt man hierin $2\cos\frac{\varphi + p + h}{2} \cdot \sin\frac{\varphi + p - h}{2}$ für $\sin(\varphi + p) - \sin h$ (§ 24 Nr. 14) und S für $\frac{\varphi + p + h}{2}$, so ergibt sich

$$\sin^2 \tfrac{1}{2} t = \frac{\cos S \cdot \sin(S - h)}{\cos\varphi \cdot \sin p},$$

also

$$\sin \tfrac{1}{2} t = \sqrt{\frac{\cos S \cdot \sin(S - h)}{\cos\varphi \cdot \sin p}} \quad \text{IV}).$$

Es ist $p = 90° - \delta$, wenn Breite und Deklination gleichnamig sind, dagegen ist $p = 90° + \delta$, wenn Breite und Deklination ungleichnamig sind.

Aus Gl. III ergeben sich die Formeln für nachstehende Fälle:

1) Wenn die Höhe $= 0$ ist, so ist

$$\cos t = -\frac{\sin\varphi \cdot \cos p}{\cos\varphi \cdot \sin p} = -\tang\varphi \cdot \tang\delta \quad \text{V}),$$

worin $t > < 6^h$, je nachdem φ und δ gleichnamig oder ungleichnamig.

2) Wenn die Breite $= 0$ ist, so ist

$$\cos t = \frac{\sin h}{\sin p} = \frac{\sin h}{\cos\delta} \quad \text{VI}),$$

worin $t =$ oder $< 6^h$.

3) Wenn die Deklination $= 0$, so ist

$$\cos t = \frac{\sin h}{\cos\varphi} \quad \text{VII}),$$

worin $t =$ oder $< 6^h$.

4) Wenn φ und auch $h = 0$, so ist

$$\cos t = \frac{0}{\sin p} = 0 \quad \text{VIII}),$$

also $t = 6^h$.

5) Wenn φ und auch $\delta = 0$, so ist

$$\cos t = \sin h \quad \text{IX}),$$

folglich die Zenitdistanz dividiert durch $15 = t$ in Zeit, was nie größer als 6^h werden kann, solange die Höhe nicht negativ wird.

6) Wenn φ, h und $\delta = 0$ sind, so ist

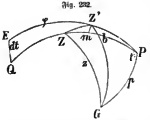
$$\cos t = \frac{0}{1} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad X).$$

mithin $t = 6^h$.

§ 303. Der Einfluß kleiner Fehler in der Breite, Höhe und Deklination auf den berechneten Stundenwinkel.

1. Der Einfluß eines Fehlers in der Breite.

Fig. 232.



In Fig. 232 sei PZG das sphärische Dreieck zwischen dem oberen Pol P, dem Zenit Z des Beobachters und dem Gestirn in G; die Seite PZ, das Komplement der Breite (φ), werde mit b, Seite ZG, die Zenitdistanz des Gestirns, mit z, PG, das Komplement der Deklination (δ) des Gestirns, mit p und der Stundenwinkel des Gestirns, $\angle ZPG$, mit t bezeichnet.

Nimmt man nun an, Seite b sei um den kleinen Fehler $Zm = db$ zu groß, die Seiten p und z dagegen richtig, so wird der Ort des richtigen Zenits erhalten, wenn man von P aus mit der Zirkelöffnung $= Pm$ und von G aus mit GZ Bogen beschreibt. Der Durchschnittspunkt beider Bogen, Z', ist dann der Ort des Zenits, durch das man den Meridian PZ' und den Vertikalkreis $Z'G$ zu legen hat, um in dem Winkel ZPZ' die Veränderung des Stundenwinkels, dt, zu erhalten, die durch den Fehler db hervorgerufen wird. Das Maß des sphärischen Winkels dt ist der Äquatorbogen EQ (nach § 42), und da Bogen $Z'm$ diesem Bogen ähnlich, Bogen EZ' aber gleich der Breite φ ist, so hat man nach § 154

$$\text{Bog. } EQ = dt = Z'm \cdot \sec\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1).$$

Das bei m rechtwinklige Dreieck $ZZ'm$ kann seiner Kleinheit wegen als eben angesehen werden, und da jeder der Winkel $ZZ'G$ und $PZ'm = 90°$ ist, so haben die Winkel $ZZ'm$ und $PZ'G$ dasselbe Komplement, nämlich den Winkel $GZ'm$, sind also einander gleich. Bezeichnet man $\angle PZ'G$, der das vom oberen Pol gerechnete wahre Azimut des Gestirns in G ist, mit A, so erhält man aus dem Dreieck $ZZ'm$ die Gleichung:

$$Z'm = Zm \cdot \operatorname{cotg} A\,.$$

Diesen Wert für $Z'm$ in Gl. 1) eingesetzt, gibt

$$dt = db \cdot \operatorname{cotg} A \cdot \sec\varphi\,.$$

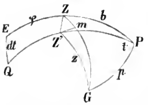
Da, wie die Figur zeigt, ein zu großes Komplement der Breite den Stundenwinkel zu klein gibt, so hat der Fehler dt bei einem spitzen Azimut des Gestirns das entgegengesetzte Vorzeichen des Fehlers db. Bezeichnet nun $d\varphi$ den Fehler in der Breite, so ist $d\varphi = -db$, und hiermit erhält man aus der letzten Gleichung:

$$dt = d\varphi \cdot \operatorname{cotg} A \cdot \sec\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad I).$$

Hiernach ist $dt = 0$, wenn der Faktor $\operatorname{cotg} A = 0$ wird, und da dies für $A = 90°$ der Fall ist, so steht ein Gestirn im ersten Vertikal am günstigsten zur Zeitbestimmung.

2. Der Einfluß eines Fehlers in der Höhe.

Fig. 233



Mit denselben Bezeichnungen wie vorhin sei hier in Fig. 233 die Zenitdistanz ZG um den Fehler $Zm = dz$ zu groß. Auf ganz ähnliche Weise wie in Fig. 232 findet man den Ort des richtigen Zenits, Z', und den Äquatorbogen $EQ = dt$ als die Veränderung im Stundenwinkel ZPG, die durch den Fehler dz bewirkt wird. Es ist nun wieder

$$\text{Bog. } EQ = dt = ZZ' \cdot \sec\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2).$$

Da jeder der Winkel $GZ'm$ und $ZZ'P = 90°$ nach Konstruktion ist, so sind die Winkel $ZZ'm$ und $PZ'G$ einander gleich, da sie durch den Winkel $PZ'm$ zu $90°$ ergänzt werden. Bezeichnet A wieder das wahre Azimut $PZ'G$, so erhält man aus dem als eben und bei m rechtwinklig anzusehenden Dreieck $ZZ'm$ die Gleichung:

$$ZZ' = Zm \cdot \operatorname{cosec} A\,.$$

Führt man diesen Wert für ZZ' in Gl. 2) ein und ersetzt Zm durch dz, so wird

$$dt = dz \cdot \operatorname{cosec} A \cdot \sec \varphi \, .$$

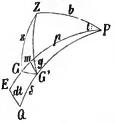
Nun zeigt Fig. 233, daß eine zu große Zenitdistanz den Stundenwinkel zu groß gibt, dz und dt also gleiche Zeichen haben; mithin wird, da der Fehler in der Höhe h, der mit dh bezeichnet werde, dem Fehler dz entgegengesetzt ist,

$$dt = -\, dh \cdot \operatorname{cosec} A \cdot \sec \varphi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{II)}.$$

Da die Kosekante von 90° am kleinsten, nämlich $= 1$, bei jedem anderen Winkel von 0 bis 180° aber größer als 1 ist, so eignet sich nach Gl. II) auch hinsichtlich eines Fehlers in der Höhe das Gestirn am besten zur Zeitbestimmung, wenn es im ersten Vertikal steht.

3. Der Einfluß eines Fehlers in der Deklination.

Fig. 234.



Ist in dem Dreieck PZG (Fig. 234) die Poldistanz $PG = p$ um den kleinen Fehler $Gm = dp$ zu groß, sind aber Breite und Höhe, also auch die Seiten PZ und ZG richtig, so beschreibe man von P aus mit der Zirkelöffnung $= Pm$ und von Z aus mit ZG Bogen, um in deren Durchschnittspunkt G' den richtigen Ort des Gestirns zu erhalten. Legt man dann durch G' den Vertikal ZG' und den Stundenkreis PG', so ist der zwischen beiden Stundenkreisen PE und PQ liegende Äquatorbogen $EQ = dt$ der durch dp bewirkte Fehler im Stundenwinkel ZPG. Da QG' die Deklination (δ) des Gestirns darstellt, so erhält man die Gleichung

$$\text{Bog. } EQ = dt = G'm \cdot \sec \delta \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 3).$$

Nach Konstruktion ist jeder der Winkel $PG'm$ und $ZG'G$ ein Rechter, und wenn man von jedem dieser Winkel den Winkel $ZG'm$ abzieht, so erhält man $\angle PG'Z = GG'm$. Wird der parallaktische Winkel $PG'Z$ mit G bezeichnet, so gibt das bei m rechtwinklige, als eben anzusehende Dreieck $GG'm$ die Gleichung:

$$G'm = Gm \cdot \operatorname{cotg} G \, .$$

Führt man diesen Wert in Gl. 3) ein, ersetzt Gm durch dp und berücksichtigt, daß nach der Figur eine zu große Poldistanz den Stundenwinkel zu klein gibt, so erhält man

$$dt = -\, dp \cdot \operatorname{cotg} G \cdot \sec \delta \, ,$$

oder wenn $d\delta$ den Fehler der Deklination bezeichnet, die man positiv oder negativ zu nehmen hat, je nachdem sie mit der Breite gleich- oder ungleichnamig ist,

$$dt = d\delta \cdot \operatorname{cotg} G \cdot \sec \delta \, .$$

Nach der Sinusgleichung wird im Dreieck PZG', wenn A wieder das Azimut PZG' bezeichnet,

$$\sin G = \frac{\sin b \cdot \sin A}{\sin p} = \frac{\cos \varphi \cdot \sin A}{\cos \delta} \, ,$$

und wenn man diesen Wert in die letzte Gleichung einführt, in der

$$\operatorname{cotg} G = \frac{\cos G}{\sin G}$$

gesetzt werden kann, so ergibt sich, da

$$\sec \delta \cdot \cos \delta = 1 \text{ ist,}$$

$$dt = \frac{d\delta \cdot \cos G}{\cos \varphi \cdot \sin A}$$

oder

$$dt = d\delta \cdot \operatorname{cosec} A \cdot \cos G \cdot \sec \varphi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{III)}.$$

Hieraus folgt, daß der Einfluß eines Fehlers in der Deklination des Gestirns auf den Stundenwinkel $= 0$ ist, wenn der parallaktische Winkel G am Gestirn 90° beträgt, weil $\cos 90° = 0$ ist. Dieser Fall tritt dann ein, wenn die Deklination größer als die gleichnamige Breite des Orts ist und das Gestirn in dem Vertikalkreise steht, der den Deklinationsparallel des Gestirns berührt. Solche Gestirne gelangen nicht in den ersten Vertikal, und die Gestirne, die durch diesen Vertikalkreis gehen, eignen sich bei ihrem Durchgange durch diesen am besten zur Zeitbestimmung, weil der Faktor $\operatorname{cosec} A$ in Gl. III) in diesem Falle seinen kleinsten Wert hat.

Aus den Gleichungen I), II) und III) ergibt sich also, daß kleine Fehler in der Breite, Höhe und Deklination den geringsten Einfluß auf die Bestimmung der Zeit haben, wenn hierzu die Höhe eines Gestirns beobachtet wird, das rechtweisend Ost oder West

vom Beobachter steht, und daß Gestirne, deren wahres Azimut nicht 90° groß werden kann, sich dann am besten zur Zeitbestimmung eignen, wenn der parallaktische Winkel 90° beträgt. Die Gestirne aber, deren Deklination ungleichnamig mit der Breite ist, die also unter dem Horizonte durch den ersten Vertikal gehen, sind diesem während der Dauer der Sichtbarkeit bei ihrem Auf- oder Untergange am nächsten und daher auch um diese Zeit am geeignetsten zur Bestimmung der Ortszeit. Jedoch werden solche kleine Höhen nur dann ein brauchbares Ergebnis liefern, wenn der Stand des Barometers und Thermometers zur Zeit der Beobachtung bekannt ist, um die mittlere Strahlenbrechung berichtigen zu können.

Da die Kotangenten und Kosekanten um so größer werden, je mehr sich der Winkel dem Werte 0 oder 180° nähert, so folgt ferner aus obigen Gleichungen, daß die Zeitbestimmung desto unsicherer wird, je näher am Meridian das beobachtete Gestirn steht, und daß durch Höhen im Meridian die Zeit nicht bestimmt werden kann, da dann die Werte von $\operatorname{cotg} A$ und $\operatorname{cosec} A$ unendlich groß sind.

Da der Wert des Faktors $\sec\varphi$ in den Gleichungen I), II) und III) mit zunehmender Breite wächst, so wird die Zeitbestimmung um so unsicherer, je größer die Breite des Beobachtungsorts ist. In hohen Breiten hat man daher um so sorgfältiger darauf zu achten, die Zeit und Länge nur durch Höhen im oder doch so nahe wie möglich am ersten Vertikal zu bestimmen.

Um zu erfahren, wann oder in welcher Höhe ein Gestirn durch den ersten Vertikal geht, hat man aus dem sphärischen, am Zenit rechtwinkligen Dreieck *PZG* die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}\cos t &= \operatorname{cotg} p \cdot \operatorname{tang} b = \operatorname{tang}\delta \cdot \operatorname{cotg}\varphi\\ \text{und } \cos z &= \frac{\cos p}{\cos b} \text{ oder } \sin h = \sin\delta \cdot \operatorname{cosec}\varphi\end{aligned}\right\} \text{(nach § 49).}$$

Für den Fall, daß die Deklination des Gestirns größer als die gleichnamige Breite ist, liefert das am Gestirn *G* rechtwinklige sphärische Dreieck *PGZ* die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}\cos t &= \operatorname{cotg} b \cdot \operatorname{tang} p = \operatorname{tang}\varphi \cdot \operatorname{cotg}\delta\\ \text{und } \cos z &= \frac{\cos b}{\cos p} \text{ oder } \sin h = \sin\varphi \cdot \operatorname{cosec}\delta\end{aligned}\right\} \text{(nach § 49).}$$

Die nautische Tafel 44 macht diese Berechnung entbehrlich. In dieser Tafel sind für die Breite von 0 bis 80° und für jeden Grad der mit der Breite gleichnamigen Deklination von 1° bis 24° der Stundenwinkel und die Höhe des Gestirns gegeben, wenn es im ersten Vertikal oder in dem den Deklinationsparallel berührenden Vertikalkreise steht.

§ 304. Die Beobachtung und Verwertung der Höhe. Wenn das zu beobachtende Gestirn im oder doch möglichst nahe am ersten Vertikal ist, beobachte man so viele Höhen, als man in 2 bis 3 Minuten bekommen kann, und schreibe die entsprechenden Uhrzeiten auf Sekunden genau an.

Aus den Uhrzeiten und beobachteten Höhen nehme man das Mittel und mache die Annahme, daß die Uhr das Mittel der Zeiten gezeigt hätte, als das Mittel der Höhen stattfand.

Für das Mittel der Höhen finde man die wahre Mittelpunktshöhe und ermittele die Breite des Orts sowie die Deklination des Gestirns für die Zeit der Beobachtung.

Höhe, Breite und Deklination nehme man auf ganze oder zehntel Minuten genau in Rechnung, je nachdem die Höhen über der Kimm oder über dem künstlichen Horizont beobachtet worden sind.

Aus dem nach § 302 berechneten Stundenwinkel finde man nach § 287 die wahre oder mittlere Ortszeit und durch deren Vergleichung mit dem Mittel der Beobachtungszeiten die Uhrkorrektion gegen wahre oder mittlere Ortszeit.

Beispiel 1. 1907 den 24. August wurde in 31° 59′ S Br. und 50° 6′ W Lg. v. Grw. nach einer Uhr, die ungefähr 8^m gegen mittlere Zeit zurück war, die untenstehende Beobachtung angestellt. Die Augeshöhe war 5,8 m, die Inderkorrektion — 3′ 15″. Es ist die Uhrkorrektion gegen wahre und mittlere Ortszeit zu finden.

$3^h\,54^m\,7^s$ ⊙ 18° 3′ 10″
55 5 — 17 53 40
55 54 — 44 20
$3^h\,55^m\,2^s$ — 17° 53′ 43″
I. K. = — 3′ 15″
17° 50′,5
Gesamtber. = + 8′,7
Wh. ⊙ h = 17° 59′,2.

$$2 \sin^2 \tfrac{1}{2} t = (\cos(\varphi - \delta) - \sin h) \cdot \sec\varphi \cdot \sec\delta$$

$\varphi = -31°\,59'$ . . . . . log sec = 0,07150
$\delta = +11°\,19'$ . . . . . log sec = 0,00853
$\varphi - \delta =$ 43° 18′ cos = 0,72777
$h =$ 17° 59′ sin = 0,30874
0,41903 log = 9,62224
log $(2 \sin^2 \frac{1}{2} t)$ = 9,70227
$t = 4^h\,1^m\,1^s$ W v. Mer.
Wh. Ortszeit = $4^h\,1^m\,1^s$ abds.
Ztgl. a. wh. Zeit = + $2^m\,26^s$
Mittl. Ortszeit = $4^h\,3^m\,27^s$ abds.
Uhrzeit = $3^h\,55^m\,2^s$
U. K. = + $8^m\,25^s$ geg. mittl. Zeit.
„ „ = + $5^m\,59^s$ „ wh. „

$3^h\,55^m$ Uhrzeit.
+ 8^m U. K. geg. mittl. Zeit.
$4^h\,3^m$ mittl. Ortszeit abds. d. 24/8.
+ $3^h\,20^m$ W Lg. in Zeit.
$7^h\,23^m$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 24/8.

N. J. d. 24/8. ⊙ δ = + 11° 25′,3
Änd. = 0′,85 in 1^h
7,4
6′,3 . . . . . 6′,3
Verb. ⊙ δ = + 11° 19′,0

N. J. d. 24/8. Ztgl. a. wh. Zeit = + $2^m\,31^s$
Änd. = 0^s,7 in 1^h
7,4
5^s,2 . . . . 5^s
Verb. Ztgl. = + $2^m\,26^s$

Beispiel 2. 1907 den 22. August wurde morgens in 37° 13′ N Br. und 13° 0′ O Lg. v. Grw. nach einer Uhr, die ungefähr 4^m gegen mittlere Zeit voraus war, in 4,5 m Augeshöhe folgende Beobachtung zur Zeitbestimmung gemacht:

Aldebaran
$1^h\,26^m\,21^s$ ✳ 19° 14′
27 44 — 31
28 36 — 54
} I. K. = + 2′.
$1^h\,27^m\,34^s$ — 19° 33′
I. K. = + 2′
19° 35′
Gesamtber. = — 6′,4
Wh. ✳ h = 19° 28′,6.

$$2 \sin^2 \tfrac{1}{2} t = (\cos(\varphi - \delta) - \sin h) \cdot \sec\varphi \cdot \sec\delta$$

$\varphi = +37°\,13'$ . . . . log sec = 0,09889
$\delta = +16°\,19'$ . . . . log sec = 0,01785
$\varphi - \delta =$ 20° 54′ cos = 0,93420
$h =$ 19° 29′ sin = 0,33353
0,60067 log = 9,77864
log $(2 \sin^2 \frac{1}{2} t)$ = 9,89538

$1^h\,28^m$ Uhrzeit.
— 4^m U. K. geg. mittl. Zeit.
$1^h\,24^m$ mittl. Ortszeit mrgs. d. 22/8.
— $0^h\,52^m$ O Lg. in Zeit.
$12^h\,32^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 21/8.

N. J. d. 21/8. m. ⊙ AR. = $9^h\,54^m\,38^s$
Tafel 24 für 12^h . . . . . . $1^m\,58^s$,3
„ 32^m . . . . . . 5^s,3
Verb. m. ⊙ AR. = $9^h\,56^m\,42^s$
N. J. ✳ AR. = $4^h\,30^m\,36^s$
✳ δ = + 16° 19′,4

$t = 5^h\,10^m\,33^s$ O v. Mer.
✻ AR. $= 4^h\,30^m\,36^s$
Sternzeit $= 23^h\,20^m\,3^s$
m. ☉ AR. $= 9^h\,56^m\,42^s$
Mittl. astr. Ortszeit $= 13^h\,23^m\,21^s$ d. 21/8.
Uhrzeit $= 13^h\,27^m\,34^s$ „ „
U. K. $= -\ 4^m\,13^s$ geg. mittl. Zeit.

Beispiel 3. 1907 den 26. Dezember abends wurden in 36° 57′ S Br. und 94° 6′ O Lg. v. Grw. nach einer Uhr, die ungefähr 8^m gegen mittlere Ortszeit zurück war, in 4,8 m Augeshöhe die unten folgenden ♀ Höhen beobachtet. Es ist die Uhrkorrektion gegen mittlere Ortszeit zu berechnen.

$7^h\,56^m\,47^s$ ♀ 10° 15′
57 20 — 9 } I. K. = − 0′,5.
57 59 — 2
$7^h\,57^m\,22^s$ — 10° 8′,7
I. K. = − 0′,5
10° 8′,2
Gesamtber. = − 9′,0
Wh. ♀ h = 9° 59′,2

$$\sin \tfrac{1}{2} t = \sqrt{\frac{\cos S \cdot \sin (S - h)}{\cos \varphi \cdot \sin p}}$$

♀ h = 9° 59′
φ = 36° 57′ log sec = 0,09737
p = 68° 2′ log cosec = 0,03273
$2S$ = 114° 58′
S = 57° 29′ log cos = 9,73041
$S - h$ = 47° 30′ log sin = 9,86763
19,72814 : 2
log sin $\frac{1}{2} t$ = 9,86407
$\frac{1}{2} t = 3^h\,7^m\,58^s$
$t = 6^h\,15^m\,56^s$ W v. Mer.
♀ AR. $= 20^h\,6^m\,4^s$
Sternzeit $= 2^h\,22^m\,0^s$
m. ☉ AR. $= 18^h\,15^m\,38^s$
Mittl. astr. Ortszeit $= 8^h\,6^m\,22^s$ d. 26/12.
Uhrzeit $= 7^h\,57^m\,22^s$ „ „
Uhrkorrektion $= +\ 9^m\,0^s$ geg. mittl. Zeit.

$7^h\,57^m$ Uhrzeit.
$+\ 8^m$ U. K. geg. mittl. Zeit.
$8^h\,5^m$ mittl. Ortszeit abds. d. 26/12.
$6^h\,16^m$ O Lg. in Zeit.
$1^h\,49^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 26/12.
N. J. d. 26/12. m. ☉ AR. $= 18^h\,15^m\,20^s$
Tafel 24 für 1^h . . . . $+\ 9^s,9$
„ 49^m . . . . $+\ 8^s,0$
Verb. m. ☉ AR. $= 18^h\,15^m\,38^s$
N. J. d. 26/12. ♀ AR. $= 20^h\,5^m\,40^s$
Änd. $= 13^s,1$ in 1^h
1,8
$23^s,58$ . . . = 24^s
Verb. ♀ AR. $= 20^h\,6^m\,4^s$
N. J. d. 26/12. ♀ δ = − 21° 59′,0
Änd. = 0′,63 in 1^h
1,8
1′,13 . . . = 1′,1
Verb. ♀ δ = − 21° 57′,9
p = 68° 2′,1
♀ Hor. π = 6″.

Beispiel 4. 1907 den 1. August morgens wurde in 54° 21′,3 N Br. und 18° 40′ O Lg. v. Grw. nach einer Uhr, die ungefähr 7^m der mittleren Ortszeit voraus war, folgende Beobachtung zur Zeitbestimmung gemacht:

$0^h\,28^m\,34^s$ ☾ 22° 0′ 50″
29 5 — 10 30 } I. K. = − 2′ 40″
29 35 — 19 20 } Bar. = 763 mm; Therm. = + 13° C.
$0^h\,29^m\,5^s$ — 22° 10′ 13″
I. K. = − 2′ 40″
22° 7′ 33″
Schb. ☾ h = 11° 3′ 47″
π' − Strb. = + 49′ 59″
Wh. ☾ h = 11° 53′ 46″
☾ Halbm. = + 15′ 16″
Wh. ☾ h = 12° 9′ 2″

Tafel 20.

11° 1′	55′ 48″
11° 0′	49′ 12″
48″	+ 47″
1′	+ 1″
Ber. f. Bar.	− 4″
„ „ Therm.	+ 3″
π' − Strb. =	49′ 59″

$0^h\,29^m$ Uhrzeit.
$-\ 7^m$ U. K. geg. mittl. Zeit.
$0^h\,22^m$ mittl. Ortszeit mrgs. d. 1/8.
$-\ 1^h\,15^m$ O Lg. in Zeit.
$11^h\,7^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 31/7.

$$2\sin^2 \tfrac{1}{2} t = (\cos(\varphi - \delta) - \sin h) \cdot \sec\varphi \cdot \sec\delta\,.$$

$\varphi = +\,54^\circ\,21',3$ . . . . . . $\log\sec = 0{,}23451$
$\delta = +\,8^\circ\,38',5$ . . . . . . $\log\sec = 0{,}00496$

$\varphi - \delta = 45^\circ\,42',8$ $\cos = 0{,}69825$
$h = 12^\circ\,9',0$ $\sin = 0{,}21047$

$0{,}48778$ $\log = 9{,}68822$
$\log(2\sin^2 \tfrac{1}{2} t) = 9{,}92769$

$t = 5^h\,24^m\,43^s$ O v. Mer.
☾ AR. $= 2^h\,21^m\,27^s$

Sternzeit $= 20^h\,56^m\,44^s$
m. ☉ AR. $= 8^h\,33^m\,40^s$

Mittl. astr. Ortszeit $= 12^h\,23^m\,4^s$ d. 31/7.
Uhrzeit $= 12^h\,29^m\,5^s$ „ „
Uhrkorrektion $= -\,6^m\,1^s$ gegen mittl. Zeit.

N. J. d. 31/7. m. ☉ AR. $= 8^h\,31^m\,50^s$
Tafel 24 für 11^h . . . . . . $+\;\;1^m\,48^s,4$
„ 7^m . . . . . $+\;\;\;\;\;\;1^s,1$

Verb. m. ☉ AR. $= 8^h\,33^m\,39^s,5$

D. 31/7. um 11^h ☾ AR. $= 2^h\,21^m\,13^s$
Änd. $= 1^s,99$ in 1^m
7
$13^s,93$ . . . . 14^s

Verb. ☾ AR. $= 2^h\,21^m\,27^s$

D. 31/7. um 11^h ☾ $\delta = +\;\;8^\circ\,37',2$
Änd. $= 0',18$ in 1^m
7
$1',26$ . . . . . . $1',3$

Verb. ☾ $\delta = +\;\;8^\circ\,38',5$

D. 31/7. um 0^h ☾ $r = 15'\,22''$; ☾ $p = 56'\,16''$
„ „ „ 12^h ☾ $r = 15'\,15''$; ☾ $p = 55'\,53''$
„ „ „ $11^h,1$ ☾ $r = 15'\,16''$; ☾ $p = 55'\,55''$
Ver. f. Abpl. $= -\;\;7''$
☾ $p' = 55'\,48''$

II. Berechnung des wahren Azimuts.

§ 305. Wenn die Höhe des Gestirns bekannt ist. Das Dreieck zwischen Pol, Zenit und Gestirn (Fig. 231) liefert nach § 57 die Gleichung

$$\cos \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\sin s \cdot \sin(s - p)}{\sin b \cdot \sin z}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{I).}$$

In dieser Gleichung haben die Buchstaben die im § 302 ihnen zugelegten Bedeutungen, und es ist $s = \tfrac{1}{2}(p + b + z)$.

Führt man statt der Seiten b und z deren Komplemente φ und h ein, so wird
$s = \tfrac{1}{2}(p + 90^\circ - \varphi + 90^\circ - h) = \tfrac{1}{2}(180^\circ - (\varphi + h - p))$
$= 90^\circ - \tfrac{1}{2}(\varphi + h - p) \qquad = 90^\circ - (S - p)$, worin $S = \tfrac{1}{2}(\varphi + h + p)$ ist, also
$\sin s = \sin[90^\circ - (S - p)] = \cos(S - p)$.

Mit diesen Werten geht Gl. I über in

$$\cos \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\cos S \cdot \cos(S - p)}{\cos\varphi \cdot \cos h}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{II).}$$

Ist das Azimut sehr klein, so findet man es durch Gl. III in § 57 genauer als nach I oder II.

Beispiel 1. Es sei die Breite $= 47^\circ\,13'$ N, die Deklination der Sonne $= 14^\circ\,2'$ S und ihre wahre Mittelpunktshöhe $= 4^\circ\,15'$ W v. Mer.; es soll das wahre Azimut nach Formel I gefunden werden.

$$\cos \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\sin s \cdot \sin(s - p)}{\sin b \cdot \sin z}}\,.$$

$\delta = -\,14^\circ\,2'$; $p = 104^\circ\,2'$
$\varphi = +\,47^\circ\,13'$; $b = 42^\circ\,47'$ $\log\operatorname{cosec} = 0{,}1680$
$h = 4^\circ\,15'$; $z = 85^\circ\,45'$ $\log\operatorname{cosec} = 0{,}0012$
$2s = 232^\circ\,34'$
$s = 116^\circ\,17'$ $\log\sin = 9{,}9526$
$s - p = 12^\circ\,15'$ $\log\sin = 9{,}3267$
$19{,}4485 : 2$

$$\log \cos \tfrac{1}{2} A = 9{,}7243$$
$$\tfrac{1}{2} A = 58^\circ\, 0'$$
Wahres Azimut = N 116°,0 W.

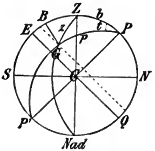
Beispiel 2. Aus den im Beispiel 1 gegebenen Größen soll das wahre Azimut nach Formel II gefunden werden.

$$\cos \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\cos S \cdot \cos (S - p)}{\cos \varphi \cdot \cos h}}\,.$$

$p = 104^\circ\ 2'$
$\varphi = 47^\circ\, 13'$ log sec = 0,1680
$h = 4^\circ\, 15'$ log sec = 0,0012
$2S = 155^\circ\, 30'$
$S = 77^\circ\, 45'$ log cos = 9,3267
$S - p = 26^\circ\, 17'$ log cos = 9,9526
19,4485 : 2
$\log \cos \tfrac{1}{2} A = 9{,}7243$
$\tfrac{1}{2} A = 58^\circ\ 0'$
Wahres Azimut = N 116°,0 W.

§ 306. Wenn der Stundenwinkel des Gestirns bekannt ist. Denkt man sich in Fig. 235, worin die Buchstaben die bekannten Bedeutungen haben, vom Mittelpunkt des Gestirns G den größten Kreisbogen GB senkrecht auf den Meridian gefällt, so entstehen die beiden bei B rechtwinkligen sphärischen Dreiecke PBG und ZBG. Bezeichnet N den Meridianbogen PB, vom oberen Pol durchs Zenit bis zum Fußpunkte der Senkrechten, so erhält man nach der Napierschen Regel aus dem Dreieck PBG die Gleichung

Fig. 235.



$$\cos t = \operatorname{tang} N \cdot \operatorname{cotg} p$$

und hieraus $\operatorname{tang} N = \operatorname{cotg} \delta \cdot \cos t$ . . . . . Ia).

Ferner erhält man, wenn A' den Winkel BZG, den Nebenwinkel des Azimuts A, bezeichnet,

aus Dreieck PBG: $\sin N \;= \operatorname{cotg} t \;\cdot \operatorname{tang} GB$
und aus Dreieck ZBG: $\sin ZB = \operatorname{cotg} A' \cdot \operatorname{tang} GB$,

durch Division $$\frac{\sin N}{\sin ZB} = \frac{\operatorname{cotg} t}{\operatorname{cotg} A'}\,.$$

Nach der Figur ist $EZ + PB = 90^\circ + ZB$, und da $EZ = \varphi$ und $PB = N$ ist, so ist $\varphi + N = 90^\circ + ZB$,
also $\varphi + N - 90^\circ = ZB$.

Führt man diesen Wert für ZB in die letzte Gleichung ein und drückt A' aus, so erhält man:

$$\operatorname{tang} A' = \frac{\sin N \cdot \operatorname{tang} t}{\sin (\varphi + N - 90^\circ)}$$

oder $$-\operatorname{tang} A = \frac{\sin N \cdot \operatorname{tang} t}{-\cos (\varphi + N)}$$

und somit $$\operatorname{tang} A = \frac{\sin N \cdot \operatorname{tang} t}{\cos (\varphi + N)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; \text{Ib).}$$

Will man bei der Rechnung nach den Formeln I die Vorzeichen der trigonometrischen Funktionen außer acht lassen, so sind folgende Regeln zu beachten:

N und t sind gleichartig, wenn φ und δ gleichnamig sind;
N und t sind ungleichartig, wenn φ und δ ungleichnamig sind;
A und t sind gleichartig, wenn $\varphi + N$ spitz ist;
A und t sind ungleichartig, wenn $\varphi + N$ stumpf ist.

Ein besonderer Fall der Formel I ist es, wenn der Stundenwinkel $t = 90°$ ist; man hat dann aus dem bei P rechtwinkligen Dreieck zwischen Pol, Zenit und Gestirn nach der Napierschen Regel:

$$\sin b = \operatorname{cotg} A \cdot \operatorname{tang} p$$

und hieraus

$$\operatorname{cotg} A = \cos\varphi \cdot \operatorname{tang}\delta \quad \text{. . . . . II).}$$

Wenn man so kurz hintereinander Azimute beobachtet hat, daß die Deklination und Breite bei allen Azimuten gleich angenommen werden kann, so kann man mit Vorteil die Napierschen Proportionen im § 59 zur Berechnung des Azimuts verwenden, nämlich

$$\sin \tfrac{1}{2}(p + b) : \sin \tfrac{1}{2}(p - b) = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} t : \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(A - G)$$

und

$$\cos \tfrac{1}{2}(p + b) : \cos \tfrac{1}{2}(p - b) = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} t : \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(A + G).$$

Beispiel 1. Es sei die Breite $= 7° 16' S$, der Stundenwinkel des Sterns α Ursae majoris $= 0^h 29^m 46^s$ O v. Mer. und dessen Deklination $= 62° 17' N$; es soll das wahre Azimut nach den Formeln I gefunden werden.

$$\operatorname{tang} N = \operatorname{cotg}\delta \cdot \cos t; \qquad \operatorname{tang} A = \frac{\sin N \cdot \operatorname{tang} t}{\cos(\varphi + N)}.$$

$$\begin{aligned}
\delta &= +62° 17' \ \log\operatorname{cotg} = 9{,}7205\,n \\
t &= 0^h 29^m 46^s \ \log\cos = \underline{9{,}9963} \quad \log\operatorname{tang} = 9{,}1160 \\
N &= 152° 29' \ \log\operatorname{tang} = 9{,}7168\,n \quad \log\sin = 9{,}6646 \\
\varphi &= \underline{\ \ 7° 16'} \\
\varphi + N &= 159° 45' \ \text{. . . . .} \ \log\sec = \underline{0{,}0277\,n} \\
A &= 176° 19' \ \log\operatorname{tang} = 8{,}8083\,n
\end{aligned}$$

Wahres Azimut $=$ S 176°,3 O.

Nach Tafel 40 das Azimut zu finden.

In Tafel 40 sind nach der im § 303 entwickelten Formel I, nämlich

$$dt = \operatorname{cotg} A \cdot \sec\varphi \cdot d\varphi \quad \text{. . . . . III)}$$

die Werte von dt in Bogenminuten berechnet, die einer Breitenänderung von 1′ entsprechen, und zwar für die Breiten von 0° bis 72° und für alle Azimute von 0° bis 90°.

Sind also der Tafelwert und die Breite bekannt, so kann man aus dieser Tafel am Kopfende das dem Tafelwerte und der Breite entsprechende Azimut entnehmen.

Diesen Tafelwert hat man zunächst aus Tafel 39 zu finden. Die dieser Tafel zugrunde liegende Formel läßt sich in folgender Weise entwickeln.

Nach § 55, Gl. IV, ist in dem Dreieck zwischen Pol, Zenit und Gestirn unter Benutzung der für dieses Dreieck bekannten Buchstaben

$$\sin b \cdot \operatorname{cotg} p = \cos b \cdot \cos t + \sin t \cdot \operatorname{cotg} A,$$

also

$$\begin{aligned}
\operatorname{cotg} A &= \frac{\sin b \cdot \operatorname{cotg} p - \cos t \cdot \cos b}{\sin t} \\
&= -\frac{\cos b}{\operatorname{tang} t} + \frac{\operatorname{cotg} p \cdot \sin b}{\sin t} \\
&= -\frac{\sin\varphi}{\operatorname{tang} t} + \frac{\operatorname{tang}\delta \cdot \cos\varphi}{\sin t}
\end{aligned}$$

durch $\cos\varphi$ dividiert:

$$\operatorname{cotg} A \cdot \sec\varphi = -\frac{\operatorname{tang}\varphi}{\operatorname{tang} t} + \frac{\operatorname{tang}\delta}{\sin t}.$$

Setzt man nun diesen Wert für $\cotg A \cdot \sec\varphi$ in Gl. III ein, so wird

$$dt = -\frac{\tang\varphi}{\tang t} + \frac{\tang\delta}{\sin t}, \qquad \text{IV)}$$

wenn $d\varphi = 1'$ gesetzt wird, oder

$$-dt = \frac{\tang\varphi}{\tang t} - \frac{\tang\delta}{\sin t}.$$

Setzt man $\frac{\tang\varphi}{\tang t} = x$ und $-\frac{\tang\delta}{\sin t} = y$,

so erhält man $-dt = x + y$.

Die linke Seite der Tafel 39 enthält den Wert von x, der wegen $\tang t$ positiv oder negativ zu bezeichnen ist, je nachdem der Stundenwinkel kleiner oder größer als 6 Stunden ist. Im letzten Falle geht man mit der Ergänzung des Stundenwinkels zu 12 Stunden in die Tafel ein.

Von der rechten Seite der Tafel 39 entnimmt man den Wert von y, der wegen $\tang\delta$ positiv oder negativ zu nehmen ist, je nachdem Breite und Deklination ungleichnamig oder gleichnamig sind.

Die algebraische Summe von x und y ist dann der Tafelwert, womit man aus Tafel 40 das Azimut findet.

Da nach Formel III das Azimut spitz oder stumpf ist, je nachdem dt und $d\varphi$ gleiche oder entgegengesetzte Vorzeichen haben, so ergibt sich mit Rücksicht auf die Gleichung: $-dt = x + y$ zur Bezeichnung des aus Tafel 40 entnommenen spitzen Azimuts die Regel:

Ist $x + y$ positiv, so ist das Azimut ungleichnamig mit der Breite; gleichnamig mit der Breite ist das Azimut, wenn $x + y$ negativ ist.

Beispiel 2. Aus den im Beispiel 1 gegebenen Größen soll das wahre Azimut nach Tafel 40 gefunden werden.

Nach Tafel 39 hat man

$$x = +\ 0{,}97\ (+,\text{ weil } t < 6^h)$$
$$y = +14{,}59\ (+,\text{ weil } \varphi \text{ und } \delta \text{ ungleichnamig})$$
$$x + y = +15{,}56.$$

Für $x + y = +15{,}56$ und $\varphi = 7°\,16'$ gibt Tafel 40:

Wahres Azimut = N 3°,7 O.

§ 307. Wenn Höhe und Stundenwinkel des Gestirns bekannt sind. Für diesen Fall ergibt die Sinusgleichung des sphärischen Dreiecks zwischen Pol, Zenit und Gestirn die Formel:

$$\sin z : \sin p = \sin t : \sin A,$$

also

$$\sin A = \cos\delta \cdot \sin t \cdot \sec h \qquad \text{I).}$$

Da A von 0 bis 180° wachsen kann und zu einem positiven Sinus zwei zu 180° sich ergänzende Winkel gehören, so hat man bei Benutzung dieser Formel folgende Regeln zu beachten, um den richtigen Wert des Azimuts zu erhalten.

1. Sind Breite und Deklination ungleichnamig, so ist stets der stumpfe Wert zu nehmen.

2. Sind Breite und Deklination gleichnamig und die Deklination größer als die Breite, so ist stets der spitze Wert zu nehmen.

3. Sind Breite und Deklination gleichnamig und die Deklination kleiner als die Breite, so kann das Azimut spitz oder stumpf sein. Man erkennt den richtigen Wert mit Hilfe von Tafel 44. Ist die in dieser Tafel angegebene Höhe des Gestirns im ersten

Vertikal größer als die gegebene Höhe, so hat das Gestirn den ersten Vertikal noch nicht erreicht und folglich ist das Azimut kleiner als 90°, andernfalls ist das Gestirn schon durch den ersten Vertikal gegangen und das Azimut ist in diesem Falle größer als 90°.

4. Ist das Azimut nahe an 90°, so ist die Entscheidung mittels Tafel 44 unsicher, und man berechnet in solchem Falle das Azimut nach einer der im § 305 oder § 306 gegebenen Formeln.

In allen diesen Fällen wird das mit der Breite gleichnamige Azimut gefunden, zu dessen Berechnung in der Regel vierstellige Logarithmen genügen.

Beispiel. Es sei die Breite = 36° 17′ S, der Stundenwinkel des Mondes = $2^h\,52^m\,37^s$ O v. Mer., seine Deklination = 23° 28′ S und die wahre Mondmittelpunktshöhe = 50° 49′; gesucht wird das wahre Azimut.

$$\sin A = \cos\delta \cdot \sin t \cdot \sec h\,.$$

$\delta = 23°\,28'$	log cos	= 9,9625
$t = 2^h\,52^m\,37^s$	log sin	= 9,8350
$h = 50°\,49'$	log sec	= 0,1994
	log sin A	= 9,9969

$$A = \begin{matrix} 83°{,}2 \\ 96°{,}8 \end{matrix}\,.$$

Nach Tafel 44 ist die Höhe im ersten Vertikal kleiner als die gegebene, mithin hat der Mond diesen schon passiert, und man hat

Wahres Azimut = S 96°,8 O.

III. Berechnung der wahren Höhe eines Gestirns.

§ 308. Berechnung der Meridianhöhen.

1. Obere Meridianhöhen.

Aus der in § 277 erklärten Figur 219 ist ersichtlich, daß die obere Meridianhöhe eines Gestirns bei gleichnamiger Breite und Deklination gefunden wird, wenn man das Komplement der Breite zur Deklination des Gestirns addiert. Übersteigt diese Summe 90°, so ist ihr Supplement die obere Meridianhöhe, und das Gestirn kulminiert dann auf Nordbreite im Nord- und auf Südbreite im Südmeridian, während sonst das Umgekehrte stattfindet.

Sind aber Breite und Deklination ungleichnamig, so hat man die Deklination des Gestirns vom Komplement der Breite zu subtrahieren, um die obere Meridianhöhe des Gestirns zu erhalten. Ist das Komplement der Breite kleiner als die ungleichnamige Deklination, so ist die Meridianhöhe negativ, da das Gestirn in diesem Falle in der gegebenen Breite nicht aufgeht.

Die Deklination des Gestirns ist für die Zeit seiner oberen Kulmination in Rechnung zu nehmen.

Beispiel 1. Wie groß ist die obere Meridianhöhe der Sonne am 10. Juni 1907 in 11° 15′ N Br. und 42° 12′ W Lg. v. Grw.?

Komplem. d. Br. = 78° 45′	N. J. d. 10/6. ☉ δ = + 22° 56′,8
☉ δ = 22° 57′	Änd. = + 0′,0138
101° 42′	W Lg. = 42°,2
180°	0′,58 . . . . 0′,6
Obere Meridianhöhe = 78° 18′ im N Mer.	Verb. ☉ δ = + 22° 57′,4

Beispiel 2. Wie groß ist die obere Meridianhöhe des Sterns Aldebaran am 9. Dezember 1907 in 36° 57′ S Br. und 94° 6′ O Lg. v. Grw.?

Komplem. d. Br. = 53° 3′		N. J. ✱ δ am 9/12. = + 16° 19′,4.
✱ δ = 16° 19′		
Obere Meridianhöhe = 36° 44′ im N Mer.		

2. Untere Meridianhöhen.

Da die Polhöhe eines Orts, der Bogen des unteren Meridians vom wahren Horizont bis zum oberen Pol, gleich der Breite dieses Orts ist, so erhält man die untere Meridianhöhe eines Gestirns, indem man seine Poldistanz von der Breite des Orts abzieht (s. Fig. 219).

Zu bemerken ist hierüber, daß nur solche Gestirne sichtbar durch den unteren Meridian eines Orts gehen, deren Deklination gleichnamig mit der Breite dieses Orts und größer als das Komplement der Breite ist.

Die Deklination des Gestirns ist für die Zeit seiner unteren Kulmination aus dem nautischen Jahrbuch zu entnehmen und von 90° zu subtrahieren, um die Poldistanz des Gestirns zu erhalten.

Ist die Poldistanz größer als die Breite, so ist der Unterschied beider die negative untere Meridianhöhe des Gestirns.

Beispiel. Wie hoch steht am 19. Februar 1907 auf 50° 15′ N Br. der Polarstern im Meridian unter dem Pol?

Breite = 50° 15′	N. J. d. 19/2.	✱ δ = + 88° 48′,8
Poldistanz = 1° 11′		✱ p = 1° 11′,2.
Höhe des Polarsterns = 49° 4′ im unt. Mer.		

§ 309. Berechnung von Höhen außerhalb der Meridians. Nach § 302, Formel II ist

$$2 \sin^2 \tfrac{1}{2} t = \frac{\cos(\varphi - \delta) - \sin h}{\cos \varphi \cdot \cos \delta}.$$

Drückt man hierin $\sin h$ aus, so wird

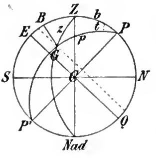
$$\sin h = \cos(\varphi - \delta) - 2 \sin^2 \tfrac{1}{2} t \cdot \cos \varphi \cdot \cos \delta \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{I)},$$

worin h die wahre Mittelpunktshöhe, δ die Deklination und t den Stundenwinkel des Gestirns vom oberen Meridian bezeichnet, der nach § 286 ermittelt wird; φ bezeichnet die Breite des Orts und von φ und δ ist stets die algebraische Differenz zu nehmen. Den $\log(2 \sin^2 \frac{1}{2} t)$ entnimmt man aus Tafel 38.

Wenn außer der Höhe auch das wahre Azimut des Gestirns zu berechnen ist, so benutze man zur Berechnung des Azimuts die in § 306 entwickelten Formeln, nämlich

$$\left.\begin{aligned} \tan N &= \cot \delta \cdot \cos t \\ \text{und} \quad \tan A &= \frac{\sin N \cdot \tan t}{\cos(\varphi + N)} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{II)}.$$

Fig. 235.



Nun ist (Fig. 235) in dem bei B rechtwinkligen Dreieck ZBG, wenn man den Winkel BZG durch A' bezeichnet,

$$\cos A' = \tan ZB \cdot \cot ZG,$$

also

$$\cot ZG = \cos A' \cdot \cot ZB.$$

Da $ZB = \varphi + N - 90°$ ist, so erhält man durch Einführung der Komplemente zu ZG und ZB die Gleichung

$$\tan h = \cos A \cdot \tan(\varphi + N) \quad . . \quad \text{IIa)},$$

worin h die wahre Höhe bedeutet.

Es empfiehlt sich, die Formeln II anzuwenden, falls die zu berechnende Höhe größer als 85° ist, da solche große Höhen nach Formel I nicht genau gefunden werden können.

Beispiel 1. Wie groß war die wahre Sonnenmittelpunktshöhe um $8^h 17^m 20^s$ mittlere Ortszeit morgens den 17. Oktober 1907 in 34° 15′ S Br. und 150° 8′ O Lg. von Grw.?

Mittl. Ortszeit $= 8^h 17^m 20^s$ mrgs. d. 17/10.
Ztgl. auf mittl. Zeit $= +14^m 15^s$
Wahre Ortszeit $= 8^h 31^m 35^s$ „ „
$\odot t = 3^h 28^m 25^s$

$\sin h = \cos(\varphi - \delta) - 2 \sin^2 \frac{1}{2} t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta$.

$t = 3^h 28^m 25^s$ log $(2 \sin^2 \frac{1}{2} t)$ = 9,58633
$\varphi = -34° 15',0$ log cos = 9,91729
$\delta = -\ 8° 43',3$ log cos = 9,99495
$\varphi - \delta = 25° 31',7$ cos = 0,90237
Zahl = 0,31519 log = 9,49857
$\sin h = 0,58718$
Wh. $\odot h = 35° 57',4$.

$8^h 17^m$ mittl. Ortszeit mrgs. d. 17/10.
$-10^h\ 1^m$ O Lg. in Zeit.
$10^h 16^m$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 16/10.
N. J. d. 16/10. $\odot \delta = -8° 33',8$
Änd. = 0′,92 in 1^h
10,3
9′,48 . . . . = 9′,5
Verb. $\odot \delta = -8° 43',3$
D. 16/10. Ztgl. a. wh. Zeit $= -14^m 10^s$
Änd. $= 0^s,5$ in 1^h
10, 3
$5^s,15$ . . . . $= 5^s,2$
Verb. Ztgl. $= -14^m 15^s$.

Beispiel 2. Wie groß war am 11. Juli 1907 in 58° 26′ N Br. und 4° 20′ O Lg. v. Grw. die Höhe des Sterns Capella, als eine Uhr, deren Stand gegen mittlere Ortszeit $= +13^m 17^s$ war, $10^h 59^m 23^s$ abends zeigte?

Uhrzeit $= 10^h 59^m 23^s$ abds. d. 11/7.
U. K. geg. mittl. Zeit $= +\ 13^m 17^s$
Mittl. astr. Ortszeit $= 11^h 12^m 40^s$ d. 11/7.
m. $\odot$ AR. $= 7^h 14^m 47^s$
Sternzeit $= 18^h 27^m 27^s$
✱ AR. $= 5^h\ 9^m 49^s$
✱ $t = 10^h 42^m 22^s$

$\sin h = \cos(\varphi - \delta) - 2 \sin^2 \frac{1}{2} t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta$.

$t = 10^h 42^m 22^s$ log $(2 \sin^2 \frac{1}{2} t)$ = 0,28851
$\varphi = +58° 26',0$ log cos = 9,71891
$\delta = +45° 54',1$ log cos = 9,84254
$\varphi - \delta = 12° 31',9$ cos = 0,97618
Zahl = 0,70788 log = 9,84996
$\sin h = 0,26830$
Wahre Sternhöhe = 15° 33′,8.

$11^h 13^m$ mittl. astr. Ortszeit d. 11/7.
$0^h 17^m$ O Lg. in Zeit.
$10^h 56^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 11/7.
N. J. d. 11/7. m. $\odot$ AR. $= 7^h 12^m 59^s$
Taf. 24 für 10^h $+ 1^m 38^s,6$
„ 56^m $+ 9^s,2$
Verb. m. $\odot$ AR. $= 7^h 14^m 47^s$
✱ AR. $= 5^h\ 9^m 49^s$
✱ $\delta = +45° 54',1$.

Beispiel 3. Was war die wahre Mittelpunktshöhe und das wahre Azimut des Mondes um $1^h 37^m 52^s$ mittlere Ortszeit morgens den 6. Februar 1907 in 48° 7′ S Br. und 174° 53′ W Lg. v. Grw.?

Mittl. astr. Ortszeit $= 13^h 37^m 52^s$ d. 5/2.
m. $\odot$ AR. $= 21^h\ 2^m\ 6^s$
Sternzeit $= 10^h 39^m 58^s$
☾ AR. $= 15^h 28^m 58^s$
☾ $t = 4^h 49^m\ 0^s$ O v. Mer.

$13^h 38^m$ mittl. astr. Ortszeit d. 5/2.
$11^h 40^m$ W Lg. in Zeit.
$1^h 18^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 6/2.
N. J. d. 6/2. m. $\odot$ AR. $= 21^h\ 1^m 53^s$
Taf. 24 für 1^h $+ 9^s,9$
„ 18^m $+ 3^s,0$
Verb. m. $\odot$ AR. $= 21^h\ 2^m\ 6^s$

$$\operatorname{tang} N = \operatorname{cotg} \delta \cdot \cos t$$

$$\operatorname{tang} A = \frac{\sin N \cdot \operatorname{tang} t}{\cos(\varphi + N)}$$

$$\operatorname{tang} h = \cos A \cdot \operatorname{tang}(\varphi + N).$$

D. 6/2. um 1^h ☾ AR. $= 15^h\,28^m\,16^s$
Änd. $= 2^s{,}32$ in 1^m
18
$41^s{,}8 \quad = \quad 42^s$
Verb. ☾ AR $= 15^h\,28^m\,58^s$

D. 6/2 um 1^h ☾ $\delta = -13^\circ\,47'{,}7$
Änd. $= 0'{,}161$ in 1^m
18
$2'{,}90 \quad = \quad 2'{,}9$
Verb. ☾ $\delta = -13^\circ\,50'{,}6$

$\delta = -13^\circ\,50'{,}6$ log cotg $= 0{,}60832$
$t = 4^h\,49^m\,0^s$ log cos $= 9{,}48411$ log tang $= 0{,}49471$
$N = 51^\circ\;3'{,}1$ log tang $= 0{,}09243$ log sin $= 9{,}89082$
$\varphi = 48^\circ\;7'{,}0$
$\varphi + N = 99^\circ\,10'{,}1$ . . . . log sec $= 0{,}79769\,n$ log tang $= 0{,}79210\,n$
$A = 93^\circ 45'{,}1$ log tang $= 11{,}18322\,n$ log cos $= 8{,}81579\,n$
$h = 22^\circ\,4'{,}1$ log tang $= 9{,}60789$

Wahre ☾ Höhe $= 22^\circ\,4'{,}1$; wahres Azimut $=$ S $93^\circ{,}8$ O.

Fünfter Abschnitt.

Chronometerrechnungen.

1. Stand und Gang des Chronometers.

§ 310. Vergleichung zweier Chronometer miteinander. Man stelle beide Chronometer nebeneinander, sehe nach dem Sekundenzeiger des einen Chronometers und zähle dessen halbe Sekundenschläge nach dem Gehör mit. Zeigt der Zeiger 50 Sekunden etwa an, so sehe man nach dem Sekundenzeiger des anderen Chronometers, wobei man aber die Schläge des ersten ununterbrochen weiter zählt, bis die Minute auf diesem voll ist. In diesem Augenblick liest man die Sekunden ab, auch halbe oder zehntel Sekunden, je nachdem man hierin geübt ist. Dann schreibt man die Stunden und Minuten dazu, die jedes Chronometer in jenem Augenblicke zeigte. Auf dieselbe Weise wird eine Beobachtungsuhr mit dem Chronometer verglichen. Aus solcher Vergleichung findet man dann die Zeit des Chronometers im Augenblick einer Beobachtung nach der Uhr, indem man den Unterschied der beiden Uhrangaben zu der Zeit der Beobachtung zulegt oder von ihr abzieht, je nachdem die Beobachtungsuhr bei der Vergleichung weniger oder mehr zeigte als das Chronometer.

Fand man z. B. bei der Vergleichung die Angabe der Beobachtungsuhr $= 7^h\,18^m\,54^s$
und die Angabe des Chronometers . . . . $= 9^h\,52^m\;\;0^s$
so ist Beobachtungsuhr hinter Chronometer . . . . $2^h\,33^m\;\;6^s$.
War nun die Zeit der Beobachtung nach der Uhr . . . . $= 7^h\,23^m\,11^s$,
so ist die Chronometerzeit der Beobachtung $= 9^h\,56^m\,17^s$.

Ist die Beobachtungsuhr nicht ganz zuverlässig oder will man sicher gehen, so vergleiche man kurz vor und nach der Beobachtung die Uhr mit dem Chronometer, nehme aus den beiden Unterschieden der Uhrangaben das Mittel und wende dieses auf die Uhrzeit der Beobachtung an.

§ 311. Bestimmung des Standes. Bevor ein Schiffschronometer seinen Zweck, zu jeder Zeit die mittlere Zeit des ersten Meridians zu liefern, erfüllen kann, muß man den Stand und Gang des Chronometers kennen.

Als erster oder Nullmeridian wird hier der Greenwicher Meridian angenommen, und man versteht unter „Stand des Chronometers“ ohne weiteren Zusatz die Abweichung der Chronometerzeit von der mittleren Greenwicher Zeit.

Der Stand wird wie die Uhrkorrektion mit + oder — bezeichnet, je nachdem er zur Chronometerzeit zuzulegen oder von dieser abzuziehen ist, um die mittlere Greenwicher Zeit zu erhalten.

Zur Kenntnis des Standes gelangt man am einfachsten durch Vergleiche des Chronometers mit einer Uhr, deren Stand gegen mittlere Greenwicher oder Ortszeit genau bekannt ist.

Es zeige z. B. in 18° 40′ O Lg. v. Grw. eine Pendeluhr, die zur Zeit des Uhrvergleichs $1^m 32^s$ gegen mittlere Ortszeit zurück war, $0^h 0^m 0^s$ mittags den 8/8. und das Chronometer $10^h 18^m 34^s$, so ist:

Pendel-Uhrzeit	$= 0^h\ 0^m\ 0^s$
Stand geg. mittl. Ortszeit	$= + \quad 1^m 32^s$
Mittl. Ortszeit	$= 0^h\ 1^m 32^s$
O Lg. in Zeit	$= 1^h 14^m 40^s$
Mittl. Grw. Zeit	$= 10^h 46^m 52^s$
Chronometerzeit	$= 10^h 18^m 34^s$
Stand des Chronometers	$= + \ 28^m 18^s$ um $10^h,8$ mittl. Grw. Zeit mrgs. d. 8/8.

Wie man auf andere Weise den Stand des Chronometers ermitteln kann, wird unter II. erörtert werden.

Wegen des in § 257 erwähnten Ganges ist der Stand des Chronometers veränderlich, und man gibt ihn in der Regel für den Augenblick des mittleren Greenwicher Mittages an.

§ 312. Bestimmung des Ganges. Die Änderung des Standes in einem Tage nennt man den täglichen Gang des Chronometers. Es ist also der tägliche Gang des Chronometers die Anzahl Sekunden, um die das Chronometer in 24 Stunden oder einem Tage gegen mittlere Zeit zurückbleibt oder voreilt. Im ersten Falle ist der Gang positiv und im zweiten negativ.

Den täglichen Gang ermittelt man aus zwei Standbestimmungen, indem man den früher gefundenen Stand von dem späteren Stande algebraisch subtrahiert und diese Differenz durch den in Tagen ausgedrückten, zwischen beiden Standbestimmungen liegenden Zeitraum dividiert.

Beispiel 1. Es sei der Stand eines Chronometers $= +8^m 22^s,5$ und nach 13,5 Tagen $= +8^m 59^s,2$ gefunden. Was ist der tägliche Gang?

I. Stand	$= +8^m 22^s,5$
II. Stand	$= +8^m 59^s,2$
Differenz	$= + \quad 36^s,7$
Tägl. Gang	$= \dfrac{+36^s,7}{13,5} = +2^s,7.$

Beispiel 2.

I. Stand	$= +13^m 29^s,6$	Zwzt. = 12,0 Tage
II. Stand	$= +12^m 12^s,4$	
Differenz	$= - \ 1^m 17^s,2$	
Tägl. Gang	$= \dfrac{-77^s,2}{12,0} = -6^s,4.$	

Beispiel 3.

I. Stand	$= -28^m\ 0^s,8$	Zwzt. = 14,6 Tage
II. Stand	$= -28^m 25^s,7$	
Differenz	$= - \quad 24^s,9$	
Tägl. Gang	$= \dfrac{-24^s,9}{14,6} = -1^s,7.$	

Beispiel 4.		Beispiel 5.		Beispiel 6.	
Zwzt.	= 13,9 Tage	Zwzt.	= 12,3 Tage	Zwzt.	= 15,4 Tage
I. Stand	= $-2^m\,43^s,4$	I. Stand	= $+0^m\,21^s,0$	I. Stand	= $-0^m\,38^s,2$
II. Stand	= $-1^m\,36^s,3$	II. Stand	= $-1^m\,0^s,5$	II. Stand	= $+0^m\,16^s,9$
Differenz	= $+1^m\,7^s,1$	Differenz	= $-1^m\,21^s,5$	Differenz	= $+\ 55^s,1$
Tägl. Gang	= $\frac{+67^s,1}{13,9}$	Tägl. Gang	= $\frac{-81^s,5}{12,3}$	Tägl. Gang	= $\frac{+55^s,1}{15,4}$
	= $+4^s,8$.		= $-6^s,6$.		= $+3^s,6$.

§ 313. Vorausberechnung des Standes. Aus dem für eine bestimmte Zeit gegebenen Stande und dem bekannten täglichen Gange des Chronometers kann man den Stand für jede andere Zeit ermitteln. Man bestimme die mittleren Greenwicher Zeiten, worauf die beiden Stände sich beziehen, drücke den Unterschied dieser beiden Zeiten in Tagen aus (auf Zehntel genau), multipliziere diese Anzahl Tage mit dem täglichen Gange und addiere das Produkt algebraisch zu dem gegebenen Stande, so ist die Summe der gesuchte Stand.

Tafel 53 erleichtert die Verwandlung der Stunden und Minuten in Dezimalteile des Tages.

Beispiel. Der Stand eines Chronometers war am 23. Mai 1907 im mittleren Greenwicher Mittag = $+0^h\,10^m\,5^s,5$, sein täglicher Gang ist = $-1^s,1$ gegen mittlere Zeit; es soll der Stand des Chronometers für den 5. Juni 1907 um $4^h\,10^m$ mittlere Greenwicher Zeit morgens gefunden werden.

Vom 23. Mai mittags bis zum 5. Juni morgens $4^h\,10^m$ sind 12,7 Tage; man hat also:
Gang für 12,7 Tage = $-1^s,1 \cdot 12,7 = -\ \ 14^s,0$
Stand am 23/5. = $+0^h\,10^m\,5^s,5$
Stand des Chronometers = $+0^h\,9^m\,51^s,5$ um $4^h\,10^m$ mittl. Grw. Zeit mrgs. d. 5/6.

Für die Praxis empfiehlt es sich, den Stand für jeden mittleren Greenwicher Mittag während der Reise voraus zu berechnen, indem man von Tag zu Tag zu dem Stande des vorhergehenden Tages den täglichen Gang algebraisch addiert. Trägt man dann diese Stände in das nautische Jahrbuch auf Seite I oder II neben das betreffende Datum ein, so kann man hieraus leicht den für irgend eine Beobachtung gültigen Stand durch Einschalten entnehmen.

Beispiel. Der Stand eines Chronometers sei im mittleren Greenwicher Mittag am 16. November 1907 = $+0^h\,2^m\,5^s,3$, sein täglicher Gang = $-8^s,7$; es sollen die Stände bis zum 3. Dezember 1907 vorausberechnet werden.

Datum.	Stand.	Datum.	Stand.	Datum.	Stand.
Nov. 16.	$+0^h\,2^m\,5^s,3$	Nov. 22.	$+0^h\,1^m\,13^s,1$	Nov. 28.	$+0^h\,0^m\,20^s,9$
17.	+0 1 56,6	23.	+0 1 4,4	29.	+0 0 12,2
18.	+0 1 47,9	24.	+0 0 55,7	30.	+0 0 3,5
19.	+0 1 39,2	25.	+0 0 47,0	Dez. 1.	−0 0 5,2
20.	+0 1 30,5	26.	+0 0 38,3	2.	−0 0 13,9
21.	+0 1 21,8	27.	+0 0 29,6	3.	−0 0 22,6

II. Chronometerkontrolle.

§ 314. Vorbemerkungen. Obwohl die Chronometer mit der in § 259 beschriebenen Kompensation zur Ausgleichung des Temperatureinflusses versehen werden, ist es bisher nicht gelungen, Chronometer zu verfertigen, deren Gang bei verschiedener Temperatur un-

veränderlich bleibt. Diese durch die Veränderung der Temperatur bedingte Veränderung des Ganges läßt sich, wie weiterhin gezeigt wird, durch Rechnung bestimmen; wegen der in § 260 angeführten Gangstörungen auf See wird indessen auch der für die Temperatur berichtigte Gang nicht immer der zutreffende sein. Da nun von der Kenntnis des richtigen Ganges die Richtigkeit der durch das Chronometer gelieferten Greenwicher Zeit und von dieser die Zuverlässigkeit der Ortsbestimmung auf See abhängt, so ist klar, daß das Chronometer fortdauernd überwacht und jede sich darbietende Gelegenheit benutzt werden muß, um Stand und Gang neu zu bestimmen.

Zu dieser Bestimmung dienen

1) die an vielen Hafenorten eingerichteten Zeitsignalstationen,
2) Höhenbeobachtungen der Gestirne an Orten, deren Breite und Länge genau genug bekannt ist,
3) Distanzbeobachtungen zwischen dem Monde und anderen Gestirnen.

Das zu 1) und 2) einzuschlagende Verfahren wird in den folgenden Paragraphen beschrieben, während über die zu 3) auszuführenden Beobachtungen und Rechnungen § 368 Aufschluß gibt.

§ 315. Zeitsignale. In Tafel 23 des nautischen Jahrbuchs ist ein Verzeichnis aller Zeitsignalstationen der Erde enthalten, worin neben anderen Angaben die genaue mittlere Greenwicher Zeit angegeben ist, wenn das Signal erfolgt. Beobachtet man dieses Signal nach dem Chronometer, so ist der Unterschied der aus Tafel 23 des nautischen Jahrbuchs zu entnehmenden mittleren Greenwicher Zeit und der beobachteten Chronometerzeit der Stand des Chronometers zur Zeit des Signals.

Die Zuverlässigkeit dieser Standbestimmung hängt natürlich in erster Linie davon ab, daß das Zeitsignal genau zu der im nautischen Jahrbuch angegebenen Zeit erfolgt. Trifft dieses zu, so wird man bei gehöriger Aufmerksamkeit den Stand auf 0,5 Sekunden genau erhalten können.

Beispiel. In Port Elisabeth wurde der Fall des Zeitballs am 13. Juli 1907 um $9^h 53^m 54^s,5$ Chronometerzeit und am 15. August 1907 unter Jamestown auf St. Helena der Fall des Zeitballs daselbst um $0^h 53^m 13^s$ Chronometerzeit beobachtet. Was war hiernach der tägliche Gang des Chronometers und sein Stand im mittleren Greenwicher Mittag am 15. August?

N. J. Taf. 23 Fall d. Zeitb. in Port Elisabeth	=	$22^h\ 0^m\ 0^s,0$	mittl. Grw. Zeit.
Chronometerzeit	=	$9^h 53^m 54^s,5$	
Stand des Chronometers	=	$+\ 0^h\ 6^m\ 5^s,5$	um 10^h mittl. Grw. Zeit mrgs. d. 13/7.
N. J. „ 23 Fall d. Zeitb. in Jamestown	=	$1^h\ 0^m\ 0^s,0$	mittl. Grw. Zeit.
Chronometerzeit	=	$0^h 53^m 13^s,0$	
Stand des Chronometers	=	$+\ 0^h\ 6^m 47^s,0$	um 1^h mittl. Grw. Zeit abds. d. 15/8.
Gang in 33,13 Tagen	=	$+\ 41^s,5$	
Tägl. Gang	=	$+\ 1^s,3.$	
Es war Stand des Chronometers	=	$+\ 0^h\ 6^m 47^s,0$	um 1^h mittl. Grw. Zeit abds. d. 15/8.
Gang in 1^h	=	$-\ 0^s,1$	
Stand des Chronometers	=	$+\ 0^h\ 6^m 46^s,9$	im mittl. Grw. Mittag d. 15/8.

§ 316. Durch Einzelhöhen. Eine oder mehrere kurz hintereinander beobachtete Höhen eines Gestirns bezeichnet man als Einzelhöhen. Um durch solche Höhen den Stand bestimmen zu können, müssen Breite und Länge des Beobachtungsorts bekannt sein. Es läßt sich also diese Bestimmung außer im Hafen nur dann auf See vornehmen, wenn

man Gelegenheit hat, den Schiffsort durch genaue Landpeilungen zu ermitteln. In solchem Falle bestimme man durch Peilung und Winkelmessen nach einem der im achten Abschnitt des zweiten Teils angegebenen Verfahren den Schiffsort so genau wie möglich und beobachte mit der Ortsbestimmung zugleich die Höhe eines zur Zeitbestimmung geeigneten Gestirns nach Chronometer. Aus dieser Höhe berechne man nach § 304 die mittlere Ortszeit, drücke die durch Landpeilungen ermittelte Länge in Zeit aus und addiere diese, wenn sie West ist, zur mittleren Ortszeit, oder subtrahiere davon die Länge, wenn sie Ost ist, so erhält man die mittlere Greenwicher Zeit der Beobachtung. Die Vergleichung dieser mit der Chronometerzeit gibt den Stand zur Zeit der Beobachtung, woraus dann in Verbindung mit dem früheren Stande der durchschnittliche tägliche Gang gefunden wird.

Die Zuverlässigkeit dieser Standbestimmung ist abhängig einmal von der Genauigkeit, mit der die zur Berechnung der Ortszeit dienenden Größen, nämlich Breite, Höhe und Deklination, bekannt sind, und zweitens von der Genauigkeit der durch Peilung und Abstand bestimmten Länge des Beobachtungsorts.

Was den Einfluß der Fehler in Breite, Höhe und Deklination auf die berechnete Ortszeit betrifft, so geben hierüber die in § 303 entwickelten Fehlergleichungen Aufschluß, und man ersieht aus Gl. I, daß man einen hier in Betracht kommenden Fehler in der Breite dadurch wirkungslos machen kann, daß man das Gestirn im oder doch nahe am ersten Vertikal beobachtet.

Der Einfluß eines Höhenfehlers läßt sich dagegen nicht beseitigen. Dieser Fehler geht minder oder mehr vergrößert in den Stundenwinkel, also auch in die Ortszeit über, je nachdem das beobachtete Gestirn näher am oder weiter vom ersten Vertikal stand und die Breite des Beobachtungsorts kleiner oder größer ist. Nach dem, was über den Beobachtungsfehler in § 234 und über die Unsicherheit der berechneten scheinbaren Kimmtiefe in § 288 gesagt worden ist, kann sich bei über der Kimm mit einem berichtigten Sextanten beobachteten Höhen der Fehler in der Höhe auf 2 und mehr Minuten belaufen. Dieser Fehler würde der Gleichung II des § 303 zufolge im günstigsten Falle, wenn also das Gestirn im Azimut von 90° beobachtet wird, die Ortszeit und somit auch den berechneten Stand des Chronometers in den mittleren Breiten um 12 und mehr Zeitsekunden fälschen.

Den Fehler in der für die Zeit der Beobachtung zu verbessernden Deklination wird man hier unberücksichtigt lassen können, da bei sorgfältiger Überwachung des Chronometers die Greenwicher Zeit nie so fehlerhaft sein wird, daß dadurch ein in Betracht kommender Fehler in der Deklination entstehen kann.

Was nun den durch eine fehlerhafte Ortsbestimmung verursachten Fehler im Stande betrifft, so ist klar, daß ein Fehler in der Länge unmittelbar in den Stand übergeht. Man beseitigt den Einfluß dieses Fehlers auf den Stand, wenn man zur Abstandsbestimmung ein Landobjekt benutzen kann, das in der Peilung rechtweisend Nord oder Süd liegt.

Wegen der Unsicherheit der über dem Seehorizont beobachteten Höhen ist es besser, im Hafen, auch wenn die Kimm sichtbar sein sollte, die Höhen über dem künstlichen Horizont zu messen. Da hierbei wegen der doppelten Höhenänderung die Einstellung der Höhe eine schärfere ist, so wird ein geübter Beobachter bei Beachtung des in § 240 Gesagten die Höhe auf 0,5 Minuten genau erhalten unter der Voraussetzung, daß die Fehler des benutzten Sextanten berichtigt oder in Rechnung gebracht sind.

Bei den über dem künstlichen Horizonte beobachteten Höhen berücksichtige man auch den Stand des Barometers und Thermometers, um die wahre astronomische Strahlen-

brechung in Anwendung bringen zu können und nehme bei Berechnung des Stundenwinkels die Breite, Höhe und Deklination auf zehntel Minuten genau.

Beispiel 1. 1907 den 15. April abends wurde in Wilmington N. C., in 34° 14′ N Br. und 77° 58′,5 W Lg. v. Grw., die unten folgende Beobachtung zur Bestimmung von Stand und Gang eines Chronometers angestellt. Am 24. März 1907 war durch Zeitsignalbeobachtungen der Stand desselben Chronometers im mittleren Greenwicher Mittag $= -0^h\,1^m\,2^s$ und sein täglicher Gang $= +7^s,2$ gefunden.

Chronometerzeit =	$10^h\,6^m\,37^s$	$\underline{\odot}$	36° 28′ 50″	I. K. = +1′ 40″;
	7 21		10 20	Barom. = 762 mm; Therm. + 16° C.
	8 8		35 51 10	
	$10^h\,7^m\,22^s$		36° 10′ 7″	
		I. K. =	+ 1′ 40″	mittl. Strb. = 2′ 54″
			36° 11′ 47″	Ber. f. Bar. = + 3″
			18° 5′ 54″	„ „ Therm. = − 3″
		Strb. − π′ =	− 2′ 46″	wh. Strb. = 2′ 54″
			18° 3′ 8″	π′ = 8″
		⊙ Halbm. =	+ 15′ 58″	Strb. − π′ = 2′ 46″.
		Wh. ⊙ h =	18° 19′ 6″.	

$$2 \sin^2 \tfrac{1}{2} t = (\cos(\varphi - \delta) - \sin h) \cdot \sec \varphi \cdot \sec \delta .$$

$\varphi = +34° 14',0$	. . . . . log sec = 0,08262	$10^h\,7^m$ Chronometerzeit.	
$\delta = +\ 9° 36',2$	. . . . . log sec = 0,00613	$+\ 2^m$ ungef. Stand.	
$\varphi - \delta = 24° 37',8$	cos = 0,90901	$10^h\,9^m$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 15/4.	
$h = 18° 19',1$	sin = 0,31430	N. J. d. 15/4.	⊙ $\delta = +9° 27',0$
	0,59471 log = 9,77431	Änd. = 0′,9 in 1^h	
	log (2 sin² ½ t) = 9,86306	10,2	
$t =$	$4^h\,57^m\,14^s$ W v. Mer.	9′,18	9′,2
			Verb. ⊙ $\delta = +9° 36',2$

Wahre Ortszeit	= $4^h\,57^m\,14^s$ abds. d. 15/4.	D. 15/4. Ztgl. a. wh. Zeit	$= +0^m\,17^s$
Ztgl. a. wh. Zeit	= + $0^m\,11^s$	Änd. = $0^s,6$ in 1^h	
Mittl. Ortszeit	= $4^h\,57^m\,25^s$ „ „ „	10,2	
W Lg. in Zeit	= $5^h\,11^m\,54^s$	$6^s,12$	6^s
Mittl. Grw. Zeit	= $10^h\,9^m\,19^s$ „ „ „		Verb. Ztgl. $= +0^m\,11^s$.
Chronometerzeit	= $10^h\,7^m\,22^s$ „ „ „		

Stand d. Chron.	$= +\ 0^h\ 1^m\,57^s$ um $10^h,2$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 15/4.
„ „ „	$= -\ 0^h\ 1^m\ 2^s$ „ $0^h,0$ „ „ „ „ „ 24/3.
Gang in 22,4 Tag.	$= +\ 2^m\,59^s$
	$= +\ 179^s$
Tägl. Gang	$= +\ 8^s,0$.

Es war

Stand d. Chron.	$= +\ 0^h\ 1^m\,57^s$ um $10^h,2$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 15/4.
Gang in $10^h,2$	$= -\ 3^s,4$
Stand d. Chron.	$= +\ 0^h\ 1^m\,54^s$ im mittl. Grw. Mittag d. 15/4.

Beispiel 2. 1907 den 22. Oktober peilte man Start Point in $NzO\frac{1}{2}O$ und Bolt Tail in $NzW\frac{1}{4}W$ mit dem Kompasse; gleichzeitig wurde die unten folgende Beobachtung nach einem Chronometer zur Bestimmung von dessen Stand und Gang gemacht. Am 8. Oktober war der Stand desselben Chronometers im mittleren Greenwicher Mittag zu $+8^m\,53^s$, täglicher Gang $= +2^s,7$ ermittelt.

Chronometerzeit $9^h\,11^m\,57^s$ ⊙ $20°\ 0'\,40''$
$12\ \ 28$ $1\ 40$
$12\ \ 50$ $2\ 30$
$9^h\,12^m\,25^s$ ⊙ $20°\ 1'\,37''$
I. K. = + $1'\,35''$
$20°\ 3',2$
Gesamtber. = + $9',6$
Wh. ⊙ $h = 20°\,12',8$.

{ I. K. = + $1'\,35''$
Augeshöhe = 5 m.

Durch die Kreuzpeilung fand man in der Karte den Schiffsort in $50°\ 1',5$ N Br. u. $3°\ 38',0$ W Lg. v. Grw.

$$2\sin^2 \tfrac{1}{2} t = \{\cos(\varphi - \delta) - \sin h\} \cdot \sec\varphi \cdot \sec\delta\,.$$

$\varphi = +\,50°\ 1',5$ . . . . . . log sec = 0,19216
$\delta = -\,10°\,42',3$ . . . . . . log sec = 0,00763
$\varphi - \delta =\ 60°\,43',8$ cos = 0,48893
$h =\ 20°\,12',8$ sin = 0,34552
0,14341 log = 9,15658
$\log(2\sin^2 \frac{1}{2} t) = 9{,}35637$
$t =\ 2^h\,37^m\,34^s$ O v. Mer.

Wahre Ortszeit	= $9^h\,22^m\,26^s$	mrgs. d. 22/10.
Ztgl. a. wh. Zeit	= − $15^m\,18^s$	
Mittl. Ortszeit	= $9^h\ 7^m\ 8^s$	„ „ „
W Lg. in Zeit	= $0^h\,14^m\,32^s$	
Mittl. Grw. Zeit	= $9^h\,21^m\,40^s$	„ „ „
Chronometerzeit	= $9^h\,12^m\,25^s$	„ „ „
Stand d. Chron.	= + $9^m\,15^s$	um $9^h,4$ mittl. Grw. Zeit mrgs. d. 22/10.
„ „ „	= + $8^m\,53^s$	„ 0^h „ „ „ abds. „ 8 10.
Gang in 13,9 Tag.	= + $0^m\,22^s$	
Tägl. Gang	= + $1^s,6$.	

$9^h\,12^m$ Chron. Zeit.
+ 10^m Stand d. Chron.
$9^h\,22^m$ mittl. Grw. Zeit mrgs. d. 22/10.
N. J. d. 22/10. ⊙ $\delta = -\,10°\,44',6$
Änd. = $0',89$ in 1^h
2,6
$2',31$ . . . . = $2',3$
Verb. ⊙ $\delta = -\,10°\,42',3$

D. 22/10. Ztgl. a. wh. Zeit = − $15^m\,19^s$
Änd. = $0^s,4$ in 1^h
2,6
$1^s,04$ . . . . = 1^s
Verb. Ztgl. = − $15^m\,18^s$

Es war

Stand d. Chronom.	= + $0^h\ 9^m\,15^s$	um $9^h,4$ mittl. Grw. Zeit mrgs. d. 22/10.
Gang in $2^h,6$	= + $0^s,2$	
Stand d. Chronom.	= + $0^h\ 9^m\,15^s$	im mittl. Grw. Mittag d. 22/10.

§ 317. Höhen östlich und westlich vom Meridian. Sehr erhöht wird die Zuverlässigkeit der Standbestimmung durch Einzelhöhen, wenn man Gestirne östlich und westlich vom Meridian in ungefähr gleicher Höhe beobachtet.

Man berechne aus jeder dieser Höhen den Stand des Chronometers und nehme dann das Mittel aus den beiden gefundenen Ständen als Stand des Chronometers zur Zeit des Mittels aus den beiden betreffenden mittleren Greenwicher Zeiten an.

Dieses Mittel aus den beiden berechneten Ständen ist frei von dem Einflusse der Fehler des Instruments und der Strahlenbrechung. Denn der hierdurch hervorgerufene Höhenfehler wird bei gleichen Höhen gleich groß, folglich wird auch der in beiden Stundenwinkeln verursachte Fehler der gleiche, und da der eine Stundenwinkel Ost, der andere West ist, so wird auch der eine Stand um ebensoviel zu groß als der andere zu klein gefunden. Man wird durch solche Beobachtungen den Stand auf 1 bis 2 Zeitsekunden genau erhalten, wenn die Breite und Länge des Beobachtungsorts genau bekannt und die Höhen über dem künstlichen Horizont beobachtet sind.

Beispiel 1. 1907 den 30. Dezember abends, in Pangani (5° 26′ S Br. und 38° 59′ O Lg. v. Grw.), wurden die unten folgenden Beobachtungen zur Bestimmung von Stand und Gang des Chronometers angestellt, von dem am 14. Dezember 1907 der Stand im mittleren Greenwicher Mittag = $-8^m\,59^s,5$ und täglicher Gang = $-\,3^s,5$ war.

				Sirius	
Chronzeit	$4^h\,35^m\,41^s$	♀̆ $29^\circ\;8'\,10''$	und um	$4^h\,41^m\,51^s$	$\check{*}\;31^\circ\,19'\;0''$
	$36\;\;28$	$28\;46\;20$		$42\;\;27$	$36\;20$
	$37\;\;\;7$	$27\;50$		$43\;\;17$	$32\;\;0\;40$
	$37\;\;53$	$6\;\;0$		$44\;\;\;5$	$23\;30$
	$4^h\,36^m\,47^s$	$28^\circ\,37'\;5''$		$4^h\,42^m\,55^s$	$31^\circ\,49'\,53''$

I. K. $= -\,2'\,20''$
Bar. $=$ 756 mm
Therm. $= +\,21^\circ$ C.

♀̆ $= 28^\circ\,37'\;5''$
I. K. $= -\;\;2'\,20''$
$28^\circ\,34'\,45''$
$14^\circ\,17'\,23''$
Strb. $-\,\pi' = -\;\;3'\,29''$
Wh. ♀ $h = 14^\circ\,13'\,54''$.

mittl. Strb. $= 3'\,42''$
Ber. f. Bar. $= +\,1''$
Ber. f. Therm. $= -\,8''$
wh. Strb. $= 3'\,35''$
$\pi' = 6''$
Strb. $-\,\pi' = 3'\,29''$.

I. K. $= -\;\;2'\,20''$
$31^\circ\,47'\,33''$
$15^\circ\,53'\,47''$
Strb. $= -\;\;3'\,12''$
Wh. $*\;h = 15^\circ\,50'\,35''$.

mittl. Strb. $= 3'\,19''$
Ber. f. Bar. $= +\,1''$
Ber. f. Therm. $= -\,8''$
wh. Strb. $= 3'\,12''$.

$2\sin^2\tfrac{1}{2}t = (\cos(\varphi-\delta) - \sin h)\cdot\sec\varphi\cdot\sec\delta$.
$\varphi = -\;\;5^\circ\,26',0$ . . . . $\log\sec = 0{,}00196$
♀ $\delta = -\,20^\circ\,51',9$ . . . . $\log\sec = 0{,}02945$
$\varphi - \delta = 15^\circ\,25',9\;\;\cos = 0{,}96395$
♀ $h = 14^\circ\,13',9\;\;\sin = 0{,}24584$
$0{,}71811\;\;\log = 9{,}85619$
$\log(2\sin^2\tfrac{1}{2}t) = 9{,}88760$

$t = 5^h\;7^m\,17^s$ W v. Mer.
♀ AR. $= 20^h\,27^m\,31^s$
Sternzeit $= 25^h\,34^m\,48^s$
m. ⊙ AR. $= 18^h\,31^m\,50^s$
mittl. astr. Ortszeit $= 7^h\;2^m\,58^s$ d. 30/12.
O Lg. in Zeit $= 2^h\,35^m\,56^s$
mittl. astr. Grw. Zeit $= 4^h\,27^m\;2^s$ „ „
Chronometerzeit $= 4^h\,36^m\,47^s$ „ „
Stand d. Chron. $= -\;\;9^m\,45^s$ um $4^h{,}5$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 30/12.

$2\sin^2\tfrac{1}{2}t = (\cos(\varphi-\delta) - \sin h)\cdot\sec\varphi\cdot\sec\delta$.
$\varphi = -\;\;5^\circ\,26',0$ . . . . $\log\sec = 0{,}00196$
$*\;\delta = -\,16^\circ\,35',4$ . . . . $\log\sec = 0{,}01847$
$\varphi - \delta = 11^\circ\;9',4\;\;\cos = 0{,}98110$
$*\;h = 15^\circ\,50',6\;\;\sin = 0{,}27301$
$0{,}70809\;\;\log = 9{,}85008$
$\log(2\sin^2\tfrac{1}{2}t) = 9{,}87051$

$4^h\,37^m$ Chronzeit.
$-\,10^m$ Stand d. 30/12.
$4^h\,27^m$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 30/12.
N. J. d. 30/12. m. ⊙AR. $= 18^h\,31^m\;6^s$
Tafel 24 für 4^h . . . . . $+\;\;39^s{,}4$
„ „ „ 27^m . . . . . $+\;\;4^s{,}4$
Verb. m. ⊙ AR. $= 18^h\,31^m\,50^s$
N. J. d. 30/12. ♀AR. $= 20^h\,26^m\,33^s$
Änd. $= 12^s{,}9$ in 1^h
$4{,}5$
$58^s{,}1$ . . . . $=\;\;58^s$
Verb. ♀ AR. $= 20^h\,27^m\,31^s$
D. 30/12. ♀δ $= -\,20^\circ\,55',2$
Änd. $= 0',73$ in 1^h
$4{,}5$
$3',28$ . . . . $=\;\;3',3$
Verb. ♀ $\delta = -\,20^\circ\,51',9$
D. 30/12. ♀ $\pi = 6''$
$4^h\,33^m$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 30/12.
N. J. d. 30/12. m. ⊙AR. $= 18^h\,31^m\;6^s$
Tafel 24 für 4^h . . . . . $+\;\;39^s{,}4$
„ „ „ 33^m . . . . . $+\;\;5^s{,}4$
Verb. m. ⊙ AR. $= 18^h\,31^m\,51^s$
D. 30/12. $*$ AR. $= 6^h\,41^m\;6^s$
$*\;\delta = -\,16^\circ\,35',4$

$t = 5^h\;0^m\,14^s$ O v. Mer.
$*$ AR. $= 6^h\,41^m\;6^s$
Sternzeit $= 1^h\,40^m\,52^s$
m. ⊙ AR. $= 18^h\,31^m\,51^s$
Mittl. astr. Ortszeit $= 7^h\;9^m\;1^s$ d. 30/12.
O Lg. in Zeit $= 2^h\,35^m\,56^s$
Mittl. astr. Grw. Zeit $= 4^h\,33^m\;5^s$ „ „
Chronometerzeit $= 4^h\,42^m\,55^s$ „ „
Stand d. Chron. $= -\;\;9^m\,50^s$ um $4^h{,}6$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 30/12.

Im Mittel: Stand d. Chron. $= -\;\;9^m\,47^s{,}5$ um $4^h{,}6$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 30/12.
„ „ $= -\;\;8^m\,59^s{,}5$ „ 0^h „ „ „ „ „ 14/12.
Gang in 16,2 Tag. $= -\;\;48^s{,}0$
Tägl. Gang $= -\;\;3^s{,}0$.

Es war

Stand d. Chron. = − $9^m 47^s,5$ um $4^h,6$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 30/12.

Gang für $4^h,6$ = + $0^s,6$

Stand d. Chron. = − $9^m 46^s,9$ im mittl. Grw. Mittag d. 30/12.

Beispiel 2. 1907 den 28. August morgens peilte man Lindesnäs Leuchtturm bei 14° W Mißweisung in mw. *N* 25° *O* und maß den Höhenwinkel des Turmes 20′,5 über der Kimm; gleichzeitig wurde aus 5,8 m Augeshöhe beobachtet, wie folgt:

Chronometerzeit	☉	
$6^h 59^m 56^s$	16° 42′ 0″	I. K. = + 0′ 50″.
$7^h\ 0\ 30$	46 40	
$1\ 18$	52 50	

Darauf wurde bei 14° W Mißweisung gesegelt mw. *SWzW¼W* 12 Seemeilen und hier aus 5,8 m Augeshöhe beobachtet:

Chronometerzeit	☾	
$8^h 42^m 16^s$	17° 0′ 5″	I. K. = + 0′ 50″.
43 5	16 54 30	
43 50	49 20	

Am 11. August war der Stand desselben Chronometers im mittleren Greenwicher Mittag = $-23^m 52^s,0$, täglicher Gang = + $1^s,8$; es soll der tägliche Gang und der Stand des Chronometers für den mittleren Greenwicher Mittag des 28. August berechnet werden.

Nach § 171 ist der Abstand $= \frac{13}{7} \cdot \frac{h}{m} = \frac{13 \cdot 49,5}{7 \cdot 20,5} = 4,5$ Seemeilen.

Mw. Peilung = *N* 25° *O*
Mißw. = 14° *W*
Rw. Peilung = *N* 11° *O*
Rw. Kurs = *S* 11° *W* 4,5 Sm.
Abw. = 0,9 Sm. W
Br. U. = 0° 4′,4 S | Lg. U. = 0° 1′,7 W
Lindesnäs Br. = 57° 58′,9 N | Länge = 7° 3′,2 O
I. Beob. Ort: Br. = 57° 54′,5 N | Länge = 7° 1′,5 O. (Mittelbr. 58°)

Mw. Kurs = *SWzW¼W*
= *S* 59° *W*
Mißw. = 14° *W*
Rw. Kurs = *S* 45° *W* 12 Sm.
Abw. = 8,5 Sm. W
Br. U. = 0° 8′,5 S | Lg. U. = 0° 16′,0 W
I. Beob. Ort: Br. = 57° 54′,5 N | Länge = 7° 1′,5 O
II. Beob. Ort: Br. = 57° 46′,0 N | Länge = 6° 45′,5 O. (Mittelbr. 57° 50′)

Mittel: $7^h 0^m 35^s$ ☉ 16° 47′ 10″
I. K. = + 0′ 50″
16° 48′,0
Tafel 15: Gesamtber. = + 8′,6
Wh. ☉ *h* = 16° 56′,6

$8^h 43^m 4^s$ ☾ 16° 54′ 38″
I. K. = + 0′ 50″
16° 55′,5
Taf. 17: Gesamtber. = + 31′,3
Wh. ☾ *h* = 17° 26′,8

$2 \sin^2 \frac{1}{2} t = (\cos(\varphi - \delta) - \sin h) \cdot \sec \varphi \cdot \sec \delta$.

φ = + 57° 54′,5 . . . . log sec = 0,27468
☉ δ = + 10° 7′,2 . . . . log sec = 0,00681
$\varphi - \delta$ = 47° 47′,3 cos = 0,67187
h = 16° 56′,6 sin = 0,29143
0,38044 log = 9,58028
log (2 sin² ½ *t*) = 9,86177

☉ *t* = $4^h 56^m 43^s$ O v. Mer.

Wahre Ortszeit = $7^h\ 3^m 17^s$ mrgs. d. 28/8.
Ztgl. a. wh. Zeit = − $1^m 29^s$
Mittlere Ortszeit = $7^h\ 4^m 46^s$ „ „ „
O Lg. in Zeit = $0^h 28^m\ 6^s$
Mittl. Grw. Zeit = $6^h 36^m 40^s$ „ „ „
Chronometerzeit = $7^h\ 0^m 35^s$ „ „ „
Stand des Chron. = − $23^m 55^s$ um $6^h,6$ mittl. Grw. Zeit mrgs. d. 28/8.

$7^h\ 1^m$ Chronometerzeit.
− 23^m ungef. Stand d. 28/8.
$6^h 38^m$ mittl. Grw. Zeit mrgs. d. 28/8.

N. J. d. 28/8. ☉ δ = + 10° 2′,4
Änd. = 0′,88 in 1^h
5,4
4′,75 . . . . . . 4′,8
Verb. ☉ δ = + 10° 7′,2

D. 28/8. Ztgl. a. wh. Zeit = + $1^m 25^s$
Änd. = $0^s,7$ in 1^h
5,4
$3^s,78$ . . . . . . 4^s
Verb. Ztgl. = + $1^m 29^s$.

$$2\sin^2\tfrac{1}{2}t = (\cos(\varphi - \delta) - \sin h)\cdot\sec\varphi\cdot\sec\delta\,.$$

II · $\varphi = +57^\circ 46',0$ . . . . log sec = 0,27297
☾ $\delta = +\ \ 8^\circ 55',7$ . . . . log sec = 0,00529

$\varphi - \delta = \ 48^\circ 50',3$ cos = 0,65818
☾ $h = \ 17^\circ 26',8$ sin = 0,29982

0,35836 log = 9,55432
log $(2\sin^2\frac{1}{2}t)$ = 9,83258

☾ $t = 4^h\,45^m\,23^s$ W v. Mer.
☾ AR. = $2^h\,23^m\,13^s$

Sternzeit = $7^h\ \ 8^m\,36^s$
m. ⊙ AR. = $10^h\,21^m\,37^s$

Mittl. astr. Ortszeit = $20^h\,46^m\,59^s$ d. 27/8.
O Lg. in Zeit = $0^h\,27^m\ \ 2^s$

Mittl. astr. Grw. Zeit = $20^h\,19^m\,57^s$ „ „
Chronometerzeit = $20^h\,43^m\ \ 4^s$ „ „

Stand des Chron. = — $23^m\ \ 7^s$ um $8^h,3$ mittl. Grw. Zeit mrgs. d. 28/8.

Im Mittel:

Stand des Chron. = — $23^m\,31^s,0$ um $7^h,5$ mittl. Grw. Zeit mrgs. d. 28/8.
„ „ „ = — $23^m\,52^s,0$ um 0^h mittl. Grw. Zeit abds. d. 11/8.

Gang in 16,8 Tag. = + $21^s,0$
Täglicher Gang = + $1^s,3$.

$8^h\,43^m$ Chronometerzeit.
— 23^m ungef. Stand d. 28/8.

$20^h\,20^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 27/8.

N.J. d. 27/8. m. ⊙ AR. = $10^h\,18^m\,17^s$
Taf. 24 für 20^h . . . $3^m\,17^s,1$
„ „ „ 20^m . . . $3^s,3$

Verb. m. ⊙ AR. = $10^h\,21^m\,37^s$

D. 27/8. um 20^h ☾ AR. = $2^h\,22^m\,32^s$
Änd. = $2^s,04$ in 1^m
20
$40^s,8$ . . . . 41^s

Verb. ☾ AR. = $2^h\,23^m\,13^s$

D. 27/8. um 20^h ☾ $\delta = +\,8^\circ 52',0$
Änd. = $0',184$ in 1^m
20
$3',68$ . . . . $3',7$

Verb. ☾ $\delta = +\,8^\circ 55',7$
☾ wh. Halbm. = $15'\,25''$

Es war Stand des Chron. = — $23^m\,31^s,0$ um $7^h,5$ mittl. Grw. Zeit mrgs. d. 28/8.
Gang in $4^h,5$ = + $0^s,2$

Stand des Chronometers = — $23^m\,30^s,8$ im mittl. Grw. Mittag d. 28/8.

§ 318. Korrespondierende Sonnenhöhen; Mittagsverbesserung. Korrespondierende Höhen sind gleiche Höhen eines Gestirns, wovon die eine östlich und die andere westlich vom Meridian liegt.

Wenn man an einem Orte vormittags und nachmittags gleiche Höhen der Sonne beobachtet und die diesen Höhen entsprechenden Zeiten eines Chronometers aufschreibt, dessen Gang man in der Zwischenzeit als gleichmäßig annehmen kann, so findet, unter Voraussetzung der Unveränderlichkeit der Deklination der Sonne und Gleichheit der verflossenen wahren Sonnenstunden unter sich, der wahre Mittag des Orts im Augenblick des Mittels der Chronometerzeiten statt.

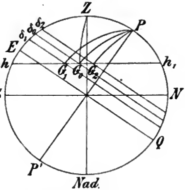
Die Gleichheit der verflossenen wahren Sonnenstunden kann man, ohne einen erheblichen Fehler zu begehen, annehmen, wogegen durch die Veränderung der Deklination in der Zwischenzeit stets mehr oder weniger der eine Stundenwinkel der gleichen Höhen größer wird als der andere.

In Fig. 236 sei hh_1 der Höhenparallel, in dem die Sonne beobachtet wurde. Ist $E\delta_1$ die Deklination der Sonne zur Zeit der Vormittagsbeobachtung, so ist G_1 der Ort der Sonne bei dieser Beobachtung. Wäre die Deklination unveränderlich, so würde die Sonne nach ihrer Kulmination in δ_1 den Höhenparallel hh_1 wieder in G_1 erreichen, so daß der östliche Stundenwinkel ZPG_1 gleich dem westlichen Stundenwinkel ZPG_1 wäre. In diesem Falle gibt das Mittel der Chronometerzeiten die Zeit, die das Chronometer im Augenblick der oberen Kulmination, d. h. um $0^h\,0^m\,0^s$ wahre Zeit, zeigte.

Wenn nun aber wie es bei der Sonne der Fall ist, die Deklination sich ändert, und zwar so, daß sie sich bis zur Nachmittagsbeobachtung um den Bogen $\delta_1\delta_2$ dem oberen

Pol genähert hat, so wird sie den Höhenparallel hh_1 erst in G_2 erreichen. Der westliche Stundenwinkel $ZPG_2 = t_2$ ist jetzt größer als der östliche Stundenwinkel $ZPG_1 = t_1$, und folglich gibt das Mittel aus den beiden Chronometerzeiten einen späteren Zeitpunkt als den wahren Mittag an.

Fig. 236.



Wenn dagegen die Sonne sich vom oberen Pol entfernt, also G_2 der Vormittags- und G_1 der Nachmittagsort der Sonne ist, so ist der östliche Stundenwinkel ZPG_2 der größere und das Mittel der beiden Chronometerzeiten fällt früher als der wahre Mittag.

Es bezeichne $\delta = E\delta_0$ die Deklination der Sonne im wahren Ortsmittage, so ist unter der hier zulässigen Voraussetzung, daß $\delta_0\delta_1 = \delta_0\delta_2$ ist, der Winkel ZPG_0 gleich der halben Summe der beiden Stundenwinkel, also gleich der halben Zwischenzeit t zwischen beiden Beobachtungen, und der Winkel G_0PG_1 oder G_0PG_2 ist die als Mittagsverbesserung bezeichnete Berichtigung, die auf das Mittel der beiden Chronometerzeiten, den sogenannten unverbesserten Mittag, anzuwenden ist, um die Chronometerzeit im wahren Ortsmittage zu erhalten.

Hiernach ist die Mittagsverbesserung, dt, die Änderung des Stundenwinkels, die durch die Deklinationsänderung, $d\delta$, in der halben Zwischenzeit t hervorgerufen wird.

Die Beziehung zwischen diesen Änderungen ist gegeben durch die in § 303 unter III entwickelte Gleichung:

$$dt = d\delta \cdot \operatorname{cotg} G \cdot \sec \delta\,,$$

worin G den parallaktischen Winkel bedeutet.

Nach § 55 ist in dem Dreieck ZPG

$$\operatorname{cotg} G = \frac{\sin p \cdot \operatorname{cotg} b - \cos t \cdot \cos p}{\sin t}\,.$$

Führt man für p und b die Komplemente δ und φ ein und setzt den Wert für $\operatorname{cotg} G$ in obige Gleichung, so erhält man

$$dt = \frac{\cos\delta \cdot \operatorname{tang}\varphi - \cos t \cdot \sin\delta}{\cos\delta \cdot \sin t} \cdot d\delta$$

oder

$$dt = \left(\frac{\operatorname{tang}\varphi}{\sin t} - \frac{\operatorname{tang}\delta}{\operatorname{tang} t}\right) \cdot d\delta\,.$$

Um dt in Zeitsekunden zu erhalten, muß man $d\delta$ ebenfalls in Zeitsekunden ausdrücken; man erhält also

$$dt = \left(\frac{\operatorname{tang}\varphi}{\sin t} - \frac{\operatorname{tang}\delta}{\operatorname{tang} t}\right) \cdot \frac{d\delta}{15} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I)}.$$

Setzt man der Kürze wegen

$$\frac{\operatorname{tang}\varphi}{\sin t} = B \quad \text{und} \quad \frac{\operatorname{tang}\delta}{\operatorname{tang} t} = A$$

und schreibt mit diesen Bezeichnungen die Formel

$$dt = (A - B) \cdot \frac{d\delta}{15} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{II)},$$

so ergibt sich zur Bestimmung des Vorzeichens der Deklinationsänderung $d\delta$ die folgende Regel:

$d\delta$ ist positiv, wenn sich die Sonne dem oberen Pol nähert;

$d\delta$ ist negativ, wenn sich die Sonne vom oberen Pol entfernt.

Die Größen A und B kann man direkt aus Tafel 39 entnehmen, die mit dem Eingang von unten die Änderung des Stundenwinkels (ausgedrückt in Bogenmaß) für eine Änderung der Deklination von 1″ ergibt.

Die linke Seite dieser Tafel gibt mit den Eingängen „halbe Zwischenzeit und Deklination", die Größe A, die das positive Vorzeichen erhält, wenn Breite und Deklination gleichnamig sind, dagegen das negative Vorzeichen bei ungleichnamiger Breite und Deklination, solange die halbe Zwischenzeit t kleiner als 6 Stunden ist. Ist t größer als 6 Stunden, so geht man mit der Ergänzung zu 12 Stunden in die Tafel ein und A wechselt in diesem Falle sein Zeichen, weil der Nenner $\tan g\, t$ dann negativ wird.

Die rechte Seite der Tafel gibt mit den Eingängen von unten, halbe Zwischenzeit und Breite, die Größe B, die stets positiv ist, da die Breite positiv genommen wird und $\sin t$ auch im II. Quadranten positiv ist.

Nachdem man die Größen A und B gefunden hat, subtrahiere man algebraisch B von A und multipliziere diese algebraische Differenz mit dem fünfzehnten Teile von $d\delta$ unter Berücksichtigung des Vorzeichens dieser Größen, so ist das Produkt die Mittagsverbesserung, die mit dem durch die Multiplikation erhaltenen Vorzeichen auf den unverbesserten Mittag anzubringen ist, um die Chronometerzeit im Augenblick des wahren Ortsmittags zu erhalten. Indem man dann die mittlere Ortszeit des Meridiandurchgangs der Sonne in Greenwich aus dem nautischen Jahrbuch entnimmt und diese für die Länge des Beobachtungsorts verbessert, findet man die mittlere Zeit im Augenblick des wahren Ortsmittages. Auf diese wendet man die in Zeit ausgedrückte Länge des Beobachtungsorts an, so erhält man die mittlere Greenwicher Zeit im wahren Ortsmittag, deren Unterschied mit der Chronometerzeit im wahren Ortsmittag den Stand des Chronometers zu der dem wahren Ortsmittage entsprechenden mittleren Greenwicher Zeit ergibt.

§ 319. Einfluß kleiner Höhenfehler. Die Vorteile, die Zeitbestimmungen durch gleiche Höhen gewähren, bestehen besonders darin, daß die Fehler des Sextanten wie auch die Indexkorrektion, sofern sich diese während der Beobachtung nicht geändert hat, nicht in Betracht kommen, weil es nur auf die Gleichheit, aber nicht auf die Größe der Höhen ankommt. Denn da die Mittagsverbesserung gleich dem halben Unterschiede des östlichen und westlichen Stundenwinkels ist, so kann man den Einfluß kleiner Höhenfehler auf die Mittagsverbesserung in folgender Weise bestimmen.

Nach § 303 Gl. II ist, wenn dt_1 und dt_2 die Fehler in den Stundenwinkeln bezeichnen, die durch die Höhenfehler dh_1 und dh_2 bewirkt werden,

$$dt_1 = -dh_1 \cdot \operatorname{cosec} A \cdot \sec \varphi$$
$$dt_2 = -dh_2 \cdot \operatorname{cosec} A \cdot \sec \varphi$$

also

$$dt_1 - dt_2 = (dh_2 - dh_1) \cdot \operatorname{cosec} A \cdot \sec \varphi$$

und

$$\frac{dt_1 - dt_2}{2} = \frac{dh_2 - dh_1}{2} \cdot \operatorname{cosec} A \cdot \sec \varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I)}.$$

Sind also die Fehler bei beiden Höhen einander gleich, ihre Differenz also $= 0$, so ist $\frac{dt_1 - dt_2}{2} = 0$.

Eine Ungleichheit der beobachteten Höhen kann, abgesehen von Beobachtungsfehlern, dadurch entstehen, daß die Strahlenbrechung bei beiden Höhen nicht dieselbe ist. Um den hierdurch entstehenden Fehler der Mittagsverbesserung berichtigen zu können, muß man den Stand des Barometers und Thermometers bei beiden Beobachtungen ablesen. Findet ein in Betracht kommender Unterschied in diesen Ablesungen statt, so berechne man die wahre astronomische Strahlenbrechung sowohl für die vormittägige als nachmittägige Höhe und nehme ihren Unterschied.

Ist die vormittägige Strahlenbrechung die kleinere, so ist diese Höhe um ebensoviel zu groß, der Stundenwinkel also zu klein und umgekehrt. Setzt man nun in der Gleichung I für $dh_2 - dh_1$ den Unterschied der Strahlenbrechungen dr, so ist

$$\frac{dt_1 - dt_2}{2} = \frac{dr}{2} \cdot \operatorname{cosec} A \cdot \sec \varphi .$$

Es ist aber $\sin A = \frac{\sin t \cdot \cos \delta}{\cos h}$, also der Fehler in der Mittagsverbesserung

$$\frac{dt_1 - dt_2}{2} = \frac{dr \cdot \cos h \cdot \sec \varphi}{2 \cdot \sin t \cdot \cos \delta}$$

und in Zeitsekunden

$$= \frac{dr \cdot \cos h \cdot \sec \varphi}{30 \cdot \sin t \cdot \cos \delta} .$$

Diese Berichtigung ist zum unverbesserten Mittag zu addieren oder davon zu subtrahieren, je nachdem die Strahlenbrechung bei der östlichen Höhe die größere oder kleinere war.

Eine ähnliche Berichtigung wäre vorzunehmen, wenn die Indexkorrektion des Sextanten nicht bei beiden Beobachtungen die gleiche war.

Aus Gleichung I folgt weiter, daß, weil cosec A bei 90° am kleinsten ist, es am besten ist, das Gestien am ersten Vertikal zu beobachten; wegen der Unsicherheit der Strahlenbrechung vermeidet man aber kleine Höhen.

Kleine Fehler in der Breite und Deklination tun der Genauigkeit der Mittagsverbesserung keinen Abbruch, wie man aus der langsamen Änderung der Werte in Tafel 39 ersehen kann.

Unter den auf Höhenbeobachtungen beruhenden Standbestimmungen ist die durch korrespondierende Höhen die kürzeste und genaueste, und man wird hierbei auf eine Unsicherheit des Standes von höchstens 1 bis 2 Sekunden zu rechnen haben.

§ 320. Beobachtung gleicher Höhen. Wenn man am Lande auch den Seehorizont frei hat, so ist es doch der Veränderlichkeit der irdischen Strahlenbrechung wegen und auch, weil die Höhenänderung, wenn man über dem künstlichen Horizont beobachtet, die doppelte ist, stets besser, die Höhen über dem künstlichen Horizont zu messen; man verfährt dabei wie folgt.

Des Vormittags, wenn die Sonne möglichst nahe am ersten Vertikal, die Höhe jedoch nicht sehr klein ist, beobachtet man mehrere Höhen des Unter- oder Oberrandes, indem man, je nachdem die Höhenänderung stark oder schwach ist, die Alhidade von 20 zu 20 oder von 10 zu 10 Minuten einstellt, und schreibt dazu die Zeiten nach einem Chronometer oder einer Beobachtungsuhr so genau wie möglich auf.

Die nahe bekannte wahre Zeit der letzten Höhe von 12^h abgezogen, gibt den Stundenwinkel, der doppelt genommen und zu der Uhrzeit der letzten Vormittagshöhe addiert, die Zeit der Uhr nahe angibt, wenn die erste Höhe nachmittags (= der letzten Höhe vormittags) stattfindet.

Man stellt die Alhidade zuerst auf die letzte vormittägige Höhe ein und muß nun einige Minuten früher aufpassen als die Rechnung ergibt, damit man die Höhe nicht versäumt.

Wenn eine Höhe genommen und die Zeit aufgeschrieben ist, schiebt man mittels der Feinschraube die Alhidade um ebensoviele Minuten zurück, als man sie vormittags vorwärts geschoben hat, paßt auf, wenn die Berührung der Bilder stattfindet und schreibt dazu die Zeit so genau wie möglich auf. Auf ähnliche Weise verfährt man, bis man alle Höhen bekommen hat, die vormittags beobachtet worden sind.

Um auf die Veränderung der Strahlenbrechung Rücksicht nehmen zu können, muß man sowohl vormittags als nachmittags den Barometer- und Thermometerstand ablesen, jedoch wird die hierdurch entstehende Berichtigung nur selten so groß sein, daß es notwendig ist, diese zu berücksichtigen.

Da bei der Beobachtung des Unterrands der Sonne die Bilder vormittags auseinander und nachmittags ineinander gehen, und es möglich ist, daß ein Beobachter vielleicht immer die Berührung bei auseinander gehenden Bildern etwas früher oder später als bei ineinander gehenden Bildern angibt, so kann man, um den dadurch möglichenfalls entstehenden Fehler zu heben, ebensoviele Unterrands- wie Oberrandshöhen messen.

Um den Einstellungsfehler und die etwaige Rückwirkung der Schraube unschädlich zu machen, kann man erst die Ober- und dann die Unterrandshöhe beobachten. Man läßt die Alhidade während der Beobachtung unverrückt stehen und hat nur aufzupassen, daß man nachmittags die gleichen Höhen erhält.

Jedenfalls muß man aber das zu den vormittägigen Höhen benutzte Instrument, bis man auch die nachmittägigen damit beobachtet hat, an einen Ort legen, wo es nicht Stößen oder sonstigen nachteiligen Berührungen oder einem starken Wechsel in der Temperatur ausgesetzt ist. Auch wird man die Inderkorrektion untersuchen müssen, sowohl vormittags als nachmittags, um sich zu überzeugen, daß diese sich nicht verändert hat.

§ 321. Berechnung der Beobachtung. Nach vollzogener Beobachtung ermittele man die halbe Zwischenzeit, t, aus den Mitteln aller vormittägigen und nachmittägigen Chronometerzeiten; folgen die Höhen jedoch gleichmäßig aufeinander, so gewähren die Mittel aus der ersten und letzten Chronometerzeit des Vor- und Nachmittags hinreichende Genauigkeit.

Aus je zwei zur gleichen Höhe gehörigen Chronometerzeiten nimmt man das Mittel und aus diesen Mitteln, den einzelnen unverbesserten Mittagen, wieder das Mittel, so ist dieses als der unverbesserte Mittag anzusehen.

Für die dem wahren Ortsmittage entsprechende mittlere Greenwicher Zeit verbessere man die Deklination der Sonne. Um die Größe $d\delta$ zu erhalten, multipliziere man die im wahren Ortsmittage gültige Änderung der Sonnendeklination für 1° Länge mit 60, so erhält man die in Zeitsekunden ausgedrückte stündliche Änderung der Deklination, die mit der in Stunden ausgedrückten halben Zwischenzeit zu multiplizieren ist; in der Regel genügt es, statt der für den wahren Ortsmittag gültigen Deklinationsänderung die für den wahren Greenwicher Mittag des Beobachtungstages angegebene Änderung in Rechnung zu nehmen.

Mit diesen Werten berechne man in der angegebenen Weise die Mittagsverbesserung und den Stand des Chronometers.

Beispiel 1. 1907 den 2. Januar wurden in Iloilo auf der Insel Panay (in 10° 42′ N Br. und 122° 46′ O Lg. v. Grw.) gleiche Sonnenhöhen vor- und nachmittags über dem künstlichen Horizont nach einem Chronometer beobachtet, dessen Stand am 21. Dezember 1906 im mittleren Greenwicher Mittag $= +0^m\,10^s,4$, täglicher Gang $= -4^s,9$ war. Es soll der tägliche Gang dieses Chronometers und sein Stand im mittleren Greenwicher Mittag des 2. Januar ermittelt werden.

	Vormittags.	Nachmittags.	Unverbesserter Mittag.
☉ 28° 30′	$11^h\,17^m\,2^s$	$8^h\,30^m\,10^s,5$	$3^h\,53^m\,36^s,25$
50	17 49,5	29 24	36,75
29° 20	19 0	28 16	38,00
40	19 47,5	27 30	38,75
30° 0	20 32,5	26 43,5	38,00
30	21 41	25 34,5	37,75

$11^h\,19^m\,22^s$ Unverbesserter Mittag $= 3^h\,53^m\,37^s,58$
$20^h\,27^m\,52^s$ Mittagsverbesserung $= -\ 1^s,35$
$9^h\,8^m\,30^s$ Chronometerzeit im wh. Ortsmittag $= 3^h\,53^m\,36^s,23$ mrgs. d. 2/1.
$t = 4^h\,34^m\,15^s$

N. J. d. 2/1. ☉ Meridiandurchgang $= 0^h\ 3^m\,46^s,6$ mittl. Zeit
Änd. $= 0^s,079$ für 1°
O Länge $=$ 123°
$9^s,717 \ldots\ldots = 9^s,7$

☉ Meridiandurchgang am Ort $\ldots = 0^h\ 3^m\,36^s,9$ „ „
O Länge in Zeit $\ldots\ldots = 8^h\,11^m\ 4^s,0$

Mittl. Grw. Zeit im wh. Ortsmittag $= 3^h\,52^m\,32^s,9$ mrgs. d. 2/1.
Chronometerzeit „ „ „ $= 3^h\,53^m\,36^s,2$

$3^h\,53^m$ mittl. Grw. Zeit mrgs. d. 2/1.
N. J. d. 2/1. ☉ $\delta = -22°\,59',8$
Änd. $= 0',2$ in 1^h
8,1
$1',62 \ldots = 1',6$
Verb. ☉ $\delta = -23°\ 1',4$

Änderung der ☉ δ im wh. Ortsmittag für 1° oder $4^m = +0',0136 = 0'',816$
in $1^h = +0'',816 \cdot 15$
$\frac{d\delta}{15} = +0^s,816 \cdot 4,6$
$= +3^s,75$

$$dt = (A - B) \cdot \frac{d\delta}{15}$$

Tafel 39: $A = -0,16$
$B = +0,20$
$A - B = -0,36$
$\frac{d\delta}{15} = +3,75$
Produkt $= dt = -1^s,35$

Stand des Chronometers $\ldots\ldots = -\ 1^m\ 3^s,3$ um $3^h,9$ mittl. Grw. Zeit mrgs. d. 2/1.
„ „ „ $\ldots\ldots = +\ 0^m\,10^s,4$ „ $0^h,0$ „ „ „ abds. d. 21/12.

Gang in 11,7 Tagen $\ldots\ldots = -\ 1^m\,13^s,7$
$= -\ 73^s,7$
Täglicher Gang $\ldots\ldots = -\ 6^s,3.$
Es war Stand des Chronometers $. = -\ 1^m\ 3^s,3$ um $3^h,9$ mittl. Grw. Zeit mrgs. d. 2/1.
Gang in $8^h,1 \ldots\ldots = -\ 2^s,1$

Stand des Chronometers $\ldots\ldots = -\ 1^m\ 5^s,4$ im mittl. Grw. Mittag d. 2/1.

Beispiel 2. 1907 den 3. November wurden in Valparaiso (in 33° 1′ S Br. und 71° 45′,7 W Lg. v. Grw.) gleiche Sonnenhöhen vor- und nachmittags nach einem Chronometer über dem künstlichen Horizont beobachtet. Am 15. Oktober war der Stand desselben Chronometers im mittleren Greenwicher Mittag $= -26^m\,7^s,6$, täglicher Gang $= -0^s,3$. Es soll der tägliche Gang und der Stand für den mittleren Greenwicher Mittag des 3. November berechnet werden.

	Vormittags.	Nachmittags.	Unverbesserter Mittag.
☉ 76° 5′	$1^h\,21^m\,24^s$	$8^h\,33^m\ 3^s$	$4^h\,57^m\,13^s,50$
20	22 0,5	32 25,5	13,00
35	22 37	31 49,5	13,25
77° 5	23 52,5	30 35,0	13,75
20	24 29,5	29 57,5	13,50
35	25 6	29 20,5	13,25

$1^h\,23^m\,15^s$ Unverbesserter Mittag $= 4^h\,57^m\,13^s,38$
$8^h\,31^m\,12^s$ Mittagsverbesserung $= -\ 6^s,93$
$7^h\ 7^m\,57^s$ Chronometerzeit im wh. Ortsmittag $= 4^h\,57^m\ 6^s,45$ abds. d. 3/11.
$t = 3^h\,33^m\,59^s.$

N. J. d. 3/11. ☉ $\delta = -14°\,47',4$
Änd. $= 0',0527$ für 1° Lg.
Lg. $=$ 72° W
$3',78 \ldots = 3',8$
Verb. ☉ $\delta = -14°\,51',2$

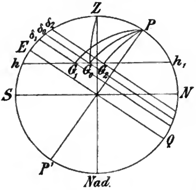
Änd. der ☉ δ im wh. Ortsmittag für 1° oder $4^m = +0',0526 = +3'',156$
in $1^h = +3'',156 \cdot 15$
$\frac{d\delta}{15} = +3^s,156 \cdot 3,6$
$= +11^s,36$

			$dt = (A - B) \cdot \frac{d\delta}{15}$
N. J. d. 3/11. ☉ Meridiandurchgang	$= 11^h\,43^m\,38^s{,}6$	mittl. Zeit mrgs.	Tafel 39: $A = +\ 0{,}20$
Änd. $= 0^s{,}00$	$= \qquad 0^s{,}0$		$B = +\ 0{,}81$
☉ Meridiandurchgang am Ort .	$= 11^h\,43^m\,38^s{,}6$	„ „ „	$A - B = -\ 0{,}61$
Westlänge in Zeit	$= 4^h\,47^m\ 2^s{,}8$		$\frac{d\delta}{15} = +11{,}36$
Mittl. Grw. Zeit im wh. Ortsmittag	$= 4^h\,30^m\,41^s{,}4$	abds. d. 3/11.	
Chronometerzeit „ „ „	$= 4^h\,57^m\ 6^s{,}5$	„ „	Produkt $= -\ 6^s{,}93.$
Stand des Chronometers . . .	$= -\ 26^m\,25^s{,}1$	um $4^h{,}5$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 3/11.	
„ „ „ . . .	$= -\ 26^m\ 7^s{,}6$	„ $0^h{,}0$ „ „ „ „ „ 15/10.	
Gang in 19,2 Tagen	$= -\ 17^s{,}5$		
Täglicher Gang	$= -\ 0^s{,}9.$		
Es war			
Stand des Chronometers	$= -\ 26^m\,25^s{,}1$	um $4^h{,}5$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 3/11.	
Gang in $4^h{,}5$	$= +\ 0^s{,}2$		
Stand des Chronometers . . .	$= -\ 26^m\,24^s{,}9$	im mittl. Grw. Mittag d. 3/11.	

§ 322. Korrespondierende Sonnenhöhen; Mitternachtsverbesserung. Wenn man nachmittags und am darauffolgenden Vormittage gleiche Höhen der Sonne beobachtet, so wäre, wenn die Sonnendeklination sich nicht änderte, das Mittel aus den beiden zur gleichen Höhe gehörigen Chronometerzeiten die Zeit, die das Chronometer im Augenblick der wahren Ortsmitternacht gezeigt hat. Wegen der Änderung der Sonnendeklination ist auch hier auf jenes Mittel der Chronometerzeiten, das man die unverbesserte Mitternacht nennt, die Mitternachtsverbesserung, anzuwenden, um die Zeit des Chronometers in der wahren Ortsmitternacht zu erhalten.

Ist in Fig. 236 G_1 der Ort der Sonne bei der Nachmittags- und G_2 der Ort der Sonne bei der darauffolgenden Vormittagsbeobachtung, so sind NPG_1 und NPG_2 die vom unteren Meridian gezählten zugehörigen Stundenwinkel t_1' und t_2', und wenn $E\delta_0$ die Deklination der Sonne zur Zeit der wahren Ortsmitternacht ist, so ist NPG_0 gleich der halben Summe der Stundenwinkel oder gleich der halben Zwischenzeit t' zwischen beiden Beobachtungen. Der halbe Unterschied beider Stundenwinkel ist die Mitternachtsverbesserung, die zu der unverbesserten Mitternacht zu addieren oder davon abzuziehen ist, je nachdem der westliche Stundenwinkel der größere oder der kleinere ist.

Fig. 236.



Führt man in Gl. I § 318 statt t die Ergänzung zu 12 Stunden ein und bezeichnet diese Ergänzung, die halbe Zwischenzeit, mit t', sowie die Mitternachtsverbesserung mit dt', so ergibt sich die Formel:

$$dt' = \left(\frac{\operatorname{tang}\varphi}{\sin(180^\circ - t')} - \frac{\operatorname{tang}\delta}{\operatorname{tang}(180^\circ - t')}\right) \cdot \frac{d\delta}{15}$$

oder

$$dt' = \left(\frac{\operatorname{tang}\varphi}{\sin t'} + \frac{\operatorname{tang}\delta}{\operatorname{tang} t'}\right) \cdot \frac{d\delta}{15} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; \text{I)}.$$

Man kann also die Tafel 39 auch zur Berechnung der Mitternachtsverbesserung benutzen, wenn man mit t' als halbe Zwischenzeit in diese Tafel eingeht. Mit denselben Bezeichnungen wie früher hat man dann die Formel:

$$dt' = (A + B) \cdot \frac{d\delta}{15.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{II}).$$

Die Vorzeichen von $d\delta$ und von den Größen A und B werden nach denselben Regeln wie für die Mittagsverbesserung bestimmt.

Nachdem man die Größen A und B aus der Tafel entnommen hat, addiere man sie algebraisch und verfahre dann in der bei der Mittagsverbesserung angegebenen Weise weiter. Durch Anbringung der Mitternachtsverbesserung auf die unverbesserte Mitternacht erhält man die Chronometerzeit im Augenblick der wahren Ortsmitternacht. Indem man dann aus den mittleren Zeiten des Meridiandurchgangs der Sonne in Greenwich für beide Beobachtungstage das Mittel nimmt und dieses für die Länge des Beobachtungsorts berichtigt, erhält man die mittlere Zeit im Augenblick der wahren Ortsmitternacht. Auf diese die in Zeit ausgedrückte Länge des Beobachtungsorts angewandt, ergibt die mittlere Greenwicher Zeit der wahren Ortsmitternacht, womit die Chronometerzeit der wahren Ortsmitternacht zu vergleichen ist, um den Stand des Chronometers zu erhalten.

Die halbe Zwischenzeit t' ermittelt man, indem man das Mittel aus den nachmittägigen Chronometerzeiten von dem Mittel der vormittägigen abzieht und den Rest durch 2 dividiert.

Aus je zwei zu gleicher Höhe gehörigen Chronometerzeiten nimmt man das Mittel und aus diesen Mitteln wieder das Mittel, so erhält man die unverbesserte Mitternacht.

Für die der wahren Ortsmitternacht entsprechende mittlere Greenwicher Zeit entnehme man aus dem nautischen Jahrbuch die Deklination der Sonne.

Um die Größe $d\delta$ zu erhalten, nehme man aus den beiden Änderungen der Sonnendeklination für 1° Länge, die für die beiden Beobachtungstage im nautischen Jahrbuche angegeben sind, das Mittel und multipliziere dieses mit 60, so erhält man die in Zeitsekunden ausgedrückte stündliche Änderung der Deklination, die mit der in Stunden ausgedrückten halben Zwischenzeit zu multiplizieren ist.

Die Berichtigung der unverbesserten Mitternacht wegen Veränderung der Strahlenbrechung kann in derselben Weise, wie bei der Mittagsverbesserung gezeigt ist, gefunden werden. Diese Berichtigung ist zur unverbesserten Mitternacht zu addieren oder davon abzuziehen, je nachdem die Strahlenbrechung bei der nachmittägigen Höhe die kleinere oder die größere war.

Beispiel. 1907 den 9. und 10. September wurden in 47°0′ N Br. und 65°36′,3 W Lg. v. Grw. (am Miramichi), ohne die Alhidade zu verschieben, korrespondierende Ober- und Unterrandshöhen der Sonne nach einem Chronometer über dem künstlichen Horizont beobachtet. Im mittleren Greenwicher Mittag des 14. August war der Stand dieses Chronometers $= +5^m\,17^s{,}3$, tägl. Gang $= -4^s{,}1$. Es soll der tägliche Gang und der Stand für den mittleren Greenwicher Mittag des 10. September gefunden werden.

	Nachmittags.	Vormittags.	Unverbesserte Mitternacht.
$\overline{\odot}$ } 35° 33′,5	$8^h\,52^m\,31^s$	$11^h\,41^m\,55^s$	$4^h\,17^m\,13^s{,}0$
$\underline{\odot}$ }	$8^h\,55^m\,42^s$	$11^h\,38^m\,43^s$	$12^s{,}5$
	$8^h\,54^m\,7^s$	Unverbesserte Mitternacht	$= 4^h\,17^m\,12^s{,}75$
	$23^h\,40^m\,19^s$	Mitternachtsverbesserung	$= -\ 31^s{,}28$
	$14^h\,46^m\,12^s$	Chronometerzeit i. d. wh.	$= 4^h\,16^m\,41^s{,}47$
	$t' = 7^h\,23^m\,6^s$	Ortsmitternacht	mrgs. d. 10/9.

$4^h\,20^m$ mittl. Grw. Zeit mrgs. d. 10/9.

N. J. d. 10/9. $\odot\,\delta = +5°\,17'{,}1$

Änd. $= 0'{,}94$ in 1^h

7,7

$7'{,}23$ . . . $=$ $7'{,}2$

Verb. $\odot\,\delta = +5°\,24'{,}3$

N. J. d. 9/9.
⊙ Oberer Meridiandurchgang
in Grw. . . . . $= 11^h 57^m 37^s,0$ mittl. Zeit mrgs.
N. J. d. 10/9.
⊙ Oberer Meridiandurchgang
in Grw. . . . . $= 11^h 57^m 16^s,5$ „ „ „
⊙ Unterer Meridiandurchgang
in Grw. . . . . $= 11^h 57^m 26^s,7$ „ „ abds. d. 9/9.
Änd. $= 0^s,057$ für 1° Lg.
W Lg. = 65,6
$3^s,74$ . . . . . . $=$ $3^s,7$
⊙ Unterer Meridiandurchgang
am Ort . . . . $= 11^h 57^m 23^s,0$ „ „ „
Westlänge in Zeit . . . . . $= 4^h 22^m 25^s,2$
Mittl. Grw. Zeit der wh. Ortsmitternacht . . . . $= 4^h 19^m 48^s,2$ mrgs. d. 10/9.
Chronometerzeit der wh. Ortsmitternacht . . . . $= 4^h 16^m 41^s,5$ „ „
Stand des Chronometers . . $= + 3^m 6^s,7$ um $4^h,3$ mittl. Grw. Zeit mrgs. d. 10/9.
„ „ „ . . $= + 5^m 17^s,3$ „ $0^h,0$ „ „ „ abds. d. 14/8.
Gang in 26,7 Tagen . . . $= - 2^m 10^s,6$
$= - 130^s,6$
Täglicher Gang . . . . . $= - 4^s,9$.
Es war Stand d. Chronometers $= + 3^m 6^s,7$ um $4^h,3$ mittl. Grw. Zeit mrgs. d. 10/9.
Gang in $7^h,7$ . . . . . . $= - 1^s,6$
Stand des Chronometers . . $= + 3^m 5^s,1$ im mittl. Grw. Mittag d. 10/9.

Mittel aus den Änderungen der ⊙ δ für den 9. und 10. September für 1° oder $4^m = -0',0629 = -3'',774$

in $1^h = -3'',774 \cdot 15$

$$\frac{d\delta}{15} = -3^s,774 \cdot 7,4 = -27^s,93.$$

$$dt' = (A + B) \cdot \frac{d\delta}{15}$$

Tafel 39: $A = -\ 0,03$
$B = +\ 1,15$
$A + B = +\ 1,12$
$\frac{d\delta}{15} = -27,93$
Produkt $= -31^s,28$.

§ 323. Korrespondierende Fixsternhöhen. Die Deklination eines Fixsterns kann in Zeiträumen von einigen Stunden als unveränderlich betrachtet werden; es fällt daher bei korrespondierenden Fixsternhöhen eine Verbesserung für Veränderung der Deklination fort.

Wenn also die ersten Höhen vor der oberen und die gleichen Höhen nach der oberen Kulmination des Sterns nach einem Chronometer beobachtet sind, so ist unter Voraussetzung gleicher Temperatur- und Luftdruckverhältnisse die halbe Summe der beiden Mittel aus den Chronometerzeiten die Zeit des Chronometers im Augenblick der oberen Kulmination des beobachteten Sterns. Berechnet man dann nach § 298 die mittlere Ortszeit der oberen Kulmination dieses Sterns und wendet darauf die Länge in Zeit an, so ist der Unterschied der so gefundenen mittleren Greenwicher Zeit und der Chronometerzeit zur Zeit der oberen Kulmination der Stand des Chronometers.

Sind zuerst Höhen westlich vom Meridian und darauf die gleichen Höhen östlich vom Meridian beobachtet, so ist die halbe Summe von den Mitteln der Chronometerzeiten die Zeit des Chronometers im Augenblick der unteren Kulmination des beobachteten Sterns. Auf die nach § 298 zu berechnende mittlere Ortszeit der unteren Kulmination des Sterns wendet man die Länge an, so erhält man die mittlere Greenwicher Zeit, die durch Vergleichung mit der Chronometerzeit der unteren Kulmination den Stand ergibt.

Dieses einfache Verfahren der Standbestimmung durch korrespondierende Fixsternhöhen ist an kurzen Wintertagen der Standbestimmung durch korrespondierende Sonnenhöhen vorzuziehen, da dann die Höhe der Sonne sowie deren Änderung klein ist und nur in recht ungünstigen Azimuten beobachtet werden kann.

Beispiel. 1907 den 1. Februar wurden in Pillau (in 54° 38′ N Br. und $1^h 19^m 36^s$ O Lg. v. Grw.) die folgenden korrespondierenden Höhen des Sterns Pollux

nach Chronometer über dem künstlichen Horizont beobachtet. Am 19. Januar war der Stand desselben Chronometers im mittleren Greenwicher Mittag $= + 1^h 31^m 0^s,3$, täglicher Gang $= - 0^s,1$. Es soll der tägliche Gang des Chronometers und sein Stand für den mittleren Greenwicher Mittag des 1. Februar ermittelt werden.

✳		Abends.		Abends.
96° 20′	. . . .	$5^h\ 4^m\ 9^s$	. . . .	$11^h\ 6^m\ 12^s$
40	. . . .	5 25	. . . .	4 55
97 0	. . . .	6 41	. . . .	3 39
20	. . . .	7 55	. . . .	2 27
98 0	. . . .	10 24	. . . .	10 59 58
	I. Mittel =	$5^h\ 6^m\ 54^s,8$		$11^h\ 3^m\ 26^s,2$
	II. „ =	$11^h\ 3^m\ 26^s,2$		
	½ Summe =	$8^h\ 5^m\ 10^s,5$	= Chronometerzeit bei d. ob. Kulm.	

$7^h 40^m$ Sternzeit.
$20^h 42^m$ m. ⊙ AR. d. 1/2.
$10^h 58^m$ mittl. astr. Ortszeit d. 1/2.
$1^h 20^m$ O Lg. in Zeit.
$9^h 38^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 1/2.

N. J. d. 1/2.

m. ⊙ AR.	=	$20^h 42^m 10^s$
Taf. 24 für 9^h		$1^m 28^s,7$
„ 38^m		$6^s,2$
Verb. m. ⊙ AR.	=	$20^h 43^m 44^s,9$

✳ AR. = Sternzeit	=	$7^h 39^m 38^s$	
m. ⊙ AR.	=	$20^h 43^m 45^s$	
Mittl. astr. Ortszeit	=	$10^h 55^m 53^s$	bei d. ob. Kulm. d. 1/2.
O Lg. in Zeit	=	$1^h 19^m 36^s$	
Mittl. astr. Grw. Zeit	=	$9^h 36^m 17^s$	„ „ „ „ „
Chronometerzeit	=	$8^h 5^m 10^s,5$	„ „ „ „ „
Stand des Chron.	=	$+ 1^h 31^m 6^s,5$	um $9^h,6$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 1/2.
„ „ „	=	$+ 1^h 31^m 0^s,3$	„ $0^h,0$ „ „ „ „ „ 19/1.
Gang in 13,4 Tagen	=	$+ 6^s,2$	
Tägl. Gang	=	$+ 0^s,5$.	

Es war

Stand des Chron.	=	$+ 1^h 31^m 6^s,5$	um $9^h,6$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 1/2.
Gang in $9^h,6$	=	$- 0^s,2$	
Stand des Chron.	=	$+ 1^h 31^m 6^s,3$	im mittl. Grw. Mittag d. 1/2.

III. Wahrscheinlicher Gang und wahrscheinliche Greenwicher Zeit.

§ 324. Berichtigung des Gangs wegen Temperatur. Unter den in § 260 erwähnten Ursachen, die störend auf den Gang eines an Bord befindlichen Chronometers wirken, ist es allein der Einfluß der Temperatur, der sich annähernd durch Rechnung bestimmen läßt. Man bedient sich hierbei der Formel:

$$g = g_0 + a(t - t_0) + b(t - t_0)^2 .$$

In dieser sogenannten Gangformel bedeutet g_0 den Gang für eine bestimmte Temperatur t_0 und g den Gang für eine beliebige andere Temperatur t. Die Koeffizienten a und b können für die Temperaturgrenzen, die hier in Betracht kommen, als unveränderlich während eines längeren Zeitraums angenommen werden. Die Bestimmung dieser Koeffizienten und des Gangs g_0 übernimmt die Deutsche Seewarte und erfolgt dadurch, daß die zur Untersuchung eingelieferten Chronometer verschiedenen Temperaturen (t) ausgesetzt werden und der Gang (g) bei jeder Temperatur bestimmt wird. Durch Einsetzen der gefundenen Werte in obige Formel ergeben sich mehrere Gleichungen, aus denen die Unbekannten g_0, a und b ermittelt werden. Dabei wird $t_0 = 15°$ C. angenommen, so daß g_0 dem Gange bei dieser Temperatur entspricht. Mit dieser Annahme wird die Gangformel:

$$g = g_0 + a(t - 15°) + b(t - 15°)^2 .$$

Wäre zum Beispiel gegeben: $g_0 = +1^s,07$, $a = -0^s,055$ und $b = +0^s,011$, so gibt die Formel den bei einer Temperatur von $+25°$ C. in Rechnung zu nehmenden Gang

$$g = +1^s,07 - 0^s,055(25° - 15°) + 0^s,011(25° - 15°)^2$$
$$= +1^s,07 - 0^s,55 + 1^s,10 = +1^s,62 .$$

Nach jeder zuverlässigen Gangbestimmung berechne man ein neues g_0, indem man für g den neu ermittelten Gang g und für t das Mittel aus den Temperaturen, die an den Tagen der Standbestimmungen und an den dazwischen liegenden Tagen am Aufbewahrungsorte des Chronometers vom Thermometer abgelesen wurden, in die Gangformel einsetzt. Der so erhaltene Gang g_0 wird dann den späteren Rechnungen zugrunde gelegt, bis wieder eine Neubestimmung des Gangs gemacht ist.

Zweckmäßig ist es, eine Tafel anzufertigen, die mit dem Eingang t für die verschiedenen während der Reise vorkommenden Temperaturen (t) den Wert

$$T = a(t - 15°) + b(t - 15°)^2$$

enthält.

Man bezeichnet diesen Wert T als Temperaturberichtigung und damit lautet die Gangformel:

$$g = g_0 + T ,$$

woraus $g_0 = g - T$ gefunden wird.

Nach jeder längeren Reise sollte die Bestimmung der Größen g_0, a und b wiederholt werden.

§ 325. Der wahrscheinliche Gang. In § 312 ist gezeigt worden, wie man aus zwei Ständen den täglichen Gang findet. Zur Ermittelung dieses Gangs aus Standbestimmungen durch Einzelhöhen an einer Seite des Meridians nehme man immer nur zwei solche Stände, die aus nahe gleichen Höhen desselben Gestirns an derselben Seite des Meridians gefunden sind. Dies hat darin seinen Grund, daß ein etwaiger Fehler in der Breite des Orts unter den angegebenen Umständen nahe den gleichen Fehler in den Ständen, die an verschiedenen Tagen ermittelt sind, verursacht, und daß der Fehler des Instruments, womit die Höhen gemessen sind, bei nahe gleichen Höhen der gleiche sein wird.

Während der Gang untersucht wird, sollte das Chronometer in ungefähr gleicher Temperatur und, wenn es zu ermöglichen ist, in dieser Temperatur während der Reise gehalten werden.

Die Gleichheit mehrerer aus verschiedenen Ständen gefundenen Gänge läßt auf einen gleichmäßigen Gang des Chronometers schließen. Zeigen sich aber größere Unterschiede, als von den Beobachtungsfehlern herrühren können, so muß man die Stände, die die größeren Abweichungen in den Gängen verursachen, von der Berechnung des Gangs ausschließen. Ist aber keine der Beobachtungen für fehlerhaft zu halten, so ist der Gang des Chronometers ein unregelmäßiger und das Chronometer ist dann, je nachdem die Unterschiede der Gänge kleiner oder größer sind, weniger oder gar nicht brauchbar zur Ortsbestimmung auf See.

Ist jeder Gang aus Beobachtungen, deren Zwischenzeit mindestens 3 Tage beträgt, ermittelt, und sind die Zwischenzeiten nahe gleich gewesen, so kann man die gefundenen Gänge alle für gleich zuverlässig halten und das Mittel aus ihnen als den richtigen Gang annehmen.

Hat man aber aus den gefundenen Chronometerständen so viele Gänge wie möglich ermittelt, indem damit so viele Kombinationen (Verbindungen) wie möglich gemacht sind,

oder sind die verschiedenen Gänge aus Zeitbestimmungen gefunden, deren Zwischenzeiten sehr ungleich sind, so ermittele man den wahrscheinlichen Gang.

Man multipliziere jeden der gefundenen Gänge mit der Anzahl Tage, die zwischen den Beobachtungen, wonach der Gang gefunden ist, verflossen sind; die Summe der hierdurch erhaltenen Produkte dividiere man durch die Summe der gebrauchten Multiplikatoren, so ist der Quotient der wahrscheinliche Gang des Chronometers; oder was leichter ist:

Man dividiere die Summe aller Standunterschiede, woraus die Gänge ermittelt werden sollen, durch die Summe aller Tage, wodurch die einzelnen Unterschiede dividiert werden sollen, so ist der Quotient der wahrscheinliche Gang des Chronometers.

Der Grund dieses Verfahrens ist leicht einzusehen, denn wenn man annimmt, daß jede der Beobachtungen, wonach die Stände des Chronometers bestimmt wurden, gleich zuverlässig war, so muß z. B. ein Gang, der aus zwei Beobachtungen, zwischen denen zwei Tage verflossen sind, gefunden wurde, auch doppelt so zuverlässig sein oder kann wahrscheinlich nur mit einem halb so großen Fehler behaftet sein als ein Gang, der aus Beobachtungen gefunden wurde, zwischen denen nur ein Tag verflossen ist. Nach der gegebenen Regel erhält daher auch jeder Gang gleichsam so viele Stimmen bei Ermittelung des wahrscheinlichen Gangs, als Tage zwischen den Beobachtungen verflossen sind, woraus dieser Gang gefunden ist. Der Gang, der aus Beobachtungen gefunden wurde, zwischen denen zwei Tage verflossen sind, erhält also auch doppelt so viel Einfluß auf den wahrscheinlichen Gang, als der, den man aus Beobachtungen fand, zwischen denen nur ein Tag verflossen ist.

Beispiel. Aus nachstehenden Chronometerständen soll der wahrscheinliche Gang des Chronometers ermittelt werden.

Den 5. September	Chronometerstand	=	$-42^m\ 8^s,0$,
„ 18. „	„	=	$-41^m\ 2^s,1$,
„ 23. „	„	=	$-40^m\ 43^s,9$,
„ 25. „	„	=	$-40^m\ 35^s,0$.

Zwischen dem 5. und 18. sind 13 Tage;	Standunterschied	$= + 65^s,9$,
„ „ 5. „ 23. „ 18 „ ;	„	$= + 84^s,1$,
„ „ 5. „ 25. „ 20 „ ;	„	$= + 93^s,0$,
„ „ 18. „ 23. „ 5 „ ;	„	$= + 18^s,2$,
„ „ 18. „ 25. „ 7 „ ;	„	$= + 27^s,1$,
„ „ 23. „ 25. „ 2 „ ;	„	$= + 8^s,9$.
Summe = 65 Tage.	Summe der Untersch.	$= + 297^s,2$.

$$\text{Wahrscheinlicher täglicher Gang} = \frac{+297^s,2}{65} = +4^s,6\,.$$

§ 326. Gewichte der Chronometer und wahrscheinliche Greenwicher Zeit. Hat man zwei oder mehrere Chronometer an Bord, die die mittlere Greenwicher Zeit nach ihren Ständen und Gängen ziemlich übereinstimmend angeben, so spricht die Wahrscheinlichkeit zwar dafür, daß die Chronometer ihren Gang nicht bedeutend verändert haben; aber sicher kann man durch Vergleichung zweier oder mehrerer Chronometer doch nicht ermitteln, ob sie ihren zuletzt ermittelten Gang beibehalten haben oder nicht, und wie der Gang eines jeden sich verändert hat.

Abweichungen werden indessen zwischen mehreren Chronometern an Bord wohl immer stattfinden. Man habe z. B. zwei Chronometer A und B, die nach Anwendung des Standes und Gangs die mittlere Greenwicher Zeit für irgend eine Beobachtung nicht übereinstimmend geben. Hält man beide Chronometer für gleich zuverlässig, so würde das Mittel aus den beiden Greenwicher Zeiten die wahrscheinliche Greenwicher Zeit sein. Hätte man aber Grund, anzunehmen, das Chronometer A sei dreimal so zuverlässig als Chrono-

meter *B*, so darf man das Mittel nicht mehr als die wahrscheinliche Greenwicher Zeit nach beiden Chronometern ansehen. Man hat dann die Angabe von *A* mit 3 zu multiplizieren, zu diesem Produkt die Angabe von *B* zu addieren und diese Summe durch 4 zu dividieren, um die wahrscheinliche Greenwicher Zeit zu erhalten.

Es gebe z. B. *A* die mittl. Grw. Zeit $= 11^h\,58^m\;5^s{,}4$ oder $11^h\,57^m\,65^s{,}4$ $\left\{ 65^s{,}4 \cdot 3 = 196^s{,}2 \right.$
und *B* „ „ „ „ $= 11^h\,57^m\,48^s{,}8$ . . . $11^h\,57^m\,48^s{,}8$ $\left. 48^s{,}8 \cdot 1 = 48^s{,}8 \right.$
$245^s{,}0 : 4$
wahrscheinliche mittl. Grw. Zeit $= 11^h\,57^m\,61^s{,}2$ gibt $61^s{,}2$
„ „ „ „ $= 11^h\,58^m\;1^s{,}2$.

Die Zahlen, die die Zuverlässigkeit der Chronometer im Vergleich zueinander ausdrücken, werden die **Gewichte** der Chronometer genannt, so daß im vorigen Beispiel das Chronometer *A* das Gewicht 3 hat im Vergleich mit Chronometer *B*, dem das Gewicht 1 zukommt. Diese Gewichte der verschiedenen Chronometer untereinander müssen schon bei ihrer Untersuchung am Lande ermittelt werden.

Es ergibt sich nämlich, wenn man den Gang der Chronometer öfter untersucht, aus den Unterschieden dieser Gänge, in welchem Grade jedes Chronometer einen gleichmäßigen Gang hat, und es ist Grund vorhanden, jedem von ihnen nach diesem Verhältnis ein Gewicht zu geben, und demnach, wenn die mittleren Greenwicher Zeiten, die sie angeben, voneinander abweichen, der Wahrscheinlichkeit nach die richtigere Greenwicher Zeit zu ermitteln. Wie man hierbei verfährt, ist aus nachstehendem Beispiele zu ersehen.

Beispiel. Angenommen, die täglichen Gänge der Chronometer *A*, *B* und *C* wären zu gleichen Zeiten wie folgt gefunden:

Gänge von *A*.	Gänge von *B*.	Gänge von *C*.
$+10^s{,}7$	$-6^s{,}2$	$-3^s{,}3$
$+10^s{,}9$	$-6^s{,}8$	$-4^s{,}2$
$+10^s{,}8$	$-6^s{,}0$	$-3^s{,}9$
$+11^s{,}0$	$-6^s{,}9$	$-2^s{,}0$
$+10^s{,}9$	$-6^s{,}1$	$-1^s{,}9$
$+10^s{,}8$	$-6^s{,}5$	$-4^s{,}0$
Mittel $= +10^s{,}85$	Mittel $= -6^s{,}42$	Mittel $= -3^s{,}22$

Man nehme nun die Unterschiede zwischen den einzelnen Gängen und ihrem Mittel von jedem Chronometer und bilde von diesen Unterschieden die Quadrate, so ergibt sich:

für *A*		für *B*		für *C*	
Unterschiede.	Quadrate.	Unterschiede.	Quadrate.	Unterschiede.	Quadrate.
$0^s{,}15$	0,0225	$0^s{,}22$	0,0484	$0^s{,}08$	0,0064
$0^s{,}05$	0,0025	$0^s{,}38$	0,1444	$0^s{,}98$	0,9604
$0^s{,}05$	0,0025	$0^s{,}42$	0,1764	$0^s{,}68$	0,4624
$0^s{,}15$	0,0225	$0^s{,}48$	0,2304	$1^s{,}22$	1,4884
$0^s{,}05$	0,0025	$0^s{,}32$	0,1024	$1^s{,}32$	1,7424
$0^s{,}05$	0,0025	$0^s{,}08$	0,0064	$0^s{,}78$	0,6084
	Summe = 0,055		Summe = 0,708		Summe = 5,268

Es verhalten sich nun mit hinreichender Genauigkeit die Gewichte der Chronometer umgekehrt wie die Summen der Quadrate der Abweichungen der täglichen Gänge von ihrem arithmetischen Mittel, so daß man darnach erhält:

$$\text{Die Gewichte von } A : B : C = \frac{1}{0{,}055} : \frac{1}{0{,}708} : \frac{1}{5{,}268}$$
$$= \frac{5{,}268}{0{,}055} : \frac{5{,}268}{0{,}708} : 1 \quad \text{oder nahe}$$
$$= 96 \ : \ 7 \ : 1 .$$

Wenn nun t, t' und t'' die mittleren Greenwicher Zeiten bezeichnen, die A, B und C in demselben Augenblicke geben, so ist die wahrscheinliche

$$\text{Greenwicher Zeit} = \frac{t \cdot 96 + t' \cdot 7 + t'' \cdot 1}{96 + 7 + 1} .$$

Es sei die mittlere Greenwicher Zeit nach den verschiedenen Chronometern in demselben Augenblick nach

$$A = 3^h\,5^m\,10^s \quad \text{oder} \quad = 3^h\,4^m\ \ 70^s$$
$$B = 3^h\,4^m\,31^s \quad „ \quad = 3^h\,4^m\ \ 31^s$$
$$C = 3^h\,6^m\,41^s \quad „ \quad = 3^h\,4^m\,161^s$$

$$70 \cdot 96 = 6720^s$$
$$31 \cdot \ 7 = \ \ 217^s$$
$$161 \cdot \ 1 = \ \ 161^s$$
$$7098^s : 104 = 68^s{,}3 .$$

$$\text{Wahrscheinliche mittl. Grw. Zeit} = 3^h\,4^m\ \ 68^s$$
$$= 3^h\,5^m\ \ \ 8^s .$$

Sechster Abschnitt.

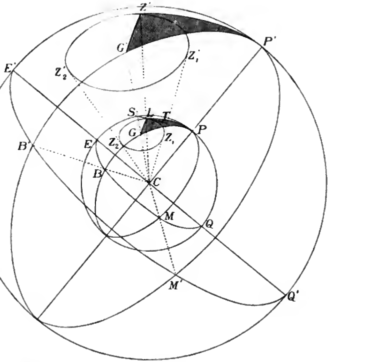
Bestimmung von Standlinien durch Gestirnshöhen.

§ 327. Höhengleiche und Standlinie. In Figur 237 sei C der Mittelpunkt der Erd- und Himmelskugel, P der nördliche Erd- und P' der gleichnamige Weltpol, EQ der Erd- und $E'Q'$ der Weltäquator, PM der Meridian von Greenwich und $P'M'$ dessen Himmelsmeridian. Denkt man sich an der Himmelskugel einen kleineren Kreis um ein Gestirn, das in G' stehe, beschrieben, der überall gleichen Abstand von diesem Gestirn hat, z. B. den Kreis $Z'Z_1'Z_2'$, und die Punkte dieses Kreises mit dem Erdmittelpunkte C durch gerade Linien verbunden, so liegen die Schnittpunkte aller dieser Linien mit der Erdoberfläche in dem kleineren Kreise LZ_1Z_2 auf der Erde, dessen Pol der Punkt G der Erde ist, für den das Gestirn zurzeit im Zenit steht, und die Linien $Z'C$, $Z_1'C$, $Z_2'C$ sind die Vertikallinien der Orte, wo diese Linien die Erdoberfläche schneiden. Mithin haben die Zenite aller dieser Orte, da sie in dem um das Gestirn gedachten Kreise liegen, gleichen Abstand vom Gestirn, und folglich haben alle diese Orte auf der Erde wie L, Z_1, Z_2 in demselben Augenblick eine gleich große Zenitdistanz des Gestirns, sehen dieses somit in gleicher Höhe. Wenn man also die Höhe eines Gestirns beobachtet, so liegt der Beobachtungsort in einem Kreise auf der Erdoberfläche, dessen Pol der Ort ist, der das Gestirn zur Zeit der Beobachtung im Zenit hatte, und dessen sphärischer Halbmesser gleich der aus der beobachteten Höhe sich ergebenden wahren Zenitdistanz des Gestirns ist. Denn wäre L der Beobachtungsort, so, ist Z' dessen Zenit, also Winkel $Z'CG'$ die Zenitdistanz des Gestirns G' und folglich $Z'G' = LG$ da beide Bogen Maß des Winkels $Z'CG' = LCG$ sind.

Den Kreis LZ_1Z_2 auf der Erde, in dem sich also der Beobachter in dem Augenblick befunden haben muß, als er das Gestirn G' in einer Höhe gleich $90° - Z'G'$ beobachtete, nennt man die Höhengleiche, weil in ihm überall die Höhen dieses Gestirns in demselben Augenblicke gleich sind.

Zur Bestimmung der Lage der Höhengleiche ergibt sich aus der Figur, daß Winkel $B'CG'$, die Deklination des Gestirns G', gleich dem Winkel BCG, der geographischen Breite des Punkts G ist, folglich ist die Breite des Mittelpunkts der Höhengleiche gleich der Deklination des Gestirns und mit dieser gleichnamig. Ferner ist der sphärische Winkel $M'P'G'$, der

Fig. 237.



Stundenwinkel des Gestirns G' vom Greenwicher Himmelsmeridian, gleich Winkel MPG, der geographischen Länge des Punktes G, folglich ist die Länge des Mittelpunkts der Höhengleiche gleich dem Stundenwinkel des Gestirns vom Greenwicher Meridian und mit diesem gleichnamig. Da nun der sphärische Halbmesser der Höhengleiche durch die aus der Beobachtung gefundene wahre Zenitdistanz des Gestirns gegeben ist, so ist durch die Höhe, Deklination und den vom Greenwicher Meridian gerechneten Stundenwinkel eines Gestirns die Lage der Höhengleiche auf der Erde genau bestimmt.

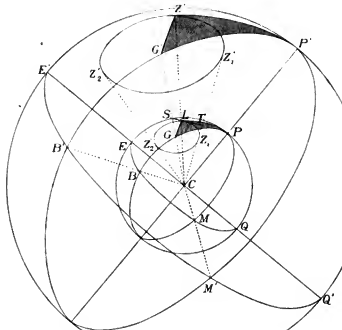
Zeichnet man die Höhengleiche in eine wachsende Karte ein, so wird sie wegen der Zunahme der Breitengrade nach den Polen hin nicht als Kreis sondern anders gekrümmt und nur in dem Falle geradlinig erscheinen, wenn das beobachtete Gestirn in einem der Weltpole

gestanden hätte. Man braucht aber immer nur ein kleines Stück der Höhengleiche, und dieses nur allein in Betracht kommende Stück kann man als gerade Linie ansehen. In dieser geraden Linie, die man als Standlinie bezeichnet, wird der Beobachtungsort liegen, wenn der durch die Besteckrechnung ermittelte Schiffsort nicht zu unsicher ist.

Die Lage der Standlinie wird entweder durch einen zu berechnenden und in die Karte einzutragenden Punkt und durch die Richtung der Linie oder durch zwei zu berechnende Punkte bestimmt.

Die Richtung der Standlinie ist durch das Azimut des Gestirns gegeben. Ist nämlich (Fig. 237) *ST* die Tangente an der Höhengleiche im Punkte *L*, so gibt diese die Richtung

Fig. 237.



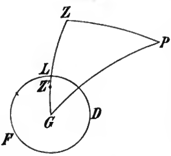
des Kreises im Punkte *L* an, ist also, soweit sie mit dem Kreisbogen als zusammenfallend angenommen werden kann, die Standlinie des Ortes *L*. Nun ist das sphärische Dreieck *PLG* auf der Erde dem Dreieck *P'Z'G'* zwischen Pol, Zenit und Gestirn am Himmel ähnlich, d. h. die Seiten und Winkel des einen Dreiecks, in Gradmaß gemessen, sind der Reihe nach den Seiten und Winkeln des anderen Dreiecks gleich. Folglich ist Winkel *PLG* gleich dem wahren Azimut des Gestirns *P'Z'G'*, und da die Standlinie *ST* rechtwinklig zu *LG* liegt, so ist ihre Richtung immer gleich dem um 90 Grad verminderten wahren Azimut des Gestirns, oder was dasselbe sagt, die Standlinie ist stets rechtwinklig zur rechtweisenden Peilungslinie des Gestirns.

I. Höhenmethode (von Marcq St. Hilaire).

§ 328. Leitpunkt der Standlinie. Wenn der durch die Besteckrechnung ermittelte Beobachtungsort in der Höhengleiche liegt, so muß die für diesen Ort und die Zeit der Beobachtung berechnete wahre Höhe des beobachteten Gestirns mit der durch die Beobachtung gefundenen wahren Höhe übereinstimmen. Ist dies nicht der Fall, so liegt der Besteckort entweder außerhalb oder innerhalb der Höhengleiche, und es kommt darauf an, die Lage des Punkts der Höhengleiche zu bestimmen, durch den die Standlinie zu leiten ist. Dieser zu bestimmende Punkt werde als Leitpunkt bezeichnet und kann auf folgende Weise ermittelt werden.

Es sei in Fig. 238 G der Mittelpunkt der Höhengleiche, P der dem Beobachter nähere Pol der Erde und Z der durch die Besteckrechnung gegebene Ort des Beobachters.

Fig. 238.



Aus der beobachteten Höhe eines Gestirns ergebe sich eine wahre Zenitdistanz, die gleich dem sphärischen Halbmesser GL der Höhengleiche LDF ist.

Verbindet man den Besteckort Z mit dem Mittelpunkte G durch einen größten Kreisbogen, so schneidet dieser die Höhengleiche im Punkte L, und dieser Punkt ist der zu bestimmende Leitpunkt. Es ist ersichtlich, daß bei dieser Methode zur Bestimmung der Standlinie der Leitpunkt der Punkt der Höhengleiche ist, der dem Besteckorte am nächsten liegt. Legt man ferner durch P und Z sowie durch P und G größte Kreisbogen, so ist das sphärische Dreieck PZG, wie oben gezeigt wurde, dem Dreieck zwischen Pol, Zenit und Gestirn ähnlich, und es ist einleuchtend, daß der Leitpunkt L bestimmt ist, wenn das wahre Azimut PZG und die wahre Zenitdistanz ZG bekannt sind. Denn da die wahre Zenitdistanz LG durch die beobachtete Höhe gegeben ist, so ist ZL, die Entfernung des Punkts L vom Besteckorte Z, gleich dem Unterschiede dieser beiden Zenitdistanzen oder der zugehörigen wahren Höhen, während die Richtung, worin der Punkt L vom Besteckorte Z liegt, durch das wahre Azimut des Gestirns zur Zeit der Höhenmessung gegeben ist.

Zur Berechnung der Höhe und des Azimuts kennt man in dem Dreieck PZG die Seite $PZ = b$, das Komplement der Breite φ des Besteckorts Z, ferner die Seite $PG = p$, das Komplement der Deklination δ des Gestirns, und drittens den Winkel ZPG. Dieser Winkel ist der vom Meridian des Orts Z gezählte Stundenwinkel t des Gestirns. Dieser wird gefunden, indem man aus der **Chronometerzeit** der Höhenbeobachtung zunächst die Greenwicher Zeit, dann aus dieser durch Anwendung der Besteckslänge die Ortszeit und hieraus nach § 286 den Stundenwinkel t ermittelt. Mit φ, δ und t berechne man nach Formel I des § 309 die wahre Höhe und aus Tafel 39 und 40 das wahre Azimut. Falls φ oder δ die Grenze der Tafel 39 überschreiten sollte, sind Höhe und Azimut nach Formel II des § 309 zu finden.

Die berechnete Höhe ziehe man von der durch die Beobachtung gefundenen wahren Höhe ab und bezeichne den in Minuten auszudrückenden Unterschied beider Höhen durch das positive oder negative Vorzeichen, je nachdem die durch Beobachtung gefundene wahre Höhe größer oder kleiner als die berechnete Höhe ist.

Um dann den Leitpunkt in die Seekarte einzutragen, trage man zunächst den Besteckort nach Breite und Länge ein, ziehe durch diesen die dem wahren Azimut des Gestirns entsprechende Richtungslinie und trage darauf den von der Breitenskala der Karte, entsprechend der Besteckbreite, zu entnehmenden Unterschied der beiden Höhen ab, und

zwar vom Bestecksorte nach dem Gestirn hin, wenn der Höhenunterschied das positive Vorzeichen hat, dagegen in der entgegengesetzten Richtung, wenn der Höhenunterschied negativ ist. Der so erhaltene Punkt ist der Leitpunkt.

Der erste Fall, daß die durch Beobachtung gefundene wahre Höhe größer als die berechnete Höhe ist, tritt ein, wenn der Besteckort Z außerhalb der Höhengleiche liegt, während im zweiten Falle der Besteckort, Z' in Fig. 238, sich innerhalb jenes Kreises befindet.

Dadurch, daß man beim Eintragen des Leitpunkts in die Karte statt des größten Kreisbogens ZL den loxodromischen Bogen ZL absetzt, kann ein in Betracht kommender Fehler nicht entstehen.

Durch Rechnung findet man den Leitpunkt, indem man mit dem Azimut des Gestirns oder mit dem entgegengesetzten Azimut als Kurs und dem Höhenunterschiede als Distanz in die Gradtafel eingeht, Breitenunterschied und Abweichung dafür entnimmt, die Abweichung in Längenunterschied verwandelt und diese Größen auf die Breite und Länge des Besteckorts anwendet.

Durch den Leitpunkt lege man dann rechtwinklig zur Richtungslinie nach dem Gestirn eine gerade Linie, so ist diese die Standlinie des Beobachters zur Zeit der Höhenmessung; oder man ziehe 90° vom wahren Azimut ab, um die Richtung der Standlinie zu erhalten.

§ 329. Die Zuverlässigkeit der Standlinie ist in erster Linie davon abhängig, daß das Chronometer die richtige Greenwicher Zeit gibt; denn weil die geographische Länge des Mittelpunkts der Höhengleiche durch den vom Greenwicher Meridian gezählten Stundenwinkel bestimmt wird, so wird ein Fehler in der durch das Chronometer gelieferten Greenwicher Zeit den Mittelpunkt und folglich jeden Punkt der Höhengleiche um denselben Betrag nach rechtweisend Ost oder West verschieben. Um die Wirkung dieses Fehlers in der Karte zu veranschaulichen, trage man den in Bogenmaß ausgedrückten mutmaßlichen Fehler des Chronometerstandes, auf der Längenskala der Karte abgemessen, von irgend einem Punkte der Standlinie nach rechtweisend West und Ost hin ab und lege durch die so erhaltenen Punkte Parallelen zur Standlinie, so liegt die richtige Standlinie innerhalb des durch diese Parallelen gebildeten Streifens.

Ein Fehler in der beobachteten Höhe geht direkt über in den Halbmesser der Höhengleiche, der ja nichts anderes ist als das Komplement der beobachteten wahren Höhe. Durch einen Höhenfehler wird also die Entfernung des Leitpunkts von dem Besteckort geändert, während die Richtung der Standlinie auch hier unverändert bleibt.

Um die Wirkung dieses Fehlers zu veranschaulichen, trage man den von der Breitenskala entnommenen mutmaßlichen Höhenfehler vom Leitpunkte auf der Richtungslinie des Gestirns nach beiden Seiten hin ab und lege durch die so erhaltenen Punkte Parallelen zur Standlinie, zwischen denen dann die richtige Standlinie liegen muß.

Die Richtung der Standlinie ist allein abhängig von dem Azimut des Gestirns. Dieses aber wird durch die Rechnung genau genug gefunden, wenn nicht die Höhe nahe 90° beträgt. Daß in diesem Falle die Bestimmung des Azimuts unsicher wird, erhellt schon daraus, weil für das Zenit ein Azimut überhaupt nicht angebbar ist. Auch wird bei sehr großen Höhen das Stück der Höhengleiche, das mit der Standlinie als zusammenfallend angenommen werden kann, nur klein, und aus diesem Grunde sind sehr große Höhen zur Bestimmung von Standlinien nicht zu verwerten.

Man kann übrigens diese von der starken Krümmung der Höhengleiche herrührenden Fehler durch eine Wiederholung der Rechnung, bei der man den berechneten Leitpunkt als Besteckort annimmt, unschädlich machen.

Diese Wiederholung der Rechnung ist auch in dem Falle zu empfehlen, wenn bei nicht großen Höhen der Besteckort sehr fehlerhaft war.

§ 330. Beispiele.

Beispiel 1. 1907 den 6. April abends in ungefähr 55° 13′ N Br. und 18° 50′ O Lg. v. Grw. beobachtete man bei 5,5 m Augeshöhe nach einem Chronometer, dessen Stand im mittleren Greenwicher Mittag des 6. April $= +5^m\,10^s,2$, täglicher Gang $= +5^s,6$ war, um $7^h\,28^m\,32^s$ Chronometerzeit die Höhe des Sterns Wega 12° 46′. I. K. = −5′.

Es ist der Leitpunkt und die Standlinie zu bestimmen.

Chronometerzeit	$= 7^h\,28^m\,32^s$		✻ 12° 46′
Stand d. Chron. d. 6/4.	$= +\ \ 5^m\,10^s,2$	I. K.	$= -\ \ 5'$
Ungef. mittl. Grw. Zeit	$= 7^h\,33^m\,42^s,2$ abds d. 6/4.		12° 41′
Gang in $7^h,6$	$= +\ \ 1^s,8$	Gesamtber.	$= -\ \ 8',4$
Mittl. Grw. Zeit	$= 7^h\,33^m\,44^s$ „ „		$h = 12°\,32',6.$
O Lg. in Zeit	$= 1^h\,15^m\,20^s$		
Mittl. astr. Ortszeit	$= 8^h\,49^m\ \ 4^s$ d. 6/4.		
m. ⊙ AR.	$= 0^h\,55^m\,45^s$		
Sternzeit	$= 9^h\,44^m\,49^s$		
✻ AR.	$= 18^h\,33^m\,48^s$		
✻ t	$= 8^h\,48^m\,59^s$ O v. Mer.		

$7^h\,34^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 6/4.

N. J. d. 6/4. m. ⊙ AR.	$= 0^h\,54^m\,30^s$
Taf. 24 für 7^h	$1^m\ \ 9^s,0$
„ 34^m	$5^s,6$
Verb. m. ⊙ AR.	$= 0^h\,55^m\,44^s,6$
✻ AR.	$= 18^h\,33^m\,48^s$
✻ δ	$= +38°\,41',6$.

$$\sin h' = \cos(\varphi - \delta) - 2\sin^2 \tfrac{1}{2} t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta.$$

$t = 8^h\,48^m\,59^s$	$\log(2\sin^2 \frac{1}{2} t)$ . .	$= 0{,}22332$
$\varphi = +55°\,13'$	log cos	$= 9{,}75624$
$\delta = +38°\,41',6$	log cos	$= 9{,}89237$
$\varphi - \delta = 16°\,31',4$	$\cos = 0{,}95870$	
	$0{,}74462$ log	$= 9{,}87193$

$\sin h' = 0{,}21408$

$h' = 12°\,21',7$

$h = 12°\,32',6$

$h - h' = +\ 10',9.$

Tafel 39: $x = -\ 1{,}31$

$y = -\ 1{,}08$

$x + y = -\ 2{,}39.$

Tafel 40: Wh. $A = N\ 36°\ O$

90° subtr.

Richtung der Standlinie $= N\ 54°\ W$.

Rw. $N\ 36°\ O$, Dist. 10,9 Sm. gibt:

Abw. = 6,4 Sm. O

Br. U. = 0° 8′,8 N	Mittelbr.	Lg. U.	= 0° 11′,3 O
Verl. Br. = 55° 13′ N	55° 17′	Verl. Länge	= 18° 50′ O
Leitpunkt: Br. = 55° 21′,8 N		Länge	= 19° 1′,3 O v. Grw.

Fig. 239.

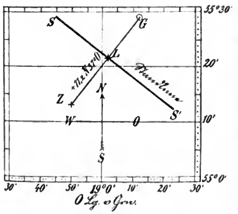


Fig. 239 stellt eine Karte in Merkators Projektion von 55° 0′ bis 55° 30′ N Br. und von 18° 30′ bis 19° 30′ O Lg. v. Grw. dar. Das gegebene Besteck nach Breite und Länge eingetragen, ergibt den Punkt Z. Das Azimut $N\ 36°\ O$ gibt die Richtungslinie ZG nach dem Gestirn. Nimmt man nun 10,9 Minuten auf der Breitenskala, entsprechend der Breite von Z, und trägt diese von Z aus auf der Richtungslinie ZG ab und zwar nach dem Gestirn zu, weil der Höhenunterschied das positive Vorzeichen hat, so erhält man den Leitpunkt L. Dieser liegt nach der Karte in 55° 22′ N Br. und 19° 1′,5 O Lg. v. Grw.

Durch diesen Punkt lege man die Senkrechte zu ZG oder trage die durch Rechnung gefundene Richtungslinie $N\ 54°\ W$ ein, so ist diese die Standlinie SS' des Beobachters zur Zeit der Höhenmessung.

Beispiel 2. 1907 den 22. Juni beobachtete man abends in ungefähr 34° 28′ S Br. und 82° 46′ *W* Lg. v. Grw. nach einem Chronometer, dessen Stand im mittleren Greenwicher Mittag des 22/6. $= -12^m 17^s$ und täglicher Gang $= +5^s,0$ war, bei 5,3 m Augeshöhe um $10^h 0^m 15^s$ Chronometerzeit die Höhe des Mondoberrandes = 20° 18′; I. K. = −3′,5.

Es ist der Leitpunkt und die Standlinie zu bestimmen.

Chronometerzeit $= 10^h\ 0^m\ 15^s$
Stand des Chron. $= -\ 12^m\ 17^s$
Ungef. mittl. Grw. Zeit $= 9^h\ 47^m\ 58^s$ abds. d. 22/6.
Gang für $9^h,8$ $= +\ 2^s$
Mittl. Grw. Zeit $= 9^h\ 48^m\ 0^s$ „ „
W Lg. in Zeit $= 5^h\ 31^m\ 4^s$
Mittl. astr. Ortszeit $= 4^h\ 16^m\ 56^s$ d. 22/6.
m. ☉ AR. $= 5^h\ 59^m\ 41^s$
Sternzeit $= 10^h\ 16^m\ 37^s$
☾ AR. $= 15^h\ 9^m\ 19^s$
☾ $t = 4^h\ 52^m\ 42^s$ O v. Mer.

☾ 20° 18′
I. K. = − 3′,5
20° 14′,5
Gesamtber. = + 33′,1
h = 20° 47′,6

$9^h\ 48^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 22/6.
N.J. d. 22/6. m. ☉ AR. $= 5^h\ 58^m\ 4^s$
Taf. 24 für 9^h . . . $1^m\ 28^s,7$
„ 48^m . . . $7^s,9$
Verb. m. ☉ AR. $= 5^h\ 59^m\ 40^s,6$
D. 22/6. um 9^h ☾ AR. $= 15^h\ 7^m\ 26^s$
Änd. = $2^s,35$ in 1^m
48
$112^s,80$ . . . = $1^m\ 52^s,8$
Verb. ☾ AR. $= 15^h\ 9^m\ 18^s,8$
D. 22/6. um 9^h ☾ $\delta = -12°\ 35',6$
Änd. = 0′,186 in 1^m
48
8′,928 . . . = 8′,9
Verb. ☾ $\delta = -12°\ 44',5$
☾ Halbm. = 16′ 21″.

$\sin h' = \cos(\varphi - \delta) - \text{sin vers}\, t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta$.
$t = 4^h\ 52^m\ 42^s$ log sin vers . . . . = 9,85160
$\varphi =$ 34° 28′ log cos . . . . . . = 9,91617
$\delta = -12°\ 44',5$ log cos . . . . . . = 9,98918
$\varphi - \delta =$ 21° 43′,5 cos = 0,92897
0,57141 log = 9,75695
$\sin h'$ = 0,35756
h' = 20° 57′,0
Beobachtete Höhe h = 20° 47′,6
$h - h'$ = − 9′,4

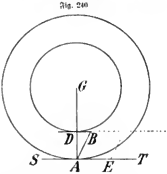
Tafel 39: $x = +0{,}21$
$y = -0{,}23$
$x + y = -0{,}02$
Tafel 40: Wh. $A = S\ 89°\ O$
90° subtr.
Richtung der Standlinie = S 1° W.

Rw. N 89° W, Dist. 9,4 Sm. gibt:

		Abw. = 9,4 Sm. W
Br. U. = 0° 0′,2 N	Mittelbr. 34° 28′	Lg. U. = 0° 11′,4 W
Verl. Br. = 34° 28′ S		Verl. Lg. = 82° 46′ W
Leitpunkt: Breite = 34° 27′,8 S		Länge = 82° 57′,4 W v. Grw.

§ 331. Verlegung der Standlinie. Wegen der Ortsveränderung des Schiffs ist häufig die Aufgabe zu lösen, die für den Beobachtungsort der Höhe berechnete Standlinie nach einem anderen Orte zu verlegen, d. h. **die Standlinie** zu bestimmen, die man erhalten haben würde, wenn man in dem Augenblick, als man am ersten Orte die Höhe beobachtete, die Höhe desselben Gestirns am zweiten Orte gemessen hätte.

Fig. 240



Ist (Fig. 240) der durch den Beobachtungsort *A* gehende Kreis die Höhengleiche für die Zeit der beobachteten Höhe, so ist ***ST*** die berechnete Standlinie. Um diese nach dem Orte *B* zu verlegen, der durch Kurs und Distanz ***AB*** vom Orte *A* aus bestimmt sei, muß man den durch die Ortsveränderung *AB* bedingten Unterschied in den Höhen des Gestirns darstellen, die man in demselben Augenblick an **beiden** Orten beobachtet hätte.

Zu diesem Zweck fälle man von B die Senkrechte BD auf die Peilungslinie AG, so ist AD der Höhenunterschied, und folglich der durch D gehende Kreis um G die Höhengleiche zur Zeit der Beobachtung für jeden Punkt in der Linie DB. Unter der hier zulässigen Annahme, daß das Azimut des Gestirns im Augenblick der Beobachtung an beiden Orten das gleiche ist, ist BD die gesuchte Standlinie und diese mit ST parallel. Ob man den Kurs und die Distanz AB zwischen beiden Orten vom Punkte A oder irgend einem anderen Punkte der Standlinie ST, z. B. von E aus, abträgt, ist, wie man aus den punktierten Linien der Figur ersieht, ohne Einfluß auf die Lage der gesuchten Standlinie. Es ergibt sich hieraus für die Verlegung einer Standlinie die Regel:

Man setze von einem beliebigen Punkte der berechneten Standlinie Kurs und Distanz nach dem anderen Orte ab und ziehe durch den Endpunkt dieser Distanz die Parallele zur Standlinie.

§ 332. **Die Verwertung einer Standlinie.** Aus einer Höhenbeobachtung und dem nur ungefähr bekannten Schiffsorte läßt sich nach dem angegebenen Verfahren immer nur eine Linie in der Karte bestimmen, in der der Beobachtungsort liegt. Welcher Punkt der Standlinie der Beobachtungsort ist, bleibt unbestimmt.

Indessen kann bei der Ansegelung von Land die Kenntnis der Lage der Standlinie von großem Nutzen sein, wenn sie in ihrer Verlängerung das Land trifft. Führt die Standlinie auf den anzusteuernden Gegenstand hin (Leuchtturm, Feuerschiff, Kap oder dgl.), so wird man auf dem durch die Standlinie gegebenen Kurse diesen Gegenstand erreichen. Trifft dagegen die Standlinie die Küste nicht in dem anzusteuernden Punkte, so lege man durch diesen eine Parallele zur Standlinie und segele von dieser auf einem passenden Kurse erst nach der Parallelen, wobei der Kurs und die abzulaufende Distanz aus der Karte bekannt sind. Nachdem man die Parallele erreicht hat, segele man in deren Richtung weiter, um jenen Punkt voraus in Sicht zu bekommen.

Falls die Standlinie parallel mit der Küste verläuft, so ergibt sie den Abstand vom Lande, und hat man zur Zeit der Höhenbeobachtung einen Küstenpunkt gepeilt oder eine Lotung gemacht, so erhält man hierdurch den Schiffsort in der Standlinie.

Um durch eine Standlinie und eine nach der Höhenbeobachtung gemachte Lotung den Schiffsort zu ermitteln, verlege man die Standlinie in der Karte in den Endpunkt der von der Standlinie abzusetzenden Segelung zwischen der Höhenbeobachtung und der Lotung und suche auf der so erhaltenen Parallelen den Punkt, der der geloteten Wassertiefe und Grundprobe entspricht, so ist dieser der Schiffsort zur Zeit der Lotung.

War die Lotung vor der Höhenbeobachtung gemacht, so hat man den entgegengesetzten Kurs von dem, der gesegelt wurde, abzusetzen und durch den Endpunkt der hierauf abzutragenden Distanz die Parallele zur Standlinie zu legen.

Um in diesem Falle auch den späteren Schiffsort in der berechneten Standlinie zu bestimmen, hat man vom Orte der Lotung den gesegelten Kurs und die Distanz abzusetzen.

II. Längenmethode.

§ 333. **Chronometerlänge und Standlinie.** Wenn man eine Zeitbestimmung nach Chronometer macht, so erhält man aus der Chronometerzeit der Höhenbeobachtung durch Anwendung des für die Zeit dieser Beobachtung geltenden Standes die mittlere Greenwicher Zeit und durch die nach § 304 ausgeführte Berechnung die mittlere Ortszeit. Der Unterschied

dieser beiden Zeiten ist gleich der Länge des Beobachtungsorts, die östlich, wenn die Ortszeit größer, und westlich, wenn diese kleiner als die mittlere Greenwicher Zeit ist.

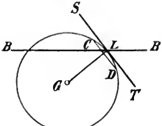
Da hierbei ein Fehler im Chronometerstande unverändert in die mittlere Greenwicher Zeit, also auch 15 mal vergrößert in die in Bogenmaß ausgedrückte Länge übergeht, so ist die Zuverlässigkeit der berechneten Länge hauptsächlich von der Kenntnis des richtigen Chronometerstandes abhängig.

Was den Einfluß der Fehler in den Bestimmungsstücken des Stundenwinkels betrifft, aus dem die mittlere Ortszeit hergeleitet wird, so ist dieser in § 303 nachgewiesen, und es folgt aus den dort entwickelten Gleichungen, daß das Gestirn am günstigsten zur Chronometerlänge steht, wenn sein Azimut 90° beträgt, wenn man es also rw. O oder W peilt. In diesem Falle steht das Gestirn im ersten Vertikal, und man entnimmt aus Tafel 44, wann oder in welcher Höhe das Gestirn zu beobachten ist, um eine zuverlässige Länge zu erhalten.

Da man die Besteckbreite in Rechnung zu nehmen hat, so erhält man die Länge, die dieser Breite entspricht, also nur dann den richtigen Schiffsort, wenn zufällig die Besteckbreite richtig war.

Ermittelt man aber das Azimut des Gestirns zur Zeit der Beobachtung, so erhält man durch die Verbindung dieses Azimuts mit der berechneten Länge und der Besteckbreite eine Standlinie.

Fig. 241.



Ist nämlich (Fig. 241) BB' der durch die Besteckbreite gegebene Breitenparallel, GL gleich der aus der beobachteten Höhe sich ergebenden wahren Zenitdistanz und der Kreis die Höhengleiche, so ist L der durch die Besteckbreite und die berechnete Chronometerlänge bestimmte Leitpunkt, der jedoch nicht wie bei der Höhenmethode der dem Besteckorte am nächsten liegende Punkt der Höhengleiche ist. Die durch den Punkt L an die Höhengleiche gelegte Berührungslinie ST ist die Standlinie, die rechtwinklig zur Peilungslinie LG des Gestirns liegt.

Man erhält demnach diese Standlinie in der Karte, indem man den Leitpunkt nach Besteckbreite und berechneter Länge in die Karte einträgt und durch diesen Punkt die Standlinie in der um 90 Grad verminderten Azimutrichtung des Gestirns zieht.

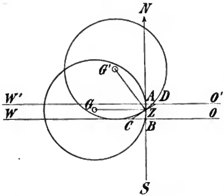
Nach dem Entdecker der Standlinie nennt man diese auch Sumner-Linie, doch benutzte Kapitän Sumner nicht das Azimut, sondern er berechnete aus zwei verschiedenen der Besteckbreite nahe liegenden Breiten die zugehörigen Chronometerlängen und erhielt dadurch zwei Punkte der Höhengleiche, z. B. die Punkte C und D in Fig. 241, deren Verbindungslinie Sehne im Kreise ist und mit dem Bogen CD der Höhengleiche als zusammenfallend angenommen werden kann. Durch diese Rechnungsart gehen wesentliche Vorteile der Standlinie verloren, und das Ergebnis ist nicht genauer als bei der Rechnung mit der Besteckbreite und dem Azimut.

Kapitän Sumner entdeckte die Standlinie auf der Reise von Charleston nach Greenock im Jahre 1837, als er mit *SO* Sturm und unsicherem Besteck vor den St. Georgs-Kanal kam. Am 17. Dezember vormittags erhielt er eine Sonnenhöhe, woraus er mit der Besteckbreite und zwei anderen nahe liegenden Breiten die Chronometerlängen berechnete. Nachdem er die drei berechneten Punkte in die Karte ein-

getragen hatte, ergab sich, daß sie in einer geraden Linie lagen. Zufällig führte diese Linie auf Small's Light, das er dann auch, indem er in der Richtung dieser Standlinie segelte, nach etwa einer Stunde in Sicht bekam.

§ 334. Einfluß des Azimuts auf die Zuverlässigkeit der Standlinie. Um den Einfluß zu zeigen, den das Azimut, in dem das Gestirn beobachtet wurde, auf die Zuverlässigkeit der Standlinie hat, nehme man an, *NS* (Fig. 242) sei der Meridian des Beobachtungsorts *Z* und *WO*, *W'O'* die beiden Breitenparallele, die den Breitenfehler *AB* in der Bestecksbreite begrenzen. Ist nun das Gestirn im ersten Vertikal beobachtet, und peilt man es rechtweisend *W*, so ist der Kreis um *G* die Höhengleiche, und die Standlinie verläuft *N* — *S*. Der mögliche Schiffsort liegt also auf der Strecke *AB*. Ist aber ein Gestirn weiter ab vom ersten Vertikal, z. B. im Azimut *NZG'* in derselben Höhe beobachtet, so ist der Schiffsort bei demselben Breitenfehler *AB* auf der längeren Strecke *CD* zu suchen. Steht das Gestirn nahe am Meridian, so wird die Standlinie so lang, daß sie nicht mehr mit dem Bogen der Höhengleiche als zusammenfallend angenommen werden kann, und deshalb darf man in solchem Falle die Standlinie nicht nach diesem Verfahren, der **Längenmethode**, ermitteln. Zulässig ist diese nur bei Azimuten zwischen 45° und 135°.

Fig. 242.



§ 335. Beispiele zur Längenmethode.

Beispiel 1. 1907 den 26. Dezember morgens beobachtete man in 51° 10' S Br. und ungefähr 173° W Lg. v. Grw. um $7^h 49^m 58^s$ Chronometerzeit bei 4,9 m Augeshöhe die Unterrandshöhe der Sonne = 37° 22',2; I. K. = + 2',8. Das Chronometer, das täglich $3^s,4$ geg. mittl. Zeit voreilt, war am 15. November 1907 im mittl. Grw. Mittag $9^m 51^s,6$ geg. mittl. Grw. Zeit voraus.

Es ist die Länge des Beobachtungsorts und die Standlinie zu berechnen.

Chronometerzeit	$= 7^h 49^m 58^s$ abds. d. 26/12.	$\odot$	37° 22',2
Stand d. Chr. d. 15/11.	$= -\ 9^m 51^s,6$	I. K. = +	2',8
Ungef. mittl. Grw. Zeit	$= 7^h 40^m\ 6^s,4$ „ „ „		37° 25',0
Gang in 41,3 Tagen	$= -\ 2^m 20^s,4$	Gesamtber. = +	11',2
Mittl. Grw. Zeit	$= 7^h 37^m 46^s$	Wh. $\odot$ h =	37° 36',2.

$$2 \sin^2 \tfrac{1}{2} t = (\cos(\varphi - \delta) - \sin h) \cdot \sec\varphi \cdot \sec\delta .$$

$\varphi = -51° 10'$ . . . . log sec = 0,20269
$\delta = -23° 23',5$ . . . . log sec = 0,03725
$\varphi - \delta =$ 27° 46',5 cos = 0,88478
$h =$ 37° 36',2 sin = 0,61020
0,27458 log = 9,43867
$\log(2 \sin^2 \tfrac{1}{2} t) = 9,67861$

$7^h 38^m$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 26/12.
N. J. d. 26/12. $\odot\ \delta = -23° 24',1$
Änd. = 0',08 in 1^h
7,6
0',608 = 0',6
Verb. $\odot\ \delta = -23° 23',5$
D. 26/12. Ztgl. a. wh. Zeit = $+ 0^m 14^s$
Änd. = $1^s,2$ in 1^h
7,6
$9^s,12$ = $9^s,1$
Verb. Ztgl. = $+ 0^m 23^s,1$.

t	$=$	$3^h\,53^m\,54^s$ O v. Mer.
Wahre Ortszeit	$=$	$8^h\;\;6^m\;\;6^s$ mrgs. d. 26/12.
Ztgl. a. wh. Zeit	$=$	$+\;\;0^m\,23^s$
Mittl. Ortszeit	$=$	$8^h\;\;6^m\,29^s$ „ „ „
Mittl. Grw. Zeit	$=$	$7^h\,37^m\,46^s$ abds. „ „
W Länge in Zeit	$=$	$11^h\,31^m\,17^s$
Länge	$=$	$172°\,49',3$ W v. Grw.

Tafel 39: $x = +0{,}76$
$y = -0{,}51$
$x + y = +0{,}25;$

Tafel 40: Wh. $A = N\,81°\,O$
$90°$ subtr.

Richtung der Standlinie $= N\;\;9°\;W.$

Fig. 243.

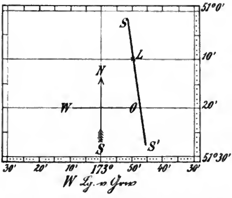


Fig. 243 stellt eine Karte in Merkators Projektion von 51° 0' bis 51° 30' S Br. und 172° 30' bis 173° 30' W Lg. v. Grw. dar. Trägt man den Leitpunkt, nämlich 51° 10' S Br. und 172° 49' W Lg. v. Grw. ein und zieht durch diesen Punkt die berechnete Standlinie $N\,9°\,W$, so ist hier L der Leitpunkt und SS' die Standlinie des Beobachters.

Beispiel 2. 1907 den 2. Mai abends wurde in 18° 24' N Br. und ungefähr 114° O Lg. v. Grw. bei 5 m Augeshöhe nach einer Beobachtungsuhr folgende Beobachtung angestellt:

Arcturus

$$\left.\begin{array}{lcr} 7^h\,13^m\;\;9^s & * & 28°\,47' \\ \;\;\;13\;\;48 & & 57 \\ \;\;\;14\;\;30 & & 29\;\;\;9 \end{array}\right\}\ \text{I. K.} = +2',8.$$

Die Beobachtungsuhr war $7^h\,38^m\,12^s$ vor Chronometer; Stand des Chronometers im mittleren Greenwicher Mittag des 1/5. $= +1^m\,20^s{,}3$, täglicher Gang $= +6^s{,}9$.

Es soll die Länge des Beobachtungsorts und die Standlinie berechnet werden.

Beobachtungsuhr	$=$	$7^h\,13^m\,49^s$ abds. d. 2/5.		$*\;28°\,57',7$
B. U. vor Chron.	$=$	$7^h\,38^m\,12^s$	I. K. $=$	$+\;\;\;2',8$
Chronometerzeit	$=$	$11^h\,35^m\,37^s$ mrgs. d. 2/5.		$29°\;\;0',5$
Stand d. Chr. d. 1/5.	$=$	$+\;\;1^m\,20^s{,}3$	Gesamtber. $=$	$-\;\;\;5',7$
Ungef. mittl. Grw. Zeit	$=$	$11^h\,36^m\,57^s{,}3$ „ „ „	$h =$	$28°\,54',8.$
Gang für $23^h{,}6$	$=$	$+\;\;\;\;6^s{,}8$		
Mittl. astr. Grw. Zeit	$=$	$23^h\,37^m\;\;4^s$ d. 1/5.		

$23^h\,37^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 1/5.	
N. J. d. 1/5. m. ⊙ AR.	$= 2^h\,33^m\;\;4^s$
Taf. 24 für 23^h	$3^m\,46^s{,}7$
„ 37^m	$6^s{,}1$
Verb. m. ⊙ AR.	$= 2^h\,36^m\,56^s{,}8$
$*$ AR.	$= 14^h\,11^m\,26^s$
$*\;\delta$	$= +\,19°\,39',9$

$$\sin\text{vers}\,t = (\cos(\varphi - \delta) - \sin h)\cdot\sec\varphi\cdot\sec\delta.$$

$\varphi = +\,18°\,24'$ . . . . . log sec $= 0{,}02279$
$\delta = +\,19°\,39',9$ . . . . . log sec $= 0{,}02610$
$\varphi - \delta = \;\;1°\,15',9$ cos $= 0{,}99976$
$h = \;\;28°\,54',8$ sin $= 0{,}48349$
$0{,}51627$ log $= 9{,}71288$
log sin vers $t = 9{,}76177.$

t =	$4^h\,20^m\,6^s$ O v. Mer.	Tafel 39:	$x = +0{,}15$
✱ AR. =	$14^h\,11^m\,26^s$		$y = -0{,}39$
Sternzeit =	$9^h\,51^m\,20^s$		$x + y = -0{,}24;$
m. ⊙ AR. =	$2^h\,36^m\,57^s$	Tafel 40:	Wh. $A = N\,77°\,O$
Mittl. astr. Ortszeit =	$7^h\,14^m\,23^s$ b. 2/5.		90° subtr.
Mittl. astr. Grw. Zeit =	$23^h\,37^m\,4^s$ b. 1/5.		Standlinie = $N\,13°\,W$.
O Länge in Zeit =	$7^h\,37^m\,19^s$		
Länge =	114° 19',8 O v. Grw.		

§ 336. Berichtigung der Länge wegen fehlerhafter Breite. Wenn der Fehler in der Besteckbreite, die der Berechnung der Länge zugrunde gelegt war, nachträglich ermittelt wird, so kann die Länge mittels Tafel 39 leicht berichtigt werden.

Wie schon in § 306 erklärt worden ist, gibt Tafel 39 mit den Eingängen Stundenwinkel, Breite oder Deklination von oben die Änderung des Stundenwinkels für eine Änderung der Breite um 1'. Da nun der in Bogenmaß ausgedrückte Fehler im Stundenwinkel unverändert in die Länge übergeht, so gibt Tafel 39 auch den Fehler in der Länge, der durch einen Breitenfehler von einer Minute verursacht wird. Hat man also in der angegebenen Weise die Größen x und y aus Tafel 39 entnommen, multipliziere man ihre algebraische Summe mit dem in Minuten ausgedrückten Breitenfehler, so erhält man den Betrag in Bogenminuten, um den die Länge zu berichtigen ist. Zur Bezeichnung dieser Längenberichtigung ergibt die in § 306 entwickelte Gleichung

$$dt = -(x + y) \cdot d\varphi,$$

daß das Zeichen von dt von dem Vorzeichen der Größen $x + y$ und $d\varphi$ abhängig ist. Haben diese beiden Größen dasselbe Vorzeichen, so ist dt negativ, sonst positiv. Bezeichnet man $d\varphi$ als positiv oder negativ, je nachdem die richtige Breite größer oder kleiner als die Besteckbreite ist, so ist der berechnete Stundenwinkel um dt zu vergrößern oder zu verkleinern, je nachdem dt positiv oder negativ wird.

Ist nun $x + y$ positiv, so gibt eine größere Breite $(+d\varphi)$ einen westlichen Längenfehler und eine kleinere Breite einen östlichen Längenfehler, wenn der Stundenwinkel West ist; bei östlichem Stundenwinkel findet das Umgekehrte statt.

Ist $x + y$ negativ, so gibt eine größere Breite einen östlichen Längenfehler und eine kleinere Breite einen westlichen Längenfehler, wenn der Stundenwinkel West ist; bei östlichem Stundenwinkel findet das Umgekehrte statt.

Beispiel. Mit der Besteckbreite 38° 1' S und der Deklination der Sonne 17° 55' N wurde vormittags aus dem Stundenwinkel der Sonne = $2^h\,30^m\,46^s$ die Länge zu 6° 7' W v. Grw. ermittelt. Mittags fand man durch die Meridianhöhe der Sonne, daß man sich zur Zeit der Längenbestimmung in 37° 49' S Br. befunden hatte.

Wie ist die berechnete Länge zu berichtigen?

Man findet aus Tafel 39

$$x = +1{,}00$$
$$y = +0{,}53$$
$$x + y = +1{,}53 = \text{Berichtigung für } d\varphi = 1',$$

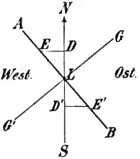
somit wird für 12' Breitenfehler die Berichtigung = 18',4.

Nach den oben gegebenen Regeln ist daher die berichtigte Länge zur Zeit der Vormittagsbeobachtung = 6° 25' W v. Grw.

Wenn das Azimut des beobachteten Gestirns bekannt ist, so findet man die Längenberichtigung einfacher aus Tafel 40 (s. § 306), die mit den Eingängen, Breite und Azimut, die Änderung des Stundenwinkels oder der Länge in Bogenmaß für eine Änderung der

Breite um 1′ enthält. Indem man den zutreffenden Tafelwert mit dem in Minuten ausgedrückten Breitenfehler multipliziert, erhält man in dem sich ergebenden Produkt die gesuchte Längenberichtigung. Um diese richtig auf die berechnete Länge anzuwenden, stelle man sich den Verlauf der Standlinie vor. Ist z. B. in Fig. 244 L der Leitpunkt und LG die Peilungslinie des Gestirns, so ist AB die Standlinie. Ist nun die richtige Breite nördlicher, der Breitenfehler z. B. $= LD$ Nord, so fällt die richtige Länge westlicher, dagegen östlicher, wenn der Breitenfehler LD' südlich ist. Dasselbe erhält man für den Fall, daß die Peilungslinie des Gestirns LG' ist, das Azimut also im SW-Quadranten liegt. Dehnt man diese Betrachtung auch auf die beiden anderen Quadranten aus, so ergibt sich die von Johnson gefundene Regel: Man schreibe die Buchstaben des Quadranten, in dem das **spitze** Azimut liegt, nebeneinander und setze die entgegengesetzten darunter. Von dem Buchstaben, der den Breitenfehler bezeichnet, ziehe man die Diagonale, so trifft diese die Bezeichnung der Längenberichtigung.

Fig. 244



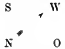
In der Fig. 244 war erst das Azimut im NO-Quadranten angenommen, dies gibt:



also ein nördlicher Breitenfehler gibt eine westliche, ein südlicher Breitenfehler eine östliche Längenberichtigung.

Beispiel. Es sei die in Rechnung genommene Breite = 18° 12′ N, die richtige Breite = 18° 25′ N, die berechnete Länge = 90° 42′ O v. Grw., das wahre Azimut des Gestirns = S 67° W.

Wie ist die berechnete Länge zu berichtigen?



Nach Tafel 40 ist $dt = 0',45$ für $d\varphi = 1'$, mithin wird für 13′ Breitenfehler die Berichtigung $0',45 \cdot 13 = 5',9$ W und die berichtigte Länge = 90° 36′ O v. Grw.

III. Breitenmethode.

§ 337. Breite und Standlinie durch Meridianhöhen. Ein Gestirn, dessen Deklination sich nicht ändert, erreicht in der oberen Kulmination seine größte Höhe und sinkt in der unteren Kulmination auf seinen tiefsten Stand (§ 266). Deshalb läßt sich die obere Meridianhöhe durch Beobachtung ermitteln, indem man vor der oberen Kulmination die Höhe einstellt und durch Vorwärtsschrauben der Alhidade die Zunahme der Höhe verfolgt, bis die steigende Bewegung des Gestirns in die fallende überzugehen beginnt. Die größte abgelesene Höhe ist dann die obere Meridianhöhe.

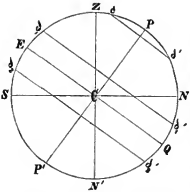
Die untere Meridianhöhe eines Gestirns erhält man, indem man vor seiner unteren Kulmination die Höhe einstellt und durch Rückwärtsschrauben der Alhidade die Abnahme

der Höhe verfolgt, bis diese wieder zu wachsen beginnt. Die kleinste abgelesene Höhe ist die untere Meridianhöhe des Gestirns.

Aus der beobachteten oberen Meridianhöhe wird die wahre Mittelpunktshöhe gefunden und aus dieser und der Deklination des Gestirns die Breite ermittelt. Nach den in § 277 gegebenen Erklärungen ziehe man die wahre Meridianhöhe von 90° ab, so erhält man die Meridianzenitdistanz, der man den entgegengesetzten Namen des Meridians, in dem das Gestirn beobachtet wurde, gibt. Sind nun Zenitdistanz und Deklination gleichnamig, also entweder beide Nord oder beide Süd, so addiere man beide; sind sie aber ungleichnamig, so ziehe man die kleinere dieser Größen von der größeren ab. Die so gefundene Summe oder der Rest ist die Breite, die im ersten Falle gleichnamig mit den addierten Größen ist, im zweiten aber den Namen der größeren erhält.

Um diese Regel durch eine Zeichnung zu erläutern, entwerfe man die aus § 277 bekannte Meridianfigur *NZSN'* (Fig. 219) und trage die wahre Meridianhöhe von *N* oder *S* nach dem Zenit zu ab, je nachdem das Gestirn im Nord- oder Südmeridian stand, so erhält man den Ort des Gestirns. Von diesem Punkte trage man die Deklination nach *S* zu ab, wenn sie Nord, dagegen nach *N* zu, wenn sie Süd ist, lege durch den erhaltenen Punkt *E* einen Durchmesser, den des Äquators, so ist der Bogen *EZ* die Breite des Orts, die den Namen des oberen Pols erhält. Dieser ist der über dem Horizont *NS* liegende Endpunkt des zum Äquator rechtwinklig zu zeichnenden Durchmessers.

Fig. 219.



Aus unteren Meridianhöhen erhält man die Breite, indem man zu der wahren Mittelpunktshöhe die Poldistanz, das Komplement der Deklination des Gestirns, addiert.

Um für diesen Fall die Meridianfigur (Fig. 219) zu zeichnen, trage man die wahre untere Meridianhöhe von *N* oder *S* nach dem Zenit zu ab, je nachdem die Deklination des beobachteten Gestirns Nord oder Süd ist. Von dem so erhaltenen Gestirnsort trage man die Poldistanz des Gestirns nach dem Zenit zu ab, so erhält man den Ort des oberen Pols *P*, und der Meridianbogen *NP* oder *SP* ist die gesuchte Polhöhe oder Breite.

Ist die Deklination des beobachteten Gestirns veränderlich, so berechne man die Zeit der beobachteten Kulmination und verbessere für diese Zeit die Deklination des Gestirns.

Da das im Meridian stehende Gestirn rechtweisend Nord oder Süd gepeilt wird, so verläuft die durch eine Meridianhöhe bestimmte Standlinie rw. Ost—West. Man erhält diese Linie also in der Karte, wenn man durch den nach Breite und Länge eingetragenen Punkt eine Parallele zu den Breitenparallelen der Karte zieht.

§ 338. Die Zuverlässigkeit der Breitenbestimmung durch Meridianhöhen ist, wenn man von Ungenauigkeiten in der Deklination absehen darf, hauptsächlich von der Genauigkeit der beobachteten Höhe abhängig, da nach dem angegebenen Verfahren ein Höhenfehler unverändert in die Zenitdistanz und also auch in die Breite übergeht. Nach dem, was in § 316 über die Genauigkeit der über der Kimm beobachteten Höhen gesagt ist, wird man den Meridianbreiten auf etwa 2 Minuten trauen dürfen, wenn die Höhe bei Tage oder in der Dämmerung beobachtet wurde. Im allgemeinen werden also Sonnenmeridian-

höhen die zuverlässigste Breite geben mit Ausnahme des Falls, wenn die Sonne nahe dem Zenit kulminiert, also Breite und Deklination gleichnamig und nahe einander gleich sind. Bei sehr großen Höhen ist nämlich der Bogen, den das Spiegelbild des Gestirns infolge der Drehung des Instruments um die Gesichtslinie beschreibt, so wenig gekrümmt, daß man den Berührungspunkt mit der Kimm nicht genau genug ermitteln kann.

Die Unsicherheit der Breiten, die durch Meridianhöhen der Sterne ermittelt sind, wird wegen der schwierig zu sehenden Nachtkimm auf 5 Minuten anwachsen können. Hierbei empfiehlt es sich, ein für Nachtbeobachtungen besonders eingerichtetes Fernrohr mit großem Objektiv und geringer Vergrößerung anzuwenden. Steht ein solches nicht zur Verfügung, so ist es meistens besser, ohne Fernrohr zu beobachten, indem man beim Beobachten die Öffnung des Fernrohrträgers vor das Auge drückt. Auch ist es besser, wenn man die Augeshöhe möglichst erniedrigt, da dann die Kimm näher liegt und daher deutlicher erscheint.

Eine andere Fehlerquelle liegt darin, daß die größte Höhe eines Gestirns, dessen Deklination veränderlich ist, nicht mit seiner Meridianhöhe zusammenfällt, wie schon in §§ 295 und 296 erörtert wurde. Für die Sonne und die Planeten ist dieser Fehler, der mit der Breite wächst, wegen der geringen Deklinationsänderung ohne Bedeutung, da er in 78° Breite die durch eine Meridianhöhe der Sonne ermittelte Breite nur um 0,6 Sekunden fälscht. Es läßt sich dieser Fehler nach der in § 344 entwickelten Formel berechnen, und wenn man dadurch den Unterschied zwischen der größten und der oberen Meridianhöhe des Mondes bestimmt, so findet man diesen in 78° N Br. bei 1° Süddeklination des Mondes gleich 2′ 52″, welches der größtmögliche Fehler ist. Mit der Breite nimmt dieser Fehler ab, und in 40° Breite beträgt er höchstens 0,5 Minuten.

Bei dem Monde kommt ferner der Fehler in Betracht, der durch fehlerhafte Länge in der zu verbessernden Deklination entsteht. Die größte Deklinationsänderung beträgt 17″ in einer Minute, und wenn man die Länge des Orts auf 1° unsicher annimmt, so wird dadurch die Deklination um 4 · 17″ = 1′ 8″ fehlerhaft werden können, welcher Fehler unverändert in die Breite übergeht.

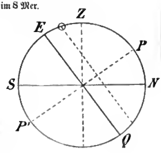
Aus diesen Gründen sind Meridianhöhen des Mondes zur Breitenbestimmung nicht zu empfehlen, und man tut besser, aus diesen die Breite nach dem in § 344 angegebenen Verfahren zu berechnen.

§ 339. Beispiele.

Beispiel 1. 1907 den 7. Mai, nach dem Besteck in 35° 5′ N Br. und 131° 9′ O Lg. v. Grw., wurde bei 5 m Augeshöhe die Höhe des Sonnenunterrandes = 71° 16′ 10″ im Südmeridian beobachtet. I. K. = + 2′ 35″.

Es ist die Breite zu berechnen.

⊙	71° 16′ 10″ im S Mer.
I. K. =	+ 2′ 35″
	71° 18′,8
Kmt. =	− 4′,0
	71° 14′,8
Strb. − π′ =	− 0′,3
	71° 14′,5
⊙ Halbm. =	+ 15′,9
Wh. ⊙ h =	71° 30′,4
	90°
M. Z. D. =	18° 29′,6 N
⊙ δ =	16° 27′,9 N.
Breite =	34° 57′,5 N.

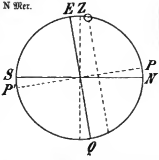


N. J. d. 7/5.	⊙ δ = + 16° 34′,0
Änd. = 0′,0467 f. 1° Lg.	
131°,2	
6′,12704 . . . . =	− 6′,1
Verb.	⊙ δ = + 16° 27′,9.

Beispiel 2. 1907 den 4. August, nach dem Besteck in 9° 30′ N Br. und 109° 35′ O Lg. v. Grw., wurde aus 5,2 m Augeshöhe die Höhe des Sonnenunterrandes = 81° 50′,7 im Nordmeridian gemessen. I. K. = + 1′,3.

Die Breite ist hieraus zu berechnen.

⨀ 81° 50′,7 im N Mer.
I. K. = + 1′,3
81° 52′,0
Gesamtber. = + 11′,6
Wh. ⨀ h = 82° 3′,6
90°
M. Z. D. = 7° 56′,4 S
⨀ δ = 17° 34′,4 N
Breite = 9° 38′,0 N.

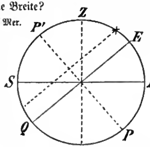


N. J. d. 4/8. ⨀ δ = + 17° 29′,6
Änd. = 0′,0436 f. 1° Lg.
109°,6
4′,77856 . . . . = 4′,8
Verb. ⨀ δ = + 17° 34′,4.

Beispiel 3. 1907 den 6. April, nach dem Besteck in 50° S Br. und 64° W Lg. v. Grw., ist ✱ Sirius 56° 28′ im Nordmeridian gemessen. I. K. = 0. Augeshöhe = 3,7 m.

Wie groß war die Breite?

✱ Höhe = 56° 28′ im N Mer.
I. K. = 0
56° 28′,0
Gesamtber. = − 4′,0
Wh. ✱ h = 56° 24′,0
90°
M. Z. D. = 33° 36′,0 S
✱ δ = 16° 35′,6 S
Breite = 50° 11′,6 S.

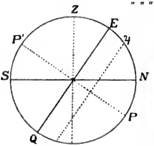


N. J. d. 6/4. ✱ δ = − 16° 35′,6.

Beispiel 4. 1907 den 17. Dezember, nach dem Besteck in 35° 5′ S Br. und 123° 46′ W Lg. v. Grw., wurde bei 5 m Augeshöhe die Höhe des Planeten Jupiter = 37° 32′ im Nordmeridian beobachtet. I. K. = + 0′,5.

Hieraus ist die Breite zu finden.

♃ Höhe = 37° 32′ im N Mer.
I. K. = + 0′,5
37° 32′,5
Gesamtber. = − 5′,2
Wh. ♃ h = 37° 27′,3
90°
M. Z. D. = 52° 32′,7 S
♃ δ = 17° 29′,9 N
Breite = 35° 2′,8 S.



N. J. d. 16/12. ♃ ob. Kulm. in Grw. = 15ʰ 24ᵐ,9
„ „ „ 17/12. ♃ „ „ „ „ = 15ʰ 20ᵐ,8
24ʰ : 8ʰ,3 = 4ᵐ,1 : x
x = 1ᵐ,4
♃ ob. Kulm. am Ort = 15ʰ 23ᵐ,5 astr. d. 16/12.
W Lg. in Zeit = + 8ʰ 15ᵐ
Mittl. astr. Grw. Zeit = 23ʰ 39ᵐ d. 16/12.

N. J. d. 17/12. ♃ δ = + 17° 29′,9
Änd. = 0′,05 in 1ʰ
0,4
0′,02 . . . . . = 0
Verb. ♃ δ = + 17° 29′,9
♃ π = 2″.

Beispiel 5. 1907 den 18. November, nach dem Besteck in 26° 30′ N Br. und 151° 52′ O Lg. v. Grw., wurde bei 5,1 m Augeshöhe die Höhe des Mondunterrandes = 72° 31′ im Südmeridian beobachtet. I. K. = +2′.

Hieraus ist die Breite zu berechnen.

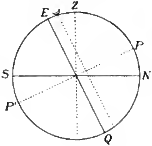
☾ 72° 31′ im S Mer.
I. K. = + 2′
72° 33′
Kmt. = − 4′,0
72° 29′,0
+ 16′,7 . . . . . π′ − Strb. = 16′ 41″
72° 45′,7
☾ r = + 15′,4
Wh. ☾ h = 73° 1′,1
90°
M. Z. D. = 16° 58′,9 N
☾ δ = 9° 34′,7 N
Breite = 26° 33′,6 N.

Tafel 20.

72° 29′	56′ 21″
72° 20′	16′ 42″
9′	− 8″
21″	+ 7″

N. J. d. 18/11. ☾ ob. Kulm. in Grw. = 11ʰ 1ᵐ,3
Änd. = 0ᵐ,129 für 1° Lg.
151,9
19ᵐ,5951 . . . . = 19ᵐ,6
☾ ob. Kulm. am Ort = 10ʰ 42ᵐ astr. d. 18/11.
O Lg. in Zeit = − 10ʰ 7ᵐ
Mittl. astr. Grw. Zeit = 0ʰ 35ᵐ d. 18/11.

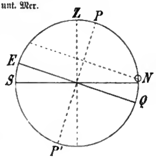
D. 18/11. um 0ʰ ☾ δ = + 9° 28′,1
Änd. = 0′,189 in 1ᵐ
35
6′,615 . . . . = 6′,6
Verb. ☾ δ = + 9° 34′,7
☾ wh. Halbm. = 15′ 23″
☾ Hor. p = 56′ 21″.



Beispiel 6. 1907 in der Nacht vom 12. zum 13. Juli, nach dem Besteck in 71° 56′ N Br. und 32° 3′ O Lg. v. Grw., wurde bei 4,8 m Augeshöhe die Sonnenunterrandshöhe = 3° 54′,5 im unteren Meridian beobachtet. I. K. = −1′,3.

Es ist hieraus die Breite zu berechnen.

⊙ 3° 54′,5 im unt. Mer.
I. K. = − 1′,3
3° 53′,2
Kmt. = − 3′,9
3° 49′,3
Strb. − π′ = − 11′,8
3° 37′,5
⊙ r = + 15′,8
Wh. ⊙ h = 3° 53′,3
⊙ p = 67° 57′,0
Breite = 71° 50′,3 N.



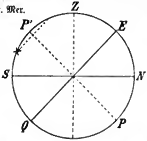
12ʰ 0ᵐ wh. Ortszeit abds. d. 12/7.
− 2ʰ 8ᵐ O Lg. in Zeit.
9ʰ 52ᵐ wh. Grw. Zeit abds. d. 12/7.

N. J. d. 12/7. ⊙ δ = + 22° 6′,4
Änd. = 0′,34 in 1ʰ
9,9
3′,366 . . . . . = 3′,4
Verb. ⊙ δ = + 22° 3′,0
⊙ p = 67° 57′.

Beispiel 7. 1907 den 24. Januar, nach dem Besteck in 43° 55′ S Br. und 43° 48′ O Lg. v. Grw., wurde bei 4 m Augeshöhe die Höhe des Sterns α Trianguli australis 22° 56′ im unteren Meridian beobachtet. I. K. = +0′,5.

Es soll die Breite gefunden werden.

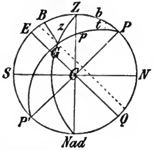
$*$ 22° 56′ im unt. Mer.
I. K. $= + \quad 0',5$
22° 56′,5
Gesamtber. $= - \quad 5',8$
Wh. $* h = 22° 50',7$
$* p = 21° \; 8',9$
Breite $= 43° 59',6$ S.



N. J. $* \delta = -68° 51',1$
$* p = \quad 21° \; 8',9.$

§ 340. Breite und Standlinie durch Höhen außerhalb des Meridians. In Fig. 235 sei PZG das sphärische Dreieck zwischen Zenit, oberem Pol und Gestirn, worin die Buchstaben die ihnen in § 302 zugelegten Bedeutungen haben. Denkt man sich vom Mittelpunkte des Gestirns den größten Kreisbogen GB senkrecht auf den Meridian gefällt, so entstehen die beiden bei B rechtwinkligen sphärischen Dreiecke PBG und ZBG. Bezeichnet N den Meridianbogen PB, vom oberen Pol bis zum Fußpunkte der Senkrechten GB, so erhält man nach der Napierschen Regel für das rechtwinklige sphärische Dreieck (s. § 49)

Fig. 235.



aus Dreieck PBG: $\cos t = \operatorname{tang} N \cdot \operatorname{cotg} p$,

hieraus $\operatorname{tang} N = \operatorname{cotg} \delta \cdot \cos t$ . . . . a).

Ferner wird $\cos p = \cos N \cdot \cos GB$, und aus dem Dreieck ZBG erhält man $\cos z = \cos ZB \cdot \cos GB$.

Durch Division $$\frac{\cos z}{\cos p} = \frac{\cos ZB}{\cos N},$$

folglich $$\cos ZB = \frac{\sin h}{\sin \delta} \cdot \cos N \quad \text{. . . . . b).}$$

Es ist $EZ + PB = 90° + ZB$,
und da $PB = N$ und $EZ = \varphi$ ist,
so $\varphi + N = 90° + ZB$
und $\varphi + N - 90° = ZB$; diesen Wert in Gleichung (b) gesetzt,

gibt $$\cos(\varphi + N - 90°) = \frac{\sin h}{\sin \delta} \cdot \cos N$$

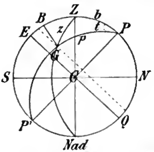
oder $$\sin(\varphi + N) = \frac{\sin h}{\sin \delta} \cdot \cos N.$$

Man hat also zur Berechnung der Breite φ die Formeln (a) und (b):

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tang} N &= \operatorname{cotg} \delta \cdot \cos t \\ \sin(\varphi + N) &= \frac{\sin h}{\sin \delta} \cdot \cos N \\ \text{und} \quad \varphi + N - N &= \varphi \end{aligned}\right\} \quad \text{. . . . . I).}$$

N ist kleiner als 90°, wenn Breite und Deklination gleichnamig sind, dagegen größer als 90° bei ungleichnamiger Breite und Deklination. Ist t größer als 6 Stunden, das

Fig. 235.



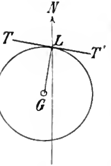
Gestirn also in der Nähe des unteren Meridians beobachtet, so liegt der Fußpunkt der Senkrechten *GB* in Fig. 235 unter dem oberen Pol *P*, und es ist dann *N* negativ zu nehmen.

$\varphi + N$ ist größer als 90° zu nehmen, solange der Fußpunkt der Senkrechten *GB* nicht zwischen Pol und Zenit fällt; in diesem Falle ist $\varphi + N$ kleiner als 90°. Es ist also $\varphi + N$ größer als 90°, wenn das vom oberen Pol gerechnete Azimut > 90° ist, und $\varphi + N$ ist kleiner als 90°, wenn das Azimut kleiner als 90° ist. Diese Unterscheidung kann, wenn man im Zweifel sein sollte, mit Hilfe des Kompasses getroffen werden.

Ist das Gestirn in der Nähe des unteren Meridians beobachtet, so ist $\varphi + N$ stets kleiner als 90° und positiv zu nehmen.

Mit Hilfe des Azimuts des Gestirns zur Zeit der Höhenmessung wird auch hier eine Standlinie gefunden. Ist nämlich in Fig. 245 *NS* der Meridian der Besteckslänge, *LG* gleich der aus der beobachteten Höhe sich ergebenden wahren Zenitdistanz, der Kreis um *G* die Höhengleiche und $\angle SLG$ gleich dem wahren Azimut des Gestirns, so ist der durch die berechnete Breite und durch die Besteckslänge bestimmte Punkt *L* der Höhengleiche der Leitpunkt und die durch diesen Punkt an die Höhengleiche gelegte Berührungslinie *TT'* die Standlinie, deren Richtung gleich dem um 90° verminderten wahren Azimut des Gestirns ist.

Fig. 245

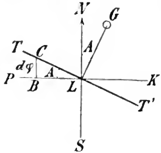


Um hiernach die Standlinie in der Karte zu erhalten, trage man nach berechneter Breite und der Besteckslänge den Leitpunkt in die Karte ein und ziehe durch diesen Punkt eine Linie, deren Richtung = Azimut weniger 90° ist, so ist diese Linie die Standlinie des Beobachters zur Zeit der Höhenmessung.

Der zur Berechnung der Breite erforderliche Ortsstundenwinkel, *t*, ist nach dem im § 328 angegebenen Verfahren aus der Chronometerzeit der Beobachtung zu ermitteln.

§ 341. Die Zuverlässigkeit der Breitenbestimmung. Diese ist abhängig von dem Einflusse, den die unvermeidlichen Fehler im Stundenwinkel, in der Höhe und Deklination auf die aus diesen Größen berechnete Breite haben. Es ist also der Einfluß dieser Fehler zu bestimmen.

Fig. 246.



1. Dee Einfluß eines Fehlees im Stundenwinkel.

Da die Ortszeit und demnächst auch der Stundenwinkel aus dee mittleeen Greenwicher Zeit durch Anwendung der Länge in Zeit gefunden wied, so muß ein Fehler in dee Besteckslänge unverändert in den Stundenwinkel übergehen, weshalb dee Fehler im Stundenwinkel, dt, gleich dem Längenfehler, $d\lambda$, gesetzt weeden kann.

Es sei in Fig. 246 *NS* dee Meridian der gegebenen Länge, *L* der Leitpunkt der Standlinie *TT'* und *PK* der Parallelkeeis der beeechneten Breite, so kann man den Einfluß eines Längenfehlees *BL* auf die Beeite des Schiffsorts dadurch veranschaulichen, daß man *BC* senkeecht auf *PK* errichtet. Dann ist der Punkt *C* der Standlinie der wegen des Längenfehlers berichtigte Schiffsort und $BC = d\varphi$ der Fehler in der Beeite.

In dem bei B rechtwinkligen Dreieck CBL ist $\angle BLC = NLG$ = dem wahren Azimut des Gestirns, und da BL die dem Längenfehler $d\lambda$ entsprechende Abweichung ist, so erhält man

$$d\varphi = d\lambda \cdot \cos\varphi \cdot \tang A \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I)}.$$

Hiernach ist $d\varphi$ gleich Null, wenn der Faktor $\tang A = 0$ wird, und da dies für $A = 0$ und $= 180°$ der Fall ist, so steht ein Gestirn im Meridian am günstigsten zur Breitenbestimmung, wie schon in § 338 erörtert worden ist. Mit der Tangente des Azimuts wächst der Einfluß des Längenfehlers und dieser wird unendlich groß, wenn das Gestirn im ersten Vertikal steht.

Um die Grenzen zu finden, bei denen ein Fehler von 1^m im Stundenwinkel die Breite nicht mehr als 2′ fehlerhaft gibt, ist nach I)

$$\cotg A = \frac{dt \cdot \cos\varphi}{d\varphi} = \frac{15' \cdot \cos\varphi}{2'} = 7{,}5 \cdot \cos\varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{a)}.$$

Das sphärische Dreieck zwischen dem oberen Pol, Zenit und Gestirn liefert nach § 55

$$\tang\delta \cdot \cos\varphi = \sin t \cdot \cotg A + \sin\varphi \cdot \cos t.$$

Setzt man nun $\quad m \cdot \sin x = \cotg A$

und $\quad m \cdot \cos x = \sin\varphi,$

so wird $\quad \tang x = \dfrac{\cotg A}{\sin\varphi} = 7{,}5 \cdot \cotg\varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad$ b).

und $\quad m = \dfrac{\sin\varphi}{\cos x};$

$$\tang\delta \cdot \cos\varphi = m\,[\sin t \cdot \sin x + \cos t \cdot \cos x]$$

oder $\quad \tang\delta \cdot \cos\varphi = \dfrac{\sin\varphi}{\cos x} \cdot \cos(t - x),$

also $\quad \cos(t - x) = \tang\delta \cdot \cotg\varphi \cdot \cos x \quad \ldots\ldots\ldots \quad$ c).

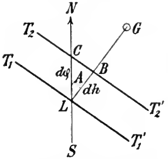
Nach b) kann man x berechnen und mit + oder − bezeichnen, je nachdem A spitz oder stumpf ist. Nach c) kann man $(t - x)$ berechnen, worin δ negativ genommen werden muß, wenn φ und δ ungleiche Zeichen haben, in welchem Falle $(t - x) > 90°$ ist. Die algebraische Summe von $(t - x)$ und x gibt t. Die Tafel 32 enthält die gedachten Grenzen des Stundenwinkels, die auf die angegebene Art berechnet sind.

2. Der Einfluß eines Fehlers in der Höhe.

Ein Höhenfehler bewirkt eine parallele Verschiebung der Standlinie T_1T_1' (Fig. 247). Ist $LB = dh$ der Höhenfehler, also die Parallele T_2T_2' die berichtigte Standlinie, so wird durch diesen Höhenfehler die Breite um den Meridianbogen $LC = d\varphi$ geändert. Aus dem bei B rechtwinkligen Dreieck CBL, in dem $\angle CLB = A$, gleich dem wahren Azimut des Gestirns in G ist, erhält man die Gleichung

$$d\varphi = dh \cdot \sec A \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{II)}.$$

Fig. 247.



Hiernach eignet sich auch hinsichtlich eines Fehlers in der Höhe das Gestirn am besten zur Breitenbestimmung, wenn es im Meridian steht, weil die Sekante von 0° und 180° am kleinsten, nämlich = 1, bei jedem anderen Winkel aber größer als 1 ist.

3. Der Einfluß eines Fehlers in der Deklination.

Wenn man die in § 303 durch die Gleichungen I, II, III gefundenen Fehler summiert und den durch die Fehler $d\varphi$, dh und $d\delta$ verursachten Gesamtfehler im Stundenwinkel mit dt bezeichnet, so erhält man die Gleichung

$$dt = d\varphi \cdot \cotg A \cdot \sec\varphi - dh \cdot \cosec A \cdot \sec\varphi + d\delta \cdot \cosec A \cdot \cos G \cdot \sec\varphi.$$

Nimmt man nun den Stundenwinkel und die Höhe als richtig an, so ist $dt = 0$ und $dh = 0$, und setzt man diese Werte in die Gleichung ein, so ergibt sich

$$0 = d\varphi \cdot \cotg A \cdot \sec\varphi + d\delta \cdot \cosec A \cdot \cos G \cdot \sec\varphi$$

und hieraus $\quad d\varphi = -d\delta \cdot \sec A \cdot \cos G \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad$ III).

Hiernach wird $d\varphi = 0$, wenn der parallaktische Winkel $G = 90°$ ist, und der Fehler $d\delta$ geht unverändert in die Breite über, wenn das Gestirn im Meridian beobachtet ist, weil dann $\sec A = \cos G = 1$ ist.

Daß auch die Standlinie für einen bestimmten Längenfehler um so länger wird, je weiter vom Meridian das Gestirn beobachtet ist, folgt aus einer ähnlichen Betrachtung, wie in § 334 bei den nach der Längenmethode bestimmten Standlinien bezüglich eines Breitenfehlers angestellt wurde. Man wird diese Methode also nur dann anwenden, wenn das Azimut zwischen 0° und 45° oder zwischen 135° und 180° liegt.

Da das Azimut in der Nähe des Meridians sich sehr schnell ändert, wenn das Gestirn nahe beim Zenit kulminiert, so muß in diesem Falle die Beobachtung kurz vor oder nach der Kulmination angestellt werden. Geht das Gestirn durch das Zenit, so läßt sich dadurch keine zuverlässige Breitenbestimmung machen.

§ 342. Berechnung der Beobachtung. Aus der Chronometerzeit der Beobachtung finde man die mittlere Greenwicher Zeit und aus dieser durch Anwendung der Besteckslänge die mittlere Ortszeit, woraus sich nach § 286 der Stundenwinkel des Gestirns ergibt. Aus der beobachteten Höhe wird die wahre Mittelpunktshöhe gefunden. Die Deklination wird für die Zeit der Beobachtung aus dem nautischen Jahrbuch entnommen. Dann berechne man mit diesen Größen nach den Formeln I) des § 340 die Breite und mittels der Tafeln 39 und 40 das wahre Azimut, oder, falls Breite oder Deklination die Grenzen dieser Tafeln überschreiten sollten, nach Formel I) § 306, worin N dieselbe Bedeutung hat wie in der Formel zur Breite.

Beispiel 1. 1907 den 15. Mai vormittags war man nach dem Besteck in 46° 45′ N Br. und 58° 47′ W Lg. v. Grw. und beobachtete bei 4,4 m Augeshöhe nach einer Beobachtungsuhr um $11^h\,22^m\,5^s$ die Höhe des Sonnenunterrandes = 61° 31′,5. I. K. = − 3′,6. Die Beobachtungsuhr war $3^h\,46^m\,12^s$ gegen Chronometer zurück. Stand des Chronometers im mittleren Greenwicher Mittag des 14. Mai = + $19^m\,55^s,8$; täglicher Gang = − $7^s,9$.

Es ist die Breite des Beobachtungsorts und die Standlinie zu berechnen.

Beobachtungsuhr	= $11^h\,22^m\,5^s$		$\odot$ 61° 31′,5	$3^h\,28^m$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 15/5.
Beob.-U. hinter Chr.	= $3^h\,46^m\,12^s$		I. K. = − 3′,6	N. J. d. 15/5. $\odot\ \delta$ = + 18° 39′,4
Chronometerzeit	= $3^h\,8^m\,17^s$	abds. d. 15/5.	61° 27′,9	Änd. = 0′,60 in 1^h
St. d. Chr. d. 14/5.	= + $19^m\,55^s,8$		Gesamtber. = + 11′,7	3,5
Ungf. mittl. Grw. Zeit	= $3^h\,28^m\,12^s,8$	„ „ „	h = 61° 39′,6	2′,10 . . . 2′,1
Gang in 1,15 Tag	= − $9^s,1$			Verb. $\odot\ \delta$ = + 18° 41′,5.
Mittl. Grw. Zeit	= $3^h\,28^m\,4^s$	„ „ „		D. 15/5. Ztgl. a. wh. Zeit = − $3^m\,49^s$
W Länge in Zeit	= $3^h\,55^m\,8^s$			Änd. = $0^s,0$ in 1^h . . . 0^s
Mittlere Ortszeit	= $11^h\,32^m\,56^s$	mrgs. „ „		Verb. Ztgl. = − $3^m\,49^s$
Ztgl. a. mittl. Zeit	= + $3^m\,49^s$			
Wahre Ortszeit	= $11^h\,36^m\,45^s$	„ „ „		
$\odot\ t$	= $0^h\,23^m\,15^s$ O v. Mer.			

$$\operatorname{tang} N = \operatorname{cotg}\delta \cdot \cos t; \quad \sin(\varphi + N) = \frac{\sin h}{\sin\delta}\cdot\cos N.$$

h = 61° 39′,6		log sin = 9,94455	Tafel 39:	x = + 10,40
δ = + 18° 41′,5	log cotg = 0,47067	log cosec = 0,49420		y = − 3,34
t = $0^h\,23^m\,15^s$	log cos = 9,99776			$x + y$ = + 7,06
N = 71° 13′,1	log tang = 0,46843	log cos = 9,50780	Tafel 40:	Wh. A = S 12° O
$\varphi + N$ = 117° 50′,8		log sin = 9,94655		90° subtr.
φ = 46° 37′,7 N.				Standlinie = S 78° W.

Beispiel 2. 1907 den 30. Dezember morgens war man nach dem Besteck in 27° 22′ S Br. und 105° 17′ O Lg. von Grw. und beobachtete hier bei 7,5 m Augeshöhe um $9^h\,42^m\,42^s$ Chronometerzeit die ♃ Höhe = 44° 7′,5 über der Kimm. I. K. = + 6′,3. Stand des Chronometers im mittleren Greenwicher Mittag des 29/12. = + $17^m\,13^s,3$, täglicher Gang = − $2^s,7$.

Es ist die Breite des Beobachtungsorts und die Standlinie zu berechnen.

Chronometerzeit = $7^h\,49^m\,50^s$ ♃ = 44° 7′,5
St. d. Chr. d. 29/12. = + $17^m\,13^s,3$ I. K. = + 6′,3
Ungf. mittl Grw.-Zeit = $8^h\;7^m\;3^s,3$ abds. d. 29/12. 44° 13′,8
Gang für $8^h,1$ = − $0^s,9$ Gesamtber. = − 5′,9
Mittl. astr. Grw. Zeit = $8^h\;7^m\;2^s$ d. 29/12. h = 44° 7′,9.
O Lg. in Zeit = $7^h\;1^m\;8^s$
Mittl. astr. Ortszeit = $15^h\;8^m\,10^s$ „ „
m. ⊙ AR. = $18^h\,28^m\,30^s$
Sternzeit = $9^h\,36^m\,40^s$
♃ AR. = $8^h\,59^m\,48^s$
♃ t = $0^h\,36^m\,52^s$ W v. Mer.

$8^h\;7^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 29/12.
N. J. d. 29/12. m. ⊙ AR. = $18^h\,27^m\,10^s$
Tafel 24 für 8^h . . . $1^m\,18^s,9$
„ 7^m . . . $1^s,1$
Verb. m. ⊙ AR. = $18^h\,28^m\,30^s$
D. 29/12. ♃ AR. = $8^h\,59^m\,55^s$
Änd. = $0^s,9$ in 1^h -
8,1
$7^s,29$ . . = $7^s,3$
Verb. ♃ AR. = $8^h\,59^m\,47^s,7$
D. 29/12. ♃ δ = + 17° 47′,0
Änd. 0′,07 in 1^h
8,1
0′,567 . . . = 0′,6
Verb. ♃ δ = + 17° 47′,6
♃ π = 2″.

$$\operatorname{tang} N = \operatorname{cotg}\delta \cdot \cos t; \quad \sin(\varphi + N) = \frac{\sin h}{\sin\delta} \cdot \cos N.$$

h = 44° 7′,9 . . . . log sin = 9,84281
δ = + 17° 47′,6 log cotg = 0,49358 n log cosec = 0,51487
t = $0^h\;36^m\;52^s$ log cos = 9,99436
N = 108° 0′,7 log tang = 0,48794 n log cos = 9,49025
$\varphi + N$ = 135° 12′,3 . . . . log sin = 9,84793
φ = 27° 11′,6 S.

Tafel 39: x = + 3,17
y = + 2,01
$x + y$ = + 5,18
Tafel 40: Wh. $A = N\;12°\;W$
90° subtr.
Standlinie = $N\;78°\;O$.

§ 343. Die Breite durch Annäherung zu bestimmen.

1. Durch Höhen in der Nähe des oberen Meridians.

In Gleichung I) des § 309, nämlich

$$\sin h = \cos(\varphi - \delta) - 2\sin^2 \tfrac{1}{2} t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta$$

bedeutet $\varphi - \delta$ die Meridianzenitdistanz des beobachteten Gestirns. Drückt man diese in der Gleichung aus, so erhält man

$$\cos(\varphi - \delta) = \sin h + 2\sin^2 \tfrac{1}{2} t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; \text{I).}$$

Nimmt man nun statt der Breite φ auf der rechten Seite der Gleichung die Bestecksbreite φ_1 in Rechnung, so erhält man

$$\cos(\varphi - \delta) = \sin h + 2\sin^2 \tfrac{1}{2} t \cdot \cos\varphi_1 \cdot \cos\delta \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; \text{I a).}$$

Addiert man dann algebraisch zu der berechneten Meridianzenitdistanz $\varphi - \delta$ die Deklination δ, so erhält man eine Breite, die der richtigen Breite näher liegt als die Bestecksbreite, wenn die beobachtete Höhe zur Breitenbestimmung tauglich ist. Wiederholt man also die Rechnung, indem man statt der Bestecksbreite die berechnete Breite einsetzt und setzt diese Wiederholung so lange fort, bis die zuletzt gefundenen beiden Breiten übereinstimmen, so muß dies die richtige Breite sein. Wenn dagegen die Unterschiede zwischen den durch die Wiederholungen gefundenen aufeinander folgenden Breiten immer größer

werden, so findet keine Annäherung statt, und die berechneten Breiten entfernen sich immer mehr von der richtigen Breite. In diesem Falle ist diese Methode zur Breitenbestimmung nicht brauchbar, doch wird er nur dann eintreten, wenn die beobachtete Höhe eine zuverlässige Breite überhaupt nicht ergibt.

Beispiel. 1907 den 8. März morgens war man in 17° 30′ N Br. und 116° 43′ O Lg. v. Grw. und beobachtete hier bei 6,6 m Augeshöhe nach einem Chronometer, dessen Stand im mittleren Greenwicher Mittag des 3. März $= -1^h\,5^m\,4^s{,}2$, täglicher Gang $= -3^s{,}5$ war,

um $0^h\,50^m\,3^s$	☾ 49° 59′ 40″		
50 44	55 50	}	I. K. = − 2′ 50″.
51 22	52 40		

Es ist hiernach die Breite des Beobachtungsorts und die Standlinie zu berechnen.

Mittel: Chron. Zeit $= 0^h\,50^m\,43^s$
St. d. Chr. d. 3/3. $= -1^h\,5^m\,4^s{,}2$
Ungf. mittl. Grw. Zeit $= 11^h\,45^m\,38^s{,}8$ abds. d. 7/3.
Gang für 4,5 Tage $= -\ 15^s{,}8$
Mittl. astr. Grw. Zeit $= 11^h\,45^m\,23^s$ d. 7/3.
O Lg. in Zeit . $= 7^h\,46^m\,52^s$
Mittl. astr. Ortszeit $= 19^h\,32^m\,15^s$ „ „
m. $\odot$ AR. $= 22^h\,58^m\,9^s$
Sternzeit $= 18^h\,30^m\,24^s$
☾ AR. $= 17^h\,36^m\,37^s$
☾ $t = 0^h\,53^m\,47^s$ W v. Mer.

☾ 49° 56′ 3″
I. K. = − 2′ 50″
49° 53′,2
Gesber. = + 16′,7
h = 50° 9′,9.

$11^h\,45^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 7/3.
N. J. d. 7/3. m. $\odot$ AR. $= 22^h\,56^m\,13^s$
Tafel 24 für 11^h . . . $1^m\,48^s{,}4$
„ 45^m . . . $7^s{,}4$
Verb. m. $\odot$ AR. $= 22^h\,58^m\,8^s{,}8$

Um 12^h ☾ AR. $= 17^h\,37^m\,14^s$
Änd. $= 2^s{,}50$ in 1^m
15
$37^s{,}50$ . . . . = $37^s{,}5$
Verb. ☾ AR. $= 17^h\,36^m\,36^s{,}5$

Um 12^h ☾ $\delta = -20°\,14',2$
Änd. = 0′,067 in 1^m
15
1′,005 . . . = 1′,0
Verb. ☾ $\delta = -20°\,13',2$
☾ $r = -16'\,11''$.

$$\cos(\varphi - \delta) = \sin h + \sin\text{vers}\, t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta\,.$$

$t = 0^h\,53^m\,47^s$	log sin vers	= 8,43792
$\varphi = +17°\ 30'$	log cos	= 9,97942
$\delta = -20°\ 13',2$	log cos	= 9,97237
	log	= 8,38971
	Zahl	= 0,02453
	$h = 50°\,9',9$ sin	= 0,76789
	$\cos(\varphi - \delta)$	= 0,79242
	$\varphi - \delta$	= 37° 35′,3 N
	δ	= 20° 13′,2 S
	φ	= 17° 22′,1 N.

Wiederholung.

$t = 0^h\,53^m\,47^s$	log sin vers	= 8,43792
$\varphi = +17°\ 22'$	log cos	= 9,97974
$\delta = -20°\ 13'$	log cos	= 9,97238
	log	= 8,39004
	Zahl	= 0,02455
	sin h	= 0,76789
	$\cos(\varphi - \delta)$	= 0,79244
	$\varphi - \delta$	= 37° 35′,2 N
	δ	= 20° 13′,2 S
	φ	= 17° 22′,0 N.

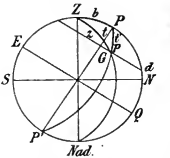
Tafel 39: $x = +1{,}31$
$y = +1{,}59$
$x + y = +2{,}90$
Tafel 40: Wh. $A = S\ 20°\ W$
90° subtr.
Standlinie = $S\ 70°\ O$.

2. Durch Höhen in der Nähe des unteren Meridians.

Aus dem Dreieck ZPG (Fig. 248) zwischen Pol, Zenit und Gestirn ergibt sich nach § 53 die Gleichung

$$\cos z = \cos b \cdot \cos p + \sin b \cdot \sin p \cdot \cos t\,.$$

Fig. 248.



Setzt man für z, b und p die Komplemente h, φ und δ, ferner statt des Stundenwinkels t vom oberen Meridian den gleichen Wert $180^\circ - t'$, indem t' den Stundenwinkel vom unteren Meridian bezeichnet, so geht obige Gleichung über in

$$\begin{aligned}\sin h &= \sin\varphi \cdot \sin\delta - \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos t' \\ &= \sin\varphi \sin\delta - \cos\varphi \cos\delta \cdot (1 - 2\sin^2 \tfrac{1}{2} t') \\ &= -\cos(\varphi + \delta) + 2\sin^2 \tfrac{1}{2} t' \cdot \cos\varphi \cos\delta\end{aligned}$$

und hieraus

$$-\cos(\varphi + \delta) = \sin h - 2\sin^2 \tfrac{1}{2} t' \cdot \cos\varphi \cos\delta \, .$$

Aus der Fig. 248 ist ersichtlich, daß $\varphi + \delta = NP + Qd = 90^\circ + h_u$ ist, wo h_u die untere Meridianhöhe Nd bezeichnet, folglich ist $-\cos(\varphi + \delta) = -\cos(90^\circ + h_u) = \sin h_u$. Durch Einsetzen dieses Werts in die Gleichung erhält man

$$\sin h_u = \sin h - 2\sin^2 \tfrac{1}{2} t' \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{II).}$$

Indem man φ zunächst gleich der Besteckbreite annimmt, berechne man h_u und nehme dies als die untere Meridianhöhe Nd in der Figur, zu der man die Poldistanz Pd zu addieren hat, um die Polhöhe NP oder die Breite zu erhalten. Diese hat stets den Namen der Deklination. Da man hier eine ungefähre Breite in Rechnung nimmt, so hat man, wie unter 1. erklärt ist, die Rechnung mit der berechneten Breite zu wiederholen, um die richtige Breite durch Annäherung zu erhalten.

Beispiel. 1907 den 12. Juni abends wurde in ungefähr 71° 55′ N Br. und 24° 20′ O Lg. v. Grw. bei 6,0 m Augeshöhe um $9^h 57^m 56^s$ Chronometerzeit die Höhe des Sonnenunterrandes 5° 11′ beobachtet. I. K. = −2′,0. Stand des Chronometers zur Zeit der Beobachtung = $-5^m 56^s$.

Es soll die Breite des Beobachtungsorts und die Standlinie ermittelt werden.

Chronometerzeit	= $9^h 57^m 56^s$	$\odot$	5° 11′
Stand des Chr.	= − $5^m 56^s$	I. K. =	− 2′,0
Mittl. Grw. Zeit	= $9^h 52^m 0^s$ abds. d. 12/6.		5° 9′,0
O Länge in Zeit	= $1^h 37^m 20^s$	Gesamtber. =	+ 1′,9
Mittl. Ortszeit	= $11^h 29^m 20^s$ „ „ „	h =	5° 10′,9
Ztgl. a. mittl. Zeit	= + $0^m 32^s$		
Wahre Ortszeit	= $11^h 29^m 52^s$ „ „ „		

$\odot\, t' = 0^h 30^m 8^s$ W v. Mer.

$\sin h_u = \sin h - \sin\text{vers}\, t' \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta$.

$t' = 0^h 30^m 8^s$	log sin vers =	7,93597
$\varphi = +71^\circ 55'$	log cos . . . =	9,49192
$\delta = +23^\circ 8'$	log cos . . . =	9,96360
	log =	7,39149
	Zahl =	0,00246
h = 5° 10′,9 . . .	sin =	0,09031
	$\sin h_u$ =	0,08785
	h_u =	5° 2′,4
	$\odot\, p$ =	66° 52′,4
	Breite =	71° 54′,8 N.

$9^h 52^m$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 12/6.

N. J. d. 12/6.	$\odot\, \delta$ =	+23° 6′,0
Änd. = 0′,16 in 1^h		
9,9		
1′,584 . . .	=	1′,6
Verb.	$\odot\, \delta$ =	+23° 7′,6
	$\odot\, p$ =	66° 52′,4
D. 12/6. Ztgl. a. wh. Zeit	=	$-0^m 37^s$
Änd. = 0^s,5 in 1^h		
9,9		
4^s,95	=	5^s
Verb. Ztgl.	=	$-0^m 32^s$.

Tafel 39:	x =	− 23,17
	y =	− 3,26
	$x + y$ =	− 26,43
Tafel 40: Wh.	A =	N 7° W
		90° subtr.
Standlinie	=	N 83° O.

§ 344. Breite durch Kulminationssekunden. Wenn man in die bekannte Formel

$$\cos(\varphi - \delta) = \sin h + 2\sin^2 \tfrac{1}{2}t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta$$

statt der Meridianzenitdistanz, $\varphi - \delta$, die obere Meridianhöhe H einführt, so erhält man

$$\sin H = \sin h + 2\sin^2 \tfrac{1}{2}t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta$$

und hieraus
$$\sin H - \sin h = 2\sin^2 \tfrac{1}{2}t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta$$

oder
$$2\cos\tfrac{1}{2}(H + h) \cdot \sin\tfrac{1}{2}(H - h) = 2\sin^2 \tfrac{1}{2}t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta\,,$$

folglich
$$\sin\tfrac{1}{2}(H - h) = \frac{\sin^2 \tfrac{1}{2}t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta}{\cos\tfrac{1}{2}(H + h)}\,.$$

Unter der Voraussetzung, daß der Stundenwinkel t kleiner als 15 Minuten in Zeit, also H nur wenig größer als h ist, kann man ohne erheblichen Fehler $\cos\tfrac{1}{2}(H + h) = \cos H = \sin Z = \sin(\varphi - \delta)$ und $\sin\tfrac{1}{2}(H - h)$ dem Bogen proportional setzen. Bezeichnet man der Kürze wegen $H - h$ durch $\triangle h$, so geht die letzte Gleichung über in

$$\frac{\triangle h}{2} \cdot \sin 1'' = \frac{\sin^2 \tfrac{1}{2}t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta}{\sin(\varphi - \delta)}\,.$$

Es sei $t = n$ Minuten in Zeit $= n \cdot 900''$, so ist, wenn auch $\sin^2 \tfrac{1}{2}t$ dem Bogen proportional gesetzt wird,

$$\frac{\triangle h}{2} \cdot \sin 1'' = \frac{\tfrac{1}{4}(n \cdot 900)^2 \cdot \sin^2 1'' \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta}{\sin(\varphi - \delta)}\,,$$

folglich
$$\frac{\triangle h}{2} = \frac{n^2 \cdot 450^2 \cdot \sin 1'' \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta}{\sin(\varphi - \delta)}$$

und
$$\triangle h = \frac{\cos\varphi \cdot \cos\delta}{\sin(\varphi - \delta)} \cdot n^2 \cdot 2 \cdot 450^2 \cdot \sin 1''.$$

Die Berechnung des Produkts der letzten drei unveränderlichen Faktoren ergibt die Zahl 1,9635, so daß man erhält

$$\triangle h = 1'',9635 \cdot \frac{\cos\varphi \cdot \cos\delta}{\sin(\varphi - \delta)} \cdot n^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{I).}$$

Die hiernach berechnete Größe $\triangle h$ ist in Bogensekunden ausgedrückt. Addiert man $\triangle h$ zur wahren Mittelpunktshöhe h, so erhält man die obere Meridianhöhe des Gestirns, aus der man in bekannter Weise die Breite findet.

Zur Erleichterung der Rechnung sind die Werte des Ausdrucks

$$1'',9635 \cdot \frac{\cos\varphi \cdot \cos\delta}{\sin(\varphi - \delta)}$$

in der Tafel 29 zusammengestellt und zwar für die Breite bis 80° und Deklination bis 24° für gleichnamige sowohl wie für ungleichnamige Breite und Deklination. Diese Werte bezeichnet man als Kulminationssekunden vom oberen Meridian, und wenn man sie mit C benennt, so hat man zur Berechnung der oberen Meridianhöhe die Gleichung:

$$H = h + C \cdot n^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{II).}$$

Die Größe n^2 entnimmt man aus der Tafel 30.

Da man mit der Besteckbreite die Kulminationssekunden aus der Tafel zu entnehmen hat, so ist die gefundene Breite nur eine genäherte Breite, und wenn diese von der Besteckbreite so viel abweicht, daß sich ein anderer Wert für die Kulminationssekunden als der in Rechnung genommene ergibt, so muß die Rechnung wiederholt werden, indem man mit der berechneten Breite in die Tafel eingeht.

Die Zuverlässigkeit dieser Breitenbestimmung hängt davon ab, ob die in der Entwickelung der Formel gemachte Voraussetzung, daß $\cos \frac{1}{2}(H + h)$ gleich $\cos H$ gesetzt werden kann, zulässig ist. Es ist klar, daß, wenn das Gestirn nahe dem Zenit kulminiert, also die Meridianzenitdistanz sehr klein ist, jene Voraussetzung wegen der starken Höhenänderung nicht zulässig ist. Je größer die obere Meridianhöhe ist, um so kleiner muß der Stundenwinkel sein, und man kann hier folgende Grenzen des Stundenwinkels zur Richtschnur nehmen.

1. Wenn die Meridianzenitdistanz kleiner als 5° ist, so ist diese Methode nicht zu gebrauchen.
2. Wenn die Meridianzenitdistanz 10° ist, so darf der Stundenwinkel höchstens 3 Minuten betragen.
3. Wenn die Meridianzenitdistanz nahe 20° ist, so kann der Stundenwinkel auf kleiner Breite 10^m, auf größerer Breite 15^m und mehr betragen.

Mit Hilfe der Tafel 32 kann in jedem Falle die Grenze des Stundenwinkels bestimmt werden.

Anmerkung 1. Hat man mehrere Höhen eines Gestirns nahe am Meridian beobachtet, so nehme man nicht das Mittel aus der Beobachtung, da die Höhenänderung in der Nähe des Meridians nicht proportional der Zeitänderung ist. Man nimmt nur aus den Höhen das Mittel und findet aus dieser mittleren Höhe die wahre Mittelpunktshöhe. Dann sucht man zu jeder einzelnen Höhe aus der zugehörigen Uhrzeit den Stundenwinkel und zu jedem der gefundenen Stundenwinkel aus Tafel 30 das Quadrat. Das Mittel sämtlicher Quadrate der Stundenwinkel mit den aus Tafel 29 entnommenen Kulminationssekunden multipliziert, gibt $\triangle h$, was zur wahren Mittelpunktshöhe addiert, die obere Meridianhöhe des beobachteten Gestirns gibt, aus der nach § 337 die Breite gefunden wird.

Beispiel 1. 1907 den 7. April beobachtete man in ungefähr 31° 10′ N Br. und 71° 21′ W Lg. v. Grw. bei 4,3 m Augeshöhe nach einem Chronometer, dessen Stand im mittleren Greenwicher Mittag des 7/4. $= -16^m\,14^s{,}9$ und täglicher Gang $= -1^s{,}1$ war, um $5^h\,16^m\,16^s$ die Höhe des Sonnenunterrandes $= 65°\,10'{,}5$. I. K. $= -5'{,}0$.

Es ist die Breite des Beobachtungsorts und die Standlinie zu berechnen.

Chronometerzeit	$= 5^h\,16^m\,16^s$	
Std. d. Chr. d. 7/4.	$= -16^m\,14^s{,}9$	
Ungf. mittl. Grw. Zeit	$= 5^h\;0^m\;1^s{,}1$	abds. d. 7/4.
Gang für $5^h{,}0$	$= -\;0^s{,}2$	
Mittl. Grw. Zeit	$= 5^h\;0^m\;1^s$	„ „ „
W Länge in Zeit	$= 4^h\,45^m\,24^s$	
Mittl. Ortszeit	$= 0^h\,14^m\,37^s$	„ „ „
Ztgl. a. mittl. Zeit	$= -\;2^m\,24^s$	
Wahre Ortszeit	$= 0^h\,12^m\,13^s$	„ „ „
$\odot\, t$	$= 0^h\,12^m\,13^s$	W v. Mer.

$\underline{\odot}$	65° 10′,5
I. K.	$= -\;5'{,}0$
	65° 5′,5
Gesamtber.	$= +\;12'{,}0$
h	$= 65°\,17'{,}5$

$5^h\,0^m$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 7/4.

N. J. d. 7/4. $\odot\,\delta$	$= +6°\,29'{,}8$
Änd. $= 0'{,}94$ in 1^h	
5,0	
4′,70 . . . . $=$	4′,7
Verb. $\odot\,\delta$	$= +6°\,34'{,}5$
D. 7/4. Ztgl. a. wh. Zeit	$= +2^m\,27^s$
Änd. $= 0^s{,}7$ in 1^h	
5,0	
$3^s{,}5$ . . . . $=$	$3^s{,}5$
Verb. Ztgl.	$= +2^m\,23^s{,}5$.

$$\triangle h = C \cdot t^2$$

Tafel 29:	$C = 4''{,}02$
Tafel 30:	$t^2 = 149{,}2$
	$C \cdot t^2 = 599''{,}78$
	$\triangle h = +\;10'{,}0$
	$h = 65°\,17'{,}5$
	$H = 65°\,27'{,}5$
	90°
	$M.Z.D. = 24°\,32'{,}5$ N
	$\odot\,\delta = 6°\,34'{,}5$ N
	Breite $= 31°\;7'{,}0$ N.

Tafel 39: $x = +11{,}33$

$y = -\;2{,}17$

$x + y = +\;9{,}16$

Tafel 40: Wh. $A = S\;7°\;W$

90° subtr.

Standlinie $= S\;83°\;O$.

Beispiel 2. 1907 den 27. März abends wurden in ungefähr 32° 10′ S Br. und 32° 50′ O Lg. v. Grw. bei 4,8 m Augeshöhe die unten folgenden Beobachtungen nach einem Chronometer angestellt, dessen Stand zur Zeit der Beobachtung $= +5^m 19^s$ war.

Es soll die Breite des Beobachtungsorts und die Standlinie ermittelt werden.

Chronometerzeit: $7^h 40^m 21^s$	Regulus 45° 15′,0	
41 2	✱ 13′,5	} I. K. = + 1′,3.
41 54	12′,5	
	45° 13′,7	$7^h 46^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 27/3.
I. Chronometerzeit = $7^h 40^m 21^s$	I. K. = + 1′,3	N. J. d. 27/3. m. ⊙ AR. = $0^h 15^m 4^s$
Stand des Chron. = + $5^m 19^s$	45° 15′,0	Taf. 24 für 7^h . . . . . . $1^m 9^s,0$
Mittl. Grw. Zeit = $7^h 45^m 40^s$ abds. d. 27/3.	Gesamtber. = − 4′,8	„ 46^m . . . . . . $7^s,6$
O Lg. in Zeit = $2^h 11^m 20^s$	h = 45° 10′,2	Verb. m. ⊙ AR. = $0^h 16^m 20^s,6$
Mittl. astr. Ortszeit = $9^h 57^m 0^s$ d. 27/3.		✱ AR. = $10^h 3^m 26^s$
m. ⊙ AR. = $0^h 16^m 21^s$		✱ δ = + 12° 25′,2
Sternzeit = $10^h 13^m 21^s$		
✱ AR. = $10^h 3^m 26^s$		
I. ✱ t = $0^h 9^m 55^s$ W v. Mer.		
$41^s,1$ (Verfl. Sternzeit v. d. 1. zur 2. Beob.)		} Wenn der Stundenwinkel O v. Mer. ist,
II. ✱ $t_,$ = $0^h 10^m 36^s$		so sind diese Zeitunterschiede vom ersten
$1^m 33^s,3$ („ „ „ „ „ „ 3. Beob.)		Stundenwinkel abzuziehen.
III. ✱ $t_{,,}$ = $0^h 11^m 28^s$		
Tafel 30: t^2 = 98,3	h = 45° 10′,2	Tafel 39:
$t_,^2$ = 112,4	$\triangle h$ = + 4′,4	t = $10^m 40^s$ { x = + 13,62
$t_{,,}^2$ = 131,5	H = 45° 14′,6	φ = 32° 20′ { y = + 4,74
Mittel = 114,1	90°	$x + y$ = + 18,36
Tafel 29: C = 2″,31	$M. Z. D.$ = 44° 45′,4 S	Tafel 40: Wh. A = N 4° W
$C \cdot t^2$ = 263″,6	✱ δ = 12° 25′,2 N	90° subtr.
	Breite = 32° 20′,2 S.	Standlinie = N 86° O.

Anmerkung 2. Bezeichnet man die größte Höhe eines seine Deklination ändernden Gestirns mit H', seinen in Zeitminuten ausgedrückten Stundenwinkel mit n, die Deklination zur Zeit der oberen Kulmination mit δ und deren Änderung in einer Zeitminute mit $\triangle\delta$, so findet die größte Höhe dann statt, wenn die von der Drehung der Erde allein herrührende Höhenänderung in einer Zeitminute, hier also die in der $n$ten Zeitminute vor oder nach der oberen Kulmination $= \triangle\delta$ wird. Man hat also unter Benutzung der Kulminationssekunden C die Gleichung,

$$[(n + \tfrac{1}{2})^2 - (n - \tfrac{1}{2})^2] \cdot C = \triangle\delta$$

oder

$$(n^2 + n + \tfrac{1}{4} - n^2 + n - \tfrac{1}{4}) \cdot C = \triangle\delta,$$

folglich

$$2n \cdot C = \triangle\delta$$

und hieraus

$$n = \frac{\triangle\delta}{2C} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{III).}$$

Hiernach kann n berechnet werden.

Bezeichnet H die obere Meridianhöhe desselben Gestirns, so wird man auf H' die Größen $n^2 \cdot C$ und $n \cdot \triangle\delta$ anzuwenden haben, und zwar die erste mit + und die zweite mit −, das Gestirn mag sich dem oberen Pol nähern oder davon entfernen, wie leicht einzusehen ist. Nähert es sich dem oberen Pol, so findet die größte Höhe nach der oberen Kulmination statt, dagegen vorher, wenn es sich vom oberen Pol entfernt. Das Entgegengesetzte findet aber statt, wenn bei gleichnamiger Breite und Deklination diese größer als jene ist. In beiden Fällen ist

$$H = H' + n^2 \cdot C - n \cdot \triangle\delta \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{IV).}$$

Dies ist die Formel, auf die in § 338 verwiesen wurde. Nimmt man H' für H und ermittelt damit und mit δ die Breite φ, so wird diese mit dem Fehler $n^2 \cdot C - n \cdot \triangle \delta$ behaftet sein, der nur beim Monde eine zu berücksichtigende Größe ist.

§ 345. Bestimmung der Breite und Standlinie durch Höhen des Polarsterns. Der Polarstern ist wegen seiner steten Nähe am Meridian zu jeder Zeit, wenn er sichtbar ist, zur Breitenbestimmung geeignet. Da er kaum $1\frac{1}{4}°$ vom Weltpol entfernt ist, so ist seine Höhenänderung nur gering, woraus folgt, daß ein nicht sehr erheblicher Fehler in der Zeit oder im Stundenwinkel, auch wenn dieser groß ist, keinen Einfluß auf die Breite haben kann.

Zu einer kürzeren Berechnung der Breite als die in den vorhergehenden Paragraphen gegebenen Formeln bedingen, führt folgende Entwickelung.

Steht der Polarstern im oberen Meridian, so ist die Polhöhe oder Breite gleich der wahren Höhe des Polarsterns weniger dessen Poldistanz, also

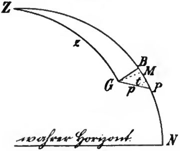
$$\varphi = h - p\,.$$

Außerhalb des Meridians kann die auf die Höhe anzuwendende Berichtigung nicht $= p$, sondern muß kleiner sein. Bezeichnet man diese zu suchende Berichtigung mit x, so ist allgemein

$$\varphi = h - x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1).$$

In Fig. 249 sei ZPG das Dreieck zwischen Zenit, Pol und Gestirn und N der Nordpunkt des Horizonts, also $NP = \varphi$. Fällt man die Senkrechte GB vom Polarstern auf den Meridian, so entstehen die beiden bei B rechtwinkligen Dreiecke ZBG und PBG. Da im Dreieck PBG die Hypotenuse PG, die Poldistanz des Sterns, kaum $1\frac{1}{4}°$ beträgt, so kann man es als ein ebenes Dreieck betrachten. Nimmt man zunächst an, die Zenitdistanz ZG sei gleich dem Bogen ZB, so wäre PB die zu suchende Berichtigung x, und da

Fig. 249.



$$x = PB = p \cdot \cos t$$

ist, so erhält man als genäherten Wert für die Breite die Gleichung

$$\varphi = h - p \cdot \cos t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2).$$

Der Gebrauch dieser Näherungsformel ist bis zur Breite von 50° zulässig und verursacht erst in 70° Breite einen Fehler von 2 Minuten.

Den Wert von $p \cdot \cos t$ kann man bequem der Koppeltafel entnehmen, wobei man den Stundenwinkel t vom oberen oder unteren Meridian nach West oder Ost bis zu 6 Stunden zählt; $p \cdot \cos t$ ist dann von der Höhe abzuziehen, wenn der Stundenwinkel vom oberen Meridian, dagegen zu addieren, wenn er vom unteren Meridian gezählt ist.

Bezeichnet man den kleinen Unterschied BM zwischen der Zenitdistanz $ZG = z$ und dem Bogen ZB durch dx, und den Bogen GB durch y, so ist der Bogen $ZB = z - dx$ und das sphärische rechtwinklige Dreieck ZBG liefert die Gleichung

$$\cos z = \cos(z - dx) \cos y$$

oder $$\cos z = \cos z \cdot \cos dx \cdot \cos y + \sin z \cdot \sin dx \cdot \cos y\,;$$

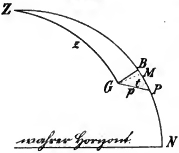
durch $\cos z$ dividiert: $$1 = \cos dx \cdot \cos y + \tang z\,.\, \sin dx \cdot \cos y$$

oder $$\frac{1}{\cos y} = \cos dx + \tang z \cdot \sin dx\,.$$

Da y nie größer als p, als $1\frac{1}{2}°$, werden kann, so kann man

$$\cos y = 1 - 2\sin^2 \tfrac{1}{2} y = 1 - \tfrac{1}{2} y^2 \cdot \sin^2 1' \quad \text{und} \quad \frac{1}{1 - \frac{1}{2} y^2 \cdot \sin^2 1'} = 1 + \tfrac{1}{2} y^2 \cdot \sin^2 1'$$

Fig. 249.



setzen, indem man die bei der Division sich ergebenden Glieder mit den höheren Potenzen vernachlässigt.

Ferner kann $\cos dx = 1$ und $\sin dx = dx \cdot \sin 1'$ gesetzt werden. Dann geht die Gleichung über in

$$1 + \tfrac{1}{2} y^2 \cdot \sin^2 1' = 1 + dx \cdot \tan z \cdot \sin 1'$$

und hieraus $\quad dx = \tfrac{1}{2} y^2 \cdot \sin 1' \cdot \tan h\,.$

Setzt man hierin den aus dem Dreieck PBG für y sich ergebenden Wert, nämlich

$$p \cdot \sin t\,,$$

so erhält man $\quad dx = \tfrac{1}{2} p^2 \cdot \sin^2 t \cdot \tan h \cdot \sin 1',$ worin p und dx in Minuten ausgedrückt sind.

Wie die Figur ergibt, ist die erste Berichtigung, $p \cdot \cos t$, um $BM = dx$ zu groß; es wird also nach Gleichung 1)

$$\varphi = h - (x - dx)$$

oder

$$\varphi = h - p \cdot \cos t + \tfrac{1}{2} p^2 \cdot \sin^2 t \cdot \tan h \cdot \sin 1' \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{I).}$$

Beide Werte, nämlich $-p \cdot \cos t$ und $\frac{1}{2} p^2 \cdot \sin^2 t \cdot \tan h \cdot \sin 1'$ können aus Tafel 27 als erste und zweite Berichtigung entnommen werden. Bei der Berechnung der Tafelwerte, die für die Jahre 1900 und 1910 gegeben sind, ist der mittlere Wert der Poldistanz für diese Jahre zugrunde gelegt. Als Eingang dient nicht der Stundenwinkel, sondern die Sternzeit der Beobachtung, wobei ebenfalls der mittlere Wert der Rektaszension des Polarsterns für die genannten Jahre in Rechnung genommen ist. Für dazwischen liegende Jahre findet man die Berichtigung durch einfaches Einschalten.

Die zweite Berichtigung entnimmt man mit den Eingängen: Sternzeit der Beobachtung und Höhe des Polarsterns.

Zur Bestimmung der Standlinie entnehme man das wahre Azimut aus Tafel 26.

Im nautischen Jahrbuch und Nautical Almanac sind je drei Tafeln zur Berechnung der Polarsternsbreite enthalten, über deren Benutzung die Erklärung der betreffenden Tafeln Aufschluß geben.

Beispiel. 1907 den 18. Dezember war man morgens nach dem Besteck in 36° 36′ N Br. und 74° 0′ W Lg. v. Grw. und beobachtete hier bei 5,8 m Augeshöhe nach einer Beobachtungsuhr um $3^h\,16^m\,25^s$ die Höhe des Polarsterns 36° 27′; I. K. = −6′. Die Beobachtungsuhr war $4^h\,23^m\,50^s$ hinter Chronometer; der Stand des Chronometers war zur Zeit der Beobachtung $= +27^m\,4^s$.

Es ist die Breite und die Standlinie zu berechnen.

Beobachtungsuhr	= $3^h\,16^m\,25^s$		✱ 36° 27′	$20^h\,7^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 17/12.	
B. U. hinter Chron.	= $4^h\,23^m\,50^s$		I. K. = − 6′	N. J. d. 17/12. m. ⊙ AR.	= $17^h\,39^m\,51^s$
Chronometerzeit	= $7^h\,40^m\,15^s$	mrgs. d. 18/12.	36° 21′	Tafel 24 für 20^h	$3^m\,17^s{,}1$
Stand des Chron.	= + $27^m\,4^s$		Gesamtber. = − 6′	„ 7^m	$1^s{,}1$
Mittl. astr. Grw. Zeit	= $20^h\,7^m\,19^s$	d. 17/12.	h = 36° 15′	Verb. m. ⊙ AR.	= $17^h\,43^m\,9^s{,}2$
W Länge in Zeit	= $4^h\,56^m\,0^s$				
Mittl. astr. Ortszeit	= $15^h\,11^m\,19^s$	„ „			
m. ⊙ AR.	= $17^h\,43^m\,9^s$				
Sternzeit	= $8^h\,54^m\,28^s$.				

$h = 36°\,15'$
Tafel 27: 1te Ber. $= +\ 27'$
Genäherte Breite $= 36°\,42'$
2te Ber. $= +\ 1'$
Breite $= 36°\,43'$ N.

Tafel 26: Wh. Az. $= N\,1°\,W$
90° subtr.
Richtung der Standlinie $= N\,89°\,O$.

§ 346. Berichtigung der Breite wegen fehlerhafter Länge. Nach § 306 ist die Beziehung zwischen einem Breitenfehler und dem entsprechenden Fehler in der Länge gegeben durch die Gleichung

$$dt = -(x+y)\,d\varphi\,;$$

hieraus ergibt sich

$$d\varphi = -\,dt \cdot \frac{1}{x+y}\,.$$

Dividiert man also 1 durch die algebraische Summe der aus Tafel 39 entnommenen Größen x und y und multipliziert diesen Quotienten mit dem Fehler in der Länge, so erhält man den Betrag, um den die Breite wegen des Längenfehlers zu berichtigen ist.

Nach obiger Gleichung wird $d\varphi$ positiv oder negativ, je nachdem $x+y$ und dt ungleiche oder gleiche Vorzeichen haben. Der Längenfehler dt ist positiv zu bezeichnen, wenn bei westlichem Stundenwinkel die Westlänge kleiner oder die Ostlänge größer wird, und wenn bei östlichem Stundenwinkel die Westlänge größer oder die Ostlänge kleiner ist; in den umgekehrten Fällen ist dt negativ.

Der gefundene Breitenfehler $d\varphi$ ist zur berechneten Breite zu addieren oder davon zu subtrahieren, je nachdem er positiv oder negativ ist.

Hiernach ergibt sich folgende Regel zur Berichtigung der Breite:

Ist $x+y$ positiv, so gibt ein westlicher Längenfehler eine größere Breite und ein östlicher Längenfehler eine kleinere Breite, wenn der Stundenwinkel westlich ist; bei östlichem Stundenwinkel findet das Umgekehrte statt.

Ist $x+y$ negativ, so gibt ein westlicher Längenfehler eine kleinere Breite und ein östlicher Längenfehler eine größere Breite, wenn der Stundenwinkel westlich ist; bei östlichem Stundenwinkel findet das Umgekehrte statt.

Beispiel. Es sei $t = 0^h\,39^m\,0^s$ W v. Mer.; $\delta = 18°\,0'$ S; in Rechnung genommene Länge $= 129°\,2'$ W v. Grw.; berechnete Breite $= 32°\,59',5$ N; richtige Länge $= 129°\,22'$ W v. Grw. Wie ist die berechnete Breite zu berichtigen?

Nach Tafel 39 hat man

$$x = +3{,}78$$
$$y = +1{,}92$$
$$x + y = +5{,}70\,;\ \text{mithin wird}$$
$$d\varphi = \frac{1}{5{,}7}\cdot 20'$$
$$= 3',5\,.$$

Nach obigen Regeln wird die richtige Breite größer, also:

Berichtigte Breite $= 33°\,3'$ N.

Ist das Azimut bekannt, so findet man die Breitenberichtigung einfacher aus Tafel 40, indem man den in Minuten ausgedrückten Längenfehler durch den zutreffenden Tafelwert dividiert. Denn aus der dieser Tafel zugrunde liegenden Gleichung, nämlich

$$dt = \operatorname{cotg} A \cdot \sec\varphi \cdot d\varphi$$

erhält man

$$d\varphi = \frac{dt}{\operatorname{cotg} A \cdot \sec\varphi}\,.$$

Um die so gefundene Berichtigung auf die berechnete Breite richtig anzuwenden, benutze man die in § 336 erläuterte Regel, indem man von dem Buchstaben, der den Längenfehler bezeichnet, die Diagonale zieht, um den Namen des Breitenfehlers zu erhalten.

Beispiel. Es sei die in Rechnung genommene Länge = 43° 48′ O v. Grw.; berechnete Breite = 44° 0′ S; wahres Azimut = S 8° W; richtige Länge = 44° 3′ O v. Grw. Wie ist die berechnete Breite zu berichtigen?

Nach Tafel 40 wird $d\varphi = \frac{15'}{9{,}89} = 1{,}'5$

Azm.: S ↘ W
N ↘ O

Die Breite wird mithin südlicher, also ist die

berichtigte Breite = 44° 1′,5 S.

Siebenter Abschnitt.

Bestimmung des Schiffsorts durch zwei und mehr Standlinien.

I. Mit Hilfe der Karte den Schiffsort zu finden.

§ 347. Verbindung zweier Standlinien in der Karte. Wenn man zwei Gestirnshöhen beobachtet hat, so liefert jede dieser Beobachtungen eine Standlinie in der Karte. Sind beide Höhen an demselben Orte beobachtet, so ist mithin der Durchschnittspunkt der beiden Standlinien der Ort des Beobachters.

Es ist klar, daß dieser Ort, wie bei der Kreuzpeilung, um so genauer gefunden wird, je mehr der von den beiden sich schneidenden Standlinien gebildete Winkel sich dem Rechten nähert. Am vorteilhaftesten ist es demnach, wenn der Unterschied der Azimute bei beiden Beobachtungen = 90° ist. Dagegen sind solche Höhen, deren Azimutunterschied = 0 oder = 180° ist, unbrauchbar, weil die aus solchen Höhen berechneten Standlinien sich nicht schneiden.

Den Einfluß der Fehler in den Höhen und im Chronometerstande kann man dadurch ersichtlich machen, daß man statt der Standlinien die in § 329 erläuterten Standstreifen in die Karte einträgt. Der wahre Schiffsort in der Karte liegt dann in der Fläche eines Parallelogramms, dessen Größe von dem Betrage der Höhen- und Standfehler und von dem Schnittwinkel der Standlinien abhängt.

Ein Fehler in dem angenommenen Besteck von dem auf See gewöhnlich vorkommenden Betrage hat auf die durch zwei Standlinien gefundene Breite und Länge des Beobachtungsorts keinen Einfluß. Denn da der Leitpunkt der Standlinie stets ein Punkt der betreffenden Höhengleiche ist, deren Lage auf der Erdoberfläche allein durch die Deklination und eine Höhe des Gestirns sowie durch die Greenwicher Zeit der Beobachtung jener Höhe bestimmt wird, und schließlich der gesuchte Beobachtungsort durch den Durchschnitt zweier solcher Kreise ermittelt wird, so kommt ein nicht sehr erheblicher Besteckfehler hier nicht in Betracht.

Der Einfluß eines großen Besteckfehlers kann durch eine Wiederholung der Rechnung, bei der man den gefundenen Schiffsort als Besteckort annimmt, beseitigt werden.

Wenn der Beobachter zwischen den beiden Höhenmessungen seinen Ort verändert hat, so ist die aus der ersten Beobachtung berechnete Standlinie auf den Ort der zweiten Beobachtung zu verlegen. Zu diesem Zweck trägt man von dem Punkte, durch den man die erste Standlinie gelegt hat, die zwischen beiden Beobachtungen gesegelten Kurse und Distanzen ab und legt durch den Endpunkt der Segelung eine Parallele zur Standlinie. Von dem Endpunkte der Segelung entnimmt man die Breite und Länge und berechnet für diesen Ort aus der zweiten Höhe die zweite Standlinie. Der Schnittpunkt dieser Linie mit jener Parallelen ist der Schiffsort zur Zeit der zweiten Beobachtung.

Nach welcher der drei hier behandelten Methoden die einzelnen Standlinien berechnet werden, ist für die Konstruktion in der Karte gleichgültig und kommt nur dann in Betracht, wenn die Breite und Länge des gesuchten Schiffsorts durch Rechnung ermittelt wird.

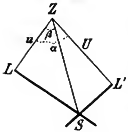
II. Berechnung des Schiffsorts aus zwei Höhen.

A. Nach der Höhenmethode.

§ 348. Beide Höhen sind an demselben Ort beobachtet. Am einfachsten wird die Berechnung des Schiffsorts, wenn beide Höhen an demselben Orte beobachtet sind, oder wenn auf See die beiden Höhenbeobachtungen entweder gleichzeitig oder so kurz nacheinander angestellt sind, daß die in der Zwischenzeit stattgehabte Versegelung vernachlässigt werden kann.

In Fig. 250 bezeichne Z den Besteckort, wo beide Höhen beobachtet sind, L und L' seien die Leitpunkte der beiden Standlinien LS und $L'S$, deren Schnittpunkt S der zu bestimmende Schiffsort ist. Die Lage des Orts S kann gefunden werden, indem man die Richtung und Größe der Linie ZS bestimmt, da diese angibt, wie man das gegebene Besteck des Orts Z zu versetzen hat, um die Breite und Länge des Orts S zu erhalten. Diese Besteckversetzung ermittelt man am einfachsten, wenn man die Richtungen und Entfernungen ZL und LS oder ZL' und $L'S$ koppelt. Um aber die Rechnung möglichst einfach zu gestalten, empfiehlt es sich, bei der Koppelung stets vom kleineren Höhenunterschiede auszugehen.

Fig. 250.



Zunächst bestimme man die Richtungen, in denen die Leitpunkte L und L' vom Besteckorte Z liegen. Diese Richtungen sind gleich den Azimuten, wenn der Unterschied zwischen der beobachteten und berechneten Höhe positiv, die erste also größer als die zweite ist, dagegen den Azimuten entgegengesetzt, wenn der Höhenunterschied negativ, also die beobachtete Höhe kleiner als die berechnete ist. Bildet man dann den Unterschied zwischen den beiden Richtungen ZL und ZL', so erhält man den $\angle LZL' = \alpha$, der entweder dem Azimutunterschied oder dessen Supplement gleich ist, je nachdem die beiden Höhenunterschiede gleiche oder ungleiche Vorzeichen haben.

In dem Kreisviereck $ZLSL'$, in dem die Winkel L und L' Rechte sind, kennt man außer den Winkeln die Seiten ZL und ZL', nämlich die Höhenunterschiede bei beiden Beobachtungen. Um nun die Besteckversetzung ZS durch Koppelung von ZL und LS

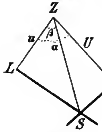
bestimmen zu können, ist zunächst die Länge der Linie LS, von der nur die Richtung bekannt ist, zu ermitteln.

Bezeichnet u den kleineren, U den größeren Höhenunterschied und β den von dem kleineren Höhenunterschiede $ZL = u$ und der Linie ZS gebildeten Winkel LZS, so erhält man aus dem bei L rechtwinkligen Dreieck ZLS die Gleichung

$$LS = u \cdot \operatorname{tang} \beta \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \text{I}).$$

Da $\angle LZL' = \alpha$ ist, so ist $\angle L'ZS = \alpha - \beta$, und man erhält aus den bei L' und L rechtwinkligen Dreiecken $ZL'S$ und ZLS zur Bestimmung von $\operatorname{tang} \beta$ die Gleichungen

Fig. 250.



$$\cos(\alpha - \beta) = \frac{U}{ZS}$$

und
$$\cos \beta = \frac{u}{ZS}.$$

Durch Division
$$\frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \beta} = \frac{U}{u}$$

oder
$$\frac{\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta}{\cos \beta} = \frac{U}{u},$$

folglich
$$\cos \alpha + \sin \alpha \operatorname{tang} \beta = \frac{U}{u}$$

oder
$$u \cdot \cos \alpha + u \cdot \sin \alpha \operatorname{tang} \beta = U,$$

mithin
$$u \cdot \operatorname{tang} \beta = U \cdot \operatorname{cosec} \alpha - u \cdot \operatorname{cotg} \alpha.$$

Diesen Wert für $u \cdot \operatorname{tang} \beta$ in Gleichung I) gesetzt, ergibt:

$$LS = U \cdot \operatorname{cosec} \alpha - u \cdot \operatorname{cotg} \alpha \quad \ldots \ldots \ldots \quad \text{II}).$$

Da $\operatorname{cosec} \alpha$ stets größer ist als $\operatorname{cotg} \alpha$, so wird LS stets positiv. Ist α kleiner als 90°, so ist LS gleich dem Unterschiede der beiden Teile, dagegen gleich ihrer Summe, wenn α größer als 90°, also $\operatorname{cotg} \alpha$ negativ ist. Hiervon kann man sich leicht durch folgende Betrachtung überzeugen.

Fig. 251 a.

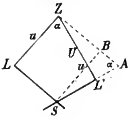
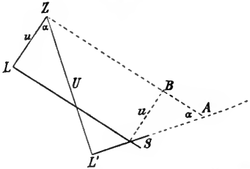


Fig. 251 b.



Sind in der Fig. 251 $ZL = u$ und $ZL' = U$ die Richtungen und Entfernungen der Leitpunkte L und L' vom Besteckorte Z, und LS und $L'S$ die auf ZL und ZL' senkrecht stehenden Standlinien, so ist deren Schnittpunkt S der gesuchte Schiffsort. Man errichte $ZA \perp ZL$ und fälle $SB \perp ZA$, so ist, wenn $\angle LZL' = \alpha$ kleiner als 90° ist (Fig. 251 a und b), $LS = ZB = ZA - AB$.

Da $\angle AZL'$ sowohl zum $\angle \alpha$ wie auch zum $\angle ZAL'$ Komplement ist, so ist $\angle ZAL' = \alpha$, und man erhält aus den bei L' und B rechtwinkligen Dreiecken $ZL'A$ und ABS die Gleichungen

$$ZA = U \cdot \operatorname{cosec} \alpha$$

und

$$AB = u \cdot \operatorname{cotg} \alpha$$

folglich

$$ZA - AB = U \cdot \operatorname{cosec} \alpha - u \cdot \operatorname{cotg} \alpha = LS\,.$$

Wenn aber, wie in Fig. 251 c der Winkel LZL' stumpf ist, so wird $LS = ZA + AB$. In diesem Falle ist $\angle ZAL' = \angle BAS = 180^\circ - \alpha$ und

$$ZA = U \cdot \operatorname{cosec}(180^\circ - \alpha) = U \cdot \operatorname{cosec} \alpha\,,$$

$$AB = u \cdot \operatorname{cotg}(180^\circ - \alpha) = -u \cdot \operatorname{cotg} \alpha\,.$$

Fig. 251 c.

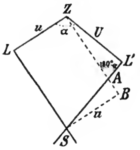
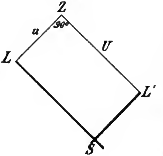


Fig. 251 d.



In dem besonderen Falle, wenn $\angle \alpha = 90^\circ$, ist $ZLSL'$, in Fig. 251d, ein Rechteck, also $LS = U$, was sich auch aus Gleichung II ergibt,

da $\operatorname{cosec} 90^\circ = 1$

und $\operatorname{cotg} 90^\circ = 0$ ist.

Unter Berücksichtigung des Vorzeichens der Kotangente gilt mithin die Gleichung II für alle Fälle.

Ist $u = 0$, so wird $LS = U \cdot \operatorname{cosec} \alpha$. In diesem Falle ist es gleichgültig, welche von den beiden zum Höhenunterschiede 0 gehörigen Azimutrichtungen zur Bildung des Winkels α benutzt wird.

Die Werte $U \cdot \operatorname{cosec} \alpha$ und $u \cdot \operatorname{cotg} \alpha$ kann man mittels der Gradtafel finden, indem man mit dem Winkel α oder, wenn dieser stumpf ist, mit seinem Supplement als Kurs eingeht und erstens die zu dem als Abweichung zu nehmenden größeren Höhenunterschiede U gehörige Distanz, und zweitens den zu dem als Abweichung zu nehmenden kleineren Höhenunterschiede u gehörigen Breitenunterschied entnimmt. Noch bequemer erhält man beide Werte aus Tafel 41 für alle Werte des Winkels α, bei denen eine Ortsbestimmung zulässig ist. Mit Rücksicht auf die in dieser Tafel angegebenen Vorzeichen sind beide Werte stets algebraisch zu addieren, um die gesuchte Entfernung LS zu erhalten.

Als Richtung dieser mit ZL zu koppelnden Linie LS ist stets die nach der Seite vom größeren Höhenunterschiede U hin zu nehmen, also die, die in den Winkel α hineinführt. Um sicher zu gehen, zeichne man aus freier Hand die beiden den Winkel α einschließenden Richtungen von einem Punkte aus, trage nach Augenmaß die beiden Höhenunterschiede darauf ab und errichte in den Endpunkten je eine Senkrechte auf die Schenkel des Winkels α, so gibt die von dem Endpunkte des kleineren Höhenunterschiedes nach dem Schnittpunkte der beiden Senkrechten führende Standlinie die zu ermittelnde Richtung an.

Nachdem man die beiden Kurse ZL und LS gekoppelt hat, wendet man den Gesamtbreitenunterschied und den aus der Gesamtabweichung sich ergebenden Längenunterschied auf die Breite und Länge des Besteckorts an, so erhält man die Breite und Länge des Beobachtungsorts.

Beispiel 1. 1907 den 26. August morgens beobachtete man in ungefähr 24° 6′ N Br. und 18° 16′ W Lg. v. Grw. bei 5 m Augeshöhe nach einem Chronometer, dessen Stand zur Zeit der Beobachtung $= -21^m\,0^s$ war, um $6^h\,36^m\,5^s$ ✱ Castor 34° 37′ und um $6^h\,38^m\,20^s$ ✱ Sirius 26° 9′. I. K. = 0. Ortsveränderung zwischen beiden Beobachtungen unbedeutend.

Es ist die Breite und Länge des Beobachtungsorts zu berechnen.

Chronometerzeit	$= 6^h\,36^m\,5^s$	✱ Castor	34° 37′	$18^h\,15^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 25/8.	
Stand des Chron.	$= -\;21^m\,0^s$	I. K. =	0	N. J. d. 25/8. m. ⊙ AR. =	$10^h\,10^m\,24^s$
Mittl. astr. Grw. Zeit	$= 18^h\,15^m\,5^s$ d. 25/8.		34° 37′	Tafel 24 für 18^h	$2^m\,57^s{,}4$
W Länge in Zeit	$= 1^h\,13^m\,4^s$	Gesamtber. =	− 5′,4	„ 15^m	$2^s{,}5$
Mittl. astr. Ortszeit	$= 17^h\,2^m\,1^s$ „ „		$h = 34°\,31'{,}6$.	Verb. m. ⊙ AR. =	$10^h\,13^m\,23^s{,}9$
m. ⊙ AR.	$= 10^h\,13^m\,24^s$			✱ AR. =	$7^h\,28^m\,40^s$
Sternzeit	$= 3^h\,15^m\,25^s$			✱ δ =	+32° 5′,5.
✱ AR.	$= 7^h\,28^m\,40^s$				
✱ t	$= 4^h\,13^m\,15^s$ O v. Mer.				

$$\sin h' = \cos(\varphi - \delta) - \text{sin vers}\, t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta\,.$$

$t = 4^h\,13^m\,15^s$ log sin vers . . . = 9,74105
$\varphi = +24°\ 6'$ log cos . . . . . = 9,96039
$\delta = +32°\ 5'{,}5$ log cos . . . . . = 9,92799
$\varphi - \delta =$ 7° 59′,5 cos = 0,99029
Zahl = 0,42602 log = 9,62943
$\sin h' = 0{,}56427$
$h' = 34°\,21'{,}1$
$h = 34°\,31'{,}6$
$h - h' = +\ 10'{,}5.$

Tafel 39: $x = +0{,}28$
$y = -0{,}70$
$x + y = -0{,}47$
Tafel 40: $A = N\,67°\,O.$

Chronometerzeit	$= 6^h\,38^m\,20^s$	✱ Sirius	26° 9′	$18^h\,17^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 25/8.	
Stand des Chron.	$= -\;21^m\,0^s$	I. K. =	0	N. J. d. 25/8. m. ⊙ AR. =	$10^h\,10^m\,24^s$
Mittl. astr. Grw. Zeit	$= 18^h\,17^m\,20^s$ d. 25/8.		26° 9′	Tafel 24 für 18^h	$2^m\,57^s{,}4$
W Länge in Zeit	$= 1^h\,13^m\,4^s$	Gesamtber. =	− 5′,9	„ 17^m	$2^s{,}8$
Mittl. astr. Ortszeit	$= 17^h\,4^m\,16^s$ „ „		$h = 26°\,3'{,}1$	Verb. m. ⊙ AR. =	$10^h\,13^m\,24^s{,}2$
m. ⊙ AR.	$= 10^h\,13^m\,24^s$			✱ AR. =	$6^h\,41^m\,3^s$
Sternzeit	$= 3^h\,17^m\,40^s$			✱ δ =	−16° 35′,2
✱ AR.	$= 6^h\,41^m\,3^s$				
✱ t	$= 3^h\,23^m\,23^s$ O v. Mer.				

$$\sin h' = \cos(\varphi - \delta) - \text{sin vers}\, t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta.$$

$t = 3^h\,23^m\,23^s$ log sin vers . . = 9,56655
$\varphi = +24°\ 6'$ log cos . . . . = 9,96039
$\delta = -16°\ 35'{,}2$ log cos . . . . = 9,98154
$\varphi - \delta =$ 40° 41′,2 cos = 0,75828
Zahl = 0,32246 log = 9,50848
$\sin h' = 0{,}43582$
$h' = 25°\,50'{,}3$
$h = 26°\ 3'{,}1$
$h - h' = +\ 12'{,}8.$

Tafel 39: $x = +\,0{,}36$
$y = +\,0{,}38$
$x + y = +\,0{,}74$
Tafel 40: $A = S\,56°\,O.$

$U = S\,56°\,O\;12',8$ Tafel 41: $a = +\,15,8$
$u = N\,67°\,O\;10',5$ „ „ : $b = -\;\;6,8$
$\alpha = \;\;57°$ $a + b = \;\;8,5.$

	N	S	O
u: N 67° O 10,5	4,1	—	9,7
S 23° O 8,5	—	7,8	3,3
		3,7	18,0

Br. U. . . . . . = 0° 3',7 S	Mittelbr. 24° 4'.	Lg. U. = 0° 14',2 O
Besteckbreite . = 24° 6',0 N		Lg. = 18° 16',0 W
Beobgsort: Br. = 24° 2',3 N		Lg. = 18° 1',8 W v. Grw.

Anmerkung. Die Berechnung der Sternzeit der zweiten Beobachtung kann, im Falle die beiden Höhen an demselben Orte beobachtet sind, verkürzt werden, indem man die zwischen beiden Beobachtungen verflossene Chronometerzeit in Sternzeit verwandelt und diese zur Sternzeit der ersten Beobachtung addiert.

Beispiel 2. 1907 den 11. Oktober morgens wurde in ungefähr 72° 30' N Br. und 19° 3' O Lg. v. Grw. bei 7 m Augeshöhe nach einem Chronometer, dessen Stand im mittleren Greenwicher Mittag des 10. Oktober $= -25^m\,17^s,8$, täglicher Gang $= -5^s,6$ war, um $2^h\,30^m\,14^s$ Chronometerzeit die Höhe des Jupiters $= 25°\,30',5$ und gleichzeitig die des Sterns Aldebaran $= 33°\,52'$ beobachtet. I. K. für die erste Höhe $= -2',5$ und für die letzte $= +1',5$.

Es ist die Breite und Länge des Beobachtungsorts zu berechnen.

Chronometerzeit $= \;2^h\,30^m\,14^s$
Std. des Chr. d. 10/10. $= -\;25^m\,17^s,8$
Ungf. mittl. Grw. Zeit $= \;2^h\;\;4^m\,56^s,2$ mrgs. d. 11/10.
Gang für $14^h,1$ $= -\;\;3^s,3$
Mittl. astr. Grw. Zeit $= 14^h\;\;4^m\,53^s$ d. 10/10.
O Lg. in Zeit $= \;1^h\,16^m\,12^s$
Mittl. astr. Ortszeit $= 15^h\,21^m\;\;5^s$ „ „
m. ⊙ AR. $= 13^h\,14^m\;\;4^s$
Sternzeit $= \;4^h\,35^m\;\;9^s$
♃ AR. $= \;8^h\,49^m\;\;8^s$
♃ $t = \;4^h\,13^m\,59^s$ O v. Mer.

♃ $25°\,30',5$
I. K. $= -\;\;2',5$
$25°\,28',0$
Gesamtber. $= -\;\;6',7$
$h = 25°\,21',3.$

$14^h\,5^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 10/10.
N. J. d. 10/10. m. ⊙ AR. $= 18^h\,11^m\,45^s$
Tafel 24 für 14^h . . . . . $2^m\,18^s,0$
„ 5^m . . . . . $0^s,8$
Verb. m. ⊙ AR. $= 13^h\,14^m\;\;3^s,8$

D. 11/10. ♃ AR. $= 8^h\,49^m\,22^s$
Änd. $= 1^s,4$ in 1^h
9,9
$13^s,86$ . . . $=$ $13^s,9$
Verb. ♃ AR. $= 8^h\,49^m\;\;8^s,1$

D. 11/10. ♃ $\delta = +18°\,13',8$
Änd. $= 0',09$ in 1^h
9,9
$0',891$ . . . . $=$ $0',9$
Verb. ♃ $\delta = +18°\,14',2$
♃ $\pi =$ $2''$

D. 11/10. ✱ AR. $= 4^h\,30^m\,37^s$
✱ $\delta = +16°\,19',4.$

$$\operatorname{tang} N = \operatorname{cotg}\delta\cdot\cos t\,;\quad \operatorname{tang} A = \frac{\sin N\cdot\operatorname{tang} t}{\cos(\varphi + N)}\,;\quad \operatorname{tang} h' = \cos A\cdot\operatorname{tang}(\varphi + N).$$

$\delta = +18°\,14',2$ log cotg $= 0,48215$
$t = \;4^h\,13^m\,59^s$ log cos $= 9,64959$ log tang $= 0,30218$
$N = \;\;53°\,33',6$ log tang $= 0,13174$ log sin $= 9,90551$
$\varphi = \;\;72°\,30'$
$\varphi + N = \;126°\;\;3',6$ . . . . log sec $= 0,23016\,n$ log tang $= 0,13778\,n$
$A = 110°\,2',8$ . . log tang $= 0,43785\,n$ log cos $= 9,53502\,n$
$A = S\,70°\,O.$ log tang $h' = 9,67280$
$h' = 25°\;12',5$
$h = 25°\;21',3$
$h - h' = +\;\;8',8.$

Sternzeit $= 4^h\,35^m\;9^s$ — ✻ Aldebaran $33°\,52'$
✻ AR. $= 4^h\,30^m\,37^s$ — I. K. $= +\;1',5$
✻ t $= 0^h\;4^m\,32^s$ W v. Mer. — $33°\,53',5$
Gesamtber. $= -\;6',1$
$h = 33°\,47',4.$

$$\operatorname{tang} N = \operatorname{cotg}\delta \cdot \cos t\,;\quad \operatorname{tang} A = \frac{\sin N \cdot \operatorname{tang} t}{\cos(\varphi + N)}\,;\quad \operatorname{tang} h' = \cos A \cdot \operatorname{tang}(\varphi + N).$$

$\delta = +16°\,19',4$ log cotg $= 0{,}53334$
$t = 0^h\,4^m\,32^s$ log cos $= 9{,}99992$ log tang $= 8{,}29629$
$N = 73°\,40',4$ log tang $= 0{,}53326$ log sin $= 9{,}98218$
$\varphi = 72°\,30'$
$\varphi + N = 146°\,10',4$ . . . . log sec $= 0{,}08054\,n$ log tang $= 9{,}82615\,n$
$A = 178°\,41',5$ . . log tang $= 8{,}35896\,n$ log cos $= 9{,}99989\,n$
$A = S\,1°\,W.$ log tang $h' = 9{,}82604$
$h' = 33°\,49',2$
$h = 33°\,47',4$
$h - h' = -\;1',8.$

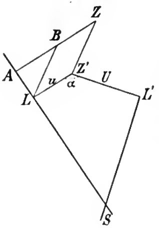
$U = S\,70°\,O\;8',8$ — Tafel 41: $a = +9{,}3$
$u = N\,1°\,O\;1',8$ — „ „ : $b = +0{,}6$
$\alpha = 109°.$ — $a + b = 9{,}9.$

	N	S	O
$u: N\,1°\,O$ 1,8	1,8	—	0,0
$S\,89°\,O$ 9,9	—	0,2	9,9
	1,6		9,9

Br. U. . . . . . $= 0°\cdot 1',6$ N — Mittelbr. 72° 31′ — Lg. U. $= 0°\,33',0$ O
Besteckbreite . $= 72°\,30',0$ N — Lg. $= 19°\;3',0$ O
Beob. Ort: Br. $= 72°\,31',6$ N — Lg. $= 19°\,36',0$ O v. Grw.

§ 349. Höhen an verschiedenen Orten. Man kann diesen Fall auf den vorigen zurückführen, indem man die zwischen beiden Beobachtungen stattgehabte Versegelung auf die Breite und Länge des ersten Beobachtungsorts anbringt, um das Besteck für den zweiten Beobachtungsort zu erhalten.

Fig. 252.



Ist nämlich in Fig. 252 Z der Besteckort und B der Leitpunkt der ersten Standlinie, so würde man nach dem in § 347 für die Konstruktion der Standlinie in der Karte angegebenen Verfahren die Segelung, die hier der Richtung und Distanz nach durch BL dargestellt werde, von B aus abzutragen haben, um in dem Endpunkte L den der zweiten Berechnung zugrunde zu legenden Ort zu erhalten, durch den man die Parallele AS zu der durch den Punkt B zu denkenden Standlinie zu legen hat. Trägt man nun aber die Segelung BL von dem Besteckorte Z aus ab und dann von dem Endpunkte Z' dieser Segelung aus den Höhenunterschied ZB in der Azimutlinie dem Vorzeichen von ZB gemäß, so erhält man ebenfalls den Punkt L, durch den die Parallele zur ersten Stand-

linie zu legen ist, weil $ZBLZ'$ ein Parallelogramm ist. Indem man ferner den Höhenunterschied $Z'L'$ bei der zweiten Beobachtung seinem Vorzeichen gemäß von Z' aus abträgt und durch den Leitpunkt L' die zweite Standlinie $L'S$ zieht, erhält man zur Berechnung des Schiffsorts S wieder das Kreisviereck $Z'L'SL$ und damit dieselbe Schlußrechnung wie im vorigen Falle.

Wenn also der Beobachter zwischen beiden Höhenbeobachtungen seinen Ort verändert hat, so berechne man zunächst für den Besteckort der ersten Beobachtung den Höhenunterschied und das Azimut des Gestirns. Nachdem dann die zweite Höhe beobachtet ist, berechne man die inzwischen veränderte Breite und Länge und bringe diese Größen auf die Breite und Länge des ersten Besteckorts an, so erhält man die Breite und Länge des Orts, der der zweiten Höhen- und Azimutberechnung zugrunde zu legen ist. Das weitere Verfahren ist dasselbe, wie in § 348 erläutert worden ist.

Beispiel 1. 1907 den 24. November beobachtete man in ungefähr 29° 0′ N Br. und 123° 40′ O Lg. v. Grw. nach einem Chronometer, dessen Stand im mittleren Greenwicher Mittag des 24. November $= +1^m\,18^s,4$ und täglicher Gang $= +0^s,8$ war, bei 5 m Augeshöhe um $11^h\,44^m\,59^s$ Chronometerzeit die Sonnenunterrandshöhe $= 16°\,26'$, I. K. $= -1'$, und um $3^h\,14^m\,52^s$ Chronometerzeit $\odot$ 40° 20′, I. K. $= -1'$. Das Schiff segelte $SSW\,\frac{1}{2}\,W$ nach Kompaß mit einer Fahrt von 7,7 Knoten; Mißweisung des Kompasses $= 3°\,W$.

Es ist Breite und Länge des zweiten Beobachtungsorts zu berechnen.

Chronometerzeit	$= 11^h\,44^m\,59^s$	
Std. d. Chr. d. 24/11.	$= + \quad 1^m\,18^s,4$	
Ungef. mittl. Grw. Zeit	$= 11^h\,46^m\,17^s,4$	abds. d. 23/11.
Gang für $12^h,2$	$= - \quad 0^s,4$	
Mittl. Grw. Zeit	$= 11^h\,46^m\,17^s$	„ „ 23/11.
O Lg. in Zeit	$= 8^h\,14^m\,40^s$	
Mittlere Ortszeit	$= 8^h\,0^m\,57^s$	mrgs. d. 24/11.
Zeitgl. a. mittl. Zeit	$= + \quad 13^m\,38^s$	
Wahre Ortszeit	$= 8^h\,14^m\,35^s$	„ „ 24/11.
$\odot\, t$	$= 3^h\,45^m\,25^s$	O v. Mer.

$\underline{\odot}$	16° 26′
I. K.	$= - \quad 1'$
	16° 25′
Gesamtber.	$= + \quad 9',2$
h	$= 16°\,34',2.$

$11^h\,46^m$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 23/11.

N. J. d. 23/11.	$\odot\,\delta = -20°\,10',2$
Änd. $= 0',53$ in 1^h	
11,8	
6′,254	$= \quad 6',3$
Verb. $\odot\,\delta$	$= -20°\,16',5.$
D. 23/11. Zeitgl. a. wh. Zeit	$= -13^m\,46^s$
Änd. $= 0^s,7$ in 1^h.	
11,8	
8′,26	$= \quad 8^s,3$
Verb. Zeitgl.	$= -13^m\,37^s,7.$

$$\sin h' = \cos(\varphi - \delta) - \sin\text{vers}\, t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta\,.$$

$\odot\, t = 3^h\,45^m\,25^s$	log sin vers	$= 9{,}64928$
$\varphi = +29°\;\;0'$	log cos	$= 9{,}94182$
$\delta = -20°\,16',5$	log cos	$= 9{,}97222$
$\varphi - \delta = 49°\,16',5$	cos $= 0{,}65243$	
	Zahl $= 0{,}36587$	log $= 9{,}56332$
	$\sin h' = 0{,}28656$	
	$h' = 16°\,39',1$	
	$h = 16°\,34',2$	
	$h - h' = -\;\;4',9.$	

Tafel 39:	$x = +0{,}37$
	$y = +0{,}45$
	$x + y = +0{,}82$
Tafel 40:	$A = S\,54°\,O.$

Komp.-Kurs	$= S\,28°\,W$
Mißw.	$= \quad 3°\,W$
Rw. Kurs	$= S\,25°\,W$

Zwischenzeit	$= 3^h,5$
Fahrt	= 7,7 Knoten
Distanz	= 27,0 Sm.
Abw.	= 11,4 Sm. W.

Br. U.	= 0° 24′,5 S	Mittelbr.	Lg. U. = 0° 13′,0 W
I. Besteckort: Br.	= 29° 0′,0 N	28° 48′	Lg. . . = 123° 40′,0 O
II. Besteckort: Br.	= 28° 35′,5 N		Lg. . . = 123° 27′,0 O v. Grw.

Chronometerzeit $= 3^h\,14^m\,52^s$
Std. d. Chr. d. 24/11. $= +\;\;1^m\,18^s,4$
Ungef. mittl. Grw. Zeit $= 3^h\,16^m\,10^s,4$ mrgs. d. 24/11.
Gang für $8^h,7$ $= -\;\;0^s,3$
Mittl. Grw. Zeit $= 3^h\,16^m\,10^s$ „ „ 24/11.
O Lg. in Zeit $= 8^h\,13^m\,48^s$
Mittlere Ortszeit $= 11^h\,29^m\,58^s$ „ „ 24/11.
Zeitgl. a. mittl. Zeit $= +\;13^m\,36^s$
Wahre Ortszeit $= 11^h\,43^m\,34^s$ „ „ 24/11.
$\odot\,t$ . . . . $= 0^h\,16^m\,26^s$ O v. Mer.

$\odot$ 40° 20′
I. K. = − 1′
40° 19′
Gesamtber. = + 11′,2
$h = 40°\,30',2.$

$3^h\,16^m$ mittl. Grw. Zeit mrgs. d. 24/11.
N. J. d. 24/11. $\odot\,\delta = -20°\,22',8$
Änd. = 0′,53 in 1^h
8,7
4′,611 . . . . = 4′,6
Verb. $\odot\,\delta = -20°\,18',2.$

D. 24/11. Zeitgl. a. wh. Zeit $= -13^m\,30^s$
Änd. $= 0^s,7$ in 1^h
8,7
$6^s,09$ . . . . = $6^s,1$
Verb. Zeitgl. $= -13^m\,36^s,1$

$$\sin h' = \cos(\varphi - \delta) - \sin\operatorname{vers} t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta.$$

$\odot\,t = 0^h\,16^m\,26^s$ log sin vers . . . . = 7,40982
$\varphi = +28°\,35',5$ log cos . . . . . . = 9,94352
$\delta = -20°\,18',2$ log cos . . . . . . = 9,97214
$\varphi - \delta = 48°\,53',7$ cos = 0,65744
Zahl = 0,00212 log = 7,32548
$\sin h' = 0,65532$
$h' = 40°\,56',7$
$h = 40°\,30',2$
$h - h' = -\,26',5.$

Tafel 39: $x = +\,7{,}60$
$y = +\,5{,}17$
$x + y = +12{,}77$
Tafel 40: $A = S\,5°\,O.$

$U = N\;5°\;W\;26',5$
$u = N\;54°\;W\;\;4',9$

Tafel 41: $a = +35{,}2$
„ „ : $b = -\;\,4{,}2$
$a + b = 31{,}0.$

	N	O	W
u : $N\,54°\,W$ 4,9	2,9	—	4,0
$N\,36°\,O$ 31,0	25,1	18,2	—
	28,0	18,2	
		4,0	
		14,2	

Br. U. . . . . = 0° 28′,0 N
II. Besteckort: Br. = 28° 35′,5 N
II. Beob.-Ort: Br. = 29° 3′,5 N

Mittelbr. 28° 50′.

Lg. U. = 0° 16′,2 O
Lg. . . = 123° 27′,0 O
Lg. . . = 123° 43′,2 O v. Grw.

Beispiel 2. 1907 den 14. September beobachtete man abends in ungefähr 49° 15′ S Br. und 60° 18′ W Lg. v. Grw. bei 6 m Augeshöhe nach einem Chronometer, das im mittl. Grw. Mittag den 14. September $1^m\,14^s,7$ geg. mittl. Grw. Zeit zurück war und täglich $2^s,6$ gewinnt, um $7^h\,14^m\,34^s$ die Sonnenunterrandshöhe = 22° 0′,5 und um $8^h\,16^m\,48^s$ die Oberrandshöhe des Mondes = 56° 24′,5. I. K. bei beiden Beobachtungen = −2′,5. Inzwischen war rw. *SWzW* 11,6 Sm. gesegelt.

Es ist die Breite und Länge des zweiten Beobachtungsorts zu berechnen.

Chronometerzeit $= 7^h\,14^m\,34^s$
St. d. Chr. am 14/9. $= +\;1^m\,14^s,7$
Ungef. mittl. Grw. Zeit $= 7^h\,15^m\,48^s,7$ abds. d. 14/9.
Gang für $7^h,3$ $= -\;\;0^s,8$
Mittl. Grw. Zeit $= 7^h\,15^m\,48^s$ „ „ „
W Länge in Zeit $= 4^h\;\,1^m\,12^s$
Mittl. Ortszeit $= 3^h\,14^m\,36^s$ „ „ „
Ztgl. a. mittl. Zeit $= +\;4^m\,14^s$
Wahre Ortszeit $= 3^h\,18^m\,50^s$ „ „ „
$\odot\,t$ . . . . $= 3^h\,18^m\,50^s$ W v. Mer.

$\odot$ 22° 0′,5
I. K. = − 2′,5
21° 58′,0
Gesamtber. = + 9′,3
$h = 22°\;\,7',3.$

$7^h\,16^m$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 14/9.
N. J. d. 14/9. $\odot\,\delta = +\,3°\,45',7$
Änd. = 0′,96 in 1^h
7,3
7′,008 . . . = 7′,0
Verb. $\odot\,\delta = +\,3°\,38',7.$

D. 14/9. Ztgl. a. wh. Zeit $= -\,4^m\;\,7^s$
Änd. $= 0^s,9$ in 1^h
7,3
$6^s,57$ . . . . . = $6^s,6$
Verb. Ztgl. $= -\,4^m\,13^s,6$

$\sin h' = \cos(\varphi - \delta) - \sin\text{vers}\, t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta$.

⊙ $t = 3^h\,18^m\,50^s$ log sin vers . . . = 9,54817
$\varphi = -49°\ 15'$ log cos . . . . . = 9,81475
$\delta = +\ 3°\ 38',7$ log cos . . . . . = 9,99912

$\varphi - \delta =$ 52° 53',7 cos = 0,60328
Zahl = 0,23016 log = 9,36204

$\sin h' = 0,37312$ — Tafel 39: $x = +0,99$
$h' = 21°\,54',5$ — $y = +0,08$
$h = 22°\ 7',3$ — $x + y = +1,07$
$h - h' = +\ 12',8$. — Tafel 40: $A = N\,55°\,W$.

Rw. Kurs = $SWzW$ 11,6 Seemeilen.

		Abw. = 9,7 Sm. W
Br. U. . . . . = 0° 6',4 S	Mittelbr. 49° 18'.	Lg. U. = 0° 14',9 W
I. Besteckort: Br. = 49° 15',0 S		Lg. . . = 60° 18',0 W
II. Besteckort: Br. = 49° 21',4 S		Lg. . . = 60° 32',9 W v. Grw.

Chronometerzeit = $8^h\,16^m\,48^s$ — ☾ 56° 24',5
Std. d. Chr. am 14/9. = + $1^m\,14^s,7$ — I. K. = − 2',5
Ungef. mittl. Grw. Zeit = $8^h\,18^m\ 2^s,7$ abds. d. 14/9. — 56° 22',0
Gang für $8^h,3$ = − $0^s,9$ — Gesamtber. = + 11',6
Mittl. Grw. Zeit = $8^h\,18^m\ 2^s$ „ „ „ — $h = 56°\,33',6$.
W Lg. in Zeit = $4^h\ 2^m\,12^s$
Mittl. astr. Ortszeit = $4^h\,15^m\,50^s$ d. 14/9.
m. ⊙ AR. = $11^h\,30^m\,37^s$
Sternzeit = $15^h\,46^m\,27^s$
☾ AR. = $17^h\ 4^m\ 4^s$
☾ $t = 1^h\,17^m\,37^s$ O v. Mer.

$8^h\,18^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 14./9.
N. J. d. 14/9. m. ⊙ AR. = $11^h\,29^m\,15^s$
Tafel 24 für 8^h . . . . $1^m\,18^s,9$
„ 18^m . . . . $3^s,0$
Verb. m. ⊙ AR. = $11^h\,30^m\,36^s,9$.
D. 14/9. um 8^h ☾ AR. = $17^h\,8^m\,20^s$
Änd. = $2^s,44$ in 1^m.
18
$43^s,92$ . . . . = $43^s,9$
Verb. ☾ AR. = $17^h\,4^m\ 3^s,9$.
D. 14/9. um 8^h ☾ $\delta = -19°\,52',8$
Änd. = 0',098 in 1^m
18
1',764 . . . = 1',8
Verb. ☾ $\delta = -19°\,54',6$
☾ wh. Halbm. = 16' 5''.

$\sin h' = \cos(\varphi - \delta) - \sin\text{vers}\, t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta$.

☾ $t = 1^h\,17^m\,37^s$ log sin vers . . . = 8,75436
$\varphi = -49°\,21',4$ log cos . . . . . = 9,81381
$\delta = -19°\,54',6$ log cos . . . . . = 9,97324

$\varphi - \delta =$ 29° 26',8 cos = 0,87082
Zahl = 0,03479 log = 8,54141

$\sin h' = 0,83603$ — Tafel 39: $x = +3,31$
$h' = 56°\,43',4$ — $y = -1,09$
$h = 56°\,33',6$ — $x + y = +2,22$
$h - h' = -\ 9',8$. — Tafel 40: $A = N\,35°\,O$.

$U = N\,55°\,W$ 12',8 — Tafel 41: $a = +12,8$
$u = S\,35°\,W$ 9',8 — „ „ : $b = 0,0$
$\alpha =$ 90°. — $a + b = 12,8$.

	N	S	W
u: $S\,35°\,W$ 9,8	—	8,0	5,6
$N\,55°\,W$ 12,8	7,3	—	10,5
		0,7	16,1

Br. U. . . . . = 0° 0',7 S	Mittelbr. 49° 22'.	Lg. U. = 0° 24',8 W
II. Besteckort: Br. = 49° 21',4 S		Lg. . . = 60° 32',9 W
II. Beob.-Ort: Br. = 49° 22',1 S		Lg. . . = 60° 57',7 W v. Grw.

B. Nach der Längen- und Breitenmethode.

§ 350. Gang der Rechnung. Da die Anwendung der Längenmethode zur Ermittelung von Standlinien auf die Azimute zwischen 45° und 135°, und die Anwendung der Breitenmethode auf die Azimute zwischen 0 und 45° oder 135° und 180° beschränkt ist, so wird man in der Regel zwei Standlinien zu verbinden haben, von denen die eine nach der Längen- und die andere nach der Breitenmethode bestimmt ist.

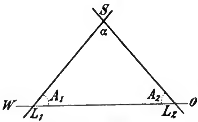
Ob nun die beiden Standlinien nach derselben Methode oder nach beiden Methoden ermittelt sind, ist für den Gang der Rechnung insofern gleichgültig, als dieser lediglich von dem für die zweite Beobachtung gewählten Verfahren abhängt.

Nachdem man aus der ersten Beobachtung und dem Besteck des ersten Orts den Leitpunkt und die Standlinie bestimmt hat, ermittelt man mit der Breite und Länge dieses ersten Leitpunkts aus der zweiten Beobachtung den zweiten Leitpunkt und die zugehörige zweite Standlinie, wenn beide Höhen an demselben Orte beobachtet sind. Ist dies nicht der Fall, so koppele man die zwischen beiden Beobachtungen gesegelten rechtweisenden Kurse und Distanzen und wende den gefundenen Breiten- und Längenunterschied auf die Breite und Länge des ersten Leitpunkts an, um den der zweiten Beobachtung zugrunde zu legenden Besteckssort zu erhalten. Nach diesem Orte ist die Standlinie der ersten Beobachtung zu verlegen, und der Schnittpunkt dieser mit der zweiten Standlinie ist der zu berechnende Schiffsort bei der zweiten Beobachtung.

Wenn nun aus der zweiten Höhe die Länge nach Chronometer berechnet wird, so liegen die beiden Punkte, durch welche die Standlinien zu leiten sind, auf demselben Breitenparallel; hat man aber die zweite Beobachtung zur Breitenbestimmung benutzt, so liegen die beiden Leitpunkte der Standlinien auf demselben Meridian.

§ 351. Die zweite Höhe ist zur Längenbestimmung benutzt. In Fig. 253 sei L_1L_2 der Breitenparallel, auf dem die beiden Leitpunkte L_1 und L_2 liegen, und L_1S, L_2S seien die beiden Standlinien, deren Schnittpunkt S der zu ermittelnde Schiffsort ist. Dann ist der von den beiden Standlinien gebildete Winkel α gleich dem Supplement des Unterschiedes der Azimute der Gestirne oder auch gleich dem Azimutunterschiede der beiden Höhen. Der Winkel A_1 ist gleich dem Azimut bei der ersten und Winkel A_2 gleich dem Azimut bei der zweiten Beobachtung.

Fig. 253.



Nachdem die Breite und Länge der Leitpunkte L_1 und L_2 berechnet ist, hat man die Besteckversetzung des Orts L_1 oder die des Orts L_2 nach dem Schiffsorte S zu finden, um die Breite und Länge dieses Schiffsorts zu erhalten.

In dem Dreieck L_1SL_2 ist außer den Winkeln noch die Seite L_1L_2, der Längenunterschied (Lg. U.) der beiden Leitpunkte, bekannt, und es ist nach § 15

$$\sin\alpha : \sin A_2 = \text{Lg. U.} : L_1S,$$

folglich
$$\left.\begin{aligned} L_1S &= \text{Lg. U.} \operatorname{cosec}\alpha \cdot \sin A_2 \\ \text{oder auch}\quad L_2S &= \text{Lg. U.} \operatorname{cosec}\alpha \cdot \sin A_1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I}).$$

Um die Besteckversetzung in Seemeilen zu erhalten, hat man den Längenunterschied L_1L_2 in Abweichung zu verwandeln, und es ergibt sich dann:

$$\left.\begin{aligned} \text{Besteckversetzung} \quad L_1S &= \text{Abw.} \operatorname{cosec}\alpha \cdot \sin A_2 \\ \text{„} \qquad \text{„} \qquad L_2S &= \text{Abw.} \operatorname{cosec}\alpha \cdot \sin A_1 \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{II).}$$

Bei der Berechnung der Besteckversetzung empfiehlt es sich, von diesen beiden Gleichungen die zu wählen, in der das Azimut des Gestirns 90° am nächsten kommt, da der Sinus bei 90° nur wenig ändert und folglich ein kleiner Fehler im Azimut ohne Einfluß bleibt.

Man entnehme aus Tafel 41 zunächst den Wert a = Abw. cosec α, indem man als oberen Eingang die Abweichung und als Seiteneingang den Winkel α nimmt, gehe dann mit dem Azimut oder, wenn dies stumpf ist, mit seinem Supplement als Kurs in die Gradtafel und suche den aus Tafel 41 entnommenen Wert a in der Distanzspalte auf, so ist die zugehörige Abweichung die gesuchte Besteckversetzung, deren Richtung die der Standlinie L_1S oder L_2S ist, je nachdem man mit dem Azimut des Gestirns bei der zweiten oder der ersten Beobachtung in die Gradtafel eingegangen war. Eine einfache Zeichnung, worin man die beiden Punkte L_1 und L_2 auf demselben Breitenparallel annimmt und durch diese Punkte die Standlinien ihren Richtungen entsprechend zieht, zeigt unzweideutig die Richtung an, die für die Besteckversetzung zu wählen ist. Zu dieser sucht man Breitenunterschied und Abweichung, verwandelt diese in Längenunterschied und wendet dann beide Größen auf die Breite und Länge des betreffenden Leitpunkts an, so erhält man die Breite und Länge des gesuchten Schiffsorts.

Eine leicht auszuübende Kontrolle dieser Schlußrechnung kann man sich dadurch verschaffen, daß man beide Besteckversetzungen L_1S und L_2S ermittelt und in Rechnung bringt; beide Rechnungen müssen dasselbe Ergebnis liefern.

Ist die erste Höhe im Meridian und die zweite im ersten Vertikal beobachtet, so ist Winkel $\alpha = 90°$, $A_1 = 0$ und $A_2 = 90°$, folglich nach Gleichung I

$$\text{Besteckversetzung} \quad L_1S = \text{Lg. U.} \; 1 \cdot 1 = \text{Lg. U.},$$

oder

$$\text{„} \qquad \text{„} \qquad L_2S = \text{Lg. U.} \; 1 \cdot 0 = 0,$$

also ist in diesem besonderen Falle der zweite Leitpunkt L_2 zugleich der gesuchte Schiffsort.

Beispiel. 1907 den 29. Dezember abends war man nach dem Besteck in 26° 0′ N Br. und 150° 54′ W Lg. v. Grw. und beobachtete aus 7 m Augeshöhe nach einem Chronometer, dessen Stand im mittl. Grw. Mittag des 29. Dezember = $-9^m 27^s,5$, täglicher Gang = $+7^s,7$ war, um

					α Cygni (Deneb)			
$4^h 37^m 25^s$	♀	9° 31′	I. K. = 0;	dann um $5^h 31^m 29^s$	✶	26° 19′	I. K. = 0.
38 7		23		31 59		14	
38 44		16		32 44		6	

Inzwischen war gesegelt rw. $S\,72°\,W$ 8 Sm.

Es ist die Breite und Länge des zweiten Beobachtungsorts zu berechnen.

I. Chronometerzeit = $4^h\,38^m\,5^s$ ♀ $9°\,23',3$
St. d. Chr. d. 29/12. = — $9^m\,27^s,5$ I. K. = 0
Ungef. mittl. Grw. Zeit = $4^h\,28^m\,37^s,5$ mrgs. d. 30/12. $9°\,23',3$
Gang für $16^h,5$ = + $5^s,3$ Gesamtber. = — $10',2$
Mittl. astr. Grw. Zeit = $16^h\,28^m\,43^s$ d. 29/12. $h = 9°\,13',1$

$$2 \sin^2 \tfrac{1}{2} t = (\cos(\varphi - \delta) - \sin h) \cdot \sec\varphi \cdot \sec\delta.$$

$\varphi = +\,26°\;\;0'$ . . . . log sec = 0,04634
$\delta = -\,21°\;\;0',5$ . . . . . log sec = 0,02988
$\varphi - \delta = \;47°\;\;0',5$ cos = 0,68189
$h = \;9°\;13',1$ sin = 0,16020
0,52169 log = 9,71741
log ($2 \sin^2 \frac{1}{2} t$) = 9,79363

♀ t = $4^h\,31^m\;6^s$ W v. Mer.
♀ AR. = $20^h\,24^m\,56^s$
Sternzeit = $0^h\,56^m\;2^s$
m. ⊙ AR. = $18^h\,29^m\,58^s$
Mittl. astr. Ortszeit = $6^h\,26^m\;9^s$ d. 29/12.
Mittl. astr. Grw. Zeit = $16^h\,28^m\,43^s$ „ „
W Lg. in Zeit = $10^h\;2^m\,34^s$
Länge = 150° 38',5 W v. Grw.

$16^h\,29^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 29/12.
N. J. d. 29/12. m. ⊙ AR. = $18^h\,27^m\,10^s$
Tafel 24 für 16^h . . . . $2^m\,37^s,7$
„ 29^m . . . . $4^s,8$
Verb. m. ⊙ AR. = $18^h\,29^m\,52^s,5$

D. 30/12. ♀ AR. = $20^h\,26^m\,33^s$
Änd. = $13^s,0$ in 1^h
7,5
$97^s,50$ . . = $1^m\,37^s,5$
Verb. ♀ AR. = $20^h\,24^m\,55^s,5$

D. 30/12. ♀ δ = — 20° 55',2
Änd. = 0',70 in 1^h
7,5
5',25 . . = 5',3
Verb. ♀ δ = — 21° 0',5
♀ π = 6''.

Tafel 39: $x = +\,0{,}20$
$y = +\,0{,}41$
$x + y = +\,0{,}61$
Tafel 40: $A = S\,61°\,W$
90°
Standlinie: $S\,29°\,O$.

Rw. $S\,72°\,W$ 8 Sm. gibt:

Br. U. . . . . = 0° 2',5 S	Mittelbr. 25° 59'.	Lg. U. . = 0° 8',5 W
I. Besteckspunkt: Br. = 26° 0' N		Beob. Lg. = 150° 38',5 W
I. Leitpunkt: Br. . = 25° 57',5 N		Länge . = 150° 47',0 W v. Grw.

Abw. = 7,6 Sm. W

II. Chronometerzeit = $5^h\,32^m\;4^s$ ✱ 26° 13'
St. d. Chr. d. 29/12. = — $9^m\,27^s,5$ I. K. = 0
Ungef. mittl. Grw. Zeit = $5^h\,22^m\,36^s,5$ mrgs. d. 30/12. 26° 13'
Gang für $17^h,4$ = + $5^s,6$ Gesamtber. = — 6',7
Mittl. astr. Grw. Zeit = $17^h\,22^m\,42^s$ d. 29/12. $h = 26°\;6',3$

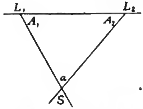
$$\sin \text{vers}\, t = (\cos(\varphi - \delta) - \sin h) \cdot \sec\varphi \cdot \sec\delta.$$

$\varphi = +\,25°\,57',5$ . . . . log sec = 0,04619
$\delta = +\,44°\,57',2$ . . . . log sec = 0,15016
$\varphi - \delta = 18°\,59',7$ cos = 0,94555
$h = 26°\;6',3$ sin = 0,44002
0,50553 log = 9,70375
log sin vers t = 9,90010

✱ t = $5^h\,12^m\,34^s$ W v. Mer.
✱ AR. = $20^h\,38^m\,16^s$
Sternzeit = $1^h\,50^m\,50^s$
m. ⊙ AR. = $18^h\,30^m\;1^s$
Mittl. astr. Ortszeit = $7^h\,20^m\,49^s$ d. 29/12.
Mittl. astr. Grw. Zeit = $17^h\,22^m\,42^s$ „ „
W Lg. in Zeit = $10^h\;1^m\,53^s$
II. Leitpunkt: Länge 150° 28',3 W v. Grw.

$17^h\,23^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 29/12.
N. J. d. 29/12. m. ⊙ AR. = $18^h\,27^m\,10^s$
Tafel 24 für 17^h . . . . $2^m\,47^s,6$
„ 23^m . . . . $3^s,8$
Verb. m. ⊙ AR. = $18^h\,30^m\;1^s,4$
✱ AR. = $20^h\,38^m\,16^s$
✱ δ = + 44° 57',2.

Tafel 39: $x = +\,0{,}10$
$y = -\,1{,}02$
$x + y = -\,0{,}92$
Tafel 40: $A = N\,50°\,W$
90°
Standlinie: $N\,40°\,O$.



Es war

$$A_1 = S\ 61^\circ\ W$$
$$A_2 = N\ 50^\circ\ W$$
$$\alpha = 69^\circ$$

Lg. v. $L_1 = 150^\circ\ 47',0\ W$
Lg. v. $L_2 = 150^\circ\ 28',3\ W$
Lg. U. . $= 0^\circ\ 18',7$ in $25^\circ\ 58'$ Br.
Abw. . . $=$ 16,8 Sm.

Besteckversetzung $L_2S =$ Abw. $\operatorname{cosec}\alpha \cdot \sin A_1$.

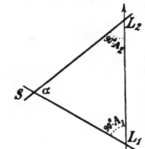
Nach Tafel 41 ist: Abw. $\operatorname{cosec}\alpha = 18{,}0$ Sm. und sodann nach der Gradtafel unter 61° als Kurs: Besteckversetzung $L_2S = 15{,}7$ Sm. in der Richtung $S\ 40^\circ\ W$.

Dies gibt: Abw. $=$ 10,1 Sm. W

Br. U. . . . . $= 0^\circ\ 12',0$ S	Mittelbr. 25° 52'.	Lg. U. $= 0^\circ\ 11',2$ W
II. Leitpunkt: Br. $= 25^\circ\ 57',5$ N		Lg. . $= 150^\circ\ 28',3$ W
II. Beob. Ort: Br. $= 25^\circ\ 45',5$ N		Lg. . $= 150^\circ\ 39',5$ W v. Grw.

§ 352. Die zweite Höhe ist zur Breitenbestimmung benutzt. In diesem Falle liegen die Leitpunkte der beiden Standlinien auf demselben Meridian. Bezeichnet man (in Fig. 254) wieder den zur ersten Standlinie oder deren Parallelen gehörigen Leitpunkt mit L_1 und den Leitpunkt der zweiten Standlinie mit L_2, so ist L_1L_2 der Breitenunterschied, Br. U., dieser Punkte, bekannt. Sind L_1S und L_2S die beiden Standlinien, ihr Schnittpunkt S also der zu ermittelnde Schiffsort, so sind zur Bestimmung der Besteckversetzung L_1S oder L_2S in dem Dreieck L_1SL_2 die Seite L_1L_2 und die Winkel gegeben. Der Winkel α ist als Schnittwinkel der beiden Standlinien gleich dem Supplement des Unterschiedes der Azimute der Gestirne oder auch diesem Azimutunterschiede selbst gleich, und die Winkel bei L_1 und L_2 sind in diesem Falle die Komplementwinkel der Azimute A_1 und A_2.

Fig. 254.



Man hat nach § 15

$$\sin\alpha : \sin(90^\circ - A_2) = L_1L_2 \ : L_1S$$

oder

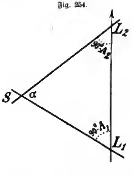
$$\sin\alpha : \cos A_2 = \text{Br. U.} : L_1S\,,$$

folglich

$$\left.\begin{aligned} \text{Besteckversetzung } L_1S &= \text{Br. U.} \cdot \operatorname{cosec}\alpha \cdot \cos A_2 \\ \text{Ebenso wird} \quad \text{„} \quad L_2S &= \text{Br. U.} \cdot \operatorname{cosec}\alpha \cdot \cos A_1 \end{aligned}\right\} \ldots\ldots \text{ I).}$$

Bei der Berechnung der Besteckversetzung empfiehlt es sich, die Gleichung mit dem kleineren Azimut zu wählen, da der Kosinus bei 0° nur wenig ändert und folglich ein kleiner Fehler im Azimut keinen Einfluß hat. Man entnehme aus Tafel 41 zunächst den Wert „$a =$ Br. U. $\cdot \operatorname{cosec}\alpha$“, indem man den Breitenunterschied als oberen und den Winkel α als Seiteneingang nimmt, gehe dann mit dem Azimut oder, wenn dieses stumpf ist, mit seinem Supplement als Kurs in die Gradtafel und suche den aus Tafel 41 entnommenen Wert a in der Distanzspalte auf, so ist der zugehörige Breitenunterschied die gesuchte Besteckversetzung, deren Richtung die der Standlinie L_1S oder L_2S ist, je nachdem man mit dem Azimut des Gestirns bei der zweiten oder der ersten Beobachtung in die Gradtafel eingegangen war. Eine schnell entworfene Figur, worin man die beiden Leitpunkte L_1

Fig. 254.



und L_2 auf demselben Meridian annimmt und durch diese die Standlinien ihren Richtungen entsprechend zieht, entscheidet über die für die Besteckversetzung zu wählende Richtung. Auf dieselbe Weise wie in § 351 findet man dann mit der Besteckversetzung die Breite und Länge des gesuchten Schiffsorts. Die in § 351 angedeutete Kontrolle der Schlußrechnung kann auch hier geübt werden.

Ist die erste Höhe im ersten Vertikal und die zweite Höhe im Meridian beobachtet, so ist Winkel $\alpha = 90°$, $A_1 = 90°$ und $A_2 = 0$, folglich nach den Gleichungen I:

Besteckversetzung $L_1 S =$ Br. U. $\cdot 1 \cdot 1 =$ Br. U.

und „ $L_2 S =$ Br. U. $\cdot 1 \cdot 0 = 0$,

also ist auch in diesem Falle der Leitpunkt L_2 der zweiten Standlinie der gesuchte Schiffsort.

Beispiel. 1907 den 20. Februar war man morgens nach dem Besteck in 25° 20′ S Br. und 119° 50′ W Lg. v. Grw. und beobachtete nach einem Chronometer, dessen Stand im mittleren Greenwicher Mittag des 20/2. = + 4ᵐ 12ˢ,2, täglicher Gang = + 7ˢ,0 war, um 4ʰ 19ᵐ 48ˢ Chronometerzeit die Höhe des Sonnenunterrandes = 33° 53′ 30″. Darauf wurde bei 10° östlicher Mißweisung gesegelt mw. *OSO* 28 Sm. und hier nach demselben Chronometer beobachtet um 7ʰ 46ᵐ 12ˢ ⊙ 74° 19′ 50″. I. K. bei beiden Beobachtungen = − 2′ 10″; Augeshöhe = 4,7 m.

Es ist Breite und Länge des zweiten Beobachtungsorts zu ermitteln.

I. Chronometerzeit	= $4^h\,19^m\,48^s$	⊙	33° 53′ 30″
St. d. Chr. d. 20/2.	= + $4^m\,12^s,2$	I. K.	= − 2′ 10″
Ungef. mittl. Grw. Zeit	= $4^h\,24^m\,0^s,2$ abds. d. 20/2.		33° 51′,3
Gang für $4^h,4$	= + $1^s,3$	Gesamtber.	= + 11′,0
Mittl. Grw. Zeit	= $4^h\,24^m\,1^s$ abds. d. 20/2.	h	= 34° 2′,3

$$\sin \text{vers}\, t = (\cos(\varphi - \delta) - \sin h) \cdot \sec \varphi \cdot \sec \delta\,.$$

$\varphi = -25° 20'$ . . . . . log sec = 0,04391
$\delta = -11° 9',5$ . . . . . log sec = 0,00829
$\varphi - \delta = 14° 10',5$ cos = 0,96955
$h = 34° 2',3$ sin = 0,55975
0,40980 log = 9,61257
log sin vers t = 9,66477

$4^h\,24^m$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 20/2.
N. J. d. 20/2. ⊙ $\delta = -11° 13',5$
Änd. = 0′,90 in 1^h
4,4
3′,96 . . . . = 4′,0
Verb. ⊙ $\delta = -11° 9',5$

D. 20/2. Ztgl. a. wh. Zeit = $+14^m\,1^s$
Änd. = $0^s,3$ in 1^h
4,4
$1^s,32$ . . . . = $1^s,3$
Verb. Ztgl. = $+13^m\,59^s,7$.

$t = 3^h\,49^m\,51^s$ O v. Mer.

Wahre Ortszeit	= $8^h\,10^m\,9^s$ mrgs. d. 20/2.	
Ztgl. a. wh. Zeit	= $+14^m\,0^s$	
Mittl. Ortszeit	= $8^h\,24^m\,9^s$	„ „ „
Mittl. Grw. Zeit	= $4^h\,24^m\,1^s$ abds.	„ „
W Lg. in Zeit	= $7^h\,59^m\,52^s$	
Länge	= 119° 58′,0 W v. Grw.	

Tafel 39: $x = +0{,}30$
$y = -0{,}23$
$x + y = +0{,}07$
Tafel 40: $A = N\,86°\,O$
90°
Standlinie = $S\;4°\,O$.

Rw. $S\,58°\,O$ 28 Sm. gibt:

Abw. = 23,7 Sm. O

Br. U. . . . . . = 0° 14′,8 S	Mittelbr. 25° 27′.	Lg. U. . . = 0° 26′,3 O
I. Besteckort: Br. = 25° 20′,0 S		Beob. Lg. = 119° 58′,0 W
I. Leitpunkt: Breite = 25° 34′,8 S.		Länge . . = 119° 31′,7 W v. Grw.

II. Chronometerzeit	$= 7^h\,46^m\,12^s$	$\odot\;\; 74°\,19'\,50''$	$7^h\,50^m$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 20/2.
St. d. Chr. d. 20/2.	$= +\;\;4^m\,12^s,2$	I. K. $= -\;\;2'\,10''$	N. J. d. 20/2. $\quad \odot\,\delta = -11°\,13',5$
Ungef. mittl. Grw. Zeit	$= 7^h\,50^m\,24^s,2$ abds. d. 20/2.	$74°\,17',7$	Änd. $= 0',90$ in 1^h
Gang für $7^h,8$	$= +\;\;2^s,3$	Gesamtber. $= +\;12',1$	$7,8$
Mittl. Grw. Zeit	$= 7^h\,50^m\,26^s$ abds. d. 20/2.	$h = 74°\,29',8.$	$7',02 \ldots\ldots = 7',0$
Länge in Zeit	$= 7^h\,58^m\;\;7^s$		Verb. $\odot\,\delta = -11°\;\;6',5$
Mittl. Ortszeit	$= 11^h\,52^m\,19^s$ mrgs. d. 20/2.		D. 20/2. Ztgl. a. wh. Zeit $= +14^m\;\;1^s$
Ztgl. a. mittl. Zeit	$= -\;\;13^m\,59^s$		Änd. $= 0^s,3$ in 1^h
Wahre Ortszeit	$= 11^h\,38^m\,20^s$		$7,8$
	$\odot\, t = 0^h\,21^m\,40^s$ O v. Mer.		$2^s,34 \ldots\ldots = 2^s,3$
			Verb. Ztgl. $= +\,13^m\,58^s,7.$



$$\operatorname{tang} N = \operatorname{cotg}\delta\cdot\cos t\,;\qquad \sin(\varphi+N) = \frac{\sin h}{\sin\delta}\cdot\cos N\,.$$

$h = 74°\,29',8$	. . . .	log sin $= 9,98390$	Tafel 39:	$x = +5,09$
$\delta = -11°\;\;6',5$	log cotg $= 0,70698$	log cosec $= 0,71520$		$y = -2,08$
$t = 0^h\,21^m\,40^s$	log cos $= 9,99806$			$x + y = +3,01$
$N = 78°\,50',6$	log tang $= 0,70504$	log cos $= 9,28667$	Tafel 40:	$A = N\,20°\,O$
$\varphi + N = 104°\,35',3$	. . . .	log sin $= 9,98577$		$90°$
$\varphi = 25°\,44',7\;S$ = Breite des II. Leitpunkts.			Standlinie	$= S\,70°\,O.$

Es war

$A_1 = N\,86°\,O$	Br. v. $L_1 = 25°\,34',8\;S$
$A_2 = N\,20°\,O$	Br. v. $L_2 = 25°\,44',7\;S$
$\alpha = 66°$	Br. U. . . $= 0°\;\;9',9.$

Besteckversetzung $L_1S =$ Br. U. cosec $\alpha \cdot \cos A_2$.

Tafel 41: Br. U. cosec $\alpha = 10,8$ Sm., damit nach der Gradtafel unter 20° als Kurs: $L_1S = 10,2$ Sm. nach $S\,4°\,O$.

Dies gibt:

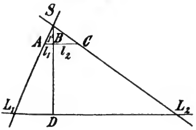
		Abw. $= 0,7$ Sm. O
Br. U. . . . . . . $= 0°\,10',2$ S	Mittelbr. 25° 40′.	Lg. U. . . $= 0°\;\;0',8$ O
Br. v. L_1 . . . . . $= 25°\,34',8$ S		Lg. v. $L_1 = 119°\,31',7$ W
II. Beob. Ort: Br. $= 25°\,45',0$ S.		Lg. . . . $= 119°\,30',9$ W v. Grw.

Anmerkung. Um in der Spalte, aus der man die Größe der Besteckversetzung in den beiden verschiedenen Fällen zu entnehmen hat, nicht zu irren, merke man sich, daß, wenn der Längenunterschied, also auch die Abweichung bekannt ist, die Besteckversetzung aus der Abw. Spalte, dagegen aus der Br. U. Spalte zu entnehmen ist, wenn der Breitenunterschied bekannt ist.

§ 358. Den Schiffsort mit Hilfe der Tafel 40 zu finden.

1. Die zweite Höhe ist zur Längenbestimmung benutzt.

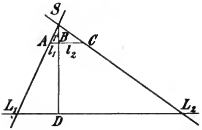
Fig. 255.



In Fig. 255 seien L_1 und L_2 die Leitpunkte der Standlinien L_1S und L_2S und SD sei der durch den zu bestimmenden Schiffsort S gelegte Meridian, so ist SD die auf die Breite von L_1 und L_2 und L_1D die auf die Länge von L_1 anzubringende Berichtigung, um Breite und Länge des Schiffsorts S zu erhalten.

Statt L_1D auf die Länge von L_1 anzubringen, kann natürlich auch L_2D auf die

Fig. 255.



Länge des zweiten Leitpunkts L_2 angewandt werden, um die Länge des Schiffsorts S zu erhalten. Macht man $SB = 1'$ und zieht $ABC \parallel L_1L_2$, so sind l_1 und l_2 die einem Breitenunterschiede von $1'$ entsprechenden Längenunterschiede, die man der Tafel 40 entnimmt. Da $\triangle SAC \sim \triangle SL_1L_2$ ist, so verhält sich

$$AC : L_1L_2 = SB : SD$$

oder, wenn die gesuchte Breitenberichtigung SD mit x bezeichnet wird,

$$l_1 + l_2 : \text{Lg. U.} = 1' : x',$$

folglich

$$x = \frac{\text{Lg. U.}}{l_1 + l_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I)}.$$

Die Längenberichtigung L_1D ergibt sich aus den ähnlichen Dreiecken SAB und SL_1D durch die Proportion

$$SB : AB = SD : L_1D$$

oder

$$1' : l_1 = x : L_1D,$$

und wenn man die Längenberichtigung L_1D mit y_1 bezeichnet, so ist

$$y_1 = x \cdot l_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{II)}.$$

Die beiden Berichtigungen x und y sind an die gemeinschaftliche Breite und an die Länge von L_1 anzubringen. Die auf die Länge des zweiten Leitpunkts L_2 anzubringende Längenberichtigung wird durch die Gleichung

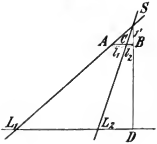
$$y_2 = x \cdot l_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{IIa)}$$

erhalten.

Es empfiehlt sich, bei Berechnung der Länge den Leitpunkt der Standlinie zu wählen, bei der das Azimut des Gestirns 90° am nächsten kommt, weil dann der Wert aus Tafel 40 leichter zu entnehmen und so klein ist, daß ein Fehler in der Breitenberichtigung x einen geringen Einfluß auf die Längenberichtigung hat.

Eine leicht auszuübende Kontrolle dieser Rechnung besteht darin, daß man die Längenberichtigung sowohl nach Gl. II als auch nach Gl. IIa findet und auf die Längen der Punkte L_1 und L_2 anbringt. Beide gefundene Längen müssen, wenn die Rechnung richtig ist, miteinander übereinstimmen.

Fig. 255a.



Die Gleichung I) gilt für den Fall, daß die beiden Standlinien in benachbarten Quadranten liegen. Liegen aber beide Standlinien in demselben Quadranten, so ist im Nenner statt der Summe die Differenz zu nehmen, wie aus Fig. 255a ersichtlich ist. In dieser sind die entsprechenden Punkte mit denselben Buchstaben wie in Fig. 255 bezeichnet, und es verhält sich hier

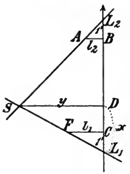
$$l_1 - l_2 : \text{Lg. U.} = 1' : x',$$

folglich
$$x = \frac{\text{Lg. U.}}{l_1 - l_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ Ia).}$$

Um zu entscheiden, in welchem Sinne die Berichtigungen x und y auf die Breite und Länge des Punktes L_1 oder L_2 anzuwenden sind, zeichne man die in § 351 angedeutete Figur; diese zeigt unzweideutig, ob der Schnittpunkt der Standlinien nördlicher oder südlicher und ebenso, ob er östlicher oder westlicher als L_1 oder L_2 liegt.

2. Die zweite Höhe ist zur Breitenbestimmung benutzt.

Fig. 256



Sind in Fig. 256 L_1 und L_2 wieder die Leitpunkte der beiden Standlinien L_1S und L_2S, und ist SD der durch den gesuchten Schiffsort S gehende Breitenparallel, so ist $SD = y$ die auf die Länge von L_1 oder L_2 und $L_1D = x$ die auf die Breite von L_1 anzubringende Berichtigung. Statt x auf die Breite von L_1 anzubringen, kann auch $L_2D = \text{Br. U.} - x$ auf die Breite von L_2 angewandt werden.

Macht man $L_1C = L_2B = 1'$ und zieht CF und AB parallel zu SD, so sind diese Stücke l_1 und l_2 die einer Breitenänderung von 1' entsprechenden Änderungen der Länge, die man aus Tafel 40 entnimmt.

Da $\triangle L_1CF \sim \triangle L_1DS$ und $\triangle L_2BA \sim \triangle L_2DS$ ist, so verhält sich

$$l_1 : 1' = y : x$$

und
$$l_2 : 1' = y : \text{Br. U.} - x$$

folglich
$$l_1 \cdot x = l_2 \cdot (\text{Br. U.} - x)$$
$$= l_2 \cdot \text{Br. U.} - l_2 \cdot x$$

oder
$$l_1 \cdot x + l_2 \cdot x = l_2 \cdot \text{Br. U.}$$

und
$$x = \frac{l_2 \cdot \text{Br. U.}}{l_1 + l_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ III).}$$

Für die Längenberichtigung y ergibt sich aus der ersten Proportion:

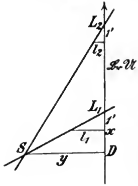
$$y = l_1 \cdot x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ IV).}$$

Für die auf die Breite von L_2 anzubringende Berichtigung würde man durch Vertauschung der Bezeichnungen x und Br. U. $- x$ miteinander den Ausdruck erhalten

$$x = \frac{l_1 \cdot \text{Br. U.}}{l_1 + l_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ IIIa).}$$

Wenn die beiden Standlinien L_1S und L_2S in demselben Quadranten liegen, wie in Fig. 256a, so ergibt sich in derselben Weise wie vorhin die Gleichung:

Fig. 256a.



$$x = \frac{l_2 \cdot \text{Br. U.}}{l_1 - l_2}\,, \quad \ldots \ldots \quad \text{IIIb)}$$

während Gl. IV unverändert bleibt.

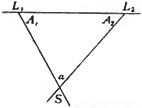
Über die Zeichen der gefundenen Berichtigungen x und y entscheidet auch hier am sichersten eine Figur, wie die in § 352 angedeutete.

Anmerkung. Dieses Verfahren, den Schnittpunkt der Standlinien zu bestimmen, steht insofern gegen das in den vorhergehenden Paragraphen entwickelte Verfahren zurück, als es in dem für die Bestimmung der Breite und Länge günstigsten Falle nicht anwendbar ist, wenn nämlich die eine Höhe im oder nahe am Meridian und die andere im oder nahe am ersten Vertikal beobachtet ist, da dann die Werte der Tafel 40 die Grenzen ∞ und 0 erreichen oder sich diesen zu sehr nähern.

Beispiel 1. Es soll die Schlußrechnung des Beispiels aus § 351 mit Hilfe der Tafel 40 durchgeführt werden.

Tafel 40:

♀ Höhe: $A_1 = S\,61°\,W$; Standlinie $= S\,29°\,O$; $l_1 = 0{,}62$
Deneb Höhe: $A_2 = N\,50°\,W$; Standlinie $= N\,40°\,O$; $l_2 = 0{,}93$
$l_1 + l_2 = 1{,}55$



I. Leitpunkt: Br. = 25° 57',5 N Lg. = 150° 47',0 W
II. Leitpunkt: Br. = 25° 57',5 N Lg. = 150° 28',3 W
Lg. U. = 18',7.

$$x = \frac{\text{Lg. U.}}{l_1 + l_2}\,, \qquad y = l_1 \cdot x$$

$$= \frac{18{,}7}{1{,}55} = 12',1 \qquad = 0{,}62 \cdot 12{,}1 = 7',5.$$

Br.-Berichtigung = 0° 12',1 S Lg.-Berichtigung = 7',5 O
I. Leitpunkt: Br. 25° 57',5 N . . . . Lg. = 150° 47',0 W
II. Beob. Ort: Br. = 25° 45',4 N . . . . Lg. = 150° 39',5 W v. Grw.



Beispiel 2. Schlußrechnung des Beispiels in § 352 mit Hilfe der Tafel 40.

Tafel 40:

I. Höhe: $A_1 = N\,86°\,O$; Standlinie $S\;4°\,O$; $l_1 = 0{,}08$
II. Höhe: $A_2 = N\,20°\,O$; Standlinie $= S\,70°\,O$; $l_2 = 3{,}06$
$l_2 - l_1 \quad 2{,}98.$

I. Leitpunkt: Br = 25° 34',8 S Lg. = 119° 31',7 W
II. Leitpunkt: Br. 25° 44',7 S Lg. = 119° 31',7 W
Br. U. 9',9

$$x = \frac{l_1 \cdot \text{Br. U.}}{l_2 - l_1} \qquad y = l_2 \cdot x$$

$$= \frac{0{,}08 \cdot 9{,}9}{2{,}98} = 0',27 \qquad = 3{,}06 \cdot 0{,}27 = 0',8.$$

Br.-Berichtigung = 0° 0',3 S Lg.-Berichtigung = 0° 0',8 O
II. Leitpunkt: Br. = 25° 44',7 S . . . . Lg. = 119° 31',7 W
II. Beob. Ort: Br. 25° 45',0 S . . . . Lg. = 119° 30',9 W v. Grw.

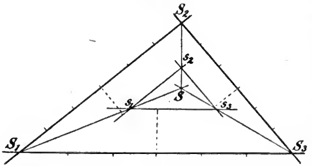
III. Ortsbestimmung aus drei oder mehr Höhen.

§ 354. Den wahrscheinlichen Schiffsort in der Karte zu finden. Wenn es darauf ankommt, auch aus nicht sehr zuverlässigen Beobachtungen den Schiffsort so genau wie möglich zu ermitteln, besonders bei Sternbeobachtungen und ungünstiger Kimm, so beobachte man drei oder mehr Höhen von Gestirnen, deren Azimutunterschiede möglichst gleich sind. Man erhält dann ebenso viele Standlinien als man Höhen beobachtet hat. Alle diese Standlinien müßten sich in einem Punkte, dem Schiffsort schneiden, wenn die Beobachtungen fehlerfrei wären und von der Versegelung zwischen den Beobachtungen abgesehen wird. Wegen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler jedoch werden diese Standlinien sich nicht alle in demselben Punkte schneiden.

Hat man drei Höhen beobachtet, so bilden die drei Standlinien ein Dreieck, und es ist für die Ortsbestimmung am günstigsten, wenn dieses Dreieck ein gleichseitiges wird. Um dies zu erreichen, muß man solche Gestirne wählen, deren Azimutunterschied 120° beträgt. Es ist dann der Mittelpunkt des gleichseitigen Dreiecks der wahrscheinliche Schiffsort.

Ist jedoch das von den drei Standlinien gebildete Dreieck ein unregelmäßiges, so kann man den wahrscheinlichen Schiffsort auf folgende Weise ermitteln. Man teilt (Fig. 257) jede Seite des Standliniendreiecks $S_1 S_2 S_3$ in eine beliebige Anzahl, z. B. 6 gleiche Teile, errichtet in beliebigen Punkten jeder Dreiecksseite eine Senkrechte, trägt auf dieser nach innen oder außen je einen Teil oder auch mehrere Teile der betreffenden Dreiecksseiten ab und legt durch die Endpunkte die Parallelen $s_1 s_2 \parallel S_1 S_2$, $s_1 s_3 \parallel S_1 S_3$ und $s_2 s_3 \parallel S_2 S_3$. Dann verbindet man die gleichliegenden Ecken der beiden Dreiecke, S_1 und s_1, S_2 und s_2, S_3 und s_3 durch gerade Linien, so ist deren Schnittpunkt S der wahrscheinliche Schiffsort.

Fig. 257.



Sind mehr als drei Höhen beobachtet, so bilden die Standlinien ein Vieleck. Je gleichmäßiger die Beobachtungen über den Horizont verteilt werden, um so mehr wird das Standlinien-Vieleck sich einem regelmäßigen Vieleck nähern, und der wahrscheinliche Schiffsort fällt dann mit dem Punkte im Innern dieses Vielecks zusammen, der von den Standlinien möglichst gleichen Abstand hat.

§ 355. Den Schiffsort durch Rechnung zu ermitteln. Die Bestimmung der Breite und Länge des wahrscheinlichen Schiffsorts, nämlich des Orts, der den Beobachtungen am besten genügt, ist für den Seegebrauch zu umständlich, als daß hier näher darauf

eingegangen werden kann. Es soll aber ein Verfahren erläutert werden, wonach man auf einfache Weise einen Ort finden kann, der so nahe an den wahrscheinlichen fällt, daß der Unterschied für die Seepraxis ohne Belang ist.

Man beobachte die Höhen von drei oder mehr möglichst gleichmäßig über den Horizont verteilten Gestirnen entweder gleichzeitig oder so kurz nacheinander, daß die Ortsveränderung des Schiffs unberücksichtigt bleiben kann. Aus diesen Beobachtungen berechne man nach der Höhenmethode die Lage der Leitpunkte vom Besteckorte. In

Fig. 258.

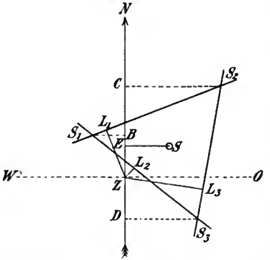


Fig. 258 sei Z der Besteckort, an dem drei Höhen beobachtet seien, von denen die drei Azimutunterschiede nahe gleich sind, und L_1, L_2, L_3 seien die Leitpunkte der drei Standlinien, die das Dreieck $S_1S_2S_3$ bilden. Indem man nun nach der in § 348 angegebenen Weise die Wege ZL_2, L_2S_1 mit ZL_1, L_1S_2 und ZL_2, L_2S_3 koppelt und den Gesamtbreitenunterschied und die Gesamtabweichung ermittelt, erhält man die algebraische Summe der zu den drei Besteckversetzungen ZS_1, ZS_2, ZS_3 gehörigen Breitenunterschiede, $ZB + ZC - ZD$, wie auch die der drei zugehörigen Abweichungen, $-S_1B + S_2C + S_3D$. Diese werden durch die von den Ecken des Standliniendreiecks auf den durch den Besteckort Z gehenden Meridian NZ gefällten Senkrechten dargestellt. Dividiert man nun den Gesamtbreitenunterschied und die Gesamtabweichung durch 3, so erhält man den mittleren Breitenunterschied ZE und die mittlere Abweichung ES. Diesen Breitenunterschied und den aus der mittleren Abweichung sich ergebenden Längenunterschied auf die Breite und Länge des Besteckorts angewandt, ergibt die Breite und Länge des **mittleren** Schiffsorts S, der mit dem wahrscheinlichen Orte zusammenfällt, wenn das Standliniendreieck gleichseitig ist.

Da jede der Besteckversetzungen durch das Koppeln von je zwei Einzelkursen bestimmt wird, so hat man zur Bildung des mittleren Breitenunterschieds und der mittleren Abweichung den durch die Koppelung gefundenen Gesamtbreitenunterschied und die Gesamtabweichung durch die halbe Anzahl der in Rechnung genommenen Einzelkurse zu dividieren.

Es ist einleuchtend, daß dies Verfahren zur Bestimmung des Schiffsorts ohne weiteres auf beliebig viele Höhen ausgedehnt werden kann.

Wenn man solche Höhen beobachtet hat, bei denen ein Azimutunterschied oder mehrere kleiner als 30 oder größer als 150 Grad ist, so nehme man nur die Besteckversetzungen nach den Schnittpunkten der Standlinien in Rechnung, wo diese sich unter einem innerhalb der angegebenen Grenzen liegenden Winkel schneiden.

Beispiel. 1907 den 5. September morgens in 16° 58′ S Br. und 37° 36′ W Lg. v. Grw. beobachtete man nach einem Chronometer, dessen Stand zur Zeit der Beobachtung = $-9^{m}\,38^{s}$ war, aus 5 m Augeshöhe, um

$6^{h}\,40^{m}\,15^{s}$	✶ Rigel	55° 26′,5	I. K. = 0′.
$41^{m}\,20^{s}$	✶ Sirrah	28° 29′	
$42^{m}\;\;9^{s}$	✶ Achernar	46° 49′	

Es ist Breite und Länge des Beobachtungsorts zu bestimmen.

Berechnet man aus diesen Beobachtungen in bekannter Weise die Höhen und Azimute der betreffenden Gestirne, so erhält man

1) $h - h' = -10',5;\quad A = N\,80°\,O.$
2) $h - h' = -11',0;\quad A = N\,43°\,W.$
3) $h - h' = +\;9',2;\quad A = S\,16°\,W.$

	$U = S\,43°\,O$	11,0	. . . $a = +13,1$
1) und 2)	$u = S\,80°\,W$	10,5	. . . $b = +\;6,8$
	$\alpha = 123°$		$a + b = 19,9.$
	$U = S\,80°\,W$	10,5	. . . $a = +11,6$
1) und 3)	$u = S\,16°\,W$	9,2	. . . $b = -\;4,5$
	$\alpha = 64°$		$a + b = 7,1.$
	$U = S\,43°\,O$	11,0	. . . $a = +12,8$
2) und 3)	$u = S\,16°\,W$	9,2	. . . $b = -\;5,5$
	$\alpha = 59°$		$a + b = 7,3.$

Nun hat man die drei zu u gehörigen Richtungen und Distanzen mit den drei Komplementrichtungen und zugehörigen Werten von $a + b$ zu koppeln.

	N	S	O	W
$S\,80°\,W$ 10,5	—	1,8	—	10,3
$S\,10°\,O$ 19,9	—	19,6	3,5	—
$S\,16°\,W$ 9,2	—	8,8	—	2,5
$N\,74°\,W$ 7,1	2,0	—	—	6,8
$S\,16°\,W$ 9,2	—	8,8	—	2,5
$S\,74°\,O$ 7,3	—	2,0	7,0	—
	2,0	41,0	10,5	22,1
		2,0		10,5
		39,0		11,6

Mittlerer Br. U. $= \frac{39,0}{3} = 13',0\,S$; mittl. Abw. $= \frac{11,6}{3} = 3,9$ Sm. W.

Br. U. . . . . . = 0° 13′,0 S	Mittelbr. 17° 5′.	Lg. U. = 0° 4′,1 W
Besteckbreite . . = 16° 58′,0 S		Lg. . . = 37° 36′,0 W
Beob. Ort: Br. = 17° 11′,0 S		Lg. . . = 37° 40′,1 W v. Grw.

Achter Abschnitt.

Ortsbestimmung ohne Chronometer.

I. Bestimmung der Breite.

§ 356. Bestimmung der Breite durch eine Höhe. Da bei der Berechnung der Breite aus Meridianhöhen der Gestirne deren Deklination für die Kulminationszeit entnommen wird und es somit einer Zeitangabe der Beobachtung nicht bedarf, so ist diese Rechnung in allen Fällen nach dem in § 337 erläuterten Verfahren auszuführen.

Zur Bestimmung der Breite durch Höhen außerhalb des Meridians dienen die in § 340 bis § 345 behandelten Methoden, und die hier anzustellenden Rechnungen unterscheiden sich von jenen nur durch die Berechnung des Stundenwinkels und der Greenwicher Zeit zur Entnahme der Jahrbuch-Größen.

Um den Stundenwinkel mit einiger Genauigkeit zu erhalten, muß die Zeit nach § 304 so nahe als möglich der Breitenbestimmung durch eine Höhe ermittelt werden. Am besten ist es, wenn beide Beobachtungen gleichzeitig gemacht werden, so daß die Ortsveränderung des Schiffs und der Gang der Uhr unberücksichtigt bleiben können. In diesem Falle wendet man die durch die Zeitbestimmung ermittelte Korrektion der Beobachtungsuhr auf die nach derselben Uhr notierte Zeit der zur Breitenbestimmung beobachteten Höhe an, so erhält man die Ortszeit, aus der nach § 286 der Stundenwinkel des Gestirns zu finden ist. Die zur Entnahme der Jahrbuch-Größen erforderliche Greenwicher Zeit erhält man, indem man in bekannter Weise die in Zeit ausgedrückte Länge des Orts auf die Ortszeit anwendet.

Um durch Sonnenhöhen die Breite auf See zu bestimmen, wird man in der Regel die Ortsveränderung des Schiffs sowohl wie den Gang der Beobachtungsuhr zu berücksichtigen haben. Denn da die Zeit durch Höhen am ersten Vertikal, die Breite aber durch Höhen am Meridian bestimmt wird, so beträgt die Zwischenzeit zwischen zwei solchen Sonnenhöhen oft mehrere Stunden. Indem man dann die aus der Zeitbestimmung gewonnene Korrektion der Beobachtungsuhr auf deren Zeit bei der zur Breitenbestimmung beobachteten Höhe anwendet, erhält man die vom Meridian des Zeitbestimmungsorts gerechnete Ortszeit, worauf die zwischen beiden Beobachtungen veränderte Länge anzubringen ist, um die Ortszeit des Meridians der Breitenbestimmung zu erhalten. Ob diese veränderte, in Zeit auszudrückende Länge zu addieren oder zu subtrahieren ist, bestimmt man nach der folgenden, leicht verständlichen Regel: Liegt der Ort der Breitenbestimmung östlich vom Orte der Zeitbestimmung, so hat er die größere Zeit, und es ist die veränderte Länge zu addieren, dagegen ist diese zu subtrahieren, wenn der Ort der Breitenbestimmung westlich vom Orte der Zeitbestimmung liegt.

Um diese Berichtigung für Länge möglichst genau zu erhalten, was deshalb notwendig ist, weil ein Fehler in der veränderten Länge unmittelbar in den Stundenwinkel übergeht, muß man auf das Steuern und Loggen in der Zeit zwischen beiden Beobachtungen ganz besonders acht geben.

Da ferner die Korrektion der Beobachtungsuhr sich wegen des Gangs der Uhr ändert, so muß dieser Gang bekannt sein, um die gefundene Ortszeit hierfür berichtigen zu können. Ist der stündliche Gang der Beobachtungsuhr gegeben, so multipliziere man ihn mit der in Stunden ausgedrückten Zwischenzeit zwischen beiden Beobachtungen und wende das erhaltene Produkt mit dem Zeichen des Ganges auf die ungefähre Ortszeit an, wenn die Zeitbestimmung vor der Breitenbestimmung gemacht ist, im umgekehrten Falle dagegen mit dem entgegengesetzten Zeichen des Ganges.

Aus dieser so erhaltenen Zeit der Breitenbestimmung findet man nach § 286 den Stundenwinkel, mit dem die Breite berechnet wird.

Beispiel 1. 1907 den 8. Februar abends nach dem Besteck in 42° 45′ S Br. und 16° 32′ O Lg. v. Grw. fand man durch Sternhöhen im ersten Vertikal die Uhrkorrektion einer Beobachtungsuhr $+ 13^m 10^s$ gegen mittlere Ortszeit. An demselben Orte wurden gleichzeitig bei 4,8 m Augeshöhe die folgenden Höhen des Sterns Beteigeuze gemessen.

Es soll die Breite des Beobachtungsorts hieraus berechnet werden.

$8^h\ 8^m\ 11^s$ Beteigeuze $39°\ 40'$ $8\ \ 47$ ✱ 42 $9\ \ 45$ 43	} I. K. $= + 0',5$.	
Uhrzeit $= 8^h\ 8^m\ 54^s$ ✱ $39°\ 41',7$ U. K. g. mittl. Zeit $= +\ 13^m\ 10^s$ I. K. $= +\ 0',5$ Mittl. astr. Ortszeit $= 8^h\ 22^m\ 4^s$ d. 8/2. $39°\ 42',2$ m. ☉ AR. $= 21^h\ 10^m\ 58^s$ Gesamtber. $= -\ 5',0$ Sternzeit $= 5^h\ 33^m\ 2^s$ $h = 39°\ 37',2$. ✱ AR. $= 5^h\ 50^m\ 9^s$ ✱ $t = 0^h\ 17^m\ 7^s$.	$8^h\ 22^m$ mittl. astr. Ortszeit d. 8/2. $-\ 1^h\ 6^m$ O Lg. in Zeit. $7^h\ 16^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 8/2. N. J. d. 8/2. m. ☉ AR. $= 21^h\ 9^m\ 46^s$ Tafel 24 für 7^h . . . $1^m\ 9^s,0$ „ 16^m . . . $2^s,6$ Verb. m. ☉ AR. $= 21^h\ 10^m\ 57^s,6$ ✱ AR. $= 5^h\ 50^m\ 9^s$ ✱ $\delta = +\ 7°\ 23',3$.	

$\cos(\varphi - \delta) = \sin h + \sin\,\text{vers}\,t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta$.

$t = 0^h\ 17^m\ 7^s$ log sin vers $= 7{,}44522$
$\varphi = -42°\ 45'$ . . log cos $= 9{,}86589$
$\delta = +\ 7°\ 23'$ . . log cos $= 9{,}99638$
log $= 7{,}30749$
Zahl $= 0{,}00203$
$h =\ 39°\ 37',2$ . . . . sin $= 0{,}63769$
$\cos(\varphi - \delta) = 0{,}63972$
$\varphi - \delta = 50°\ 13',8$ S
$\delta = 7°\ 23',3$ N
Breite $= 42°\ 50',5$ S.

Die Wiederholung gibt dasselbe.

Beispiel 2. 1907 den 15. Juni vormittags um 7^h wahre Ortszeit war man nach dem Besteck in 0° 20′ N Br. und 91° 46′ O Lg. v. Grw. und fand hier den Stand einer Beobachtungsuhr, die stündlich 2^s gewinnt, $= +15^m\ 58^s$ gegen wahre Ortszeit. Darauf wurde gesegelt und in Breite 0° 21′ S, in Länge 0° 35′ O verändert, und jetzt bei 6,5 m Augeshöhe die unten folgenden Beobachtungen angestellt.

Es soll die Breite des zweiten Beobachtungsorts berechnet werden.

$11^h\ 59^m\ 36^s$ ☉ $66°\ 45'\ 30''$ $0\ \ 0\ \ 6$ $44\ 40$ $0\ \ 34$ $43\ 50$	} I. K. $= -1'\ 40''$.
Mittel: $= 0^h\ 0^m\ 5^s$ $66°\ 44'\ 40''$ U. K. geg. wh. Zeit $= +\ 15^m\ 58^s$ I. K. $= -\ 1'\ 40''$ Ungef. wh. Ortszeit $= 0^h\ 16^m\ 3^s$ abds. d. 15/6. $66°\ 43',0$ Verb. für Gang $= -\ 11^s$ Gesamtber. $= -\ 20',7$ $0^h\ 15^m\ 52^s$ „ „ 15/6. $h = 66°\ 22',3$. Verb. für Länge $= +\ 2^m\ 20^s$ Wahre Ortszeit $= 0^h\ 18^m\ 12^s$ „ „ 15/6. ☉ $t = 0^h\ 18^m\ 12^s$.	$7^h\ 0^m$ wh. Zeit d. Zeitbest. $12^h\ 16^m$ wh. Zeit d. Breitenbest. $5^h\ 16^m$ Zwischenzeit. $5{,}3 \cdot 2^s = 10^s{,}6 =$ Verb. für Gang. Br. U. $= 0°\ 21'$ S Lg. U. $= 0°\ 35'$ O I. Ort: Br. $= 0°\ 20'$ N Länge $= 91°\ 46'$ O II. Ort: Br. $= 0°\ 1'$ S Länge $= 92°\ 21'$ O. $0^h\ 18^m$ wh. Ortszeit abds. d. 15/6. $-6^h\ 9^m$ O Lg. in Zeit. $6^h\ 9^m$ wh. Grw. Zeit mrgs. d. 15/6. N. J. d. 15/6. ☉ $\delta = +23°\ 16',6$ Änd. $= 0',13$ in 1^h $5{,}9$ $0',767$ . . . . $=\ \ 0',8$ Verb. ☉ $\delta = +\ 23°\ 15',8$.

$\cos(\varphi - \delta) = \sin h + \sin\,\text{vers}\,t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta$.

$t = 0^h\ 18^m\ 12^s$ log sin vers $= 7{,}49860$
$\varphi = -\ 0°\ 1'$ . . log cos $= 0{,}00000$
$\delta = +\ 23°\ 16'$ . . log cos $= 9{,}96316$
log $= 7{,}46176$
Zahl $= 0{,}00290$
$h =\ 66°\ 22',3$ . . . . sin $= 0{,}91617$
$\cos(\varphi - \delta) = 0{,}91907$
$\varphi - \delta = 23°\ 12',6$ S
$\delta = 23°\ 15',8$ N
Breite $= 0°\ 3',2$ N.

Beispiel 3. Während der Nacht vom 24. auf den 25. Juni 1907, in ungefähr 70° 21′ N Br. und 13° 27′ O Lg. v. Grw., wurde bei 5,6 m Augeshöhe nach einer Beobachtungsuhr um $10^h 40^m 57^s$ die Höhe des Sonnenunterrandes = 3° 43′ 10″ gemessen. I. K. = + 2′ 20″. Nachdem man darauf die Länge um 1° 17′ W verändert hatte, fand man am 25. Juni morgens $6\frac{1}{2}^h$ wahre Ortszeit durch Sonnenhöhen im ersten Vertikal, daß die Beobachtungsuhr gegen wahre Ortszeit $59^m 20^s$ zurück war. Der stündliche Gang der Beobachtungsuhr war 3^s verlierend.

Es soll die Breite des ersten Beobachtungsorts gefunden werden.

Beobachtungsuhr = $10^h 40^m 57^s$	⊙ 3° 43′ 10″	$11^h 40^m$ abds. d. 24/6. Zeit d. Breitenbest.
U. K. geg. wh. Zeit = + $59^m 20^s$	I. K. = + 2′ 20″	$6^h 30^m$ mrgs. d. 25/6. Zeit d. Zeitbest.
Ungef. wh. Ortszeit = $11^h 40^m 17^s$ abds. d. 24/6.	3° 45′,5	$6^h 50^m$ Zwischenzeit.
Verb. für Gang = − 20^s	Kmt. = − 4′,2	$6,8 \cdot 3^s = 20^s,4$ = Verb. für Gang.
$11^h 39^m 57^s$ „ „ „	3° 41′,3	
Verb. für Länge = + $5^m 8^s$	Strb. − π′ = − 12′,2	$11^h 45^m$ wh. Ortszeit abds. d. 24/6.
Wahre Ortszeit = $11^h 45^m 5^s$ „ „ „	3° 29′,1	− $0^h 54^m$ O Lg. in Zeit.
⊙ t' = $0^h 14^m 55^s$	⊙ r = + 15′,8	$10^h 51^m$ wh. Grw. Zeit abds. d. 24/6.
	h = 3° 44′,9	N. J. d. 24/6. ⊙ δ = + 23° 26′,3

$\sin h_u = \sin h - \sin\text{vers}\, t' \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta$.

$t' = 0^h 14^m 55^s$ log sin vers = 7,32579	Änd. = 0′,04 in 1^h
$\varphi = +70°\ 21'$ log cos . . = 9,52669	10,9
$\delta = +23°\ 26'$ log cos . . = 9,96262	0′,436 . . . = 0′,4
log = 6,81510	Verb. ⊙ δ = + 23° 25′,9
Zahl = 0,00065	⊙ p = 66° 34′,1
h = 3° 44′,9 . . . . . . sin = 0,06537	
sin h_u = 0,06472	
h_u = 3° 42′,7	
⊙ p = 66° 34′,1	
Breite = 70° 16′,8 N.	

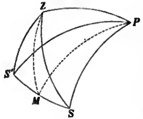
Beispiel 4. 1907 den 16. März war man um $5\frac{1}{4}^h$ mittl. Ortszeit abends nach dem Besteck in 36° 8′ N Br. und 18° 36′ O Lg. v. Grw. und fand hier die Uhrkorrektion der Beobachtungsuhr, die stündlich 8^s verliert, + $24^m 32^s$ geg. mittl. Ortszeit. Dann segelte man rw. *WzN* 17 Sm. und beobachtete bei 4,8 m Augeshöhe abends um $6^h 23^m 55^s$ die Höhe des Polarsterns 36° 31′. I. K. = 0.

Es ist die Breite des zweiten Beobachtungsorts zu bestimmen.

Beobachtungsuhr = $6^h 23^m 55^s$	✳ 36° 31′	$5^h 15^m$ mittl. Zeit der Zeitbest.
U. K. geg. mittl. Zeit = + $24^m 32^s$	I. K. = 0	$6^h 48^m$ „ „ „ Breitenbest.
Ungef. mittl. Ortszeit = $6^h 48^m 27^s$ abds. d. 16/3.	36° 31′	$1^h 33^m$ Zwischenzeit.
Verb. für Gang = + 13^s	Gesamtber. = − 5′	$1,6 \cdot 8^s = 12^s,8$ = Verb. für Gang.
$6^h 48^m 40^s$ „ „ „	h = 36° 26′.	Rw. *WzN* 17 Sm. gibt
Verb. für Länge = − $1^m 23^s$		Abw. = 16,7 Sm. W
Mittl. astr. Ortszeit = $6^h 47^m 17^s$ d. 16/3.	Br. U. . . = 0° 3′,3 N	Mittelbr. 36° 10′ — Lg. U. = 0° 20′,7 W
m. ⊙ AR. = $23^h 32^m 37^s$	I. Ort: Br. = 36° 8′ N	Länge = 18° 36′ O
Sternzeit = $6^h 19^m 54^s$	II. Ort: Br. = 36° 11′,3 N	Länge = 18° 15′,3 O.
		$6^h 47^m$ mittl. astr. Ortszeit d. 16/3.
h = 36° 26′		− $1^h 13^m$ O Lg. in Zeit.
Tafel 27: I. Ber. = − 20′		$5^h 34^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 16/3.
Ungef. Br. = 36° 6′		N. J. d. 16/3. m. ⊙ AR. = $23^h 31^m 42^s$
II. Ber. = + 1′		Tafel 24 für 5^h . . . $49^s,3$
Breite = 36° 7′ N.		„ 34^m . . . $5^s,6$
		Verb. m. ⊙ AR. = $23^h 32^m 36^s,9$.

§ 357. Aus zwei Sonnenhöhen und der Zwischenzeit die Breite und Zeit zu finden (Douwes' Methode). Es bezeichne in Fig. 259 S den Ort der Sonne bei der kleineren und S' den Ort der Sonne bei der größeren Höhe, Z das Zenit und P den oberen Pol, so sind unter der Annahme, daß die Deklination der Sonne in der Zwischenzeit zwischen beiden Beobachtungen sich nicht ändert, die Poldistanzen $PS' = PS = p = 90° \mp \delta$, je nachdem Breite und Deklination gleichnamig oder ungleichnamig sind. Ferner sei die größere Höhe, das Komplement von z', gleich h' und der zu dieser Höhe gehörige Stundenwinkel $ZPS' = t'$, während die kleinere Höhe, das Komplement von z, mit h, und der hierzu gehörige Stundenwinkel ZPS mit t bezeichnet werde.

Fig. 259.



Durch die beiden Sonnenörter S und S' lege man den größten Kreisbogen SS' und durch dessen Mitte M den Stundenkreis PM, so halbiert dieser den Winkel SPS'. Folglich ist Winkel $MPS = MPS' = \frac{1}{2}(t \mp t') = \frac{1}{2} v =$ der halbverflossenen Zeit zwischen beiden Höhen, je nachdem beide Höhen auf derselben oder auf verschiedenen Seiten des Meridians liegen, und

$$\angle ZPM = \tfrac{1}{2}(t \pm t') = m,$$

je nachdem beide Höhen auf derselben oder auf verschiedenen Seiten des Meridians liegen. Der Winkel $ZPM = m$ heißt „Mittelzeit".

Die sphärischen Dreiecke ZPS und ZPS' liefern die bekannten Grundgleichungen:

$$\sin h' = \sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos t'$$

und

$$\sin h = \sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos t$$

durch Subtraktion:

$$\sin h' - \sin h = \cos\varphi \cdot \cos\delta\,(\cos t' - \cos t)$$
$$= 2 \sin \tfrac{1}{2}(t + t') \cdot \sin\tfrac{1}{2}(t - t') \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta,$$

hieraus

$$\sin\tfrac{1}{2}(t + t') = \frac{\sin h' - \sin h}{2} \cdot \sec\varphi \cdot \sec\delta \cdot \operatorname{cosec}\tfrac{1}{2}(t - t')$$

oder

$$\sin\tfrac{1}{2}(t - t') = \frac{\sin h' - \sin h}{2} \cdot \sec\varphi \cdot \sec\delta \cdot \operatorname{cosec}\tfrac{1}{2}(t + t'),$$

mithin

$$\sin m = \frac{\sin h' - \sin h}{2} \cdot \sec\varphi \cdot \sec\delta \cdot \operatorname{cosec}\tfrac{1}{2} v \quad . \; . \; . \; . \quad \text{I}).$$

Aus dieser Gleichung findet man, indem für φ die ungefähr bekannte Breite eingesetzt wird, die Mittelzeit $\frac{1}{2}(t \pm t')$, und da die halbverflossene Zeit $= \frac{1}{2}(t \mp t')$ bekannt ist, so erhält man t', indem man den Unterschied der Mittelzeit und halbverflossenen Zeit nimmt. Mit diesem Stundenwinkel der größeren Höhe findet man dann nach § 343 oder § 344 die Breite, indem man die Formel I des § 343 zweckmäßig umformt in:

$$\cos(\varphi - \delta) = \sin h' + \frac{2\sin^2\frac{1}{2}t'}{\sec\varphi \cdot \sec\delta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{II}).$$

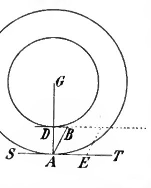
Da die ungefähr bekannte Breite in Rechnung genommen wird, so wird auch die gefundene Breite fehlerhaft sein. Weicht diese mehr als fünf Minuten von der in Rechnung genommenen Breite ab, so betrachtet man die berechnete Breite als Näherungswert und wiederholt hiermit die ganze Rechnung. Es gilt hierbei dasselbe, was in § 343 über die Berechnung der Breite durch Annäherung gesagt ist.

Nachdem die richtige Breite gefunden ist, berechnet man aus dem zuletzt ermittelten Stundenwinkel der größeren Höhe die Ortszeit, aus deren Vergleichung mit der Uhrzeit dieser Höhe die Uhrkorrektion der Beobachtungsuhr ermittelt werden kann.

Bei der Entwicklung der Formel I wird die Voraussetzung gemacht, daß nicht nur die Deklination der Sonne, sondern auch die Breite bei beiden Beobachtungen dieselbe sei. Wenn also die beiden Höhen nicht an demselben Orte beobachtet sind, so muß die Versegelung berücksichtigt werden. Dies geschieht in der Weise, daß man die eine Höhe so verwandelt, als wenn sie zu der Zeit, als sie beobachtet wurde, am Orte der anderen Höhe beobachtet worden wäre.

Aus § 331 und Fig. 240 folgt, daß *AD* die auf eine in *A* beobachtete Höhe anzuwendende Berichtigung ist, um diese Höhe so zu erhalten, als wenn sie zur selben Zeit in *B* beobachtet worden wäre. Das Dreieck *ABD*, das man in den auf See in Betracht kommenden Fällen als ein ebenes bei *D* rechtwinkliges Dreieck ansehen kann, liefert die Gleichung

Fig. 240.



$$AD = AB \cdot \cos BAD .$$

Um dieses Stück *AD* ist die Zenitdistanz am Orte *B* kleiner als am Orte *A*, die Höhe also um ebensoviel größer. Da die Richtung *AG* die Peilung des Gestirns bei der ersten Beobachtung und *AB* den Kurs des Schiffs vom ersten zum zweiten Beobachtungsort bedeutet, so ist der Winkel *BAD* der Winkel zwischen Peilung und Kurs. Geht man mit diesem Winkel oder, wenn er stumpf ist, mit seinem Supplement als Kurs in die Strich- oder Gradtafel und mit der gesegelten Distanz in die Distanzspalte, so ist der entsprechende Wert in der Br. U.-Spalte die gesuchte Berichtigung. Diese Berichtigung für Segelung ist zur ersten Höhe zu addieren, wenn der Winkel zwischen Kurs und Peilung spitz, dagegen von ihr zu subtrahieren, wenn jener Winkel stumpf ist. Ist der Winkel = 8 Str. = 90°, so ist die Berichtigung gleich 0, und ist er gleich 0 oder gleich 180°, so ist sie gleich der gesegelten Distanz, und zwar positiv im ersten, dagegen negativ im zweiten Falle.

Soll die zweite Höhe auf den Ort der ersten übertragen werden, so hat man den Winkel zwischen der Peilung des Gestirns bei der zweiten Höhe und dem der Segelung entgegengesetzten Kurse zu nehmen. Dabei ist zu bemerken, daß Peilung und Kurs nach demselben Kompasse bestimmt werden müssen. Aus den in § 105 unter 1 angegebenen Gründen empfiehlt es sich, die Sonne stets bei der kleineren Höhe zu peilen und diese auf den Ort der größeren Höhe zu übertragen.

Um den Einfluß der Fehler in den Höhen und der verflossenen Zeit auf die berechnete Breite und Zeit möglichst zu verringern, muß man die Höhen in Azimuten beobachten, deren Unterschied möglichst 90° beträgt. Je kleiner die Meridianzenitdistanz ist, desto kleiner müssen die Stundenwinkel, die Höhen also um so näher am Meridian beobachtet werden, wenn die Methode eine Annäherung gewähren soll.

Da die Deklination der Sonne veränderlich ist, so bleibt noch die Frage zu beantworten, für welchen Zeitpunkt diese zu verbessern ist. Im allgemeinen ist es vorteilhafter, die Deklination zur Zeit der größeren Höhe in Rechnung zu nehmen. Soll dann

der Fehler in der Deklination nicht vergrößert in die Breite übergehen, so muß der Stundenwinkel der größeren Höhe kleiner sein als die zwischen beiden Beobachtungen verflossene Zeit. Ist die größere Höhe nahe am Meridian beobachtet, so hat dieser Deklinationsfehler keinen Einfluß auf die Breite.

Nachdem man zwei geeignete Sonnenhöhen beobachtet und die Sonne bei der kleineren Höhe gepeilt hat, mache man das Besteck für die Zeit der größeren Höhe auf.

Aus den beobachteten Höhen finde man die wahren Mittelpunktshöhen und bringe auf die kleinere Höhe die Berichtigung für Segelung an.

Auf die Ortszeit der größeren Höhe wende man die Bestecklänge an und finde für die so ermittelte Greenwicher Zeit die Deklination der Sonne.

Aus den Uhrzeiten der beiden Höhen ermittele man die halbverflossene Zeit, indem man den Unterschied der Uhrzeiten, nötigenfalls für den Gang der Beobachtungsuhr berichtigt, halbiert.

Dann berechne man nach Formel I die Mittelzeit, indem man für φ die Bestecksbreite einsetzt und verfahre weiter, wie oben angegeben ist.

Bei Berechnung der Ortszeit der größeren Höhe ist zu bestimmen, ob der Stundenwinkel t' West oder Ost vom Meridian ist. Je nachdem die Mittelzeit größer oder kleiner als die halbverflossene Zeit ist, sind die Höhen auf derselben oder auf verschiedenen Seiten des Meridians beobachtet. Vergleicht man dann die Höhen unter sich, so ergibt sich, ob die größere Höhe östlich oder westlich vom Meridian liegt.

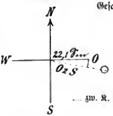
Ist der Stundenwinkel West, so ist er gleich der wahren Zeit abends, während der östliche Stundenwinkel von 12^h subtrahiert, die wahre Zeit morgens ergibt. Wendet man hierauf die für die mittlere Greenwicher Zeit der größeren Höhe verbesserte Zeitgleichung a. wh. Zeit an, so erhält man die mittlere Ortszeit der größeren Höhe und durch deren Vergleichung mit der entsprechenden Uhrzeit der Beobachtung die Korrektion der Beobachtungsuhr gegen mittlere Zeit.

Beispiel. 1907 den 7. März beobachtete man bei 6,8 m Augeshöhe nach einer Uhr, die ungefähr 30^m gegen wahre Ortszeit voraus war und stündlich $3^s,5$ voreilte, um $8^h\,49^m\,25^s$ ⨀ 32° 55′,0 ⌽ *OzS*. Darauf segelte man nach demselben Kompaß Ost mit 6,7 Knoten Fahrt und beobachtete nun, nach dem Besteck in 26° 44′ S Br. und 57° 0′ O Lg. v. Grw., um $0^h\,6^m\,53^s$ ⨀ 67° 51′,2. I. K. bei beiden Beobachtungen = − 3′,7.

Es ist die Breite des zweiten Beobachtungsorts und die Uhrkorrektion gegen wahre Zeit zu finden.

⨀ = 32° 55′,0
I. K. = − 3′,7
32° 51′,3
Gesamtber. = + 10′,1
33° 1′,4
Verb. f. Segelung = + 21′,7
h = 33° 23′,1

Zwischenzeit = $3^h,3$
Fahrt = 6,7 Kn.
Distanz = 22,1 Sm.



← zw. K. u. Peil. = 1 Str.

⨀ 67° 51′,2
I. K. = − 3′,7
67° 47′,5
Gesamtber. = + 11′,2
h' = 67° 58′,7

$0^h\ 7^m$ Uhrzeit der gr. Höhe.
− 30^m U. K. gegen wh. Zeit.
$11^h\,37^m$ wh. Ortszeit mrgs. d. 7/3.
− $3^h\,48^m$ O Lg. in Zeit.
$7^h\,49^m$ wh. Grw. Zeit mrgs. d. 7/3.
N. J. d. 7/3. ⨀ δ = − 5° 36′,6
Änd. = 0′,97 in 1^h
4,2
4′,074 . . − 4′,1
Verb. ⨀ δ = − 5° 40′,7

$$\sin m = \frac{\sin h' - \sin h}{2} \cdot \sec \varphi \cdot \sec \delta \cdot \operatorname{cosec} \tfrac{1}{2} v$$

$$\cos(\varphi - \delta) = \sin h' + \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} t'}{\sec \varphi \cdot \sec \delta}.$$

$0^h\ 6^m\ 53^s$	$h' = 67° 58',7$	$\sin = 0{,}92704$	$\varphi = -26° 44'$ $\log \sec = 0{,}04910$
$8^h\ 49^m\ 25^s$	$h = 33° 23',1$	$\sin = 0{,}55026$	$\delta = -5° 41'$ $\log \sec = 0{,}00214$
$3^h\ 17^m\ 28^s$		$\sin h' - \sin h = 0{,}37678$	$\log(\sec\varphi \cdot \sec\delta) = 0{,}05124$

Ber. f. Gang $= -\ 12^s = 3{,}3 \cdot 3^s{,}5$ $\quad \frac{\sin h' - \sin h}{2} = 0{,}18839$ . . . . $\log = 9{,}27506$

$v = 3^h\ 17^m\ 16^s$

$\frac{1}{2} v = 1^h\ 38^m\ 38^s$ = halbverflossene Zeit . . . . $\log \operatorname{cosec} = 0{,}37965$

$m = 2^h\ 2^m\ 9^s$ = Mittelzeit . . . . $\log \sin = 9{,}70595$

$t' = 0^h\ 23^m\ 31^s$ . . . . $\log(2 \sin^2 \frac{1}{2} t') = 7{,}72101$

Zahl $= 0{,}00467$ . . . . $\log = 7{,}66977$

$\cos(\varphi - \delta) = 0{,}93171$

$\varphi - \delta = 21° 17',8$ S

$\delta = 5° 40',7$ S

Breite $= 26° 58',5$ S.

Wiederholung.

$\varphi = -26° 59'$ $\log \sec = 0{,}05005$

$\delta = -5° 41'$ $\log \sec = 0{,}00214$

$\log(\sec\varphi \cdot \sec\delta) = 0{,}05219$

$\log \frac{\sin h' - \sin h}{2} = 9{,}27506$

$\frac{1}{2} v = 1^h\ 38^m\ 38^s$ . . . . $\log \operatorname{cosec} = 0{,}37965$

$m = 2^h\ 2^m\ 27^s$ . . . . $\log \sin = 9{,}70690$

$t' = 0^h\ 23^m\ 49^s$ O v. Mer. . . . . $\log(2 \sin^2 \frac{1}{2} t') = 7{,}73193$

Wh. Ortszeit $= 11^h\ 36^m\ 11^s$ mrgs. } 7/3. $\quad$ Zahl $= 0{,}00478$ . . . . $\log = 7{,}67974$

Uhrzeit $= 0^h\ 6^m\ 53^s$ abds. } $\quad \sin h' = 0{,}92704$

U. K. $= -\ 30^m\ 42^s$ geg. wh. Zt. $\quad \cos(\varphi - \delta) = 0{,}93182$

$\varphi - \delta = 21° 16',8$ S

$\delta = 5° 40',7$ S

Breite $= 26° 57',5$ S.

II. Bestimmung der Länge durch Monddistanzen.

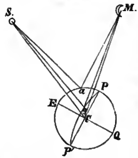
§ 358. Erklärung des Wesens der Methode. Die Länge eines Orts ist gefunden, sobald man in einem bestimmten Augenblicke an diesem Orte weiß, was die Zeit des ersten Meridians in demselben Augenblicke war. Wenn daher ein Beobachter am Orte und ein zweiter Beobachter in Greenwich eine an beiden Orten sichtbare Erscheinung beobachten, die nur einen Augenblick dauert, und jeder die mittlere Zeit seines Orts im Augenblicke der Erscheinung kennt, so ist der Unterschied dieser Zeiten die Länge des ersten Orts, gerechnet von Greenwich. Je kürzer die Dauer von solcher Erscheinung ist, desto schärfer wird sich der Augenblick bestimmen lassen, in dem sie stattfand, und um so genauer wird man also die Länge erhalten.

Unter den Erscheinungen am Himmel sind unter anderen, als Finsternisse und Sternbedeckungen durch den Mond, besonders geeignet für die Längenbestimmung auf See die Distanzen des Mondes von der Sonne und anderen Gestirnen. Da der Mond infolge seiner Bewegung um die Erde sich täglich von einem in seiner Bahn befindlichen Stern

ungefähr 13°, von der Sonne etwa 12° entfernt (s. § 275), so wird sich die Distanz des Mondes von der Sonne stündlich ungefähr ½° und in der Minute um ½′ oder 30″ ändern. Wegen dieser stetigen Änderung wird eine bestimmte Distanz nur die Dauer eines Augenblicks haben und daher zur Längenbestimmung brauchbar sein; auch ist klar, daß die Länge um so genauer erhalten wird, je schneller die Distanzänderung ist. Da die Änderung etwa 30″ in 1^m beträgt, so wird ein Fehler von 30″ in der beobachteten Distanz die zugehörige Zeit um 1^m und folglich die Länge um $1^m = 15'$ falsch geben.

Das Beobachten der Monddistanzen besteht in dem Messen des Winkels, der zwischen den beiden Gesichtslinien liegt, die vom Auge des Beobachters nach dem Monde und der Sonne oder einem anderen Gestirne gehen. Wenn in Fig. 260 *a* der Beobachtungsort und *g* Greenwich ist, in *M* der Mond und in *S* das andere Gestirn steht, so würde der Beobachter in *a* die Distanz *SaM* messen, während in demselben Augenblick in Greenwich die Distanz $= \angle SgM$ wäre. Da nun beide Orte die Gestirne nicht in derselben Höhe haben werden, so muß auch die Wirkung der Strahlenbrechung und Parallaxe auf den Stand der Gestirne und folglich auch auf ihre scheinbare Entfernung voneinander an beiden Orten verschieden sein. Werden aber die scheinbaren Distanzen, die Winkel *SaM* und *SgM*, von dem Einflusse der Strahlenbrechung und Parallaxe befreit, so erhält man für beide Orte *a* und *g* denselben Winkel *SCM*, der die wahre Distanz genannt wird. Solche wahre Distanzen nebst den zugehörigen mittleren Greenwicher Zeiten werden nun in dem nautischen Jahrbuch für alle Tage im Jahre, sofern der Mond sichtbar ist, im voraus angegeben; sucht man daher unter diesen Distanzen im nautischen Jahrbuch die auf, die mit der aus der Beobachtung sich ergebenden wahren Distanz übereinstimmt, so ist die bei dieser Distanz im Jahrbuch angegebene Zeit die mittlere Greenwicher Zeit der Beobachtung, die, mit der Ortszeit dieser Beobachtung verglichen, die Länge des Orts gibt.

Fig. 260.



Damit zu jeder Zeit, wenn der Mond am Himmel sichtbar ist, mittels des Sextanten Distanzen zum Zweck der Längenbestimmung beobachtet werden können, sind bei der Vorausberechnung der Distanzen solche Sterne erster und zweiter Größe gewählt, die rings am Himmel herum ziemlich gleichmäßig verteilt sind und zugleich möglichst nahe an der Mondbahn liegen, weil die Distanz von Sternen, die in oder doch nahe an der Bahn des Mondes liegen, sich stärker ändert als von solchen, die weiter davon entfernt sind. Die Distanzsterne sind außer der Sonne folgende neun:

α Widder, Aldebaran, Pollux, Regulus, Spica, Antares, Atair, Markab und Fomalhaut.

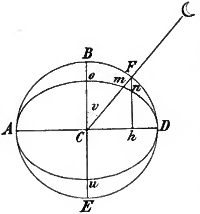
Außer diesen Fixsternen sind noch besonders die vier hellen Planeten: Venus, Mars, Jupiter und Saturn zu Distanz-Gestirnen geeignet.

§ 359. Verwandlung der beobachteten Distanz in die scheinbare Mittelpunktsdistanz. Die im nautischen Jahrbuch vorausberechneten Distanzen sind wahre Mittelpunktsdistanzen; da nun immer die Distanzen zwischen den Rändern der Gestirne beobachtet werden, so muß man noch zu den beobachteten Distanzen zwischen Mond und Sonne die scheinbaren Halbmesser dieser Gestirne addieren, da stets die Distanz zwischen dem vollen Mondrande und

dem nächsten Rande der Sonne gemessen wird. Ist die Distanz zwischen einem Stern oder Planeten und dem Monde beobachtet, so ist der scheinbare Mondhalbmesser zur beobachteten Distanz zuzulegen oder davon abzuziehen, je nachdem die Distanz des dem Sterne nächsten oder entfernten Mondrandes gemessen ist.

Bei niedrigem Stande der Sonne oder des Mondes ist auf die nach § 291 gefundenen Halbmesser noch eine Berichtigung wegen der Verkürzung in schräger Richtung durch die Strahlenbrechung anzubringen. Da nämlich durch die Wirkung der Strahlenbrechung die Scheibe der Sonne oder des Mondes bei kleinen Höhen eine elliptische Form annimmt, so werden mit Ausnahme des horizontalen Halbmessers alle Halbmesser mehr oder weniger verkürzt.

Fig. 261.



In Fig. 261 sei der Kreis $ABDE$ die Scheibe der Sonne, wie sie ohne die Wirkung der Strahlenbrechung erscheint, und $AoDu$ die durch die Strahlenbrechung erzeugte elliptische Gestalt. Befindet sich nun der Mond in ☾, so wird die Distanz m☾ beobachtet, und es wäre Cm der scheinbare Sonnenhalbmesser, der zu m☾ zu addieren ist, um die Distanz vom Mittelpunkte C zu erhalten. Mithin ist der aus dem nautischen Jahrbuch entnommene Sonnenhalbmesser CF um das Stück Fm zu verkleinern.

Um dieses Stück zu finden, bezeichne v den Winkel BCF, den der geneigte Halbmesser Cm mit dem vertikalen Halbmesser CB bildet. Fällt man Fh senkrecht auf den horizontalen Durchmesser AD, so verhält sich nach § 65

$$BC : oC = Fh : nh,$$

also auch

$$BC - oC : BC = Fh - nh : Fh$$

oder

$$BO : BC = Fn : Fh,$$

folglich

$$Fn = Bo \cdot \frac{Fh}{BC}, \text{ und da } BC = CF \text{ und}$$

$$\frac{Fh}{CF} = \sin(90^\circ - v) \text{ ist, so wird}$$

$$Fn = Bo \cdot \cos v.$$

Man kann nun das Dreieck Fmn als geradlinig und bei m rechtwinklig betrachten. In diesem ist, da $\angle mFn = v$,

$$Fm = Fn \cdot \cos v, \text{ und hierin den für } Fn \text{ gefundenen}$$

Wert gesetzt,

$$Fm = Bo \cdot \cos^2 v \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{I).}$$

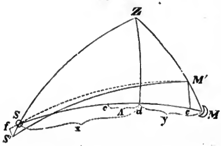
In dieser Gleichung bedeutet Bo die Verkürzung des vertikalen Halbmessers, die nach § 291 gefunden werden kann. Um den Winkel v zu erhalten, schätze man bei der Distanzmessung den Abstand des Berührungspunktes m am Sonnenrande vom obersten Punkte o der Sonnenscheibe, wobei es auf einige Grade nicht weiter ankommt, oder man finde ihn durch Rechnung, wie in § 363 gezeigt ist.

Ist das niedrig stehende Gestirn der Mond, so ist die Verkürzung Fm von dem für Vergrößerung berichtigten Mondhalbmesser abzuziehen, um den auf die Distanz anzuwendenden Halbmesser Cm zu erhalten, und der Winkel v wird auf dem Mondrande abgeschätzt oder durch Rechnung gefunden.

Die Verkürzung des geneigten Halbmessers kann auch aus Tafel 50 entnommen werden, in die man mit der scheinbaren Höhe der Sonne oder des Mondes und mit dem Winkel v, der Neigung des Halbmessers gegen den Vertikalkreis, eingeht.

§ 360. Formel zur Berechnung der wahren Distanz. Um aus der beobachteten und durch Anwendung der scheinbaren Halbmesser gefundenen scheinbaren Mittelpunktsdistanz die wahre Distanz zu erhalten, wollen wir zunächst annehmen, daß die Erde eine Kugel sei, deren Halbmesser die Länge des Erdhalbmessers für den Beobachtungsort habe.

Fig. 262.



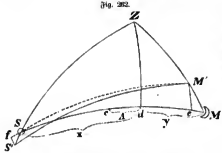
In Fig. 262 sei Z das Zenit des Beobachters, M sei der scheinbare, M' der wahre Mondort, S der scheinbare und S' der wahre Ort des anderen Gestirns, ZM also die scheinbare, ZM' die wahre Mondzenitdistanz, ZS die scheinbare und ZS' die wahre Zenitdistanz des anderen Gestirns. Legt man nun durch die scheinbaren Örter M und S sowohl wie durch die wahren Örter M' und S' größte Kreisbogen, so ist MS die scheinbare und $M'S'$ die wahre Distanz. $M'M$ ist der Betrag der Parallaxe — Strahlenbrechung für die Mondhöhe und SS' die Strahlenbrechung — Parallaxe des anderen Gestirns; $M'M$ werde der Kürze wegen mit P und SS' mit R bezeichnet. Man lege nun durch den wahren Mondort M' und durch den scheinbaren Ort S den größten Kreisbogen $M'S$ und trage auf der scheinbaren Distanz SM diesen Hilfsbogen SM' ab, so daß $Se = SM'$ ist, dann ist $SM' = SM - Me$; trägt man ferner von M' aus den Bogen $M'S'$ auf dem über S verlängerten Bogen $M'S$ ab, so daß $M'f = M'S'$ wird, so ist

$$M'S' = M'S + Sf \quad \text{und da vorhin}$$
$$M'S = MS - Me \quad \text{war,}$$

so auch
$$M'S' = MS - Me + Sf \quad \ldots \ldots \quad \text{a).}$$

Diese Gleichung gilt für den Fall, wenn, wie in Fig. 262, die vom Zenit auf die scheinbare Distanz gefällte Senkrechte innerhalb des Dreiecks MZS liegt. Da die Entwicklung der Formel dieselbe bleibt, ob nun jene Senkrechte innerhalb oder außerhalb des Dreiecks MZS fällt, so kann man von dem letzten Falle vorläufig absehen und ihn zum Schlusse besonders untersuchen. Man lege nun durch die Punkte M' und e den größten Kreisbogen $M'e$ und ebenso durch die Punkte S' und f den größten Kreisbogen $S'f$, so können die Stücke Me und Sf, die die Wirkung der Parallaxe und Strahlenbrechung auf die Distanz darstellen, aus den kleinen Dreiecken $M'Me$ und $S'Sf$ entnommen werden. Da beide Dreiecke nur klein sind, so kann man sie als ebene betrachten, und wenn man sie zunächst als rechtwinklige Dreiecke bei e und f ansieht, so wird $Me = MM' \cdot \cos \angle M$ und $Sf = S'S \cdot \cos \angle fSS'$. Den Winkel fSS' oder den gleichen Scheitelwinkel ZSM' kann man, ohne einen in Betracht kommenden Fehler zu begehen, dem Winkel $ZSM, \angle S$, gleich setzen. Nur in dem Falle, wenn die Höhe dieses Gestirns

Fig. 262.



sehr klein, SS' also groß ist, könnte durch jene Annahme ein kleiner Fehler entstehen, doch sollen solche Fälle bei der Längenbestimmung durch Monddistanzen überhaupt vermieden werden. Demnach wird

$$Me = P \cdot \cos \angle M \text{ und } Sf = R \cdot \cos \angle S.$$

Setzt man diese Werte in Gleichung a) ein und bezeichnet die wahre Distanz $M'S'$ mit D', die scheinbare Distanz MS mit D, so wird

$$D' = D - P \cdot \cos \angle M + R \cdot \cos \angle S \ldots \text{b)}.$$

Diese Gleichung ist jedoch nur dann richtig, wenn die kleinen Dreiecke $M'Me$ und $S'Sf$ wirklich rechtwinklig sind. Das Dreieck $S'Sf$ kann man nun immer als ein bei f rechtwinkliges betrachten, weil es sehr klein ist, während das größere Dreieck $M'Me$ nur dann rechtwinklig wird, wenn der Bogen $SM' = 90°$ ist, denn in diesem Falle ist S der Pol des größten Kreisbogens $M'e$, so daß die durch S gelegten größten Kreise den Bogen $M'e$ rechtwinklig schneiden. Ist dagegen SM' nicht gleich 90°, so ist das Dreieck $M'Me$ nicht rechtwinklig und folglich die nach Gleichung b) berechnete wahre Distanz nur ein sehr genäherter Wert, woran noch eine Verbesserung anzubringen ist, um die richtige Distanz zu erhalten. Diese Verbesserung wird die dritte Korrektion genannt, wobei man das Stück $P \cdot \cos \angle M$ als erste und $R \cdot \cos \angle S$ als zweite Korrektion ansieht, so daß Gleichung b) übergeht in

$$D' = D - P \cdot \cos \angle M + R \cdot \cos \angle S \pm 3.\ \text{Korrektion} \quad \ldots \ldots \quad \text{c)}.$$

Die Winkel M und S könnten aus den drei bekannten Seiten des Dreiecks SMZ berechnet werden, indessen führt folgende Entwicklung zu einer kürzeren Rechnung. Man fälle vom Zenit den größten Kreisbogen Zd senkrecht auf die scheinbare Distanz SM und bezeichne die scheinbare Mondzenitdistanz ZM mit Z, die scheinbare Zenitdistanz des anderen Gestirns mit z, das Bogenstück Md mit y, Sd mit x, so ergibt sich aus dem bei d rechtwinkligen sphärischen Dreieck ZMd die Gleichung

$$\left.\begin{array}{ll} & \cos \angle M = \operatorname{cotg} Z \cdot \operatorname{tang} y \\ \text{und aus } \triangle ZSd & \cos \angle S = \operatorname{cotg} z \cdot \operatorname{tang} x \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \text{d)}.$$

Um y und x zu bestimmen, halbiere man die scheinbare Distanz durch den Punkt c und bezeichne den Abstand des Fußpunkts der Senkrechten von diesem Punkte, nämlich den Bogen dc mit A. Wenn die scheinbaren Höhen der beiden Gestirne einander gleich sind, so fällt der Fußpunkt der Senkrechten in den Mittelpunkt c der scheinbaren Distanz, A wird dann gleich 0, also $y = x = \frac{1}{2} D$. Sind aber die Höhen der Gestirne ungleich, so fällt die Senkrechte stets nach der Seite der größeren Höhe hin, in Fig. 262 näher an den Mondort M, so daß $y = \frac{1}{2} D - A$ und $x = \frac{1}{2} D + A$ wird. Diese Werte in die Gleichungen d) eingesetzt und für die scheinbaren Zenitdistanzen deren Komplemente H und h eingeführt, ergeben

$$\left.\begin{array}{ll} & \cos \angle M = \operatorname{tang} H \cdot \operatorname{tang}(\tfrac{1}{2} D - A) \\ \text{und} & \cos \angle S = \operatorname{tang} h \cdot \operatorname{tang}(\tfrac{1}{2} D + A) \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \text{e)}.$$

Ist aber nicht die Mondhöhe, sondern die Höhe des anderen Gestirns die größere, so ist in der ersten dieser beiden Gleichungen zu setzen $\frac{1}{2} D + A$, während in der zweiten Gleichung $\frac{1}{2} D - A$ zu nehmen ist. Es gehört also die Differenz $\frac{1}{2} D - A$ stets zur größeren und die Summe $\frac{1}{2} D + A$ zu der kleineren Höhe.

Das bei d rechtwinklige Dreieck ZMd gibt $\cos Z = \cos Zd \cdot \cos y$.
„ „ d „ „ ZSd „ $\cos z = \cos Zd \cdot \cos x$.

Durch Division $\frac{\sin H}{\sin h} = \frac{\cos y}{\cos x}$, worin statt der scheinbaren Zenitdistanzen die scheinbaren Höhen H und h gesetzt sind. Zieht man von dieser Gleichung $1 = 1$ ab, addiert sie auch zu $1 = 1$, richtet die Brüche ein und dividiert die zuerst erhaltene durch die zuletzt bekommene Gleichung, so ergibt sich

$$\frac{\sin H - \sin h}{\sin H + \sin h} = \frac{\cos y - \cos x}{\cos x + \cos y}.$$

Nach § 24 (Formel 13 bis 16) erhält man hieraus

$$\frac{2\cos\frac{1}{2}(H+h)\cdot\sin\frac{1}{2}(H-h)}{2\sin\frac{1}{2}(H+h)\cdot\cos\frac{1}{2}(H-h)} = \frac{2\sin\frac{1}{2}(x+y)\cdot\sin\frac{1}{2}(x-y)}{2\cos\frac{1}{2}(x+y)\cdot\cos\frac{1}{2}(x-y)}$$

oder $\operatorname{cotg}\frac{1}{2}(H+h)\cdot\operatorname{tang}\frac{1}{2}(H-h) = \operatorname{tang}\frac{1}{2}(x+y)\cdot\operatorname{tang}\frac{1}{2}(x-y)$.

Nach Fig. 262 ist

$x + y = MS = D$ und $\frac{1}{2}(x+y) = Mc = \frac{1}{2}D$,

ferner $y = Md$,

dies abgezogen, gibt $\frac{1}{2}(x-y) = Mc - Md = A$.

Setzt man diese Werte in vorstehende Gleichung ein, so erhält man

$$\operatorname{cotg}\frac{1}{2}(H+h)\cdot\operatorname{tang}\frac{1}{2}(H-h) = \operatorname{tang}\frac{1}{2}D\cdot\operatorname{tang}A,$$

also $\operatorname{cotg}\frac{1}{2}(H+h)\cdot\operatorname{tang}\frac{1}{2}(H-h)\cdot\operatorname{cotg}\frac{1}{2}D = \operatorname{tang}A$ . . . . . . I).

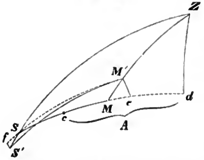
Aus Gleichung I) wird A berechnet; dadurch sind dann auch die Größen $\frac{1}{2}D - A$ und $\frac{1}{2}D + A$ bekannt, und wenn man noch die Werte aus den Gleichungen e) in die Gleichung c) einsetzt, so wird

$D' = D - P\cdot\operatorname{tang}H\cdot\operatorname{tang}(\frac{1}{2}D - A) + R\cdot\operatorname{tang}h\cdot\operatorname{tang}(\frac{1}{2}D + A) \pm 3.$ Korr. II).

Wenn man auf das Vorzeichen der trigonometrischen Tangente Rücksicht nimmt, das bei einem spitzen negativen Winkel ebenfalls negativ ist, so ist die Gleichung II) für alle Fälle ausreichend. Man gewinnt aber an Sicherheit, wenn man sich die besonderen Fälle, die vorkommen können, an einer Figur veranschaulicht.

Wenn bei kleiner Distanz die Höhen der beiden Gestirne sehr verschieden sind, so wird die vom Zenit auf die scheinbare Distanz gefällte Senkrechte außerhalb des Dreiecks ZMS fallen und stets auf die Seite des Gestirns, das die größere Höhe hat.

Fig. 263.

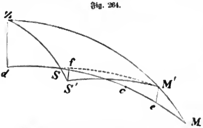


Steht, wie in Fig. 263, der Mond höher als das andere Gestirn, und haben die Buchstaben dieselbe Bedeutung, wie in Fig. 262, so fällt die Senkrechte Zd auf die über den scheinbaren Mondort hinaus verlängerte Distanz SM, und der Fußpunkt d der Senkrechten liegt um den Bogen dc von der Mitte der Distanz entfernt, so daß $A > \frac{1}{2}D$ ist, mithin $\frac{1}{2}D - A$ negativ wird. Trägt man den Hilfsbogen SM' auf der scheinbaren Distanz ab, so daß $SM' = Se$ ist, so wird nun $SM' = SM + Me$ und $S'M' = SM + Me + Sf$, mithin geht für diesen Fall die Gleichung II) ohne Rücksicht auf das Zeichen von $\operatorname{tang}(\frac{1}{2}D - A)$ über in

$$D' = D + P\cdot\operatorname{tang}H\cdot\operatorname{tang}(\tfrac{1}{2}D - A) + R\cdot\operatorname{tang}h\cdot\operatorname{tang}(\tfrac{1}{2}D + A) \pm 3.\ \text{Korr.}$$

Wenn dagegen nicht der Mond, sondern das andere Gestirn die größere Höhe hat, wie in Fig. 264, in der die Buchstaben ebenfalls dieselbe Bedeutung haben, wie in Fig 263,

Fig. 264.



so fällt die Senkrechte Zd auf die über S hinaus verlängerte scheinbare Distanz MS. Der Fußpunkt d der Senkrechten liegt um den Bogen dc von der Mitte der Distanz, also ist $A > \frac{1}{2}D$ und folglich $\frac{1}{2}D - A$ wieder negativ. Wird der Hilfsbogen SM' auf SM abgetragen, so daß $SM' = Se$ ist, so wird $SM' = SM - Me$ und $S'M'$ auf SM' abgetragen, also $S'M' = SM' - Sf$ gemacht, gibt hier $S'M' = SM - Me - Sf$.

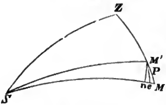
Mithin geht für diesen Fall die Gleichung II) ohne Rücksicht auf das Zeichen von $\operatorname{tang}(\frac{1}{2}D - A)$, welcher Faktor jetzt bei der Sternhöhe steht, über in

$$D' = D - P \cdot \operatorname{tang} H \cdot \operatorname{tang}(\tfrac{1}{2}D + A) - R \cdot \operatorname{tang} h \cdot \operatorname{tang}(\tfrac{1}{2}D - A) \pm 3.\ \text{Korr.}$$

Ob die vom Zenit auf die scheinbare Distanz gefällte Senkrechte innerhalb oder außerhalb des Dreiecks ZMS fällt, erkennt man in der Rechnung daran, daß im ersten Falle $\frac{1}{2}D > A$ und im zweiten Falle $\frac{1}{2}D < A$ wird.

Die dritte Korrektion zu bestimmen.

Fig. 265



In Fig. 265 haben die Buchstaben dieselbe Bedeutung wie in Fig. 262, SM' ist also der Hilfsbogen vom wahren Mondort nach dem scheinbaren Orte des anderen Gestirns und $SM' = Se$ ist auf der scheinbaren Distanz SM abgetragen. Fällt man nun von M' den größten Kreisbogen $M'n$ senkrecht auf die scheinbare Distanz, so ist das kleine Dreieck $M'Mn$ rechtwinklig bei n, und $Mn = P \cdot \cos\angle M$. Indem man also als erste Distanzkorrektion den Betrag von $P \cdot \cos\angle M$ in Anwendung bringt, begeht man einen Fehler, der $= ne$ ist, da nicht Mn sondern Me die richtige Korrektion ist. Je nachdem die Senkrechte $M'n$ außerhalb oder innerhalb des kleinen Dreiecks $M'Me$ fällt, ist die dritte Korrektion positiv oder negativ. Sie ist also positiv, wenn Bogen $SM' < 90°$ ist, da dann der Winkel $M'eM$ stumpf ist, dagegen negativ, wenn Bogen $SM' > 90°$ ist, weil dann der Winkel $M'eS$ stumpf, also sein Nebenwinkel $M'eM$ spitz wird. Ist die Distanz $SM' = 90°$, so fällt, wie früher schon erwähnt, $M'e$ mit der Senkrechten $M'n$ zusammen, mithin ist dann die 3. Korrektion $= 0$. Der Kürze wegen bezeichne m die erste Distanzkorrektion Mn. Die beiden bei n rechtwinkligen Dreiecke $M'Sn$ und $M'Mn$ geben die Gleichungen

$$\cos SM' = \cos M'n \cdot \cos Sn$$

und

$$\cos P = \cos M'n \cdot \cos m\,.$$

Durch Division

$$\frac{\cos SM'}{\cos P} = \frac{\cos Sn}{\cos m}$$

und

$$\cos SM' = \frac{\cos P \cdot \cos Sn}{\cos m}\,.$$

Es ist

$$\cos Sn = \cos Sn\,.$$

Die obere Gleichung von der unteren abgezogen:

$$\cos Sn - \cos SM' = \cos Sn \cdot \left(1 - \frac{\cos P}{\cos m}\right).$$ Beide Gleichungen

addiert, $$\cos Sn + \cos SM' = \cos Sn \cdot \left(1 + \frac{\cos P}{\cos m}\right).$$

Durch Division

$$\frac{\cos Sn - \cos SM'}{\cos Sn + \cos SM'} = \frac{1 - \frac{\cos P}{\cos m}}{1 + \frac{\cos P}{\cos m}} = \frac{\cos m - \cos P}{\cos m + \cos P}.$$

Nach § 24 (Formel 15 bis 16) ist

$$\frac{2 \sin \frac{1}{2}(Sn + SM') \cdot \sin \frac{1}{2}(SM' - Sn)}{2 \cos \frac{1}{2}(Sn + SM') \cdot \cos \frac{1}{2}(SM' - Sn)} = \frac{2 \sin \frac{1}{2}(P + m) \cdot \sin \frac{1}{2}(P - m)}{2 \cos \frac{1}{2}(P + m) \cdot \cos \frac{1}{2}(P - m)}$$

oder

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(Sn + SM') \cdot \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(SM' - Sn) = \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(P + m) \cdot \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(P - m).$$

Man kann nun, ohne einen wesentlichen Fehler zu begehen, $\frac{1}{2}(Sn + SM') = D$ setzen; weil ferner $\frac{1}{2}(SM' - Sn) = \frac{1}{2}(Se - Sn)$ ist und $Se - Sn$ die dritte Korrektion darstellt, so erhält man, wenn diese mit x bezeichnet wird,

$$\operatorname{tang} D \cdot \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} x = \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(P + m) \cdot \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(P - m).$$

Da die Bogen x, $\frac{1}{2}(P + m)$, $\frac{1}{2}(P - m)$ nur klein sind, so kann man die Sinus statt ihrer Tangenten und die Sinus den Bogen proportional setzen. Dividiert man noch die Gleichung durch $\operatorname{tang} D$, so wird

$$\tfrac{1}{2} x \cdot \sin 1'' = \operatorname{cotg} D \cdot \tfrac{1}{2}(P + m) \cdot \sin 1'' \cdot \tfrac{1}{2}(P - m) \cdot \sin 1''$$

oder

$$\tfrac{1}{2} x = \operatorname{cotg} D \cdot \tfrac{1}{2}(P + m) \cdot \tfrac{1}{2}(P - m) \cdot \sin 1'',$$

mithin $$\tfrac{1}{2} x = \operatorname{cotg} D \cdot \frac{P^2 - m^2}{4} \cdot \sin 1'',$$

mit 2 multipliziert

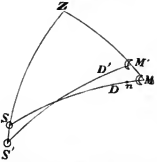
$$x = 3.\ \text{Korr.} = P^2 \cdot \operatorname{cotg} D \cdot \tfrac{1}{2} \sin 1'' - m^2 \cdot \operatorname{cotg} D \cdot \tfrac{1}{2} \sin 1'' \quad . \; . \; . \quad \text{III}).$$

Da die erste Distanzkorrektion, die hier durch m bezeichnet ist, kleiner ist als P, die ☾ Parallaxe — Strahlenbrechung, so ist das Zeichen der dritten Korrektion allein abhängig von dem ersten Teile, nämlich $P^2 \cdot \operatorname{cotg} D \cdot \frac{1}{2} \sin 1''$. Danach wird also die dritte Korrektion positiv, wenn $D < 90°$, $= 0$, wenn $D = 90°$ und negativ, wenn $D > 90°$ ist. Die beiden Teile der dritten Korrektion nach Gleichung III) lassen sich leicht in eine Tafel bringen, worin der eine Eingang P, die ☾ Parallaxe — Strahlenbrechung und zugleich m, die erste Distanzkorrektion ist, während die scheinbare Distanz den zweiten Eingang bildet. Der Unterschied der beiden, hiermit aus der Tafel entnommenen Zahlen ist die dritte Korrektion. Nach III) ist die Tafel 47 berechnet.

§ 361. Den Einfluß zu bestimmen, den kleine Fehler in den Bestimmungsstücken auf die wahre Distanz haben.

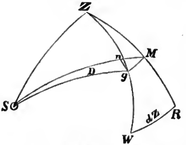
1. Vom Fehler in der beobachteten scheinbaren Distanz.

Fig. 266.



In Fig. 266 sei Z das Zenit des Beobachters, ZM und ZS' Bogen von Vertikalkreisen, M der scheinbare Ort des Mondes, S der scheinbare Ort des anderen Gestirns, M' der wahre Mondort und S' der wahre Ort des anderen Gestirns, mithin $SM = D$ die scheinbare und $S'M' = D'$ die wahre Distanz. Wenn nun die scheinbare Distanz D um das Stück Mn zu groß gemessen wäre, so wird man die diesem Fehler entsprechende Veränderung in der wahren Distanz D' finden können, wenn man zunächst in dem Dreieck ZSM bestimmt, um wieviel der Winkel Z am Zenit fehlerhaft wird durch den Fehler Mn in der gegenüberliegenden scheinbaren Distanz, und dann aus dem Dreieck $ZS'M'$ ermittelt, welcher Fehler in der wahren Distanz $S'M'$ durch die Änderung des Winkels Z hervorgerufen wird. Die Höhen, also die Seiten ZS, ZM, ZS' und ZM' sind dabei als richtig anzunehmen. Man beschreibe (Fig. 267) von S aus mit der Sehne Sn als Halbmesser einen Bogen und mit der richtigen scheinbaren Zenitdistanz ZM von Z aus einen zweiten Bogen, der den ersten in g schneidet. Legt man durch g, den richtigen scheinbaren Ort des Mondes, einen Vertikalkreis und zieht den größten Kreisbogen Sg, so ist ZSg das richtige Dreieck und $\angle gZM$ der Fehler im Winkel Z, der durch den Fehler Mn in der scheinbaren Distanz hervorgerufen wird. Verlängert man die Zenitdistanzen ZM und Zg bis zum wahren Horizont WR, so ist der Bogen WR das Maß des Winkels gZM, der mit dZ, während Mn mit dD bezeichnet werde. Da die Bogen WR und Mg ähnlich sind und RM die scheinbare Mondhöhe H ist, so ist nach § 154

Fig. 267.



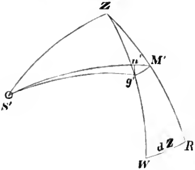
$$\text{Bogen } WR = \frac{Mg}{\cos H}$$

oder

$$dZ = \frac{Mg}{\cos H} \quad \ldots\ldots \quad \text{a).}$$

Da die Bogen Mg und ng nur klein sind, so kann man annehmen, daß sie mit den größten Kreisbogen durch jene Punkte zusammenfallen, und es kann das Dreieck Mgn wegen seiner Kleinheit als eben und bei n rechtwinklig angesehen werden; in diesem ist $\angle nMg$ das Komplement zu $\angle ZMS$, der mit $\angle M$ bezeichnet werde, weil $\angle ZMg = 90°$ ist, also $\angle ngM = \angle M$; demnach ist

Fig. 268.



$$Mg = \frac{Mn}{\sin \angle M}.$$

Diesen Wert für Mg in Gleichung a) eingesetzt, gibt

$$dZ = \frac{dD}{\cos H \cdot \sin \angle M} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{b).}$$

Ist nun in Fig. 268 $S'M'$ die wahre Distanz D', und der Winkel Z um $dZ = \angle g'ZM'$ falsch, so beschreibe man mit der richtigen wahren Zenitdistanz ZM' als Halbmesser einen Bogen, der den anderen Schenkel des Winkels dZ in g' schneidet, so ist g' der richtige wahre Mondort und der durch S' und g' gelegte größte Kreisbogen die richtige wahre Distanz. Beschreibt man von S' mit $S'g'$ als Halbmesser den Bogen $g'n'$, so ist $M'n' = dD'$ der Fehler in der berechneten Distanz, der durch $Mn = dD$, den Fehler in der scheinbaren Distanz

hervorgerufen ist. Aus dem kleinen als eben und bei n' rechtwinklig anzusehenden Dreieck $n'g'M'$, worin $\angle n'M'g' = 90° - \angle M'$ ist, ergibt sich

$$M'n' = dD' = M'g' \cdot \sin \angle M' .$$

Es ist aber $$M'g' = dZ \cdot \cos H' \quad \text{(nach § 154)},$$

also $$dD' = dZ \cdot \sin \angle M' \cdot \cos H' \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \text{I).}$$

Setzt man hierin den Wert für dZ aus Gleichung b) ein, so wird

$$dD' = \frac{\sin \angle M' \cdot \cos H'}{\sin \angle M \cdot \cos H} \cdot dD \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \text{II).}$$

Da die Winkel M und M' nicht viel voneinander verschieden sein können, ebensowenig wie H und H', so ist der Wert des ganzen Bruchs sehr nahe $= 1$, so daß für kleine Fehler in der Distanz gesetzt werden kann:

$$dD' = dD .$$

Hieraus geht hervor, daß ein kleiner Fehler in der beobachteten Distanz einen gleichen Fehler in der wahren Distanz zur Folge hat, und da ein Fehler von 30″ in der wahren Distanz die daraus abgeleitete Länge um ungefähr 15′ falsch macht, so ist ersichtlich, daß auch ein Fehler in der scheinbaren Distanz etwa 30mal vergrößert in die Länge übergeht, aus welchem Grunde die Distanz so genau wie irgend möglich beobachtet werden muß.

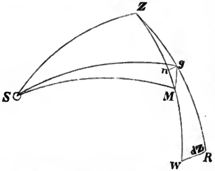
2. Einfluß kleiner Höhenfehler auf die wahre Distanz.

Da die Höhenfehler nur klein sein sollen, so wird man die von der Höhe abhängige Strahlenbrechung und Höhenparallaxe, welche Größen doch nur wenig ändern, als richtig annehmen dürfen, so daß die wahren Höhen um ebensoviel falsch sein werden, als es die scheinbaren Höhen sind. Man wird nun bei dieser Untersuchung den in der berechneten Distanz hervorgerufenen Fehler als die Summe von zwei gesonderten Fehlern betrachten können, wovon der erste dadurch entsteht, daß ein Fehler in der scheinbaren Höhe den $\angle Z$ am Zenit verändert, durch welche Änderung auch die gegenüberliegende Seite D' eine Änderung erleidet, und der zweite Fehler durch den Fehler in der wahren Höhe, der dem in der scheinbaren Höhe gleich ist, verursacht wird. Der erste Fehler werde mit dD'_1 und der zweite mit dD'_2 bezeichnet; also

$$dD'_1 + dD'_2 = dD' .$$

In Fig. 269 haben die Buchstaben dieselbe Bedeutung wie in Fig. 267 unter 1. Nimmt man nun die scheinbare Mondzenitdistanz ZM um Mn zu groß, also die Höhe um $Mn = dH$ zu klein an,

Fig. 269.



beschreibt von Z mit der richtigen Zenitdistanz Zn den Bogen ng und von S aus mit der jetzt als richtig angenommenen scheinbaren Distanz SM den zweiten Bogen Mg, so ist g der richtige scheinbare Mondort. Legt man durch diesen Punkt einen Vertikalkreis, so ist $\angle MZg = dZ$ der durch den Fehler dH hervorgerufene Fehler im $\angle Z$, der gleich dem Bogen des wahren Horizonts WR ist. Da dieser Bogen dem Bogen ng ähnlich ist, weil beide den gemeinschaftlichen Pol Z haben, und $Rg = H$ die scheinbare Mondhöhe ist, so ist bekanntlich

$$dZ = \frac{ng}{\cos H} \quad \ldots \ldots \text{c).}$$

Das kleine Dreieck ngM kann unter denselben Voraussetzungen wie in der vorigen Untersuchung als eben und bei n rechtwinklig angesehen werden; aus diesem Dreieck erhält man, da $\angle SMg = 90°$, also $\angle nMg = 90° - \angle M$ ist,

$$ng = Mn \cdot \operatorname{tang} (90° - \angle M) ,$$
$$= dH \cdot \operatorname{cotg} \angle M .$$

Diesen Wert in Gleichung c) eingesetzt, gibt

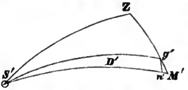
$$dZ = \frac{\operatorname{cotg} \angle M}{\cos H} \cdot dH. \quad \text{Nach Gleichung I) ist}$$

$$dD' = dZ \cdot \sin \angle M' \cdot \cos H',$$

also
$$dD'_1 = \frac{\operatorname{cotg} \angle M \cdot \sin \angle M' \cdot \cos H'}{\cos H} \cdot dH \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{d)}$$

Da, wie Fig. 269 zeigt, eine zu kleine Höhe einen zu kleinen Winkel Z, also auch eine zu kleine wahre Distanz gibt, so sind die Zeichen von dD'_1 und dH einander gleich.

Fig. 270.



Um den durch dH hervorgerufenen Fehler dD'_2 zu ermitteln, sei in Fig. 270, für die dieselbe Erklärung gilt, wie für Fig. 268, die wahre Mondzenitdistanz ZM' um $M'g' = dH$ zu groß, die wahre Höhe also um dH zu klein. Legt man durch S' und den richtigen wahren Mondort g' den größten Kreisbogen $S'g'$, so ist dieser die richtige wahre Distanz D', und wenn man von S' aus mit der Sehne $S'g'$ als Halbmesser den Bogen $g'n'$ beschreibt, so ist $M'n' = dD'_2$ der zu ermittelnde Fehler in der wahren Distanz. Da, wie Fig. 270 zeigt, eine zu kleine Höhe die zu große Distanz $S'M'$ gibt, so sind die Zeichen von dD'_2 und dH einander entgegengesetzt. Aus dem kleinen, wieder als eben und bei n' rechtwinklig anzusehenden Dreieck $M'g'n'$ ergibt sich unmittelbar:

$$dD'_2 = -\cos \angle M' \cdot dH.$$

Vorhin war
$$dD'_1 = \frac{\operatorname{cotg} \angle M \cdot \sin \angle M' \cdot \cos H'}{\cos H} \cdot dH.$$

Setzt man den aus der ersten Gleichung sich für dH ergebenden Wert, nämlich

$$dH = -\frac{dD'_2}{\cos \angle M'} \text{ in die zweite Gleichung ein,}$$

so wird
$$dD'_1 = -\frac{\operatorname{cotg} \angle M \cdot \sin \angle M' \cdot \cos H'}{\cos H \cdot \cos \angle M'}\, dD'_2$$

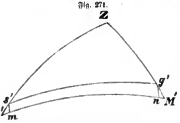
oder
$$dD'_1 = -\frac{\operatorname{tang} \angle M' \cdot \cos H'}{\operatorname{tang} \angle M \cdot \cos H}\, dD'_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{III)}.$$

Aus demselben Grunde wie bei Formel II) ist der Wert des Bruches sehr nahe $= 1$, also nahe $dD'_1 = -dD'_2$, mithin ist ihre Summe $= 0$, also der Gesamtfehler in der wahren Distanz, $dD' = 0$.

Demnach haben kleine Fehler in einer oder auch in beiden Höhen, da dieselbe Entwickelung an den Punkten S und S' dasselbe Ergebnis haben würde, fast gar keinen Einfluß auf die wahre Distanz.

3. Einfluß kleiner Fehler in der Strahlenbrechung oder Parallaxe auf die wahre Distanz.

Fig. 271.



In Fig. 271 sei Z das Zenit, M' der wahre Mondort und S' der wahre Ort des anderen Gestirns, also $S'M'$ die wahre Distanz D'. Wäre nun die Strahlenbrechung bei beiden Höhen zu groß angenommen, wie das ja vorkommen kann, wenn man statt der wahren die mittlere Strahlenbrechung anwendet, so ist Strahlenbrechung — Parallaxe bei der Sonnen- oder Planetenhöhe zu groß, dagegen Parallaxe weniger Strahlenbrechung bei der Mondhöhe zu klein. Es werden also dadurch sowohl die wahre Stern- oder Sonnenhöhe wie auch die wahre Mondhöhe zu klein, also sind in Fig. 271 die wahren Örter S' und M' der beiden Gestirne zu niedrig angenommen. Dasselbe wäre der Fall, wenn die Höhenparallaxe der Sonne oder der Planeten und die des Mondes bei richtiger Strahlen-

brechung zu klein angenommen würden, es wird dadurch ebenfalls Strahlenbrechung weniger Sonnenparallaxe zu groß und Mondparallaxe weniger Strahlenbrechung zu klein. Bezeichnet man den Fehler in Strahlenbrechung weniger Sonnenparallaxe mit dh' und den Fehler in Mondparallaxe weniger Strahlenbrechung mit dH', und gibt diesen Fehlern das Zeichen + oder —, je nachdem durch sie die wahren Höhen zu klein oder zu groß werden, so stellt $S's'$ in Fig. 271 den Fehler $+dh'$ und $M'g'$ den Fehler $+dH'$ vor, die einem gleichartigen Fehler in der Strahlenbrechung oder in der Parallaxe bei beiden Höhen entsprechen. Zieht man den größten Kreisbogen $s'g'$, so ist dieser die richtige wahre Distanz, die, da sie näher am Zenit liegt, kleiner ist als die berechnete Distanz $M'S'$. Fällt man nun von s' und g' die größten Kreisbogen $s'm$ und $g'n$ senkrecht auf $S'M'$, so wird man, da die Fehler dh' und dH' nur sehr klein sein werden, annehmen können, daß das Stück $mn = s'g'$ ist, also $s'g' = S'M' - (S'm + M'n)$. Demnach ist der Fehler in der berechneten Distanz $dD' = -(S'm + M'n)$. Aus dem bei m rechtwinkligen, als eben anzusehenden Dreieck $S's'm$ wird

$$S'm = \cos\angle S' \cdot dh' \text{ und ebenso gibt Dreieck } M'g'n$$
$$M'n = \cos\angle M' \cdot dH'$$

also $$dD' = -(\cos\angle S' \cdot dh' + \cos\angle M' \cdot dH') \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{IV}).$$

In Fig. 271 sind die Winkel S' und M' beide spitz, was also nach der Gleichung IV) am ungünstigsten auf die wahre Distanz wirkt. Ist dagegen einer der beiden Winkel S' und M' größer als 90°, so wird der Kosinus dieses stumpfen Winkels negativ, so daß die Fehler dh' und dH' sich teilweise aufheben. Ist einer der beiden Winkel S' oder M' $= 90°$, sein Kosinus also $= 0$, so verschwindet der betreffende Fehler dh' oder dH' ganz. Am größten wird dD', wenn die Winkel S' und M' beide $= 0$ sind, da dann ihre Kosinus $= +1$ werden. Dies ist der Fall, wenn beide Gestirne auf verschiedenen Seiten des Meridians in demselben Vertikalkreise sich befinden, so daß die wahre Distanz gleich der Summe der wahren Zenitdistanzen ist. Wenn die Strahlenbrechung — ⊙Parallaxe oder die Strahlenbrechung bei Sternhöhen richtig ist, also $dh' = 0$, so wird

$$dD' = -\cos\angle M' \cdot dH',$$

woraus folgt, daß ein kleiner Fehler in der Mondparallaxe am stärksten wirkt, wenn $\angle M' = 0$ oder $= 180°$ ist, dagegen nur einen unbedeutenden Einfluß auf die wahre Distanz hat, wenn $\angle M'$ nahe an 90° ist.

§ 362. Die Beobachtung einer Monddistanz. Da zur Berechnung der wahren Distanz die Höhen beider Gestirne gebraucht werden, so beobachtet man auch gleichzeitig mit der Distanz, oder wenn man die ganze Beobachtung allein ausführen will, kurz vor und nach der Messung der Distanz die Höhen der beiden Gestirne. Man verfährt dabei am besten auf folgende Weise. Von dem Sextanten, womit die Distanz beobachtet werden soll, bestimmt man zunächst so genau wie möglich die Indexkorrektion und stellt dann auf ihm die Distanz ein, wobei man sorgsam darauf achte, daß das Fernrohr scharf zum deutlichen Sehen eingestellt ist und die beiden Bilder im Fernrohr gleich hell sind. Läßt man stets das hellere Gestirn das durch Spiegelung gesehene sein, so hat man demnach das Fernrohr durch die Schraube des Fernrohrträgers von der Sextantenebene zu entfernen, um das lichtschwächere Gestirn möglichst hell zu sehen. Nur in dem Falle, wenn das hellere Gestirn links und viel tiefer als das andere Gestirn steht, so daß die Haltung des mit den Spiegeln nach unten gekehrten Sextanten sehr unbequem wird, ist es vorzuziehen, das Spiegelbild des minder hellen Gestirns mit dem anderen Gestirn in Berührung zu bringen, wobei dann das Fernrohr an die Sextantenebene heran zu schrauben und wenn nötig, das unmittelbar gesehene Bild durch Vorlegen eines Blendglases vor den kleinen Spiegel zu schwächen ist. Nachdem dies gehörig vorbereitet ist,

mißt man mit einem anderen Sextanten oder Oktanten, der völlig genügt, erst eine Höhe des Gestirns, das am weitesten vom Meridian entfernt ist, dann eine Höhe des anderen Gestirns, zu welchen Messungen die zugehörigen Zeiten nach der Beobachtungsuhr aufzuschreiben sind. Dann mißt man mit dem ersten Sextanten 4 bis 6 Distanzen möglichst schnell und genau hintereinander, jedesmal die zugehörige Uhrzeit bemerkend, legt dann diesen Sextanten weg und beobachtet wieder mit dem Oktanten die Höhe des zuletzt beobachteten und schließlich die Höhe des zuerst beobachteten Gestirns, zu welchen Höhen ebenfalls die Uhrzeiten aufzuschreiben sind.

Es wird nun zunächst nochmals die Indexkorrektion des Sextanten, mit dem die Distanzen gemessen wurden, genau bestimmt, und wenn diese mit der zuerst gefundenen nicht übereinstimmt, so nimmt man das Mittel aus beiden als richtige Indexkorrektion für die beobachtete Distanz. Dann bestimmt man die Indexkorrektion des Oktanten, womit die Höhen beobachtet wurden, oder wenn man zur Höhenmessung der beiden Gestirne zwei Instrumente benutzt hat, die Indexkorrektion von beiden Instrumenten. Nach 2 in § 361 braucht man die Höhen nur auf Minuten genau zu beobachten, während aus Gleichung II dort folgt, daß man auf die Messung der Distanz die größte Sorgfalt zu verwenden hat. Man vergesse auch nicht, die Stände des Barometers und Thermometers kurz vor oder nach der Beobachtung abzulesen, und wenn man bei der Berechnung der Länge ganz genau verfahren will, so peile man kurz vor und nach der Beobachtung den Mond und schätze bei der Distanzmessung den Abstand des Berührungspunkts vom obersten Punkte des Sonnen- oder Mondrandes, um die Verkürzung des geneigten Halbmessers finden zu können (vgl. § 359).

Das Mittel aus den erwähnten Peilungen des Mondes gibt, nachdem die Mißweisung des Peilkompasses darauf angewandt ist, das Azimut des Mondes bei der Beobachtung, das auch aus Tafel 40 entnommen werden kann. Wenn man den Stand der Beobachtungsuhr gegen die richtige Ortszeit nicht anderweitig kennt, so beobachtet man am besten kurz vor oder nach der Beobachtung einige Höhen von einem Gestirne nahe am ersten Vertikal zur Zeitbestimmung. Hierzu kann auch eine der bei der Distanz beobachteten Höhen benutzt werden, wenn eins der beiden Gestirne nahe am ersten Vertikal stand, nur muß dann diese Höhe ebenfalls möglichst genau gemessen werden.

Um dann die Höhen so zu erhalten, als wären sie gleichzeitig mit der Distanz beobachtet, nimmt man aus den Uhrzeiten, die den Distanzen zugehören, das Mittel und ebenso das Mittel aus den gemessenen Distanzen. Dann schließt man so: Wie sich der Unterschied der Uhrzeiten, die den beiden Mondhöhen zugehören, zu dem Unterschiede zwischen der, der letzten Mondhöhe zugehörigen Uhrzeit und dem zuerst berechneten Mittel der Uhrzeiten verhält, so verhält sich der Unterschied der beiden Mondhöhen zu x, was so auf die letzte Mondhöhe anzuwenden ist, daß die gesuchte mittlere Höhe zwischen den beiden beobachteten Mondhöhen liegt, also zu addieren ist, wenn die letzte Mondhöhe kleiner als die erste ist, und abzuziehen, wenn die letzte Mondhöhe größer als die erste ist. Auf gleiche Weise berechnet man die Höhe des anderen Gestirns zur Zeit des Mittels der Uhrzeiten. Da man hierbei die Höhenänderung der Zeitänderung proportional setzt, diese Annahme aber um so weniger zutrifft, je näher das Gestirn am Meridian ist, so folgt daraus, daß die ganze Beobachtung in möglichst kurzer Zeit (6 bis 10 Minuten höchstens) ausgeführt werden muß. Es erfordert diese Beobachtung große Übung, und man sollte keine Gelegenheit unbenutzt lassen, um sich im Beobachten von Distanzen zu üben.

Beispiel. Es ist folgende Beobachtung auf das Mittel der Uhrzeiten, die den Distanzen zugehören, zu bringen.

	Spica			
Um	1h 1m 29s	✳ 38° 36′		
	1 45		☾ 41° 44′	
	2 35			✳☽ 69° 27′ 50″
	3 48			27 35
	4 52			27 20
	6 10			26 10
	7 0		+ 37′	25 45
	8 13		− 19′ ☾ 40° 32′	
	8 32	✳ 39° 13′		
Mittel	1h 4m 53s	✳ 38° 54′	☾ 41° 9′	✳☽ 69° 26′ 56″.

✳ Höhe

8m 32s	8m 32s	✳	39° 13′
1m 29s	4m 53s		38° 36′

$$7^m\,3^s : 3^m\,39^s = 37' : x$$

$$7^m{,}05 : 3^m{,}65 = 37' : x$$

$$x = \frac{3{,}65 \cdot 37}{7{,}05} = 19'.$$

☾ Höhe

8m 13s	8m 13s	☾	41° 44′
1m 45s	4m 53s		40° 32′

$$6^m\,28^s : 3^m\,20^s = 1^\circ\,12' : x$$

$$6^m{,}5 : 3^m{,}3 = 72' : x$$

$$x = \frac{3{,}3 \cdot 72}{6{,}5} = 37'.$$

Um einem leicht vorkommenden Versehen vorzubeugen, schreibe man ausdrücklich bei der Beobachtung auf, ob die Distanz vom nächsten oder vom entfernten Mondrande beobachtet war. Bei Distanzen zwischen Sonne und Mond sind allemal nächste Ränder zu nehmen.

Wenn die Höhen nicht beobachtet werden können, so mißt man nur die Distanzen und hat dann die Höhen nach § 309 zu berechnen. Wenn man aber auch nur eine Höhe beobachten kann, so beobachte man diese mit; einmal wird Rechnung erspart, besonders wenn es die Mondhöhe ist, und dann findet man auch auf See die Höhen durch Beobachtung genauer als durch Rechnung. Wenn man zuverlässige Längen durch Monddistanzen erhalten will, so muß man seinen Sextanten genau kennen und dessen Fehler in Rechnung bringen. Der Exzentrizitätsfehler des Sextanten, der die meisten Distanzbeobachtungen verdirbt, kann unschädlich gemacht werden, wenn man statt einer Monddistanzbeobachtung deren zwei macht, und zwar zwischen Mond und zwei solchen Gestirnen, von denen das eine östlich und das andere westlich vom Monde steht. Sind dann beide Distanzen gleich groß, so wird das Mittel aus den beiden berechneten Längen gänzlich frei vom Exzentrizitätsfehler des Sextanten sein.

Auch ein etwa vorhandener Fehler in der Indexkorrektion wird auf diese Weise beseitigt, sofern sich diese nicht während der ganzen Beobachtung verändert hat.

Fig. 272.



Es sei z. B. in Fig. 272 M der Mond, in O sei ein Stern östlich und in W ein anderer Stern westlich vom Monde, beide gleich weit von ihm entfernt. Ist nun der Exzentrizitätsfehler derart, daß er die Distanzen Oa und Wa zu groß angibt, so wird man etwa die Distanzen Ob und Wc ablesen. Da der Mond von West nach Ost sich bewegt, so ist die Distanz OM abnehmend, während die Distanz WM zunehmend ist. Eine zu große abnehmende Distanz gibt aber eine zu kleine Greenwicher Zeit, während eine zu große zunehmende Distanz eine zu große Greenwicher Zeit zur Folge hat. Da nun durch die eine Distanz die Greenwicher Zeit zu klein und durch die andere um ebensoviel zu groß gefunden wird, so wird das Mittel aus beiden gefundenen Längen die richtige Länge sein.

Sehr wichtig ist ferner, daß die optische Achse des Fernrohrs parallel zur Ebene des Sextanten ist, da durch eine Neigung der Fernrohrachse (§ 227) die Distanzen erheblich

zu groß werden können, wenn diese nicht gerade klein sind. Es ist dies ein Grund, sehr große Distanzen zu vermeiden, wenn man eben Auswahl hat.

Von dem Vorhandensein einer Neigung des Fernrohrs kann man sich bei der Beobachtung selbst überzeugen, indem man die scharfe Berührung der beiden Bilder an dem einen Faden im Fernrohr zustande bringt und dann die Haltung des Instruments so verändert, daß die beiden Bilder nach dem anderen Faden gehen. Sieht man nun die Bilder an diesem Faden in ebenso scharfer Berührung wie vorhin am anderen Faden, so hat das Fernrohr keine bei der eingestellten Distanz in Betracht kommende Neigung. Man muß dann aber stets den Berührungspunkt der beiden Bilder in der Mitte zwischen den beiden Fäden beobachten, sonst würde bei paralleler Lage der Fernrohrachse derselbe Fehler entstehen, als wenn das Fernrohr Neigung hätte.

Da nach dem, was unter § 358 auseinandergesetzt ist, die Länge desto genauer gefunden wird, je schneller die Distanz sich ändert, so wähle man solche Distanzen unter den im nautischen Jahrbuche angegebenen aus, bei denen die kleinsten Proportionallogarithmen stehen, da bei diesen die Änderung der Distanz am größten ist (§ 282).

Schließlich sei noch bemerkt, daß wenn man Barometer und Thermometer nicht an Bord hat, oder den Einfluß, den die Stände dieser Instrumente auf die Strahlenbrechung haben, nicht berücksichtigen will, man nur solche Distanzen zur Längenbestimmung benutzen sollte, bei denen keine der beiden Höhen unter 10° ist.

§ 363. Berechnung der wahren Distanz. a) Für die Zeit der Beobachtung entnehme man aus dem nautischen Jahrbuch den Halbmesser und die Äquatoreal-Horizontalparallaxe des Mondes. Zu dem so gefundenen wahren Mondhalbmesser addiere man die Vergrößerung aus Tafel 12. Vom Halbmesser des Mondes wie auch von dem der Sonne ziehe man, wenn nötig, die Verkürzung für die Neigung des Halbmessers gegen den Vertikalkreis aus Tafel 50 ab, so erhält man die scheinbaren Halbmesser, die auf die beobachtete Randdistanz anzuwenden sind.

Aus der Äquatoreal-Horizontalparallaxe des Mondes finde man mit Hilfe von Tafel 22 die Lokal-Horizontalparallaxe.

b) Auf das Mittel der Distanzen wende man zunächst die Indexkorrektion des Instruments an. Ist die Distanz zwischen Mond und Sonne beobachtet, so werden die beiden nach a) gefundenen scheinbaren Halbmesser addiert, und die Summe ist die scheinbare Distanz D. Bei Distanzen zwischen dem Monde und einem Stern oder Planeten wird der Mondhalbmesser zur Distanz addiert oder von ihr subtrahiert, je nachdem nächster Rand oder entfernter Rand beobachtet ist.

c) Aus den für das Mittel der Distanz-Uhrzeiten gefundenen mittleren Höhen finde man auf volle Minuten genau die scheinbaren Mittelpunktshöhen und für diese die wahre astronomische Strahlenbrechung und Höhenparallaxe. Die größere Höhe bezeichne man mit H, die kleinere mit h, die Höhenparallaxe des Mondes weniger Strahlenbrechung mit P und die Strahlenbrechung weniger Höhenparallaxe des anderen Gestirns mit R.

d) Sind die Höhen nicht beobachtet, so werden die wahren Mittelpunktshöhen nach § 309 auf volle Minuten genau berechnet und aus diesen nach § 294 die scheinbaren Höhen ebenso genau gefunden.

e) Dann bilde $\frac{1}{2}(H+h)$, $\frac{1}{2}(H-h)$ und $\frac{1}{2}D$, sämtliche Größen auf Minuten genau, und schreibe von diesen drei Größen der Reihe nach untereinander auf 4 Dezimalstellen genau: log cotg, log tang, log cotg; ihre Summe ist $\log \tan A$, woraus A auf die nächste volle Minute gefunden wird.

Addiere A zu $\frac{1}{2}D$ und ziehe A von $\frac{1}{2}D$ ab; unter $\frac{1}{2}D - A$ setze stets die größere Höhe H nebst der zugehörigen Höhenberichtigung, also P, wenn H die Mondhöhe, dagegen R, wenn H die Höhe des anderen Gestirns bezeichnet; addiere log tang $(\frac{1}{2}D - A)$, log tang H, log Bog. Höhenberichtigung, die Summe ist log erste Korrektion, wenn H die Mondhöhe, aber log zweite Korrektion, wenn H die Höhe des anderen Gestirns bezeichnet.

Unter $\frac{1}{2}D + A$ setze die kleinere Höhe h nebst der zugehörigen Höhenberichtigung, addiere log tang $(\frac{1}{2}D + A)$, log tang h, log Bog. Höhenberichtigung, die Summe ist log zweite Korrektion, wenn h die Stern- oder Sonnenhöhe ist, dagegen log erste Korrektion, wenn h die Mondhöhe bezeichnet.

Solange $\frac{1}{2}D > A$, also $\frac{1}{2}D - A$ positiv ist, erhält die erste Korrektion stets das Zeichen $-$ und die zweite Korrektion das Zeichen $+$. Ist $\frac{1}{2}D < A$, also $\frac{1}{2}D - A$ negativ, so ändere das Vorzeichen **der** Korrektion, die mit $\frac{1}{2}D - A$ berechnet ist.

Die algebraische Summe der ersten und zweiten Korrektion wende ihrem Vorzeichen gemäß auf die scheinbare Distanz an, so gibt das die wahre Distanz ohne Rücksicht auf die dritte Korrektion, die aus Tafel 47 entnommen, zu addieren oder abzuziehen ist, je nachdem die scheinbare Distanz kleiner oder größer als 90° ist.

Beispiel. 1907 den 4. Mai beobachtete man in 36° 54′ N Br. und 67° 40′ W Lg. v. Grw. bei 5 m Augeshöhe nach einer Uhr, die $2^m\,35^s$ gegen mittlere Ortszeit voraus war, folgende Höhen und Distanzen zwischen Sonne und Mond:

Um	☾ (I. K. = −2′)	⊙ (I. K. = +1′)	⊙☾ (I. K. = −0′ 44″)
$9^h\ 5^m\ 7^s$	18° 43′		
5 56		46° 3′	
6 45			94° 39′ 40″
7 21			39 10
8 7			38 50
8 59			38 20
9 32			38 10
10 5		46° 50′	
10 38	17° 57′.		

Std. d. Bar. = 761 mm,
„ „ Therm. = +16° C.

Es ist die wahre Distanz zu berechnen.

		☾		⊙		⊙☾
Mittel	$= 9^h\ 8^m\ 9^s$		18° 18′		46° 29′	94° 38′ 50″
U. K. geg. mittl. Zeit	$= -2^m\ 35^s$	I. K.	− 2′	I. K.	= + 1′	I. K. = − 0′ 44″
Mittl. Ortszeit	$= 9^h\ 5^m\ 34^s$		18° 16′		46° 30′	94° 38′ 6″
Mrgs. d. 4/5.		Kmt.	= − 4′	Kmt.	− 4′	⊙ r = + 15′ 53″
			18° 12′		46° 26′	☾ r = + 16′ 11″
		☾ r	= − 16′	⊙ r	= + 16′	D = 95° 10′ 10″.
		h	= 17° 56′.	H	= 46° 42′.	

☾ **Höhe.**
$5^m,5 : 2^m,5 = 46' : x$
$x = \frac{2{,}5 \cdot 46}{5{,}5} = +21'.$

⊙ **Höhe.**
$4^m,2 : 1^m,9 = 47' : x$
$x = \frac{1{,}9 \cdot 47}{4{,}2} = -21'.$

Tafel 20.

	17° 56′	58′ 52″
	17° 50′	52′ 17″
	6′	− 1″
	52″	+ 50″
Verb. f. Bar.		− 2″
„ „ Therm.		+ 3″
		53′ 7″
	P =	53′ 7″.

Mittl. Strb.	= 0′ 55″
Verb. f. Bar.	= + 1″
„ „ Therm.	= − 1″
Wh. Strb.	= 0′ 55″
⊙ π'	= 6″
Strb. − π'	0′ 49″
R	0′ 49″.

$9^h\ 6^m$ mittl. Ortszeit mrgs. d. 4/5.
$+4^h\,31^m$ W Länge in Zeit.
$1^h\ 37^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 4/5.

N. J. ☾ wh. Halbm. = 16′ 5″
Tafel 12: Vergröß. = + 6″
Schb. ☾ r = 16′ 11″

N. J. ☾ Äq. Hor. p = 58′ 56″
Tafel 22: Verb. f. Abpl. = − 4″
☾ lok. Hor. p' = 58′ 52″.

$$\operatorname{tang} A = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2}(H+h) \cdot \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(H-h) \cdot \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} D$$

$$D' = D - P \cdot \operatorname{tang} h \cdot \operatorname{tang}(\tfrac{1}{2} D + A) + R \cdot \operatorname{tang} H \cdot \operatorname{tang}(\tfrac{1}{2} D - A) - 3.\ \text{Korr.}$$

$$H = 46^\circ 42'$$
$$h = 17^\circ 56'$$

$\tfrac{1}{2}(H+h) = 32^\circ 19'$	log cotg	$= 0{,}1989$			
$\tfrac{1}{2}(H-h) = 14^\circ 23'$	log tang	$= 9{,}4090$			
$\tfrac{1}{2} D = 47^\circ 35'$	log cotg	$= 9{,}9608$			
$A = 20^\circ 20'$	log tang	$= 9{,}5687$			
$\tfrac{1}{2} D + A = 67^\circ 55'$	log tang	$= 0{,}3918$	$\tfrac{1}{2} D - A = 27^\circ 15'$	log tang	$= 9{,}7118$
☾ $h = 17^\circ 56'$	log tang	$= 9{,}5101$	☉ $H = 46^\circ 42'$	log tang	$= 0{,}0258$
$P = 53'\ 7''$	log Bogen	$= 3{,}5034$	$R = 0'\ 49''$	log Bogen	$= 1{,}6902$
1. Korr. $= 42'23''$	log Bogen	$= 3{,}4053$	2. Korr. $= 0'\ 27''$	log Bogen	$= 1{,}4278$

$$\begin{aligned} 1.\ \text{Korr.} &= -\ 42'\ 23'' \\ 2.\ \text{Korr.} &= +\ \ 0'\ 27'' \\ &\ -\ 41'\ 56'' \\ D &= 95^\circ\ 10'\ 10'' \\ &\ 94^\circ\ 28'\ 14'' \\ \text{Tafel 47 gibt 3. Korr.} &= -\ \ \ \ \ 1'' \\ D' &= 94^\circ\ 28'\ 13''. \end{aligned}$$

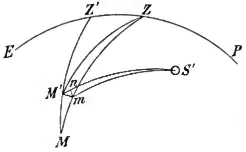
§ 364. Berichtigung der berechneten Distanz wegen der Abplattung der Erde. Da die Erde keine Kugel ist, wie bei der Berechnung der wahren Distanz bisher angenommen wurde, so kann auch die unter dieser Voraussetzung berechnete Distanz nicht völlig richtig sein. Auf See wird man meistens diese Berichtigung der berechneten Distanz außer acht lassen können; nur wenn man zur Ermittelung des Chronometerstandes genau verfahren will und sich nicht auf sehr kleiner Breite befindet, muß die sphäroidische Form der Erde berücksichtigt werden.

Nach § 290 ist die mit der scheinbaren Mondhöhe gefundene Höhenparallaxe des Mondes nur dann richtig, wenn das Azimut des Mondes $= 90^\circ$ ist; bei jedem anderen Azimut findet man nur mit der scheinbaren geozentrischen Mondhöhe die Höhenparallaxe genau. Demnach suche man nach der in § 290 gegebenen Anweisung die lokale Höhenparallaxe und subtrahiere von ihr die wahre Strahlenbrechung, um P zu erhalten.

Ferner ist zu berücksichtigen, daß durch die Parallaxe auch das Azimut des Mondes geändert wird.

Es sei in Fig. 273 Z' das geozentrische und Z das scheinbare Zenit des Beobachters, PE ein Bogen des Himmelsmeridians, M der scheinbare Ort des Mondes, ZM ein Bogen des Vertikalkreises des Mondes, also die scheinbare Mondzenitdistanz, und $Z'M$ ein größter Kreisbogen durch den Mond und das geozentrische Zenit; MM' sei der Betrag der Höhenparallaxe, also M' der wahre Ort des Mondes und ZM' seine wahre Zenitdistanz. Macht man den Bogen MM' = Bogen Mm, so ist m der Ort des Mondes, der sich ergibt, wenn man die Höhenparallaxe zur scheinbaren statt zur scheinbaren geozentrischen Höhe addiert, um die wahre Höhe zu

Fig. 273.



erhalten. Durch die Wirkung der Parallaxe wird also der wahre Ort des Mondes um den Bogen mM' seitlich gerückt, und $\angle M'ZM$ ist die dadurch bewirkte Veränderung im Azimut. Es bezeichne A den Winkel $Z'ZM$, a den Winkel $M'ZM$, M den Winkel $M'MZ$, z die wahre Distanz vom scheinbaren Zenit, ZM', und z' die scheinbare Distanz vom geozentrischen Zenit, $Z'M$, so gibt das sphärische Dreieck $ZM'M$

$$\sin a : \sin M = \sin MM' : \sin z .$$

Nach § 290 ist $\sin MM' = \sin p' \cdot \sin z'$.

Setzt man diesen Wert in obige Proportion ein, so wird

$$\sin a : \sin M = \sin p' \cdot \sin z' : \sin z .$$

Aus dem Dreieck $Z'ZM$ ergibt sich:

$\sin A : \sin M = \sin z' : \sin(\varphi - \varphi')$; die obere Proportion durch die untere dividiert:

$$\frac{\sin a}{\sin A} : 1 = \sin p' : \frac{\sin z}{\sin(\varphi - \varphi')}$$

oder

$$\sin a : \sin A = \sin(\varphi - \varphi') \cdot \sin p' : \sin z,$$

also

$$\sin a = \frac{\sin(\varphi - \varphi') \cdot \sin p' \cdot \sin A}{\sin z}.$$

Weil $\varphi - \varphi'$ und also auch a nur kleine Winkel sind, so kann man sie ihrem Sinus proportional setzen, folglich ist

$$a = \frac{(\varphi - \varphi') \cdot \sin p' \cdot \sin A}{\sin z} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{I)}.$$

Um nun den Bogen mM' zu finden, um den der wahre Ort des Mondes seitlich, aus dem Azimut, gerückt wird, braucht man nur bedenken, daß das Maß des sphärischen Winkels a der Bogen des wahren Horizonts ist, der zwischen den Vertikalkreisen ZM und ZM' liegt, und daß der Bogen mM' als parallel mit dem Horizonte angesehen werden kann. Man hat dann nach § 154, wenn AQ in Fig. 129 den Bogen a des wahren Horizonts und FE den Bogen mM' vorstellt, also AE die wahre Höhe H, und PE die wahre Zenitdistanz z ist,

Bogen $mM' = a \cdot \cos H = a \cdot \sin z$; setzt man den Wert für a aus I) ein, so erhält man:

$$\text{Bogen } mM' = (\varphi - \varphi') \cdot \sin p' \cdot \sin A \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{II)}.$$

Dieser Bogen mM' heißt die Seitenparallaxe des Mondes.

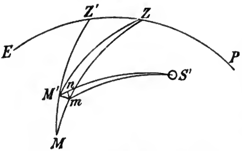
Setzt man in II) für p' die mittlere lokale Horizontalparallaxe des Mondes $= 57'18''$, wodurch höchstens ein Fehler von $0'',9$ in der Seitenparallaxe entstehen kann, so ist $\sin 57'18''$ sehr nahe $\frac{1}{60}$ des Halbmessers 1, und damit hat man

$$\text{Bogen } mM' = \frac{\varphi - \varphi'}{60} \cdot \sin A \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{III)}.$$

Da Tafel 21 $\varphi - \varphi'$ in Minuten und Sekunden gibt, so erhält man die Größe $\frac{\varphi - \varphi'}{60}$ unmittelbar aus dieser Tafel, wenn man die Sekunden in zehntel Minuten ausdrückt, und dann den Betrag aus der Tafel als Sekunden nimmt. Indem man dann mit dem Azimut, oder wenn dieses größer ist als 8 Strich, mit dessen Supplement in die Tafel 1 oder 2 eingeht, und mit $\frac{\varphi - \varphi'}{60}$ in die Distanzspalte, so erhält

man in der entsprechenden Abweichung die Seitenparallaxe in Sekunden. Diese kann auch aus dem nautischen Jahrbuch, Tafel 7, entnommen werden.

Fig 273.



Ist nun S' der wahre Ort des Distanzgestirns, so ist $S'm$ die berechnete wahre Distanz. Weil aber nicht m, sondern M' der wahre Mondort ist, so ist nicht $S'm$, sondern $S'M'$ die richtige wahre Distanz. Fällt man von m die Senkrechte mn auf die wahre Distanz $S'M'$, so kann man $S'm = S'n$ setzen und das kleine bei n rechtwinklige Dreieck als ein ebenes ansehen, worin der $\angle nM'm$ als Komplement des $\angle Z'M'S'$ angesehen werden kann, den man hier ohne erheblichen Fehler $= \angle$ am ☾, dem Winkel am Monde zwischen der scheinbaren Distanz und dem Vertikalkreise des Mondes, setzen kann. Die Kathete $M'n$ ist die gesuchte Berichtigung, die hier zur berechneten Distanz $S'm$ zuzulegen ist, um $S'M'$ zu erhalten, und die Hypotenuse $M'm$ ist die Seitenparallaxe des Mondes. Demnach wird die gesuchte Berichtigung

$$M'n = \frac{\varphi - \varphi'}{60} \cdot \sin A \cdot \sin \angle \text{ am ☾} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{IV).}$$

Geht man also mit $\angle$ am ☾ oder mit dessen Supplement, wenn er $> 90°$ ist, in die Gradtafel ein und sucht die Seitenparallaxe in der Distanzspalte auf, so ist der in der Abweichungsspalte danebenstehende Betrag die gesuchte Berichtigung in Sekunden. Ist der Beobachter auf Nordbreite, so ist diese Berichtigung auf die berechnete Distanz mit ($\pm$) anzuwenden, wenn der Mond östlich vom Meridian und das andere Gestirn $\left\{\begin{array}{l}\text{links}\\ \text{rechts}\end{array}\right\}$ vom Monde steht; mit ($\mp$), wenn der Mond westlich vom Meridian und das andere Gestirn $\left\{\begin{array}{l}\text{links}\\ \text{rechts}\end{array}\right\}$ vom Monde steht. Ist der Beobachter auf Südbreite, so vertausche man die Zeichen + und − in den Klammern miteinander.

Im nautischen Jahrbuch enthält Tafel 8 diese Berichtigung der berechneten Distanz.

Beispiel. 1907 den 9. März morgens in 48° 7′ S Br. und 175° W Lg. v. Grw. wurde nach einer Beobachtungsuhr, die $3^m\ 6^s$ gegen mittlere Ortszeit voraus war, beobachtet:

☾ $N\ 88°\ O$. (Mißw. des Komp. = 10° O)

$2^h\ 53^m\ 2^s$	☾✶ 30° 13′ 0″			
53 50	13 10			
54 20	13 40	I. K. = +2′ 15″.	Stand des Bar.	= 760 mm.
54 51	13 50		Stand des Therm.	= +6° C.
55 33	14 20			

☾ $N\ 87°\ O$.

Der Winkel am Monde zwischen dessen Vertikalkreise und der Distanz betrug etwa 40°.

Es ist die wahre Distanz mit Rücksicht auf die Erdabplattung zu berechnen.

Mittel = $2^h\,54^m\,19^s$
U. K. geg. mittl. Zeit = $-\;\;3^m\;6^s$
Mittl. astr. Ortszeit = $14^h\,51^m\,13^s$ d. 8 3.
m. ⊙ AR. = $23^h\;4^m\,31^s$
Sternzeit = $13^h\,55^m\,44^s$

☾♂ $30°\,13'\,36''$
I.K. = $+\;\;2'\,15''$
$30°\,15'\,51''$
☾ $r = -\;16'\,17''$
$D = 29°\,59'\,34''$.

$14^h\,51^m$ mittl. astr. Ortszeit d. 8 3.
$+11^h\,40^m$ W Länge in Zeit.
$2^h\,31^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 9 3.

N. J. d. 9 3. m. ⊙ AR. = $23^h\;4^m\;6^s$
Tafel 24 für 2^h . . . $19^s,7$
„ 31^m . . . $5^s,1$
Verb. m. ⊙ AR. = $23^h\;4^m\,30^s,8$.

D. 9 3. ♂ AR. = $17^h\;8^m\,23^s$
Änd. = $5^s,8$ in 1^h
2,5
$14^s,5$ . . . . . . = $14^s,5$
Verb. ♂ AR. = $17^h\;8^m\,37^s,5$.

D. 9/3. ♂ $\delta = -\;22°\,30',6$
Änd. = $0',16$ in 1^h
2,5
$0',4$ . . . . . . = $0',4$
Verb. ♂ $\delta = -\;22°\,31',0$.
♂ $\pi = 7''$.

Berechnung der Marshöhe.

Sternzeit = $13^h\,55^m\,44^s$
♂ AR. = $17^h\;8^m\,38^s$
♂ $t = 3^h\,12^m\,54^s$.

$$\sin h = \cos(\varphi - \delta) - 2\sin^2 \tfrac{1}{2} t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta$$

♂ $t = 3^h\,12^m\,54^s$ $\log(2\sin^2 \frac{1}{2} t)$ . . = 9,52348
$\varphi = -\;48°\;7'$ log cos . . . . . . = 9,82453
$\delta = -\;22°\,31'$ log cos . . . . . . = 9,96556
$\varphi - \delta = 25°\,36'$ cos = 0,90183
Zahl = 0,20586 log = 9,31357
$\sin h = 0,69597$
Wh. ♂ $h = 44°\;6'$
Ungef. Strb. = $+\;1'$
$H = 44°\;7'$.

Mittl. Strb. = $1'\;0''$
Verb. f. Bar. = $+\;1''$
„ „ Therm. = $+\;1''$
Wh. Strb. = $1'\;2''$
♂ $\pi' = 5''$
Strb. $-\pi' = 0'\,57''$
$R = 0'\,57''$.

Berechnung der Mondhöhe.

Sternzeit = $13^h\,55^m\,44^s$
☾ AR. = $19^h\,14^m\,46^s$
☾ $t = 5^h\,19^m\;2^s$.

$$\sin h = \cos(\varphi - \delta) - \sin\operatorname{vers} t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta.$$

☾ $t = 5^h\,19^m\,2^s$ log sin vers . . . = 9,91498
$\varphi = -\;48°\;7'$ log cos . . . . . . = 9,82453
$\delta = -\;21°\;4'$ log cos . . . . . . = 9,96996
$\varphi - \delta = 27°\;3'$ cos = 0,89061
Zahl = 0,51224 log = 9,70947
$\sin h = 0,37837$
Wh. ☾ $h = 22°\,14'$
Ungef. ☾ π' − Strb. = $-\;53'$
$h = 21°\,21'$.

N.J. d. 9 3. um 2^h ☾ AR. = $19^h\,13^m\,27^s$
Änd. = $2^s,54$ in 1^m
31
78,74 . . . . . = $1^m\,18^s,7$
Verb. ☾ AR. = $19^h\,14^m\,45^s,7$.

D. 9 3. um 2^h ☾ $\delta = -\;21°\;4',3$
Änd. = $0',024$ in 1^m
31
$0',744$ . . . . . = $0',7$
Verb. ☾ $\delta = -\;21°\;3',6$.

Wh. ☾ $r = 16'\,12''$; ☾ Äq. Hor. $p = 59'\,22''$
Vergr. = $+\;6''$ Verb. f. Abpl = $-\;7''$
Verkürz. = $-\;1''$ Lok. ☾ $p' = 59'\,15''$
Schb. ☾ $r = 16'\,17''$.

Berechnung der genauen Höhenparallaxe des Mondes.

Mittel der Peilungen = $N\,87°,5\,O$
Mißw. des Komp. = $10°\;O$
☾ wh. Azimut . . . = $S\,82°,5\,O$ cos = 0,131
Aus Tafel 21: $\varphi' - \varphi = -\,11',4$
$(\varphi' - \varphi) \cdot \cos A = -\;1'$
Für Strb. berichtigte scheinb. Höhe = $21°\,18'$

$h = 21°\,21'$
Strb. = $-\;3'$
Für Strb. ber. schb. $h = 21°\,18'$.

Mittl. Strb. = $2'\,26''$
Verb. f. Bar. = $+\;2''$
Verb. f. Therm. = $+\;2''$
Wh. Strb. = $2'\,30''$.

Scheinbare geozentrische Höhe . . . . = $21°\,17'$ log cos = 9,9693
Lokale ☾ p' . . . . = $59'\,15''$ log Bogen = 3,5508
Lokale Höhenparallaxe = π' . . . . . . = $55'\,12''$ log Bogen = 3,5201
Wahre Strahlenbrechung . . . . = $2'\,30''$
☾ π' − Strb. = $52'\,42''$
$P = 52'\,42''$.

Berechnung der wahren Distanz.

$$\operatorname{tang} A = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2}(H+h) \cdot \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(H-h) \cdot \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} D$$

$$D' = D - P \cdot \operatorname{tang} h \cdot \operatorname{tang}(\tfrac{1}{2} D + A) + R \cdot \operatorname{tang} H \cdot \operatorname{tang}(\tfrac{1}{2} D - A) + 3.\ \text{Korr.}$$

$H = 44°\ 7'$					
$h = 21°\ 21'$					
$\tfrac{1}{2}(H+h) = 32°\ 44'$	log cotg $= 0{,}1919$				
$\tfrac{1}{2}(H-h) = 11°\ 23'$	log tang $= 9{,}3039$				
$\tfrac{1}{2} D = 15°\ 0'$	log cotg $= 0{,}5720$				
$A = 49°\ 27'$	log tang $= 0{,}0678$				
$\tfrac{1}{2} D + A = 64°\ 27'$	log tang $= 0{,}3205$		$\tfrac{1}{2} D - A = -34°\ 27'$	log tang $= 9{,}8363\,n$	
$h = 21°\ 21'$	log tang $= 9{,}5921$		$H = 44°\ 7'$	log tang $= 9{,}9866$	
$P = 52'\ 42''$	log Bogen $= 3{,}5000$		$R = 0'\ 57''$	log Bogen $= 1{,}7559$	
1. Korr. $= 43'\ 6''$	log Bogen $= 3{,}4126$		2. Korr. $= -\ 0'\ 38''$	log Bogen $= 1{,}5788\,n$	

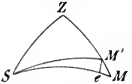
1. Korr.	$= -\ 43'\ 6''$
2. Korr.	$= -\ 0'\ 38''$
3. Korr.	$= +\ 14''$
Ber. f. Seitenpar.	$= -\ 7''$
Gesamtber.	$= -\ 43'\ 37''$
D	$= 29°\ 59'\ 34''$
D'	$= 29°\ 15'\ 57''$.

Mit $\frac{\varphi - \varphi'}{60} = 11'',4$ und ☾ $A = 83°$ findet man die Seitenparallaxe $= 11'',3$; hiermit und mit $\angle M = 40°$ ergibt sich die Bericht. f. Seitenparallaxe $= 7'',3$.

§ 365. Berechnung der wahren Distanz nach Tafel 48. Die kürzeste Berechnung der wahren Distanz gewährt eine Formel, die sich zunächst auf den Hauptteil beschränkt, nämlich auf die genäherte Bestimmung der Wirkung der Mondparallaxe auf die Distanz. Alles übrige, also die Wirkung der Strahlenbrechung mit Einschluß der kleinen Berichtigungen für die genäherte Parallaxenrechnung und der Parallaxe des Distanzgestirns wird dann einer Tafel entnommen, und diese Berichtigung ist stets zu addieren, weil die Strahlenbrechung die scheinbare Distanz verkleinert.

Diese Methode ist für den Seegebrauch im allgemeinen ausreichend, da sie die Distanz innerhalb 10″ genau gibt und in den meisten Fällen bei genauem Einschalten aus der Tafel innerhalb 5″. Auch kann sie als Kontrolle neben der Rechnung nach § 363 dienen, da die Berechnung kaum fünf Minuten Zeit beansprucht, wenn die scheinbaren Höhen bekannt sind.

Fig. 274



Es sei in Fig. 274 MM' die Höhenparallaxe des Mondes und S der Ort eines Fixsterns, so ist

$$Me = MM' \cdot \cos \angle M$$

annähernd der Bogen, der von der scheinbaren Distanz abzuziehen ist, um die Distanz für die Hauptwirkung der Parallaxe zu berichtigen.

Da die Höhenparallaxe MM' = Horizontalparallaxe p' mal Kosinus der scheinbaren Höhe H ist, so wird

$$Me = p' \cdot \cos H \cdot \cos \angle M$$

und folglich

$$D' = D - p' \cdot \cos H \cdot \cos \angle M + K \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I)},$$

wo K die der Tafel 48 zu entnehmende Berichtigung für alles übrige bezeichnet.

Zur Bestimmung von $\angle M$ hat man in dem Dreieck ZMS nach der Grundgleichung, wenn h die scheinbare Höhe des Sterns in S bezeichnet,

$$\sin h = \sin H \cdot \cos D + \cos H \cdot \sin D \cdot \cos \angle M,$$

also $$\cos H \cdot \cos \angle M = \frac{\sin h}{\sin D} - \frac{\sin H}{\operatorname{tang} D}.$$

Setzt man diesen Wert für $\cos H \cdot \cos \angle M$ in die Gleichung I) ein, so erhält man

$$D' = D - \frac{p' \cdot \sin h}{\sin D} + \frac{p' \cdot \sin H}{\operatorname{tang} D} + K \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{II}).$$

Die erste Berichtigung $= \frac{p' \cdot \sin h}{\sin D}$ ist stets negativ.

Die zweite Berichtigung $= \frac{p' \cdot \sin H}{\operatorname{tang} D}$ ist positiv, wenn die Distanz kleiner als 90°, dagegen negativ, wenn die Distanz größer als 90° ist.

Die dritte Berichtigung K aus Tafel 48 ist stets positiv.

Diese dritte Berichtigung wurde dadurch gefunden und in Tafeln gebracht, daß man die wahre Distanz streng berechnete und hiervon die Größe $D - \frac{p' \cdot \sin h}{\sin D} + \frac{p' \cdot \sin H}{\operatorname{tang} D}$ abzog. (David Thomson's Lunar Tables, auch abgedruckt in den Werken von Bowditch, Tegner, Tuxen u. a.)

Bei Distanzen zwischen Mond und Sonne ist an die Distanz noch eine vierte Berichtigung für die Parallaxe der Sonne anzubringen, die durch den Ausdruck

$$-\pi \cdot \cos h \cdot \cos \angle S$$

bestimmt wird, wo π die Horizontalparallaxe der Sonne, h die scheinbare Sonnenhöhe und $\angle S$ der Winkel an der Sonne im Dreieck ZMS ist. Diese Berichtigung entnimmt man der kleinen Nebentafel auf der betreffenden Seite der Tafel 48.

Hat man die Distanz des Mondes von einem Planeten beobachtet, so erhält man die vierte Berichtigung, indem man den der Nebentafel entnommenen Wert mit dem neunten Teile der Horizontalparallaxe des Planeten multipliziert.

Zur Berücksichtigung des Barometerstandes $= B$ in Millimetern und der Temperatur $= T$ nach Celsius ist die aus Tafel 48 entnommene Zahl noch zu multiplizieren mit dem Faktor

$$\frac{B}{752} \cdot \left(1 - \frac{T - 9}{273}\right),$$

oder man entnimmt die Verbesserungen aus Tafel 49 mit den Eingängen: dritte Berichtigung und Barometer- und Thermometerstand, und wendet diese ihren Vorzeichen gemäß auf die dritte Berichtigung an.

Als Beispiel diene dieselbe Beobachtung, die in § 363 berechnet ist.

Es war scheinbare ☾ Höhe = 17° 56′; schb. ☉ Höhe = 46° 42′; $D = 95° 10′ 10″$; ☾ lokale Horizontalparallaxe = 58′ 52″; Bar.-Stand = 761 mm; Therm.-Stand = + 16° C.

Demnach ist hier $h = 46° 42′$; $H = 17° 56′$; $p' = 58′ 52″$.

$$D' = D - \frac{p' \cdot \sin h}{\sin D} + \frac{p' \cdot \sin H}{\operatorname{tang} D} + K.$$

h =	46° 42′ log sin	9,8620		H =	17° 56′	log sin	= 9,4884
D =	95° 10′ log cosec	0,0018	. . . .			log cotg	= 8,9563 n
p' =	58′ 52″ log Bogen	3,5480	. . . .				= 3,5480
1. Ber. =	— 43′ 1″ log Bogen =	3,4118	2. Ber.		— 1′ 38″	log Bogen	= 1,9927 n.

1. Ber.	— 43′ 1″	Tafel 48: 3. Ber.	+ 2′ 49″
2. Ber.	— 1′ 38″	„ 49: Ber. f. Bar.	+ 2″
3. Ber.	+ 2′ 46″	„ „ : „ „ Therm.	— 5″
4. Ber.	— 4″	Verb. 3. Ber.	+ 2′ 46″.
Gesamtber.	— 41′ 57″		
D	95° 10′ 10″		
D'	94° 28′ 13″.		

§ 366. Aus der wahren Distanz die mittlere Greenwicher Zeit und Länge zu finden. Nach § 282 suche man im nautischen Jahrbuch zu der berechneten Distanz die beiden Distanzen auf, zwischen denen die berechnete Distanz liegt, und nehme von diesen beiden die heraus, zu der die kleinere mittlere Greenwicher Zeit gehört, also bei abnehmenden Distanzen die nächst größere und bei zunehmenden Distanzen die nächst kleinere in bezug auf die berechnete Distanz. Ferner entnimmt man den zu der herausgenommenen Distanz gehörigen sowie den nächstfolgenden Proportional-Logarithmus und nimmt von diesen beiden Logarithmen den Unterschied. Dann sucht man zu dem Unterschiede von der berechneten und der aus dem nautischen Jahrbuch entnommenen Distanz den Logarithmus und addiert zu diesem den ersten der beiden aus dem nautischen Jahrbuch entnommenen Proportional-Logarithmen, so erhält man den Logarithmus der genäherten Zwischenzeit, die für die zweiten Differenzen berichtigt und zur mittleren Greenwicher Zeit der herausgenommenen Distanz addiert, die mittlere Greenwicher Zeit der Beobachtung gibt (vgl. § 282). Der Unterschied dieser mittleren Greenwicher Zeit und der mittleren Ortszeit der Beobachtung ist die Länge des Beobachtungsorts, die östlich oder westlich ist, je nachdem die mittlere Ortszeit größer oder kleiner als die mittlere Greenwicher Zeit ist.

Beispiel 1. Es sei aus der in § 363 berechneten wahren Distanz die Länge zu bestimmen.

Es war um $9^h 5^m 34^s$ mittl. Ortszeit mrgs. d. 4/5. die wahre Distanz zwischen Mond und Sonne $D' = 94° 28' 13''$ berechnet.

N. J. d. 4/5. um 0^h mittl. astr. Grw. Zeit $D' = 95° 19' 56''$ plg $= 0{,}2669 \ldots 0{,}2681$ (Unt. = 12)

Unterschied = $0° 51' 43''$ log Bog. = 3,4918

Genäherte Zwischenzeit = $1^h 35^m 37^s$ log Bog. = 3,7587

0^h — 4^s Ber. für II. Differenz.

d. 4/5. mittl. astr. Grw. Zeit = $1^h 35^m 33^s$

d. 3/5. mittl. astr. Ortszeit = $21^h 5^m 34^s$

W Lg. in Zeit = $4^h 29^m 59^s$

Länge = $67° 29',8$ W v. Grw.

Beispiel 2. Aus der in § 364 berechneten wahren Distanz die Länge zu bestimmen.

Es war um $14^h 51^m 13^s$ mittl. astr. Ortszeit d. 8/3. die wahre Distanz zwischen Mond und Mars $D' = 29° 15' 57''$ berechnet.

N. J. d. 9/3. um 0^h mittl. astr. Grw. Zeit $D' = 27° 50' 26''$ plg $= 0{,}2465 \ldots 0{,}2462$ (Unt. = 3)

Unterschied = $1° 25' 31''$ log Bog. = 3,7102

Genäherte Zwischenzeit = $2^h 30^m 51^s$ log Bog. = 3,9567

0^h + 1^s Ber. für II. Differenz.

d. 9/3. mittl. astr. Grw. Zeit = $2^h 30^m 52^s$

d. 8/3. mittl. astr. Ortszeit = $14^h 51^m 13^s$

W Lg. in Zeit = $11^h 39^m 39^s$

Länge = $174° 54',8$ W v. Grw.

Anmerkung. Wenn die bei der Monddistanz-Beobachtung gemessenen Höhen sich nicht zur Bestimmung der mittleren Ortszeit eignen, indem beide Gestirne zu nahe am Meridian stehen, oder wenn überhaupt keine Höhen beobachtet sind, so muß die Uhrkorrektion gegen mittlere Ortszeit vor oder nach der Distanzbeobachtung durch Höhen eines Gestirns in der Nähe des ersten Vertikals bestimmt werden. Wenn man in solchem Falle die gefundene Uhrkorrektion, für den Gang der Uhr berichtigt, auf die Uhrzeit der Distanz anwendet, so erhält man die mittlere Zeit, die es am Orte der Zeitbestimmung war, als am Orte der Monddistanz die Beobachtung gemacht wurde. Die berechnete Länge ist demnach die Länge des Orts, wo die Uhrkorrektion bestimmt wurde, und um die Länge des Orts, wo die Distanz beobachtet wurde, zu erhalten, muß man auf die berechnete Länge die in der Zwischenzeit veränderte Länge in Anwendung bringen. Man kann auch die in Zeit ausgedrückte veränderte Länge zur mittleren Ortszeit der Distanz, wie sie nach Anwendung der Uhrkorrektion erhalten ist, addieren oder sie davon abziehen, je nachdem der Ort, wo die Distanz beobachtet wurde, östlich oder westlich von dem Orte liegt, an dem die Uhrkorrektion bestimmt wurde.

§ 367. Vollständiges Beispiel. 1907 den 26. September morgens in 68° 2′ N Br. und 10° 55′ O Lg. v. Grw. wurde nach einer Uhr, die $0^m 6^s$ gegen mittl. Ortszeit voraus war, die unten folgende Beobachtung angestellt.

Es soll die Länge des Beobachtungsorts gefunden werden.

	♃ ☾	
$3^h 58^m 50^s$	73° 4′ 20″	(nächster Rand)
59 13	4 10	I. K. = − 6′ 10″; Bar. = 769 mm
4 0 5	3 50	Therm. = + 7° C.
1 0	3 30	
1 36	3 20	
$4^h 0^m 9^s$	73° 3′ 50″	

U. K. geg. mittl. Zeit = − $0^m 6^s$ I. K. = − 6′ 10″

Mittl. astr. Ortszeit = $16^h 0^m 3^s$ d. 25/9. 72° 57′ 40″

m. ⊙ AR. = $12^h 15^m 7^s$ ☾ r = + 15′ 24″

Sternzeit = $4^h 15^m 10^s$ D = 73° 13′ 4″.

$16^h 0^m$ mittl. astr. Ortszeit d. 25/9.
− $0^h 44^m$ O Lg. in Zeit.
$15^h 16^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 25/9.

N. J. d. 25/9. m ⊙ AR. = $12^h 12^m 37^s$
Tafel 24 für 15^h . . . . $2^m 27^s{,}8$
„ 16^m . . . . . . $2^s{,}6$
Verb. m. ⊙ AR. = $12^h 15^m 7^s{,}4$

D. 26/9. ♃ AR. = $8^h 39^m 51^s$
Änd. = $1^s{,}7$ in 1^h
8,7
$14^s{,}79$ . . . . . = $14^s{,}8$
Verb. ♃ AR. = $8^h 39^m 36^s{,}2$

D. 26/9. ♃ δ = + 18° 47′,6
Änd. = 0′,10 in 1^h
8,7
0′,87 . . . . . . = 0′,9
Verb. ♃ δ = + 18° 48′,5
♃ π = 2″.

Berechnung der Jupiterhöhe.

Sternzeit = $4^h 15^m 10^s$
♃ AR. = $8^h 39^m 36^s$
♃ t = $4^h 24^m 26^s$

$$\sin h = \cos(\varphi - \delta) - 2 \sin^2 \tfrac{1}{2} t \cdot \cos \varphi \cdot \cos \delta.$$

♃ $t = 4^h 24^m 26^s$ . . . $\log(2 \sin^2 \tfrac{1}{2} t) = 9{,}77451$
$\varphi = + 68°\ 2'$ . . . . $\log \cos = 9{,}57295$
$\delta = + 18°\ 48'$ . . . . $\log \cos = 9{,}97619$
$\varphi - \delta = 49°\ 14'$ $\cos = 0{,}65298$
Zahl $= 0{,}21070$ $\log = 9{,}32365$
$\sin h = 0{,}44228$

Wh. ♃ h = 26° 15′
Ungef. Strb. = + 2′
h = 26° 17′

Mittl. Strb. = 1′ 56″
Verb. f. Bar. = + 3″
„ „ Therm. = + 1″
Wh. Strb. = 2′ 0″
π′ = 2″
R = 1′ 58″.

Berechnung der Mondhöhe.

Sternzeit = $4^h\,15^m\,10^s$
☾ AR. = $3^h\,32^m\,44^s$
☾ $t = 0^h\,42^m\,26^s$.

$$\sin h = \cos(\varphi - \delta) - 2\sin^2 \tfrac{1}{2} t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta\,.$$

☾ $t = 0^h\,42^m\,26^s$ . . $\log(2\sin^2 \tfrac{1}{2} t) = 8{,}23278$
$\varphi = +68°\ 2'$ . . . . . . $\log\cos = 9{,}57295$
$\delta = +14°\ 50'$ . . . . . . $\log\cos = 9{,}98528$
$\varphi - \delta =$ 53° 12′ $\cos = 0{,}59902$
Zahl = 0,00618 $\log = 7{,}79101$
$\sin h = 0{,}59284$
Wh. ☾ $h = 36°\ 22'$
Ungef. π' − Strb. = − 44′
$H = 35°\ 38'$.

	35° 38′	55′ 41″
Für	35° 30′	43′ 27″
„	8′	− 4″
„	41″	+ 33″
Verb. f. Bar.		− 2″
„ „ Therm.		− 1″
	$P =$	43′ 53″

N. J. d. 25/9. um 15^h ☾ AR. = $3^h\,32^m\,11^s$
Änd. = $2^s{,}08$ in 1^m
16
$33^s{,}28$ . . . . . . = $33^s{,}3$
Verb. ☾ AR. = $3^h\,32^m\,44^s{,}3$

D. 25/9. um 15^h ☾ $\delta = +14°\ 47'{,}7$
Änd. = 0′,150 in 1^m
16
2′,40 . . . . . = 2′,4
Verb. ☾ $\delta = +14°\ 50'{,}1$

Wh. ☾ $r = 15'\,15''$; ☾ Äq. Hor. $p = 55'\,51''$
Vergr. = + 9″; Verb. f. Abpl. = − 10″
Schb. ☾ $r = 15'\,24''$; ☾ lok. Hor. $p' = 55'\,41''$.

Berechnung der wahren Distanz.

$$\operatorname{tang} A = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2}(H + h) \cdot \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(H - h) \cdot \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} D$$

$$D' = D - P \cdot \operatorname{tang} H \cdot \operatorname{tang}(\tfrac{1}{2} D - A) + R \cdot \operatorname{tang} h \cdot \operatorname{tang}(\tfrac{1}{2} D + A) + 3.\ \text{Korr.}$$

$H =$ 35° 38′
$h =$ 26° 17′
$\tfrac{1}{2}(H + h) =$ 30° 58′ log cotg = 0,2218
$\tfrac{1}{2}(H - h) =$ 4° 41′ log tang = 8,9134
$\tfrac{1}{2} D =$ 36° 37′ log cotg = 0,1289
$A =$ 10° 25′ log tang = 9,2641

$\tfrac{1}{2} D - A =$ 26° 12′ log tang = 9,6920		$\tfrac{1}{2} D + A = 47°\ 2'$ log tang = 0,0309
$H =$ 35° 38′ log tang = 9,8554		$h = 26°\ 17'$ log tang = 9,6936
$P =$ 43′ 53″ log Bog. = 3,4205		$R =$ 1′ 58″ log Bog. = 2,0719
1. Ver. = − 15′ 29″ log Bog. = 2,9679		2. Ver. = 1′ 3″ log Bog. = 1,7964

1. Ver. = − 15′ 29″
2. Ver. = + 1′ 3″
3. Ver. = + 4″
Gesamtber. = − 14′ 22″
$D = 73°\ 13'\ 4''$
$D' = 72°\ 58'\ 42''$.

Berechnung der wahren Distanz nach Tafel 48.

$H = 35°\ 38'$; $h = 26°\ 17'$; $p' = 55'\,41''$;
$D = 73°\ 13'\ 4''$; Bar. = 769 mm;
Therm. = + 7° C.

$$D' = D - \frac{p' \cdot \sin h}{\sin D} + \frac{p' \cdot \sin H}{\operatorname{tang} D} + K.$$

$h =$ 26° 17′ log sin = 9,6462
$D =$ 73° 13′ log cosec = 0,0189
$p' =$ 55′ 41″ log Bog. = 3,5239
1. Ver. = − 25′ 45″ log Bog. = 3,1890
$H =$ 35° 38′ log sin = 9,7654
$D =$ 73° 13′ log cotg = 9,4794
$p' =$ 55′ 41″ log Bog. = 3,5239
2. Ver. = + 9′ 47″ log Bog. = 2,7687

1. Ver. = − 25′ 45″
2. Ver. = + 9′ 47″
3. Ver. = + 1′ 38″
4. Ver. = − 1″
Gesamtber. = − 14′ 21″
$D = 73°\ 13'\ 4''$
$D' = 72°\ 58'\ 43''$.

Taf. 48: 3. Ver. = 1′ 36″
Verb. f. Bar. = + 2″
„ „ Therm. = 0
Verb. 3. Ver. = 1′ 38″

Berechnung der Greenwicher Zeit und der Länge.

$D' = 72°\ 58'\ 42''$
N. J. d. 25/9. um 15^h mittl. astr. Grw. Zeit $D' = 73°\ 6'\ 40''$ plg = 0,2867 . . . 0,2880 (Unt. = 13)
Unterschied = 0° 7′ 58″ log Bog. = 2,6794
Genäherte Zwischenzeit = $0^h\,15^m\,25^s$ log Bog. = 2,9661
15^h — 2^s (Verb. aus Tafel 46)
Mittl. astr. Grw. Zeit d. 25/9. = $15^h\,15^m\,23^s$
„ „ Ortszeit d. 25/9. = $16^h\,0^m\,3^s$
O Lg. in Zeit = $0^h\,44^m\,40^s$
Länge = 11° 10′ O v. Grw.

Ergänzung zum fünften Abschnitt.

§ 368. Chronometerkontrolle durch Monddistanzen. Auf hoher See bieten die Monddistanzen ein Mittel, den Stand des Chronometers zu prüfen. Zu diesem Zweck schreibe man die Zeiten der Monddistanzbeobachtung nach dem Chronometer auf oder vergleiche die Beobachtungsuhr mit diesem, um hierdurch die Chronometerzeit der Beobachtung zu erhalten. Nimmt man dann den Unterschied zwischen der Chronometerzeit der Beobachtung und der durch die wahre Distanz gefundenen mittleren Greenwicher Zeit, so erhält man den Stand des Chronometers.

Da nach § 361 ein bei der Messung der Distanz begangener Fehler durchschnittlich verdoppelt in die Greenwicher Zeit übergeht, so wird man dem aus einer einzelnen Distanzbeobachtung ermittelten Stande kein großes Vertrauen schenken dürfen; denn nimmt man zur Berechnung der wahren Distanz das Mittel aus 5 bis 6 beobachteten Distanzen, so darf man für einen geübten Beobachter als wahrscheinlichen Fehler dieses Mittels 20 bis 25 Sekunden annehmen, wodurch der Stand um etwa 40 bis 50 Sekunden fehlerhaft wird. Die Größe dieses Standfehlers hängt von der schnelleren oder langsameren Bewegung des Mondes in seiner Bahn ab. Bei einer täglichen Änderung der Distanz von 15 Grad verursacht ein Fehler in der Distanz von 20 bis 25 Sekunden einen Standfehler von 30 bis 40 Zeitsekunden, während bei einer täglichen Distanzänderung von 8 Grad derselbe Distanzfehler den Stand um 60 bis 75 Zeitsekunden fälscht.

Hieraus folgt, daß man, um einen zuverlässigen Stand zu erhalten, mehrere Distanzbeobachtungen anstellen muß und zwar am besten solche, von denen die eine zunehmend, die andere abnehmend ist und beide möglichst gleich groß sind. Indem man dann das Mittel aus den hieraus gefundenen Ständen nimmt, beseitigt man den Einfluß des Exzentrizitätsfehlers des Sextanten sowie Ungenauigkeiten in der Indexkorrektion, wie in § 362 erläutert ist.

Die Fehler in den Mondtafeln, die früher die Ergebnisse der Monddistanzbeobachtungen stark beeinträchtigten, sind in neuerer Zeit auf einen so kleinen Betrag herabgedrückt, daß sie hier als verschwindend klein angenommen werden können.

Die zufälligen Beobachtungsfehler wird man durch Vervielfältigung der Beobachtungen unschädlich machen können, und je mehr man sich im Beobachten der Monddistanzen übt, um so sicherer wird man sich auf den ermittelten Stand des Chronometers verlassen können. Sehr zu empfehlen ist es, gleich im Anfange der Reise Monddistanzen zu beobachten, weil dann der am Lande bestimmte Stand und Gang des Chronometers noch die richtige Greenwicher Zeit liefern wird, so daß man sich über die Genauigkeit des durch Distanzen erhaltenen Standes ein sicheres Urteil bilden und so im Verlauf einer langen Reise Unregelmäßigkeiten im Gange entdecken und berichtigen kann.

Beispiel. 1907 den 2. Juni morgens wurden in 7° 56′ N Br. und ungefähr 106° O Lg. v. Grw. bei 5 m Augeshöhe nach einer Uhr, die zur Zeit der Beobachtung $5^m\,5^s$ geg. mittl. Ortszeit zurück war, die folgenden Beobachtungen angestellt. Eine Vergleichung ergab, daß die Uhr $6^h\,59^m\,55^s$ vor einem Chronometer war, dessen Stand zu $+\,0^m\,5^s$ angenommen wurde. Bar. = 757 mm; Therm. = + 17° C.

Um				Um		
$4^h 10^m 23^s$	♂ 50° 39′ . . .	I. K. = + 1′.		$4^h 20^m 4^s$	☾ 63° 2′ . . .	I. K. = − 4′.
11 12	. . ☾ 62° 4′	I. K. = − 4′.		20 52	♄☾ 32° 44′ 30″	nächster Rand. I. K. = + 1′ 20″.
11 54	☾♂ 34° 31′ 0″	entfernter Rand. I. K. = + 1′ 20″.		21 36	Saturn 44 0	
12 35	Mars 31 20			22 1	43 40	
13 21	31 40			22 52	43 30	
13 56	31 50			23 30	43 20	
14 50	32 10			24 22	☾ 63° 27′	
15 19	. . ☾ 62° 32′					
16 15	♂ 49° 51′					

Es soll der Stand des Chronometers gefunden werden.

Berechnung der ersten Distanzbeobachtung.

Mitlel: Uhrzeit = $4^h 13^m 19^s$	♂ 50° 15′	☾ 62° 18′	☾♂ 34° 31′ 36″	$9^h 13^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 1/6.		
B. U. vor Chr. = $6^h 59^m 55^s$	I. K. + 1′	I. K. = − 4′	I. K. = + 1′ 20″	N. J. ☾ r = 16′ 6″;	☾ Äq. Hor. p = 59′ 0″	
Chronom. Zeit = $9^h 13^m 24^s$.	50° 16′	62° 14′	34° 32′ 56″	Vergr. + 14″;	für Abpl. = 0″	
	Kml. − 4′	Kml. − 4′	☾ r − 16′ 20″	Schb. ☾ r = 16′ 20″;	☾ lok. Hor. p' = 59′ 0″.	
	h = 50° 12′.	62° 10′	D = 34° 16′ 36″.	♂ π = 17″.		
		☾ r + 16′				
		H = 62° 26′.				

Mittl. Strb. = 0′ 48″		62° 26′	59′ 0″
Verb. f. Bar. = 0″		62° 20′	26′ 54″
„ „ Therm. = − 1″		6′	− 5″
Wh. Strb. = 0′ 47″		Ver. f. Bar.	0
♂ π' 11″		„ „ Therm.	0
Strb. − π' = 0′ 36″.	R = 0′ 36″. P = 26′ 49″.	☾ π' − Strb. =	26′ 49″

$$\text{tang}\, A = \text{cotg}\, \tfrac{1}{2}(H+h) \cdot \text{tang}\, \tfrac{1}{2}(H-h) \cdot \text{cotg}\, \tfrac{1}{2} D$$

$$D' = D - P \cdot \text{tang}\, H \cdot \text{tang}\, (\tfrac{1}{2} D - A) + R \cdot \text{tang}\, h \cdot \text{tang}\, (\tfrac{1}{2} D + A) + 3.\ \text{Korr.}$$

H =	62° 26′						
h =	50° 12′						
$\frac{1}{2}(H+h)$ =	56° 19′	log cotg =	9,8238				
$\frac{1}{2}(H-h)$ =	6° 7′	log tang =	9,0301				
$\frac{1}{2} D$ =	17° 8′	log cotg =	0,5111				
A =	13° 3′	log tang =	9,3650				
$\frac{1}{2} D - A$ =	4° 5′	log tang =	8,8536	$\frac{1}{2} D + A$ =	30° 11′	log tang =	9,7646
H =	62° 26′	log tang =	0,2823	h =	50° 12′	log tang =	0,0793
P =	26′ 49″	log Bogen =	3,2066	R =	0′ 36″	log Bogen =	1,5563
1. Ver. =	− 3′ 40″	log Bogen =	2,3425	2. Ver.	+ 0′ 25″	log Bogen =	1,4002

1. Ver. =	− 3′ 40″
2. Ver. =	+ 0′ 25″
3. Ver. =	+ 9″
Gesamtver. =	− 3′ 6″
D =	34° 16′ 36″
D' =	34° 13′ 30″.

N. J. d. 1/6. um 9^h mittl. astr. Grw. Zeit D' = 34° 5′ 26″ plg = 0,2375 . . . 0,2389 (Unt. = 14)

0° 8′ 4″ log Bogen = 2,6848

Genäherte Zwischenzeit = $0^h 13^m 56^s$ log Bogen = 2,9223

9^h − 1^s (Verb. aus Taf. 46)

Mittl. astr. Grw. Zeit = $9^h 13^m 55^s$ d. 1/6.

Chron. Zeit = $9^h 13^m 24^s$

1. Beob.: Stand des Chron. = + $0^m 31^s$ um $9^h 14^m$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 1/6.

Berechnung der zweiten Distanzbeobachtung.

Mittel: Uhrzeit = $4^h\,22^m\,10^s$
B. U. vor Chr. = $6^h\,59^m\,55^s$
Chron. Zeit = $9^h\,22^m\,15^s$.

63° 22′	59′ 0″
63° 20′	26′ 0″
2′	— 2″
Verb. f. Bar.	0
„ „ Therm.	0

☾ π′ — Strb. = 25′ 58″

☾ 63° 14′
I. K. = — 4′
63° 10′
Kmt. = — 4′
63° 6′
☾ r = + 16′
H = 63° 22′.
P = 25′ 58″.

♄ ☾ = 32° 43′ 48″
I. K. = + 1′ 20″
32° 45′ 8″
☾ r = + 16′ 20″
D = 33° 1′ 28″.

$\sin h = \cos(\varphi - \delta) - \sin\text{vers}\, t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta$.

Uhrzeit = $4^h\,22^m\,10^s$ mrgs. d. 2/6.
U. K. geg. mittl. Zeit = + $5^m\,5^s$
Mittl. astr. Ortszeit = $16^h\,27^m\,15^s$ d. 1/6.
m. ⊙ AR. = $4^h\,36^m\,49^s$
Sternzeit = $21^h\,4^m\,4^s$
♄ AR. = $23^h\,49^m\,35^s$
♄ t = $2^h\,45^m\,31^s$.

♄ t = $2^h\,45^m\,31^s$ log sin vers . . . . = 9,39733
φ = + 7° 56′ log cos . . . . = 9,99582
♄ δ = — 3° 22′ log cos . . . . = 9,99925
φ — δ = 11° 18′ cos = 0,98061
Zahl = 0,24683 log = 9,39240
sin h = 0,73378
Wh. ♄ h = 47° 12′
Ungef. Strb. = + 1′
h = 47° 13′.
R = 0′ 52″.

Mittl. Strb. = 0′ 54″
Verb. f. Bar. = 0
„ „ Therm. = — 1″
Wh. Strb. = 0′ 53″
♄ π′ = 1″
Strb. — π′ = 0′ 52″.

$9^h\,22^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 1/6.
N. J. d. 1/6. m. ⊙ AR. = $4^h\,35^m\,17^s$
Tafel 24 für 9^h . . . . . $1^m\,28^s,7$
„ 22^m . . . . . $3^s,6$
Verb. m. ⊙ AR. = $4^h\,36^m\,49^s,3$.
D. 1/6. ♄ AR. = $23^h\,49^m\,30^s$
Änd. = $0^s,5$ in 1^h
9,4
$4^s,70$ . . . = $4^s,7$
Verb. ♄ AR. = $23^h\,49^m\,34^s,7$.
D. 1/6. ♄ δ = — 3° 22′,5
Änd. = 0′,05 in 1^h
9,4
0′,470 . . = 0′,5
Verb. ♄ δ = — 3° 22′,0.
♄ Hor. π = 1″.

$\tan A = \cot\tfrac{1}{2}(H + h) \cdot \tan\tfrac{1}{2}(H - h) \cdot \cot\tfrac{1}{2} D$

$D' = D - P \cdot \tan H \cdot \tan(\tfrac{1}{2} D - A) + R \cdot \tan h \cdot \tan(\tfrac{1}{2} D + A) + 3.$ Ver.

H = 63° 22′
h = 47° 13′
½ (H + h) = 55° 18′ log cotg = 9,8404
½ (H — h) = 8° 5′ log tang = 9,1524
½ D = 16° 31′ log cotg = 0,5279
A = 18° 21′ log tang = 9,5207

½ D — A = — 1° 50′ log tang	= 8,5053 n	½ D + A = 34° 52′ log tang	= 9,8431
H = 63° 22′ log tang	= 0,2997	h = 47° 13′ log tang	= 0,0336
P = 25′ 58″ log Bogen	= 3,1926	R = 0′ 52″ log Bogen	= 1,7160
1. Ver. = + 1′ 39″ log Bogen	= 1,9976 n	2. Ver. = + 0′ 39″ log Bogen	= 1,5927

1. Ver. = + 1′ 39″
2. Ver. = + 0′ 39″
3. Ver. = + 9″
Gesamtver. = + 2′ 27″
D = 33° 1′ 28″
D′ = 33° 3′ 55″

$D' = 33° \; 3' 55''$

N. J. d. 1/6. um 9^h mittl. astr. Grw. Zeit $D' = 33° 17' 35''$ plg = 0,2373 . . . 0,2389 (Unt. = 16)

$0° 13' 40''$ log Bogen 2,9138

$0^h 23^m 36^s$ log Bogen = 3,1511

$9^h \; -2^s$ (Verb. aus Tafel 46)

Mittl. astr. Grw. Zeit $9^h 23^m 34^s$ d. 1/6.

Chronometerzeit $9^h 22^m 15^s$

2. Beob.: Stand des Chronometers $+ \; 1^m 19^s$ um $9^h 24^m$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 1/6.

1. Beob.: „ „ „ „ $+ \; 0^m 31^s$ „ $9^h 14^m$ „ „ „ „ „ „

Im Mittel: „ „ „ „ $+ \; 0^m 55^s$ um $9^h,3$ mittl. Grw. Zeit abds. d. 1/6.

Aus den folgenden Chronometerständen, die während einer Reise des Schiffs „Commerzienrath Rodbertus" von Manila nach Boston durch Beobachtungen von Monddistanzen gewonnen wurden, ersieht man, daß vereinzelte Beobachtungen eine sichere Kontrolle des Chronometerstandes nicht verbürgen. Dies kann nur durch Vervielfältigung der Beobachtungen erzielt werden, und man nimmt dann das Mittel aus den an mehreren aufeinander folgenden Tagen gefundenen Ständen als den für das mittlere Datum gültigen wahrscheinlichen Stand des Chronometers an. Auf den aus diesen wahrscheinlichen Ständen sich ergebenden Gang des Chronometers wird man sich um so mehr verlassen können, je sicherer man im Beobachten der Monddistanzen ist.

Datum der Beob.	Aus Monddistanzen gewonnener Chron. Stand.	Wahrscheinlicher Chron. Stand.	Mittl. tägl. Gang.
21/3. 1885.	$-19^m 26^s$		
22/3. „	$-20^m \; 1^s$	$-20^m \; 7^s$ am 23/3.	
25/3. „	$-20^m 55^s$		$-3^s,5.$
5/4. „	$-20^m 49^s$		
6/4. „	$-19^m 56^s$	$-20^m 56^s$ am 6/4.	
8/4. „	$-22^m \; 2^s$		$-3^s,2.$
18/4. „	$-21^m 32^s$		
19/4. „	$-21^m 28^s$	$-21^m 38^s$ am 19/4.	
20/4. „	$-21^m 53^s$		$-5^s,0.$
5/5. „	$-22^m 54^s$	$-23^m \; 3^s$ am 6/5.	
6/5. „	$-23^m 12^s$		$-3^s,5.$
17/5. „	$-23^m 17^s$		
19/5. „	$-23^m 54^s$	$-23^m 45^s$ am 18/5.	
19/5. „	$-24^m \; 4^s$		

Neunter Abschnitt.

Bestimmung der Mißweisung und Ablenkung des Kompasses.

§ 369. Durch Azimutbeobachtungen. Nach dem in § 111 unter 3 beschriebenen Verfahren hat man die Peilung eines Gestirns mit dessen wahrem Azimut zur Zeit der Peilung zu vergleichen, um die Gesamtmißweisung des Peilkompasses zu erhalten. Diese mit der Mißweisung am Orte verglichen, ergibt die Ablenkung des Peilkompasses.

Das wahre Azimut des Gestirns wird nach § 305—307 ermittelt. Bei der Berechnung genügen vierstellige Logarithmen, um das Azimut auf zehntel Grad genau zu erhalten.

Wegen der durch Änderungen des Kurses wie der magnetischen Breite, durch Krängung des Schiffs und durch den Einfluß des halbfesten Magnetismus bewirkten Änderung der Ablenkung ist es ratsam, bei jeder nicht zu großen Höhe, die man zur Ortsbestimmung beobachtet, das beobachtete Gestirn zu peilen. Wird diese Höhe zur Berechnung einer Standlinie verwertet und folglich das wahre Azimut des Gestirns ermittelt, so hat man den Vorteil, ohne besondere Rechnung eine Kompaßkontrolle mit der Beobachtung verbinden zu können.

Um gleichzeitig die Mißweisung und Ablenkung des Steuerkompasses zu erhalten, muß man kurz vor oder nach der Peilung des Gestirns den Peilkompaß mit dem Steuerkompaß vergleichen, indem man bemerkt, was das Schiff nach jedem der Kompasse gleichzeitig anliegt, wobei zu beachten ist, daß das Schiff während dieser Vergleichung der Kompasse denselben Kurs steuern muß wie bei dem Peilen (vgl. § 106). Aus dem Kursunterschiede der beiden Kompasse und der Mißweisung des Peilkompasses ergibt sich dann die Mißweisung des Steuerkompasses und aus dieser und der Mißweisung am Orte die Ablenkung des Steuerkompasses.

Um diese Rechnung sicher durchzuführen, ist es zweckmäßig, folgende Figur aus freier Hand zu entwerfen:

Man zeichne einen Kreis, der den Horizont vorstelle, ziehe die rechtweisende Nordsüdlinie und trage vom Nord- oder Südpunkt nach Ost oder West das wahre Azimut seiner Bezeichnung entsprechend ab. Von dem so erhaltenen Punkte trage man das beobachtete Azimut, das von demselben Punkte wie das wahre Azimut zu zählen ist, nach O oder W hin ab, je nachdem es die Bezeichnung W oder O trägt, so erhält man den N- oder S-Punkt des Peilkompasses und damit dessen Nordsüdlinie. Je nachdem der Nordpunkt des Peilkompasses rechts oder links vom wahren Nordpunkt liegt, ist die Mißweisung des Peilkompasses Ost oder West.

Dann ziehe man vom Mittelpunkte des Kreises die Kurslinie nach Peilkompaß und rechne den Kurs nach Steuerkompaß von demselben Punkt, von dem der Kurs nach Peilkompaß gezählt ist. Trägt man dann von der gezogenen Kurslinie aus die Anzahl der Grade des Kurses nach Steuerkompaß im Kreise ab nach Ost oder West, je nachdem dieser Kurs westlich oder östlich ist, so erhält man den Nord- oder Südpunkt des Steuerkompasses und also auch dessen Nordsüdlinie. Man ersieht dann, ob die Steuerkompaßmißweisung Ost oder West und größer oder kleiner als die Mißweisung des Peilkompasses ist. Im ersten Falle ist der Kursunterschied zur Peilkompaßmißweisung zu addieren, im zweiten Falle dagegen von dieser zu subtrahieren, um die Mißweisung des Steuerkompasses zu erhalten.

Schließlich trage man nach der bekannten Mißweisung am Orte die magnetische Nordsüdlinie in die Figur ein, um zu ersehen, wie die von magnetisch Nord zu zählenden Ablenkungen der beiden Kompasse zu finden und zu bezeichnen sind.

Beispiel 1. 1907 den 30. Oktober wurde abends in 47° 13′ N Br. und 50° 4′ W Lg. v. Grw. bei 5 m Augeshöhe nach einer Uhr, die 9^m gegen wahre Ortszeit zurück war, um $4^h 21^m$ die Sonnenunterrandshöhe = 4° 14′ gemessen und gleichzeitig die Sonne *N 84° W* mit dem Peilkompasse gepeilt. Das Schiff lag während dieser Beobachtung nach Peil-

kompaß $S\ 72°\ W$ und nach Steuerkompaß $W z S$ an. I. K. = 0. Mißweisung am Beobachtungsorte nach der Karte = 30° W.

Es ist die Mißweisung und Ablenkung beider Kompasse bei den betreffenden Kursen zu berechnen.

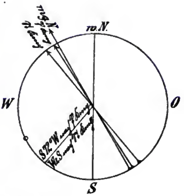
$\odot$ 4° 14′
I. K. = 0′
4° 14′
Kml. = − 4′
4° 10′
Strb. $-\pi'$ = −11′
3° 59′
$\odot r$ = +16′
$\odot h$ = 4° 15′.

$$\cos \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\sin s \cdot \sin(s-p)}{\sin b \cdot \sin z}}.$$

$\delta = -13°\ 36'$; $p = 103°\ 36'$
$\varphi = +47°\ 13'$; $b = 42°\ 47'$ log cosec = 0,1680
$h = 4°\ 15'$; $z = 85°\ 45'$ log cosec = 0,0012
$2s = 232°\ 8'$
$s = 116°\ 4'$ log sin = 9,9534
$s - p = 12°\ 28'$ log sin = 9,3342
19,4568
log cos $\tfrac{1}{2} A$ = 9,7284
$\tfrac{1}{2} A$ = 57° 39′
A = 115° 18′.

4h 21m Uhrzeit.
+ 9m U. K. geg. wh. Zeit.
4h 30m wh. Ortszeit abds. d. 30/10.
+ 3h 20m W Lg. in Zeit.
7h 50m wh. Grw. Zeit abds. d. 30/10.

N. J. d. 30/10. $\odot \delta$ = − 13° 29′,7
Änd. = 0′,82 in 1h
7,8
6′,396 . . . . . = 6′,4
Verb. $\odot \delta$ = − 13° 36′,1.



Wahres Azimut . . . . = N 115°,3 W
Azm. nach Peilkompaß . . . . = N 84°,0 W
Mißw. d. Peilkompasses . . . . = 31°,3 W
Kursunterschied . . . . = 6°,8
Mißw. des Steuerkompasses . = 38°,1 W
Mißw. am Beobachtungsort . = 30°,0 W
Ablenkung des Steuerkompasses = 8°,1 W bei $W z S$ Kurs.
Ablenkung des Peilkompasses . = 1°,3 W bei S 72° W Kurs.

Beispiel 2. 1907 den 14. April morgens wurde in 50° 11′ S Br. und 90° 2′ W Lg. v. Grw. nach einer Uhr, die 13m 6s gegen wahre Ortszeit zurück war, um 8h 33m 2s die Sonne mit dem Peilkompasse N 15° O gepeilt. Das Schiff lag an: nach dem Peilkompasse N 80° O, nach dem Steuerkompasse $O\ \tfrac{1}{4}\ S$. Die Mißweisung am Orte betrug 25° O.

Es soll die Mißweisung und Ablenkung beider Kompasse auf den betreffenden Kursen ermittelt werden.

Uhrzeit . . . . = 8h 33m 2s $\quad$ $\odot$ N 15° O.
U. K. geg. wahre Zeit = + 13m 6s
Wahre Ortszeit . . . = 8h 46m 8s mrgs. d. 14/4.
$\odot t$ = 3h 13m 52s O v. Mer.

$$\sin \tfrac{1}{2}(p+b) : \sin \tfrac{1}{2}(p-b) = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} t : \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(A-G)$$
$$\cos \tfrac{1}{2}(p+b) : \cos \tfrac{1}{2}(p-b) = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} t : \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(A+G).$$

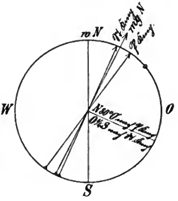
8h 46m wh. Ortszeit mrgs. d. 14/4.
+ 6h 0m W Lg. in Zeit.
2h 46m wh. Grw. Zeit abds. d. 14/4.
N. J. d. 14/4. $\odot \delta$ = + 9° 5′,4
Änd. = 0′,90 in 1h
2,8
2′,52 . . . . = 2′,5
Verb. $\odot \delta$ = + 9° 7′,9.
$\odot p$ = 99° 8′.

$p = \quad 99°\ 8'$
$b = \quad 39°\ 49'$

$\frac{1}{2}(p+b) =$	$69°\ 29'$	$\log \operatorname{cosec} = 0{,}0285$	$\log \sec = 0{,}4553$	Nach Tafel 39: $x = +1{,}06$
$\frac{1}{2}(p-b) =$	$29°\ 40'$	$\log \sin = 9{,}6946$	$\log \cos = 9{,}9390$	$y = +0{,}22$
$\frac{1}{2}t \ldots =$	$1^h\ 36^m\ 56^s$	$\log \operatorname{cotg} = 0{,}3467$	$\log \operatorname{cotg} = 0{,}3467$	$x + y = +1{,}28$
		$\log \operatorname{tang} = 0{,}0698$	$\log \operatorname{tang} = 0{,}7410$	Nach Tafel 40: $A = N\ 50°{,}6\ O.$

$\frac{1}{2}(A - G) = 49°\ 35'$
$\frac{1}{2}(A + G) = 79°\ 43'$
$A = 129°\ 18'.$

Wahres Azimut . . . . . . =	$S\ 129°{,}3\ O$
Azm. nach Peilkompaß . . . =	$S\ 165°{,}0\ O$
Mißw. des Peilkompasses . . =	$35°{,}7\ O$
Kursunterschied . . . . . . =	$12°{,}8$
Mißw. des Steuerkompasses . =	$22°{,}9\ O$
Mißw. am Orte . . . . . . =	$25°{,}0\ O$
Ablenkung des Steuerkompasses =	$2°{,}1\ W$ bei $O\ \frac{1}{4}\ S$ Kurs.
Ablenkung des Peilkompasses =	$10°{,}7\ O$ bei $N\ 80°\ O$ Kurs.



Beispiel 3. 1907 den 5. Oktober morgens wurde in $37°\ 1'\ N$ Br. und $159°\ 0'\ O$ Lg. v. Grw. um $4^h\ 17^m\ 39^s$ Chronometerzeit der Stern α Ursae minoris mit dem Peilkompaß $N\ 5°\ O$ gepeilt. Der Stand des Chronometers war im mittleren Greenwicher Mittag den 1/10. $= -1^m\ 38^s{,}0$, der tägliche Gang $= +5^s{,}6$. Der Kurs des Schiffes war nach dem Peilkompaß $S\ 88°\ W$, nach dem Steuerkompaß $W\ \frac{1}{4}\ N$. Die Mißweisung am Orte betrug $2°\ O$.

Es soll die Mißweisung und Ablenkung beider Kompasse bei den betreffenden Kursen gefunden werden.

Chronometerzeit . . . =	$4^h\ 17^m\ 39^s$	$*$ $N\ 5°\ O.$
Std. des Chr. d. 1/10. =	$-\ 1^m\ 38^s{,}0$	
Ungef. mittl. Grw. Zeit =	$4^h\ 16^m\ 1^s{,}0$	abds. d. 4/10.
Gang für 3,2 Tage . . =	$+\ 17^s{,}9$	
Mittl. astr. Grw. Zeit =	$4^h\ 16^m\ 19^s$	d. 4/10.
O Länge in Zeit . . . =	$10^h\ 36^m\ 0^s$	
Mittl. astr. Ortszeit . . =	$14^h\ 52^m\ 19^s$	d. 4/10.
m. ☉ AR. =	$12^h\ 48^m\ 48^s$	
Sternzeit =	$3^h\ 41^m\ 7^s$	
$*$ AR. =	$1^h\ 26^m\ 53^s$	
$*\ t$ =	$2^h\ 14^m\ 14^s$ W	v. Mer.

$4^h\ 16^m$ mittl. astr. Grw. Zeit d. 4/10.

N. J. d. 4/10. m. ☉ AR. =	$12^h\ 48^m\ 6^s$
Tafel 24 für 4^h	$39^s{,}4$
„ 16^m	$2^s{,}6$
Verb. m. ☉ AR. =	$12^h\ 48^m\ 48^s{,}0$
$*$ AR. =	$1^h\ 26^m\ 53^s$
$*\ \delta$ =	$+\ 88°\ 48'{,}7$
$*\ p$ =	$1°\ 11'{,}3.$

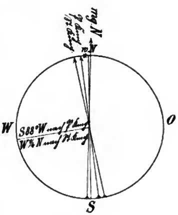
$$\sin \tfrac{1}{2}(b+p) : \sin \tfrac{1}{2}(b-p) = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2}t : \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(G-A)$$
$$\cos \tfrac{1}{2}(b+p) : \cos \tfrac{1}{2}(b-p) = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2}t : \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(G+A).$$

Nach Tafel 26:
Wh. Azm. $= N\ 0°{,}9\ W.$

$b = 52^\circ 59'$
$p = 1^\circ 11'$
$\frac{1}{2}(b+p) = 27^\circ\ 5'$ log cosec $= 0{,}3417$ log sec $= 0{,}0504$
$\frac{1}{2}(b-p) = 25^\circ 54'$ log sin $= 9{,}6403$ log cos $= 9{,}9540$
$\frac{1}{2}t = 1^h 7^m 7^s$ log cotg $= 0{,}5207$ log cotg $= 0{,}5207$
log tang $= 0{,}5027$ log tang $= 0{,}5251$

$\frac{1}{2}(G - A) = 72^\circ 33'$
$\frac{1}{2}(G + A) = 73^\circ 23'$
$A = 0^\circ 50'$.

Wahres Azimut	= $N\ 0^\circ{,}8\ W$
Azimut nach Peilkompaß . .	= $N\ 5^\circ{,}0\ O$
Mißweisung des Peilkompasses	= $5^\circ{,}8\ W$
Kursunterschied	= $4^\circ{,}8$
Mißweisung des Steuerkompasses	= $10^\circ{,}6\ W$
Mißweisung am Orte	= $2^\circ{,}0\ O$
Ablenkung des Steuerkompasses	= $12^\circ{,}6\ W$ bei $W\ \frac{1}{4}\ N$ Kurs.
Ablenkung des Peilkompasses	= $7^\circ{,}8\ W$ bei $S\ 88^\circ W$ Kurs.



§ 370. Durch Amplitudenbeobachtungen. Sehr bequem und am genauesten erhält man die Peilung eines Gestirns, das sich nahe dem Horizont befindet. Deshalb sind Amplitudenbeobachtungen, besonders von der Sonne, zur Bestimmung der Mißweisung und Ablenkung des Kompasses sehr geeignet. Da die wahre Amplitude der Bogen des wahren Horizonts zwischen dem wahren Ost- oder Westpunkte und dem Mittelpunkte des Gestirns ist, so muß man die Sonne peilen, wenn ihr Mittelpunkt im wahren Horizonte steht, die wahre Höhe also $= 0^\circ 0'$ ist. Die entsprechende Höhe über der Kimm ergibt folgende Rechnung:

⊖ wahre Höhe	$= 0^\circ\ 0'$
Strahlenbrechung	$= +29'$
⊖ scheinbare Höhe	$= 0^\circ 29'$
Kimmtiefe für 4—6 m Augeshöhe	$= +\ 4'$
⊖ Höhe über der Kimm	$= 0^\circ 33'$
Verkürzter ⊙ Halbmesser	$= -14'$
⊙ Höhe über der Kimm	$= 0^\circ 19'$.

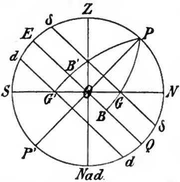
Hiernach steht also der Unterrand der Sonne nahe um einen horizontalen Halbmesser der Sonne über der Kimm, wenn sich ihr Mittelpunkt im wahren Horizont befindet*). In dieser Höhe ist also die Sonne zu peilen, um ihre Amplitude am Kompasse zu erhalten. Will man das Mittel aus mehreren Peilungen verwerten, so muß man ebensoviele Peilungen vor jener Höhe als nach ihr nehmen. Beim Aufgange der Sonne beginne man daher zu peilen, wenn der Unterrand der Sonne die Kimm berührt, und höre auf, wenn er um einen horizontalen Sonnendurchmesser über der Kimm steht. Des Abends ist in umgekehrter Folge zu beobachten.

Das Mittel aus den Peilungen ist dann mit der wahren Amplitude zu vergleichen, die entweder aus Tafel 43 entnommen oder nach folgender Formel berechnet werden kann.

*) Um die Amplituden von Planeten und Fixsternen zu beobachten, müßte man diese Gestirne peilen, wenn sie etwa 33′ (etwas mehr als ein Sonnendurchmesser) über der Kimm stehen. Der Mond ist im wahren Horizont nicht zu sehen, weil er wegen der großen Parallaxe zu dieser Zeit unter der Kimm steht.

Es sei in Fig. 275 P der obere Pol, Z das Zenit, NS der wahre Horizont, EQ der Äquator, dd und $\delta\delta$ Deklinationsparallelen, PGB und $PB'G'$ Stundenkreise und O die Projektion des wahren Ost- oder Westpunktes. Es ist demnach OG die wahre Amplitude des Gestirns in G und zwar beim Aufgange = Ost OG Nord und beim Untergange = West OG Nord, während OG' die wahre Amplitude des Gestirns in G' mit südlicher Deklination ist. Für dieses Gestirn ist also beim Aufgange die wahre Amplitude = Ost OG' Süd und beim Untergange = West OG' Süd. Die wahre Amplitude hat daher stets den Namen der Deklination des Gestirns.

Fig. 275.



Der Winkel $BOG = B'OG'$ ist die Äquatorhöhe, also gleich dem Komplement der Breite (φ) des Orts und BG oder $B'G'$ ist die Deklination (δ) des Gestirns. Man erhält also aus dem bei B oder B' rechtwinkligen sphärischen Dreieck OBG oder $OB'G'$ nach der Napierschen Regel die Gleichung:

$$\sin\delta = \sin(90^\circ - \varphi) \cdot \sin \text{Ampl.},$$

folglich $\quad \sin \text{Ampl.} = \sin\delta \cdot \sec\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad$ I).

Um die zu dieser Rechnung erforderliche Deklination finden zu können, entnehme man aus Tafel 42 (s. § 300) die ungefähre Ortszeit und wende darauf die Länge in Zeit an, so erhält man die Greenwicher Zeit, wofür die Deklination zu verbessern ist.

Nachdem man die wahre Amplitude ermittelt hat, ziehe man sie von 90° ab, so erhält man das wahre Azimut des Gestirns und hieraus in Verbindung mit der Peilung nach dem im vorhergehenden Paragraphen beschriebenen Verfahren die Mißweisung und Ablenkung des Peilkompasses.

Beispiel 1. 1907 den 8. Juni peilte man in 55° 20′ N Br. und 14° 15′ O Lg. v. Grw. bei 4 m Augeshöhe die Sonne, als ihr Unterrand ungefähr um einen horizontalen Halbmesser über der Kimm stand, in $N\,57^\circ{,}5\,O$. Mißweisung am Ort = 9° W.

Es ist die Mißweisung und Ablenkung des Kompasses zu berechnen.

$\sin \text{Ampl.} = \sec\varphi \cdot \sin\delta$

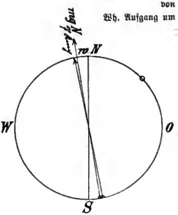
$\varphi = 55^\circ\,20'$ $\quad \log\sec = 0{,}2450$
$\delta = 22^\circ\,44'$ $\quad \log\sin = 9{,}5871$
Ampl. $= 42^\circ\,48'$ $\quad \log\sin = 9{,}8321$
$= O\,42^\circ{,}8\,N$

Wahres Azimut . . = $N\,47^\circ{,}2\,O$
Azm. nach Kompaß = $N\,57^\circ{,}5\,O$
Mißw. des Komp. = $10^\circ{,}3\,W$
Mißw. am Ort . . = $9^\circ{,}0\,W$
Ablenkung d. Komp. = $1^\circ{,}3\,W$ bei dem anliegenden Kurse.

Taf. 42: Wh. Untergangszeit = $8^h\,30^m$;
von $12^h\;0^m$ subtrahiert.
Wh. Aufgang um $3^h\,30^m$ wh. Ortszeit mrgs. d. 8/6.
$-0^h\,57^m$ O Lg. in Zeit.
$2^h\,33^m$ wh. Grw. Zeit mrgs. d. 8/6.

N. J. d. 8/6. ☉ $\delta = +22^\circ 46'{,}1$
Änd. = $0'{,}25$ in 1^h
9,5
$2'{,}375 = 2'{,}4$
Verb. ☉ $\delta = +22^\circ 43'{,}7$.

Nach Tafel 43 ist die wahre Amplitude = $O\,42^\circ{,}8\,N$.



Beispiel 2. 1907 den 29. August wurde in 38° 35′ N Br. und 170° 34′ O Lg. v. Grw. bei 4,8 m Augeshöhe folgende Beobachtung angestellt:

⊙ 0° 33′, die Sonne gepeilt *S* 89°,7 *W* mit Peilkomp.	Kurs des Schiffs	*ONO* nach Steuerkomp.
89 ,5		*N* 65° *O* nach Peilkomp.
90		
⊙ 0° 0′ . . . . *N* 89 ,7 *W*		

Mißweisung am Orte = 8° *O*.

Es ist die Mißweisung und Ablenkung beider Kompasse bei den betreffenden Kursen zu finden.

Mittel der Peilungen = *S* 89°,9 *W*

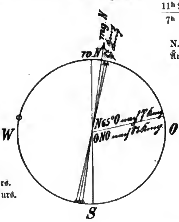
sin Ampl. = sec φ · sin δ

$\varphi = 38° 35'$ log sec = 0,1070
$\delta = 9° 46'$ log sin = 9,2295
Ampl. = 12° 32′ log sin = 9,3365
= *W* 12°,5 *N*.

Wahres Azimut . . = *N* 77°,5 *W*
Azm. n. Peilkomp. = *N* 90°,1 *W*
Mißw. d. Peilkomp. = 12°,6 *O*
Kursunterschied . . . = 2°,5
Mißw. d. Steuerkp. = 10°,1 *O*
Mißw. am Orte . . = 8°,0 *O*
Ablenk. d. Steuerkp. = 2°,1 *O* bei *ONO* Kurs.
Ablenk. d. Peilkomp. = 4°,6 *O* b. *N* 65° *O* Kurs.

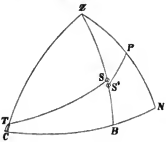
Taf. 42: Wh. Untergangszeit = $6^h\,31^m$ abds. d. 29/8.
$11^h\,22^m$ O Lg. in Zeit.
$7^h\ \ 9^m$ wh. Grw. Zeit mrgs. d. 29/8.

N. J. d. 29/8. ⊙ δ = + 9° 41′,3
Änd. = 0′,88 in 1^h
4,9
4,312 . . . 4′,3
Verb. ⊙ δ = + 9° 45′,6



§ 371. **Das wahre Azimut irdischer Gegenstände zu finden.** Wenn man die Kompaßablenkung durch Peilung eines entfernten irdischen Gegenstandes bestimmen will (vgl. § 111), so muß man das Azimut dieses Gegenstandes kennen. Läßt sich dieses auf die in § 111 angegebene Weise nicht ermitteln, so kann man das folgende Verfahren anwenden. Dieses empfiehlt sich unter den bezeichneten Umständen besonders dann, wenn man durch Rundschwajen die Ablenkung auf allen Kursen bestimmen will, und die Sonne voraussichtlich nicht während der Dauer der Untersuchung sichtbar bleiben wird.

Fig. 276.



Es sei in Fig. 276 *Z* das Zenit, *P* der obere Pol, also *ZN* der Meridian des Beobachtungsorts, *CN* ein Bogen des Horizonts, *ZB* ein Vertikal durch den Mittelpunkt der Sonne und *ZC* ein Vertikal durch die Turmspitze *T*; so ist das Azimut der Sonne = ∠ *SZN* und das Azimut der Turmspitze = ∠ *TZN* = dem Azimut der Sonne + ∠ *TZS*.

Wenn aber die Turmspitze zwischen dem Meridian und Vertikal der Sonne läge, so würde das Azimut von *T* gleich dem Azimut der Sonne − ∠ *TZS* sein.

Wenn endlich die Sonne auf der einen und der Turm auf der anderen Seite des Meridians liegt, so ist das Azimut der Turmspitze $= \angle SZT$, der von den Vertikalen durch die Sonne und Turmspitze gebildet wird, weniger dem Azimut der Sonne.

Um diese Winkel zu bestimmen, messe man die Höhe der Sonne und gleichzeitig die Distanz zwischen der Sonne und der Turmspitze wie auch deren Höhe.

Will ein Beobachter alles allein messen, so kann er zuerst oder zuletzt die Höhe des irdischen Gegenstandes, dann die Höhe der Sonne, darauf einige Distanzen zwischen der Sonne und dem Gegenstande, dann wieder eine Sonnenhöhe messen und die Zeiten der Uhr bei jeder Sonnenhöhe aufschreiben. Die arithmetischen Mittel aus den Zeiten, aus den Sonnenhöhen und aus den Distanzen werden dann angesehen, als wenn diese gleichzeitig beobachtet wären.

Aus der gemessenen Distanz wird durch Anwendung der Indexkorrektion und des Halbmessers der Sonne (dieser ist mit + anzuwenden, wenn der nächste Rand, mit −, wenn der entfernte Rand gemessen ist) die scheinbare Distanz gefunden, und aus der gemessenen Höhe des Sonnenrands wird die scheinbare und wahre Höhe des Mittelpunkts gefunden; die gemessene Höhe des irdischen Gegenstandes aber wird durch Anwendung der Indexkorrektion und der Kimmtiefe mit Rücksicht auf die Entfernung des Gegenstandes in die scheinbare Höhe verwandelt.

Das wahre Azimut der Sonne wird nach § 305 berechnet.

Bezeichnet man die scheinbare Höhe des Mittelpunkts der Sonne mit h, die scheinbare Höhe des Gegenstandes mit h', die scheinbare Distanz zwischen dem Gegenstande und Mittelpunkte der Sonne mit d, $\dfrac{h + h' + d}{2}$ mit S und den Winkel zwischen dem Vertikal der Sonne und dem des Gegenstandes mit D, so ist nach § 57

$$\cos \tfrac{1}{2} D = \sqrt{\frac{\cos S \cdot \cos (S - d)}{\cos h \cdot \cos h'}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I).}$$

Es ist am besten, die Zeit so zu wählen, daß die Höhe der Sonne klein und die Distanz zwischen der Sonne und dem Gegenstande 90° ist.

Aus dem so ermittelten wahren Azimut des Gegenstandes findet man durch Anwendung der Mißweisung am Orte das magnetische Azimut, womit die Kompaßpeilungen des Gegenstandes zu vergleichen sind, um die Kompaßablenkung zu erhalten.

Beispiel. 1907 den 7. Mai in 57° 45′ N Br. und 2° W Lg. v. Grw. um $5^h 38^m$ wahre Zeit morgens ist nachstehende Beobachtung gemacht, bei der die Indexkorrektion für alle gemessenen Winkel = 0, die Augeshöhe = 6 m und die Entfernung des Turms vom Beobachter = 2 Seemeilen war.

Es soll das wahre Azimut der Turmspitze bestimmt werden.

Turmhöhe	= 0° 49′	$\underline{\odot}$	10° 59′	$\odot$ △	95° 9′ = der gemessenen Distanz zwischen dem nächsten Sonnenrande und einer südl. von der Sonne stehenden Turmspitze.
Strandtiefe	= − 6′	Kmt.	= − 4′	$\odot\, r$	= + 16′
Schb. Höhe h'	= 0° 43′		10° 55′	d	= 95° 25′.
		$\odot\, r$	= + 16′		
		Schb. $\ominus\, h$	= 11° 11′		
		Strb. $-\pi'$	= − 5′		
		Wh. $\ominus\, h$	= 11° 6′.		

$$\cos \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\cos S \cdot \cos (S - p)}{\cos \varphi \cdot \cos h}}.$$

$p = \quad 73^\circ\, 30'$
$\varphi = \quad 57^\circ\, 45'$ log sec $= 0{,}2728$
Wh. $\ominus\, h = \quad 11^\circ\ \ 6'$ log sec $= 0{,}0082$
$2S = \quad 142^\circ\, 21'$
$S = \quad 71^\circ\, 11'$ log cos $= 9{,}5086$
$S - p = -\ 2^\circ\, 19'$ log cos $= 9{,}9996$
$19{,}7892$
log cos $\tfrac{1}{2} A = 9{,}8946$
$\tfrac{1}{2} A = 38^\circ\, 20'$
$\odot$ wh. Azm. $= N\, 76^\circ{,}7\, O.$

$5^h\, 38^m$ wh. Ortszeit mrgs. d. 7/5.
$+\ 0^h\ \ 8^m$ W Lg. in Zeit.
$5^h\, 46^m$ wh. Grw. Zeit mrgs. d. 7/5.
N. J. d. 7/5. $\odot\ \delta = +\, 16^\circ\, 34'{,}0$
Änd. $= 0'{,}71$ in 1^h
6,2
4,402 . . . $4'{,}4$
Verb. $\odot\ \delta = +\, 16^\circ\, 29'{,}6$
$\odot\ p = \quad 73^\circ\, 30'{,}4.$

$$\cos \tfrac{1}{2} D = \sqrt{\frac{\cos S \cdot \cos (S - d)}{\cos h \cdot \cos h'}}.$$

$d = \quad 95^\circ\, 25'$
$h' = \quad 0^\circ\, 43'$ log sec $= 0{,}0000$
Schb. $\ominus\, h = \quad 11^\circ\, 11'$ log sec $= 0{,}0083$
$2S = \quad 107^\circ\, 19'$
$S = \quad 53^\circ\, 40'$ log cos $= 9{,}7727$
$S - d = -\ 41^\circ\, 45'$ log cos $= 9{,}8728$
$19{,}6538$
log cos $\tfrac{1}{2} D = 9{,}8269$
$\tfrac{1}{2} D = 47^\circ\, 50'$
$\sphericalangle$ am Zenit zw. $\odot$ u. $\triangle = D = \quad 95^\circ{,}7$ (Turm südl. von der Sonne.)
$\odot$ wh. Azm. $= N\ \ 76^\circ{,}7\, O$
Wh. Azm. des Turmes $= N\, 172^\circ{,}4\, O = S\, 7^\circ{,}6\, O.$

Zehnter Abschnitt.

Gezeiten und deren Vorausberechnung.

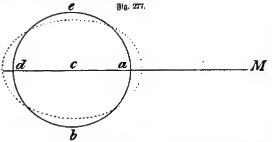
§ 372. Die Gezeiten. Unter den Gezeiten oder Tiden versteht man das regelmäßige Heben und Senken des Meeresspiegels, das sich in der Regel zweimal in nahe 25 Stunden vollzieht. Den tiefsten Stand des Meeresspiegels bezeichnet man als Niedrigwasser und den höchsten als Hochwasser. Den Unterschied in diesen beiden Ständen nennt man Höhe der Gezeit, Fluthöhe, Hub oder Flutwechsel. Das Mittel zwischen den Mitteln der Hoch- und Niedrigwasser ist der mittlere Wasserspiegel. Das Steigen des Wassers von Niedrigwasser bis Hochwasser heißt Flut und das Fallen des Wassers von Hoch- bis Niedrigwasser Ebbe.

Daß die Gezeiten mit dem Umlauf des Mondes um die Erde und mit seiner Stellung zur Sonne in engem Zusammenhange stehen, haben schon die Alten erkannt. Newton zeigte, wie durch die Anziehung des Mondes und durch die der Sonne je zwei um den halben Erdumfang auseinander stehende Wellen erzeugt werden, die die Erscheinungen der Gezeiten verursachen.

Nach dem Newtonschen Gravitationsgesetz nimmt die Anziehung mit der Entfernung ab, und zwar im quadratischen Verhältnis, während die Unterschiede der Anziehungen der verschiedenen Teile zweier Körper im kubischen Verhältnisse der Entfernung abnehmen.

Denkt man sich die Erde ganz mit Wasser bedeckt, so wirkt demnach die Anziehung des Mondes am stärksten auf die ihm am nächsten liegenden Teile dieser Wasserhülle, schwächer im Mittelpunkt und am schwächsten auf die am weitesten vom Monde entfernt liegenden Wasserteile.

Fig. 277.



Ist in Fig. 277 der Kreis *abde* der Äquator und *c* der Mittelpunkt der Erde, so ist also die Anziehung des Mondes in *M* auf *a* größer als auf *c*, folglich wird auch die Schwerkraft bei *a* etwas vermindert, aber nicht allein hier, sondern auch bei *d*, weil die Anziehung des Mondes auf *c* größer ist als auf *d*. Da aber an den Punkten *b* und *e* die Schwerkraft der Erde durch die Anziehung des Mondes nicht beeinflußt wird, so wird durch den Druck des sein volles Gewicht behaltenden Wassers in *b* und *e* das leichter gewordene Wasser in *a* und *d* emporgepreßt. Dadurch nimmt die Oberfläche des Wassers die Form eines Ellipsoids an, dessen große Achse auf den Mond zu gerichtet ist, wie die punktierte Linie in der Figur andeutet. Die beiden Wellenberge bei *a* und *d* bilden für diese Orte das Hochwasser, während die Wellentäler bei *b* und *e* das Niedrigwasser bilden. Wenn also das Wasser auf der Erdoberfläche den auf dieses wirkenden Kräften ohne jede Behinderung und Zeitverlust folgen könnte, so würden stets die Orte Hochwasser haben, wo der Mond in der oberen oder unteren Kulmination steht, und unter diesen hätte der Ort das höchste Hochwasser, der den Mond im Zenit oder Nadir hat. Die Zeiten vom Niedrigwasser würden in die Mitte zwischen den Hochwasserzeiten fallen.

Jene beiden Wellenberge bei *a* und *d* behalten jedoch ihre Lage auf der Erde nicht bei sondern nur ihre Stellung dem Monde gegenüber, und da dieser infolge der Achsendrehung der Erde und seiner fortschreitenden Bewegung in seiner Bahn durchschnittlich 12 Stunden und 25 Minuten gebraucht, um von einer Kulmination in die nächstfolgende zu kommen, so laufen beide Flutwellen, von Ost nach West fortschreitend, in einem Mondtage um die Erde. In diesem Zeitraum hat also jeder Ort auf der Erde unter der oben gemachten Annahme zweimal Flut und zweimal Ebbe. Der mittlere Wasserstand wird durch Flut und Ebbe aber nicht im geringsten verändert. Sobald der Punkt der stärksten Anziehung von der Stelle wegrückt, sinken auch die Wasserteilchen, der Wellenbewegung entsprechend, auf ihren früheren Stand zurück. Das Fortschreiten der Flutwelle besteht also nicht in der Fortbewegung einer bestimmten Wassermasse.

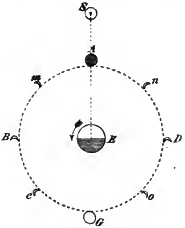
In ähnlicher Weise wie der Mond erzeugt auch die Sonne zwei Flutwellen, die entsprechend der Bewegung der Sonne in einem wahren Sonnentage an jedem Orte zweimal Hoch- und zweimal Niedrigwasser bewirken. Die Höhe dieser Sonnenflut ist indessen geringer als die der Mondflut. Denn wenn auch die Sonnenmasse ungefähr 26 Millionen Mal größer ist als die des Mondes, so ist auch ihre Entfernung etwa

400 mal größer, und da die Anziehung der Himmelskörper in geradem Verhältnisse ihrer Masse, die Unterschiede der Anziehungen der verschiedenen Teile zweier Körper aber im umgekehrten kubischen Verhältnisse der Entfernung stehen, so beträgt die fluterzeugende Kraft der Sonne nur $\frac{26000000}{64000000}$ oder etwa $\frac{2}{5}$ von der des Mondes. Daher kommt es, daß der weit kleinere Mond, weil er der Erde so viel näher ist, eine mehr als zweimal größere Kraft auf die Fluterzeugung ausübt als die Sonne.

Hiernach gibt es also eine Mondflut und eine Sonnenflut. Die erste Flutwelle läuft in 24 Stunden 50 Minuten und die zweite in 24 Stunden um die Erde. Jedoch macht nicht jede Welle ihren gesonderten Lauf, sondern beide legen sich nach der Wellenlehre, ohne sich gegenseitig zu stören, einfach übereinander und vereinigen sich zu einer Flutwelle, die im allgemeinen den Verlauf der größeren, der Mondflutwelle, zeigt, jedoch durch die schwächere Sonnenflutwelle beeinflußt wird. So fallen z. B. zur Zeit des Neu- und Vollmonds, wenn Sonne, Mond und Erde in gerader Linie stehen, die Flutwellen des Mondes und der Sonne zusammen, und es entsteht hierdurch eine sehr hohe Welle, die man Springflut nennt. Es findet dann das höchste Hoch- und das niedrigste Niedrigwasser statt. Anderseits, zur Zeit der Quadraturen, im ersten und letzten Mondviertel, wenn Sonne und Mond um 90° voneinander entfernt sind, vermindert die Sonne die Flutwelle, indem das Wellental der einen Flutwelle mit dem Wellenberge der anderen zusammenfällt. Es tritt dann das niedrigste Hochwasser und das höchste Niedrigwasser ein, und man nennt diese niedrigste Flut: Nippflut oder taube Flut.

§ 373. Halbmonatliche Ungleichheit. Zur Zeit des Neu- und Vollmonds sowohl wie zur Zeit des ersten und letzten Viertels würde, wenn das Wasser unmittelbar dem Einflusse der Anziehung folgen könnte, das Hochwasser zur Zeit der Kulmination des Mondes stattfinden. In der Zwischenzeit dagegen bedingt die Wirkung der Sonne bald eine Verfrühung, bald eine Verspätung des Hochwassers gegen die Kulminationszeit des Mondes, wie aus folgendem ersichtlich wird.

Fig. 278.

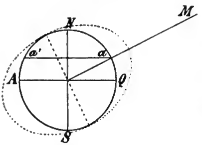


Es sei in Fig. 278 *E* die Erde, *S* die Sonne, *A*, *m*, *B*, *e*, *G*, *o*, *D* und *n* der Mond, so ist, wenn der Mond in *A* und *G* sich befindet, Springflut, und wenn er in *B* und *D* steht, Nippflut. Steht nun der Mond in *m*, so liegt die vereinigte Flutwelle von Mond und Sonne in einem Punkte zwischen *A* und *m* und zwar näher an *m* als an *A*. Sie geht daher auch, weil die Erde sich von West nach Ost in der Richtung des Pfeils um ihre Achse dreht, früher durch den Meridian eines Orts als der Mond. Steht dieser in *e*, zwischen erstem Viertel und Vollmond, so befindet sich die vereinigte Flutwelle zwischen *G* und *e* und geht also später durch den Meridian eines Orts als der Mond. Zwischen Vollmond und letztem Viertel, z. B. in *o*, tritt wieder eine Verfrühung und zwischen letztem Viertel und Neumond, z. B. in *n*, eine Verspätung des Hochwassers gegen die Kulminationszeit des Mondes ein.

Diese Beschleunigung und Verzögerung der Mondflut durch die Sonnenflut vollzieht sich im Laufe eines halben Monats und wird daher als **halbmonatliche Ungleichheit** bezeichnet.

§ 374. Die tägliche Ungleichheit. Wenn der Mond, wie bisher angenommen wurde, im Äquator steht, so sind die beiden Hochwasser für jeden Ort nahe gleich hoch. Bei großer Deklination des Mondes haben jedoch diese beiden Hochwasser verschiedene Höhe. Um dies zu erklären, sei in Fig. 279 *ANQS* die Meridianebene des Orts *a*, *N* der Nord- und *S* der Südpol, *AQ* der Äquator und *aa'* der Breitenparallel des Orts *a*. Befindet sich nun der Mond in *M*, so kommt der Ort *a* bei der oberen Kulmination des Mondes in die Mitte des Wellenberges, während er 12 Stunden später in der Lage *a'* nur am Rande des Wellenbergs liegt, also zur Zeit der unteren Mondkulmination ein niedrigeres Hochwasser hat, als bei der oberen Kulmination.

Fig. 279.



Neben dieser täglichen Ungleichheit in der Höhe tritt auch eine tägliche Ungleichheit in der Zeit für Niedrigwasser auf, wie aus der Figur ersichtlich wird, wenn man die den Breitenparallel *aa'* ungleich teilende Verbindungslinie der Niedrigwasserpunkte zieht.

Die tägliche Ungleichheit ist am größten in der Gezeit, die vom Monde in seiner größten Deklination erzeugt wird. An einzelnen Orten kann die tägliche Ungleichheit so groß werden, daß die Erscheinung der halbtägigen Gezeiten ganz verdeckt wird, so daß täglich nur ein Hoch- und Niedrigwasser auftritt. Dies wird durch das Zusammenfallen der größten Monddeklination mit dem ersten oder letzten Viertel besonders begünstigt, weil dann das Wellental der Sonnenflutwelle mit dem Wellenberge der Mondflutwelle zusammenfällt und somit das kleinere Hochwasser des Mondes gänzlich zum Verschwinden bringen kann.

In derselben Weise wie der Mond erzeugt auch die Sonne eine tägliche Ungleichheit, die jedoch erheblich geringer ist.

§ 375. Periodische Schwankungen in der fluterzeugenden Kraft und also auch in der Fluthöhe werden durch die veränderliche Entfernung des Mondes und der Sonne von der Erde hervorgerufen. Die Entfernung des Mondes von der Erde schwankt zwischen 57 und 63 Erdhalbmessern, und die hierdurch bewirkten Ungleichheiten in der Fluthöhe vollziehen sich im Laufe eines siderischen Monats.

Eine halbjährliche Periode wird durch den Äquatorstand der Sonne zur Zeit der Tag- und Nachtgleichen bedingt, und eine jährliche Periode wird durch den Zeitpunkt bezeichnet, wo die Erde der Sonne am nächsten ist und daher die stärkste Anziehung von ihr erleidet. Diese Zeit fällt in den Winter der nördlichen Erdhälfte, und es sind dann die Springfluten am höchsten.

§ 376. Beeinflussung der Gezeiten durch das Land. Bei der Erklärung der Gezeiten wurde bisher angenommen, daß die Erde ringsum von tiefem Wasser umgeben

sei, und daß die Wassermassen der Anziehung durch Mond und Sonne ohne jede Behinderung und Zeitverlust folgen könnten. Beide Voraussetzungen treffen in Wirklichkeit nicht zu, da etwa ein Drittel der Erdoberfläche vom Lande eingenommen wird und das Wasser wegen der Trägheit und Reibung nicht sofort der fluterzeugenden Kraft zu folgen vermag. Zunächst verhindern die großen Festländer, daß die für das Zustandekommen der Wasseranschwellungen notwendigen Hebungen auf allen Seiten sich bilden können. Sodann ruft nach der Wellenlehre jede entstehende Welle um den Entstehungsort kreisförmig fortschreitende Wellen hervor, wie ein ins Wasser geworfener Stein zeigt. Daher erzeugt jede ursprüngliche Flutwelle nachfolgende Wellen, die sich nach allen Seiten fortbewegen. Schlagen diese Wellen gegen eine Küste, so werden sie zurückgeworfen und kehren zurück, bis sie allmählich, durch die Reibung immer kleiner werdend, verschwinden.

Dadurch daß Flutwellen an denselben Ort auf verschiedenen Wegen kommen und sich kreuzen, wie z. B. in der Nordsee vor dem englischen Kanal, daß sie in tiefem Wasser schneller fortschreiten als in flachem, wird die Erscheinung der Gezeiten sehr verwickelt und unregelmäßig hinsichtlich der Fluthöhe sowohl wie des zeitlichen Eintritts der Flut.

So beträgt z. B. die Höhe der Springflut in Tahiti 40 cm, in Honolulu 80 cm, in Aszension 60 cm, in St. Helena 90 cm, während die Azoren 1,2 m, Madeira 2,1 m und die Marquesas-, Samoa-, Tonga-, Gilbert- und Marschall-Inseln 1,2 m bis 2,0 m hohe Springflut haben.

An den Festlandsküsten dagegen werden Beträge von 3 m bis 8 m, an der französischen Kanalküste in der Bucht von St. Michael sogar von 11 m, in Granville von 12,4 m und in der Bristol-Bai von 13 m, ja vereinzelt von fast 16 m bei Springflut verzeichnet.

Die höchsten Fluten kommen in der Fundy-Bai an der amerikanischen Ostküste vor, wo sich die regelmäßigen Springfluten auf 14 m erheben.

Andere gegen den Ozean abgeschlossene Meere haben wieder fast unmerkliche Gezeiten, wie das Mittelmeer, wo Toulon nur 0,14 m, der Golf von Neapel 0,34 m bei Springflut haben, oder die Ostsee, wo bei Kiel die ganze Fluthöhe 0,07 m, bei Memel kaum 0,01 m beträgt.

An den europäischen Küsten ist der Unterschied in der Höhe der beiden Hochwasser desselben Tages nicht erheblich, dagegen kann im Indischen und Stillen Ozean die tägliche Ungleichheit von großer Bedeutung werden. Dies trifft auch für die Südküste der Vereinigten Staaten zu. In der Florida-Straße ist das eine Hochwasser doppelt so groß als das andere, und im mexikanischen Golf, z. B. an der Mississippi-Mündung, ist ein zweites Hochwasser fast gar nicht mehr zu erkennen. Da gibt es also nur ein Hochwasser in einem Tage, es herrschen Eintagsfluten und zwar findet das Hochwasser im Sommer bei Tage, im Winter des Nachts statt. Ebenso herrschen Eintagsfluten im Golf von Tonking, in der Java-See und vielen anderen Teilen des austral-asiatischen Inselmeeres.

Ist an diesen Orten nur einmal Flut in 24 Stunden, so gibt es wieder andere, die mehr als eine Flutwelle in 12 Stunden haben. So hat die Mündung des Tay bei Stirling je dreimal Hochwasser in 12 Stunden, und etwas Ähnliches ist auch im Hafen von Southampton und auf der Reede von Cowes der Fall, wenn auch hier das erste dieser drei Hochwasser nur wenig ausgebildet ist und die beiden stärkeren nur durch eine schwache Senkung des Wasserstands getrennt sind. Ferner finden in Havre und im Helder zwei Hochwasser in 12 Stunden statt, die 3 bis 4 Stunden auseinander liegen und nur durch ein schwach ausgeprägtes Niedrigwasser voneinander getrennt sind.

Wie unter § 372 ausgeführt ist, soll die Sonnenflutwelle nur $\frac{2}{5}$ der Höhe der Mondflutwelle betragen. Aber dieses sich aus dem Newtonschen Gravitationsgesetz ergebende Verhältnis ist in Wirklichkeit nur selten zutreffend und wird angenähert an der kalifornischen Küste erreicht. Dagegen ist in der Florida-Straße die Mondflut sechsmal stärker als die Sonnenflut, nicht weit davon an der Mississippi-Mündung umgekehrt die Sonnenflut stärker als normal. Es gibt sogar Orte, wo die Mondflut fast verschwindet und die Sonnenflut allein herrscht, z. B. im Stillen Ozean auf der Insel Tahiti und an verschiedenen Punkten der Java-See. Auch in Europa gibt es einen solchen Ort, nämlich Courtown an der Ostküste Irlands. Hier ist jeden Tag um dieselbe Ortszeit Hochwasser.

§ 377. Hafenzeit. Unter den Unregelmäßigkeiten in den Erscheinungen der Gezeiten hinsichtlich des zeitlichen Eintritts der Flut ist hier in erster Linie anzuführen, daß die Hochwasser eines Ortes an den Tagen von Neu- und Vollmond nicht mit der Kulmination des Mondes zusammenfallen sondern später eintreten. Diese Verspätung der Flutwelle ist für verschiedene Orte sehr verschieden, für denselben Ort jedoch fast unveränderlich, und kann nur durch sorgfältige Beobachtungen mit einiger Genauigkeit bestimmt werden. Aus diesen Beobachtungen ermittelt man die wahre astronomische Ortszeit des ersten Hochwassers nach Voll- und Neumond unter der Annahme, daß Sonne und Mond in mittlerer Entfernung von der Erde im Äquator stehen, welche Zeit als Hafenzeit bezeichnet und in der Regel in den Karten und Segelanweisungen angegeben wird. Angenähert ist die Hafenzeit eines Orts der Zeitraum, um den das Hochwasser an diesem Orte später eintritt als die Kulmination des Voll- und Neumondes, so daß man also an diesen Tagen die Zeit des Hochwassers erhält, indem man zur Kulminationszeit des Mondes die Hafenzeit addiert. An den anderen Tagen ist der Zeitraum zwischen der Kulmination des Mondes und dem darauf folgenden Hochwasser, das sogenannte Mondflut-Intervall, wegen der halbmonatlichen Ungleichheit bald größer und bald kleiner als die Hafenzeit. Man findet das Mondflut-Intervall eines bestimmten Tages, indem man zur Hafenzeit die halbmonatliche Ungleichheit addiert. Diese ist indessen ebensowenig wie die Hafenzeit für alle Orte gleich, sondern mit örtlichen Verschiedenheiten behaftet, die ziemlich beträchtliche Werte annehmen können.

§ 378. Die Verspätung der Wirkung. Nach der unter § 372 gegebenen Darstellung sollte die Springflut an den Tagen des Neu- und Vollmonds eintreten. Dies ist jedoch nicht der Fall; die Fluthöhe erreicht vielmehr erst 1 bis $2\frac{1}{2}$ Tage nach Neu- und Vollmond ihren größten und 1 bis $2\frac{1}{2}$ Tage nach dem ersten und letzten Viertel ihren kleinsten Wert. Für denselben Ort ist die Verspätung der Wirkung unveränderlich, bisher aber nur für wenige Orte bekannt. Eine ähnliche Verspätung bemerkt man auch bei dem Auftreten der täglichen Ungleichheit. Diese soll am größten sein zur Zeit der größten nördlichen oder südlichen Deklination des Mondes oder der Sonne, erreicht in Wirklichkeit ihr höchstes Maß aber meistens mit mehrtägiger Verspätung, an den europäischen Küsten um 4 bis 7 Tage.

§ 379. Die Berechnung von Hoch- und Niedrigwasser.

1. Mit Hilfe der Gezeitentafeln.

In den Gezeitentafeln findet man den Eintritt von Hochwasser und teilweise auch von Niedrigwasser sowie die Fluthöhe für eine Reihe von Orten für jeden Tag des laufenden Jahres vorausberechnet. Ist die Zeit des Niedrigwassers nicht angegeben, so findet man diese, indem man entweder die in der Gezeitentafel angegebene mittlere Dauer

des Steigens von der Hochwasserzeit subtrahiert oder die mittlere Dauer des Fallens zur Hochwasserzeit addiert. Wenn diese Dauer des Steigens und Fallens nicht angegeben ist, so nimmt man als Niedrigwasserzeit die Mitte zwischen zwei aufeinander folgenden Hochwasserzeiten.

Diesen Angaben für die **Basisorte** schließt sich für die benachbarten Häfen und Küstenpunkte eine andere Tafel an, worin der Zeitunterschied angegeben ist, um den das Hochwasser hier später (+) oder früher (−) eintritt als an dem Basisort.

Mit Hilfe der Gezeitentafeln erhält man also für alle in ihnen aufgeführten Orte die Hochwasserzeiten entweder unmittelbar oder durch Anwendung jenes Zeitunterschieds auf die Hochwasserzeit des betreffenden Basisorts. Die Zeit des Niedrigwassers findet man dann wieder wie oben angegeben oder genähert durch Anbringung des mittleren viertel Mondtages ($6^h\,12^m$) auf die gefundene Hochwasserzeit.

Im nautischen Jahrbuch sind in Tafel 20 a die mittleren Ortszeiten des Hoch- und Niedrigwassers in Cuxhaven für jeden Tag gegeben, auf die sich dann die Hochwasserzeiten der in Tafel 20 b aufgeführten Orte zurückführen lassen. In Tafel 21 a findet man die mittlere Ortszeit des Hochwassers an der London-Brücke sowie in Tafel 21 b den Zeitunterschied an verschiedenen Punkten der niederländischen, belgischen, französischen und britischen Küste gegen London-Brücke als Basisort.

Beispiel. 1907 den 27. August wird wann Hoch- und Niedrigwasser in Bremerhaven sein, wenn die mittlere Dauer des Fallens $7^h\,7^m$ beträgt?

N. J. Taf. 20 a:	Hochw. in Cuxhaven	=	$3^h\,17^m$ mrgs. d. 27/8.	und	=	$3^h\,37^m$ abds. d. 27/8.
„ „ „ 20 b:	Untersch. zw. Bremerh. u. Cuxh.	=	$+0^h\,15^m$			$+0^h\,15^m$
	Hochw. in Bremerhaven	=	$3^h\,32^m$ mrgs. d. 27/8.	„	=	$3^h\,52^m$ abds. d. 27/8.
	Dauer der Ebbe		$7^h\,7^m$			$7^h\,7^m$
	Niedrigw. in Bremerhaven	=	$10^h\,39^m$ mrgs. d. 27/8.	„	=	$10^h\,59^m$ abds. d. 27/8.

2. Mit Hilfe der Hafenzeit.

Nach den in § 377 gegebenen Erklärungen findet man die Zeit des Hochwassers, indem man zur Kulminationszeit des Mondes die Hafenzeit addiert und auf die so gefundene Zeit die halbmonatliche Ungleichheit anwendet.

Man berechne also die mittlere Zeit der Mondkulmination für das gegebene bürgerliche Datum und addiere dazu die aus Tafel 55 zu entnehmende Hafenzeit des Orts. Die halbmonatliche Ungleichheit findet man in Tafel 54, in die man mit der **wahren** Zeit der Mondkulmination eingeht. Je nachdem die halbmonatliche Ungleichheit das positive oder negative Zeichen hat, ist sie zu addieren oder zu subtrahieren.

Wenn die erhaltene Hochwasserzeit 12^h übersteigt, so fällt sie auf den Vormittag des folgenden Tages. In diesem Falle subtrahiere man den halben Mondtag oder im Mittel $12^h\,25^m$, so erhält man die Zeit des vorhergehenden Hochwassers. Oder man berechnet statt der Zeit der oberen die der vorhergehenden unteren Mondkulmination und legt diese der Rechnung zugrunde.

Die Zeit des Niedrigwassers erhält man, indem man den viertel Mondtag, im Mittel $6^h\,12^m$, zur Zeit des Hochwassers addiert oder davon subtrahiert, je nachdem man das folgende oder vorhergehende Niedrigwasser haben will.

Etwas vereinfacht wird diese Berechnung durch Tafel 19 des nautischen Jahrbuchs, worin der für halbmonatliche Ungleichheit berichtigte Meridiandurchgang des Mondes in Greenwich nebst der Änderung für einen Grad Länge angegeben ist.

Um vermittels dieser Tafel die Hochwasserzeit eines Orts zu berechnen, entnehme man daraus die dem gegebenen bürgerlichen Tage entsprechende Zeit und verbessere diese mit der zugehörigen Änderung für die Länge des Orts in derselben Weise, wie in § 296 für die Berechnung der Kulminationszeit des Mondes angegeben ist. Zu der so berechneten Zeit addiere man die Hafenzeit (Tafel 55), so erhält man die Zeit des auf die Mondkulmination folgenden Hochwassers. Um die Zeit des anderen Hochwassers am gegebenen Tage zu erhalten, addiere oder subtrahiere man den halben Unterschied zwischen der benutzten Tafelzeit und der nächstfolgenden oder vorhergehenden zu oder von der Zeit des berechneten Hochwassers, je nachdem dieses auf den Vormittag oder den Nachmittag des gegebenen Tages fällt. Den zur Berechnung des Niedrigwassers erforderlichen viertel Mondtag findet man, indem man von dem obigen halben Unterschiede der beiden Tafelzeiten, zwischen denen das gesuchte Niedrigwasser liegt, die Hälfte nimmt.

Beispiel 1. 1907 den 18. Oktober wird wann Hoch- und Niedrigwasser in Sydney-Hafen, Kap Breton Insel, (Nordamerika) sein?

Nach Tafel 55 ist Sydney Länge = 60° 12′ W v. Grw.; Hafenzeit = $8^h 15^m$.

☾ obere Kulminationszeit in Grw. = $9^h 6^m,1$ d. 17/10. N. J. d. 18/10. Ztgl. a. m. Zeit = + 15^m

Änd. = $0^m,141$ für 1° Länge ☾ wh. Kulminationszeit = $9^h 30^m$.

60,2

8,4882 . . . . $8^m,5$

☾ obere Kulminationszeit am Orte = $9^h 15^m$ d. 17/10.

Hafenzeit . . . . = $8^h 15^m$

Tafel 54: Halbmonatl. Ungleichh. = + 15^m

Erstes Hochwasser in Sydney . . = $5^h 45^m$ mrgs. d. 18/10.

½ ☾ Tag = $12^h 24^m$ (addiert)

Zweites Hochwasser in Sydney . . = $6^h 9^m$ abds. d. 18/10.

¼ ☾ Tag = $6^h 12^m$ (subtrahiert und addiert)

Niedrigwasser in Sydney . . . . = $11^h 57^m$ mrgs. d. 18/10.

" " " . . . . = $0^h 21^m$ mrgs. d. 19/10.

Es findet nur ein Niedrigwasser in Sydney am 18. Oktober statt.

Beispiel 2. 1907 den 8. Juni wird wann Hoch- und Niedrigwasser in Port Natal (Afrika) sein?

Nach Tafel 55 ist Port Natal Länge = 31° 3′ O v. Grw.; Hafenzeit = $4^h 30^m$.

N. J. Taf. 19: ☾ Mer. Durchg. ± halbmon. Ungl. f. Grw. . = $22^h 25^m$ d. 7/6.

Änd. = $0^m,13$ für 1° Länge

31,1

$4^m,0$ . . . . = 4^m

☾ Mer. Durchg. ± halbmon. Ungl. f. Port Natal = $22^h 21^m$ d. 7/6.

Hafenzeit . . . . = $4^h 30^m$

Zweites Hochwasser in Port Natal . . . . . = $2^h 51^m$ abds. d. 8/6.

½ Unterschied = $12^h 21^m$ (subtrahiert)

Erstes Hochwasser in Port Natal . . . . . . = $2^h 30^m$ mrgs. d. 8/6.

¼ Unterschied = $6^h 10^m$ (addiert)

Erstes Niedrigwasser in Port Natal . . . . = $8^h 40^m$ mrgs. d. 8/6.

Zweites " " " " . . . . = $9^h 1^m$ abds. d. 8/6.

Anmerkung. Da die in Tafel 54 enthaltene halbmonatliche Ungleichheit durch Beobachtungen in französischen und englischen Häfen ermittelt ist und diese Ungleichheit

an verschiedenen Orten oft sehr verschieden ist, so kann man für Küstenpunkte außerhalb der europäischen Gewässer auf eine einigermaßen genaue Bestimmung der Hochwasserzeit nicht rechnen, wenn nichts weiter bekannt ist als die Hafenzeit.

§ 380. Gezeitenströmungen. Das Steigen und Fallen des Wassers ist in der Nähe der Küste mit einer horizontalen Bewegung, einer Strömung, verbunden, die zuerst in einer bestimmten Richtung, darauf in der entgegengesetzten vor sich geht. Zwischen dem Wechsel der Richtung tritt eine kurze Zeit ein, wo keine oder eine nur wenig bemerkbare Strömung läuft, das Stau- oder Stillwasser.

In Häfen und dicht unter der Küste tritt der Wechsel in der Stromrichtung in der Regel bei oder kurze Zeit nach Hoch- und Niedrigwasser ein, und man nennt deshalb die Strömung, die das Hochwasser bringt, den Flutstrom, die dem Niedrigwasser vorangehende den Ebbestrom.

In größerer Entfernung von der Küste dagegen tritt das sogenannte Kentern des Stromes mehrere Stunden nach Hoch- und Niedrigwasser ein, und die Strömung erreicht zur Zeit des Hoch- und Niedrigwassers ihre größte Stärke. Die Stärke der Strömung hängt von der Fluthöhe und der Tiefe des Wassers ab und kann unter Umständen sehr erheblich sein.

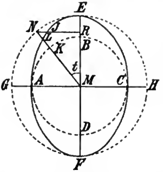
Der Übergang vom Flut- zum Ebbestrom geht auf hoher See wie auch in Häfen und Buchten meistens in der Weise vor sich, daß die Stärke des Stromes allmählich kleiner wird, bis er endlich ganz aufhört, um dann, an Stärke zunehmend, in die entgegengesetzte Richtung überzugehen. Es kommt aber auch in der Nähe der Küsten häufig vor, daß der Übergang vom Flutstrom in den Ebbestrom durch allmähliche Drehung der Stromrichtung um 180° erfolgt, so daß ein in Windstille verankertes Schiff während einer ganzen Gezeit (von Hochwasser zu Hochwasser) einmal ganz herumschwajt. Die Drehung erfolgt dann in der Richtung mit dem Uhrzeiger herum, wenn ein mit dem Flutstrome fahrendes Schiff das Land an der linken Seite, und gegen den Uhrzeiger, wenn es das Land an der rechten Seite hat.

An vorspringenden Kaps, wenn die Fluthöhe in den dahinter liegenden Buchten bedeutend ist, pflegt eine sehr starke Strömung aufzutreten, die Schiffen recht gefährlich werden kann. Auch in Flußmündungen treten oft starke Gezeitströmungen auf. Kommt die Flut, so läuft eine hohe Welle den Fluß hinauf, die zwar an Höhe ziemlich rasch abnimmt, an der Vorderseite aber immer steiler und an der Rückseite immer flacher wird. In Verbindung hiermit steht der Umstand, daß das Steigen des Wassers immer kürzere Zeit, das Fallen immer längere Zeit in Anspruch nimmt, bis endlich das Steigen so rasch erfolgt, daß ein Brechen des Wassers über den flacheren Stellen des Flußbetts erfolgt. Diese Erscheinung nennt man Flutbrandung (engl. bore), sie findet sich z. B. im Severn (bei Newnham), in der Seine, Gironde, im Amazonenstrom, Hugly und an vielen anderen Stellen.

§ 381. Berichtigung der Lotung auf Niedrigwasser. Wie in § 153 angegeben wurde, beziehen sich die Tiefenangaben in der Seekarte im allgemeinen auf den Wasserstand bei Niedrigwasser. Man wird daher nur die bei Niedrigwasser gemachten Lotungen unmittelbar mit den Angaben der Karte vergleichen können, während von den zu anderen Zeiten gemachten Lotungen eine Berichtigung abzuziehen ist, um sie für Niedrigwasser geltend zu erhalten.

In Fig. 280 sei M der Mittelpunkt der Erde, $BE = h$ die Fluthöhe am Orte B und $AECF$ stelle das Wasserellipsoid vor, so daß die um M beschriebenen Kreise $ABCD$ und $GEHF$ den Niedrig- und Hochwasserstand des Orts B bezeichnen. Für eine in B bei Hochwasser gemachte Lotung wäre demnach die ganze Fluthöhe $BE = h$ die Berichtigung auf Niedrigwasser, während diese zu anderen Zeiten kleiner als die Fluthöhe ist.

Fig. 280.



Nimmt man zunächst an, daß am Orte B die Zeitdauer zwischen Hoch- und Niedrigwasser 6 Stunden betrage, so wäre von der Lotung, die t Stunden vor oder nach Hochwasser gemacht wird, die Berichtigung LK abzuziehen; denn wenn die Flutwelle sich von E nach H zu bewegt, so wird t Stunden nach Hochwasser bei B der Punkt L zwischen B und E fallen und K in B sein.

Um LK zu finden, fälle man NR senkrecht auf EF, so hat man nach § 65, da die Durchmesser GH und EF mit den Hauptachsen der Ellipse zusammenfallen,

$$GM : AM = NR : JR,$$

also auch
$$GM : GM - AM = NR : NR - JR$$

oder
$$GM : GA = NR : NJ.$$

Setzt man $GM = NM = 1$, so ist $NR = \sin EMN = \sin t$, und da $GA = h$ ist, so wird

$$1 : h = \sin t : NJ,$$

folglich
$$NJ = h \cdot \sin t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{I}).$$

$\triangle NLJ$ kann seiner Kleinheit wegen als ein bei L rechtwinkliges, ebenes Dreieck angesehen werden, worin $\angle J = t$ ist, da beide den $\angle N$ zum Komplement haben. Aus diesem Dreieck erhält man somit

$$NL = NJ \cdot \sin t$$

und wegen I)
$$NL = h \cdot \sin^2 t.$$

Es ist nun
$$LK = NK - NL,$$

folglich
$$LK = h - h \cdot \sin^2 t$$
$$= h(1 - \sin^2 t)$$
$$= h \cdot \cos^2 t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{II}).$$

Nach dieser Gleichung kann die Berichtigung der Lotung auf Niedrigwasser gefunden werden, wenn der Zeitraum zwischen Hoch- und Niedrigwasser 6 Stunden beträgt oder hiervon nicht erheblich abweicht. Andernfalls findet man die in Gleichung II zu verwendende Größe t durch folgende Proportion: Die Zeit zwischen Hoch- und Niedrigwasser verhält sich zu 6 Stunden wie der Unterschied zwischen der Zeit der Lotung und der des nächstliegenden Hochwassers zu t Stunden.

Da
$$\cos^2 1^h = 0{,}933 = \tfrac{14}{15}$$
$$\cos^2 2^h = 0{,}75 = \tfrac{3}{4}$$
$$\cos^2 3^h = 0{,}5 = \tfrac{1}{2}$$
$$\cos^2 4^h = 0{,}25 = \tfrac{1}{4}$$
$$\cos^2 5^h = 0{,}067 = \tfrac{1}{15}$$

ist, so ist es ausreichend, die Berichtigung der Lotung zu nehmen

$$= \tfrac{14}{15} \cdot h \text{ für } t = 1^h$$
$$= \tfrac{3}{4} \cdot h \text{ „ } t = 2^h$$
$$= \tfrac{1}{2} \cdot h \text{ „ } t = 3^h$$
$$= \tfrac{1}{4} \cdot h \text{ „ } t = 4^h$$
$$= \tfrac{1}{15} \cdot h \text{ „ } t = 5^h.$$

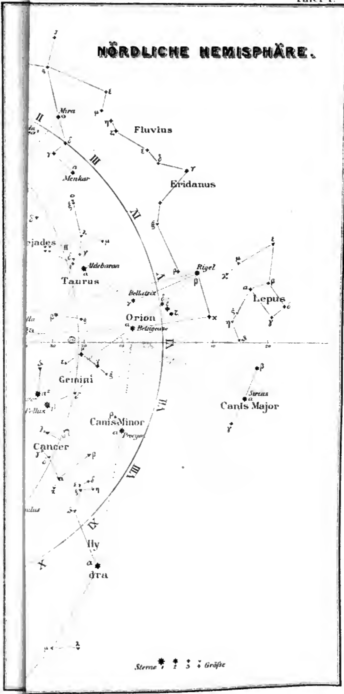
Die in Tafel 55 angegebenen Fluthöhen sind die Unterschiede zwischen Hoch- und Niedrigwasserstand bei Springgezeit, also in bezug auf den in den deutschen, englischen und amerikanischen Seekarten angenommenen Wasserstand zu groß (vgl. § 153). Es wird mithin auch die mit der aus Tafel 55 entnommenen Fluthöhe gefundene Berichtigung der Lotung zu groß, was jedoch nicht so nachteilig werden kann, als wenn sie zu klein gefunden würde.

Beispiel. Am 9. Juli 1907 lotete man bei Bridgewater Barre (England) um $7^h 55^m$ morgens 15 m Wassertiefe.

Welches ist die Wassertiefe, die mit den Kartenangaben zu vergleichen ist, wenn die Fluthöhe 10,7 m beträgt?

N. J. Taf. 21 a:	Hochwasser bei London-Brücke	= $1^h\ 2^m$	mrgs. d. 9/7.
„ „ „ 21 b:	Unt. zw. London-Brücke u. Bridgewater	= $+4^h\ 52^m$	
	Hochwasser bei Bridgewater	= $5^h\ 54^m$	mrgs. d. 9/7.
	Zeit der Lotung	= $7^h\ 55^m$	„ „ „
	Lotung nach Hochwasser	= $2^h\ 1^m$.	
	Berichtigung der Lotung = $\tfrac{3}{4} \cdot 10{,}7$ m	= 8 m	
	Lotung	= 15 m	
	Zu vergleichende Wassertiefe	= 7 m.	

Tafel I.


NÖRDLICHE HEMISPHÄRE.
Fluvius
Eridanus
Mira
Menkar
Taurus
Aldebaran
Rigel
Lepus
Bellatrix
Orion
Gemini
Sirius
Canis Major
Canis Minor
Procyon
Cancer
Hy
dra
Sterne 1 2 3 4 Größe

SÜDLICHE HEMISPHÄRE.

